BAB II

KAJIAN TEORI

A. Perkembangan Matematika dalam Peradaban Islam

Secara filosofis, matematika merupakan suatu disiplin ilmu yang paling awal dikenal oleh umat manusia.[19] Matematika merupakan ilmu yang menggunakan angka sebagai simbol untuk mempermudah menyelesaikan masalah perhitungan dan pengukuran. Dalam bahasa Banhart, matematika diartikan sebagai suatu ilmu yang berhubungan dengan jumlah-jumlah dan diekspresikan dalam bentuk angka dan simbol.[20] Adanya angka yang mewakili suatu jumlah bilangan tertentu, dapat dimudahkan dalam menyelesaikan masalah kehidupannya. Abdulalim menyatakan bahwa setiap kehidupan merupakan proses matematis, sehingga tidak mungkin ada hari yang terlewatkan tanpa ada penggunaan matematika di dalamnya.

Matematika yang dikenal sebagai ibu dari segala ilmu pengetahuan memiliki sejarah perkembangan yang begitu panjang mulai dari peradaban Babylonia pada kurang lebih 4000 tahun yang lalu[21] hingga pada saat ini. Banyak sekali ilmuwan besar yang terlahir untuk memperluas jangkauan ilmu matematika, termasuk ilmuwan-ilmuwan muslim seperti al-Khawarizmi,

---

[19]Steven G. Krantz. 2006. *An Episodic History of Mathematics*. St. Louis. h.iii.
[20]Muqowim. 2012. *Genealogi Intelektual Saintis Muslim.*Kementerian Agama RI : Jakarta. h.113.
[21]Luke Hodgkin. 2005. *A History of Mathematics*. Oxford University Press : New York. h.14.

Omar Khayyam, dan Sharaf al-Din al-Tusi.[22] Ketiga ilmuwan tersebut adalah ilmuwan muslim yang berperan dalam memproklamirkan teori-teori dalam matematika. Dengan adanya cendekiawan-cendekiawan muslim, terbukti bahwa peradaban Islam turut serta memberikan kontribusinya dalam mengembangkan keilmuan matematika.

Dalam konteks peradaban Islam, perkembangan matematika setidaknya dipengaruhi oleh lima hal.[23] *Pertama*, dorongan normatif yang bersumber dari Al-Qur’an tentang perlunya mengoptimalkan nalar untuk merenungkan ayat-ayat Tuhan. Allah berfirman dalam Q.S. Ali Imran ayat 190-191 sebagai berikut:

إِنَّ فِي خَلْقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ وَٱخْتِلَٰفِ ٱلَّيْلِ وَٱلنَّهَارِ لَءَايَٰتٍ لِّأُو۟لِى
ٱلْأَلْبَٰبِ ﴿١٩٠﴾ ٱلَّذِينَ يَذْكُرُونَ ٱللَّهَ قِيَٰمًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُونَ فِى
خَلْقِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ رَبَّنَا مَا خَلَقْتَ هَٰذَا بَٰطِلًا سُبْحَٰنَكَ فَقِنَا عَذَابَ
ٱلنَّارِ ﴿١٩١﴾

Artinya: “Sesungguhnya dalam penciptaan langit dan bumi, dan silih bergantinya malam dan siang terdapat tanda-tanda bagi orang-orang yang berakal. (yaitu) Orang-orang yang mengingat Allah sambil berdiri atau duduk atau dalam keadan berbaring dan mereka memikirkan tentang penciptaan

---

[22]Victor J. Katz. 2006. Stages in the History of Algebra with Implications for Teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 66. h.190-192.
[23]Muqowim. 2012. *Genealogi Intelektual Saintis Muslim.*Kementerian Agama RI : Jakarta. h.152.

langit dan bumi (seraya berkata): ‘Ya Tuhan kami, tiadalah Engkau menciptakan ini dengan sia-sia, Maha Suci Engkau, Maka peliharalah kami dari siksa neraka’.” *Kedua*, adanya tantangan realitas yang mengharuskan saintis muslim untuk mengembangkan matematika sebagai ilmu yang akan terus dibutuhkan dan bermanfaat dalam kehidupan sehari-hari, terutama dalam urusan agama. *Ketiga*, adanya ilmu matematika sebagai hasil peradaban pra-Islam dirasa perlu untuk dikembangkan lebih lanjut seiring dengan semakin meluasnya wilayah kekuasaan Islam. *Keempat*, adanya dorongan etos keilmuan dari saintis muslim. *Kelima*, adanya dukungan politik dari penguasa, seperti pada masa keemasan Abbasiyyah dan Umayyah.

Perkembangan sains matematika dalam Islam dimulai sejak diturunkannya Al-Qur’an sebagai kitab suci. Allah melalui Al-Qur’an memberikan anjuran kepada makhluk-Nya untuk mempelajari matematika guna mempermudahnya dalam menjalani aktivitas kehidupan, utamanya dalam beribadah. Allah SWT berfirman dalam Q.S. Al-Ghashiyah ayat 17-21:

أَفَلَا يَنظُرُونَ إِلَى ٱلۡإِبِلِ كَيۡفَ خُلِقَتۡ ١٧ وَإِلَى ٱلسَّمَآءِ كَيۡفَ رُفِعَتۡ ١٨
وَإِلَى ٱلۡجِبَالِ كَيۡفَ نُصِبَتۡ ١٩ وَإِلَى ٱلۡأَرۡضِ كَيۡفَ سُطِحَتۡ ٢٠ فَذَكِّرۡ إِنَّمَآ أَنتَ
مُذَكِّرٞ ٢١

Artinya: “Maka apakah mereka tidak memperhatikan unta bagaimana dia diciptakan? dan langit, bagaimana ia ditinggikan? dan gunung-gunung, bagaimana ia ditegakkan? dan bumi bagaimana ia dihamparkan? maka berilah peringatan, karena sesungguhnya kamu hanyalah orang yang memberi peringatan.” Dengan melakukan pengamatan terhadap langit sekaligus benda-benda langit misalnya bulan, seperti yang diperintahkan oleh Allah dalam ayat di atas, maka seseorang akan dapat menentukan waktu shalat, menentukan waktu imsak dan waktu diperbolehkannya berbuka puasa.

Kajian matematika secara ilmiah dimulai sejak umat Islam bersentuhan dengan beberapa karya bidang matematika yang dihasilkan oleh peradaban lain setelah ditaklukannya wilayah peradaban tersebut oleh umat Islam, misalnya Alexandria dan Baghdad. Alexandria yang pada saat itu dikenal sebagai wilayah pusat perkembangan matematika, ditaklukkan oleh umat Islam pada tahun 641 Masehi.[24] Baghdad sebagai pusat pemerintahan Abbasiyyah di bawah pimpinan al-Mansur, Harun al-Rasyid, dan al-Ma’mun, selanjutnya dijadikan sebagai pusat ilmu pengetahuan, sehingga di kota tersebut segala aktivitas ilmiah seperti tukar menukar ilmu antar ilmuwan melalui karya dan terjemahan dilakukan.[25]

Cendekiawan muslim yang pertama kali melakukan kajian matematika secara ilmiah adalah al-Khawarizmi. Al-Khawarizmi yang

---

[24] *Ibid*. h.133.
[25] *Ibid*.

memiliki nama lengkap Abu Ja'far Muhammad *ibn* Musa al-Khawarizmi dilahirkan di kota Baghdad, Iraq. Dari namanya dapat diketahui bahwa al-Khawarizmi berasal dari Khawarizm, suatu daerah di sebelah selatan Laut Aral, Asia Tengah. Sebelum menyumbangkan pemikirannya di bidang aljabar, al-Khawarizmi banyak membantu al-Ma'mun (putra dari Harun al-Rasyid) untuk menerjemahkan buku-buku matematika yang berasal dari Yunani, India, dan negara-negara pusat peradaban lain sebelum hadirnya Islam.

Al-Khawarizmi menyumbangkan banyak karya yang luar biasa. Salah satu diantara karyanya yang termasyhur adalah *Hisab al-Jabr wa'I-Muqabalah.*[26] Isi dari karyanya tersebut adalah solusi analitis tentang persamaan linear dan kuadrat. Hal inilah yang mendasari al-Khawrizmi disebut sebagai pendiri ilmu aljabar, suatu ilmu yang mengajarkan bagaimana menyatakan suatu jumlah yang belum diketahui kuantitasnya.[27]

Menurut Victor J. Katz, berkembangnya aljabar sejak pertama kali digunakan hingga sekarang ini dikelompokkan dalam tiga tahapan berdasarkan ekspresi ide-ide yang digunakan. Ketiga tahapan tersebut diantaranya: (1) tahap teoritis (*rhetorical stage*); (2) tahap penyingkatan (*syncopated stage*); dan (3) tahap simbolik (*symbolic stage*). Tahap teoritis merupakan tahap dimana seluruh pernyataan dan pendapat mengenai teori

[26]*Ibid*. h.137.
[27]Euler dalam Katz. 2006. Stages in the History of Algebra with Implications for Teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 66. h.185.

aljabar dinyatakan dalam bentuk kata atau kalimat. Pada tahap penyingkatan, beberapa ketetapan aljabar dinyatakan dalam bentuk singkatan-singkatan. Sedangkan pada tahap simbolik, seluruh bilangan, operasi, dan relasinya dinyatakan dalam simbol-simbol yang telah disepakati.

Sama halnya dengan tahapan perkembangan berdasarkan ekspresi gagasan yang digunakan, perkembangan konsep aljabar melewati empat tahapan hingga yang kita kenal seperti pada saat ini. Tahapan-tahapan perkembangan konsep tersebut adalah:[28] Tahapan geometri (*geometric stage*), dimana sebagian besar konsep aljabar berupa permasalahan geometri; Tahap penyelesaian persamaan statis (*static equation solving*), yakni tahap menemukan bilangan yang memenuhi relasi tertentu; Tahap fungsi dinamis (*dynamic function stage*), dimana isyarat atau tanda menjadi fokus penekanan gagasan; dan yang terakhir yakni tahap abstrak (*abstract stage*), dimana tujuan terpentingnya adalah membentuk struktur. Keempat tahapan tersebut memiliki keterkaitan satu dengan yang lainnya, meski keempatnya hadir secara bertahap.

Aljabar sebenarnya telah mulai dikenal oleh manusia sejak munculnya peradaban bangsa Babylonia pada 4000 tahun yang lalu.[29] Zaman digunakannya aljabar dalam peradaban bangsa Babylonia ini merupakan tahap teoritis (*rhetorical stage*) yang mendasari perkembangan aljabar

[28]Victor J. Katz. 2006. Stages in the History of Algebra with Implications for Teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 66. h.186.
[29]*Ibid*. h.186.

selanjutnya. Bukti keberadaan aljabar pada masa peradaban Babylonia adalah dari ditemukannya lembaran terbuat dari tanah liat yang memuat daftar permasalahan kuadrat untuk menentukan panjang dan lebar suatu lahan yang berbentuk persegi panjang.[30] Permasalahan kuadrat yang ada dalam lembaran tanah liat tersebut seluruhnya berupa kalimat, tanpa ada simbol aljabar seperti yang ada pada saat ini.

Dalam menyelesaikan masalah aljabar, bangsa Babylonia menggunakan teknik penyelesaian geometri *cut and paste*. Teknik penyelesaian *cut and paste* merupakan sebuah teknik penyelesaian masalah yang menggunakan ide geometri.[31] Ide geometri yang digunakan oleh bangsa Babylonia dikenal dengan aljabar awal, yakni awal digunakannya proses penyelesaian masalah dengan manipulasi data yang sesungguhnya berdasarkan aturan yang telah ditetapkan.[32] Contoh yang dapat diambil dari lembaran tanah liat bangsa Babylonia adalah sebagai berikut[33] : Jumlah dari panjang dan lebar suatu persegi panjang adalah $6\frac{1}{2}$. Sedangkan luas persegi panjang tersebut adalah $7\frac{1}{2}$. Maka untuk menentukan panjang dan lebar dari persegi panjang, bangsa Babylonia membagi $6\frac{1}{2}$ menjadi dua, sehingga didapatkan $3\frac{1}{4}$. Selanjutnya $3\frac{1}{4}$ dikuadratkan sehingga didapatkan $10\frac{9}{16}$. Dari

[30]*Ibid*. h.187.
[31]*Ibid*.
[32]*Ibid.* h.188.
[33]*Ibid.* h.187.

luas yang didapat kemudian dikurangkan dengan luas awal yakni $7\frac{1}{2}$, sehingga akar dari hasil pengurangannya adalah $1\frac{3}{4}$. Berdasarkan perhitungan tersebut didapatkan panjang $3\frac{1}{4}+1\frac{3}{4}=5$, dan lebarnya adalah $3\frac{1}{4}-1\frac{3}{4}=1\frac{1}{2}$.

Dari apa yang dilakukan oleh masyarakat Babylonia tersebut, selanjutnya aljabar dikembangkan oleh cendekiawan muslim, seperti al-Khawarzmi, Omar Khayyam, dan al-Tusi. Ketiga cendekiawan tersebut berperan dalam meletakkan dasar-dasar aljabar dan penyelesaiannya. Al-Khawarizmi seperti yang sedikit telah dibahas sebelumnya, ia menemukan teori persamaan kuadrat sekaligus penyelesaiannya. Selanjutnya dari pekerjaan al-Khawarizmi tersebut, Omar Khayyam dan al-Tusi berhasil menemukan teori persamaan polinomial dan penyelesaiannya. Ilmu aljabar yang dikembangkan oleh al-Khawarizmi serta rekan-rekannya selanjutnya dikembangkan oleh bangsa Eropa menjadi aljabar abstrak seperti yang dikenal pada saat ini.

1. Al-Khawarizmi

Aljabar yang sesungguhnya diperkenalkan oleh Mohammad Ibn Musa al-Khawarizmi pada sekitar abad ke-8.[34] Al-Khawarizmi lahir pada

[34] *Ibid.* h.190.

tahun 800 M dan meniggal dunia kurang lebih pada tahun 847 M.[35] Keluarganya memberikan nama al-Khawarizmi, sebab ia dilahirkan di daerah Khawarizm atau Khorezm, yakni sebuah daerah yang terletak di antara delta sungai Amu Dar'ya dan Laut Aral di Asia Tengah.

Al-Khawarizmi menggunakan istilah kuadrat bilangan yang belum diketahui jumlahnya (x^2), akar kuadrat bilangan yang belum diketahui jumlahnya sebanyak suatu bilangan[36] (bx), dan suatu bilangan yang berkedudukan sebagai konstanta dalam persamaan aljabarnya (c).[37] Istilah aljabar sendiri diambil dari judul buku yang ditulisnya di Baghdad pada sekitar tahun 825 M, yakni *Hisab al-Jabr wa'I-Muqabalah*. Dalam bukunya, al-Khawarizmi mendefinisikan *jabr* sebagai transposisi dari satu sisi sebuah persamaan ke sisi yang lain[38] untuk menyeimbangkan persamaan dengan menambahkan bilangan dengan kuantitas yang sama pada kedua sisi persamaan.[39] Misalnya mentransformasikan $x^2 - 12x = 40x - 4x^2$ menjadi $5x^2 - 12x = 40x.$ Sedangkan *muqabalah* diartikan sebagai simplifikasi dari bentuk persamaan aljabar yang dihasilkan.[40] Misalnya yakni mereduksi $50 + 3x + x^2 = 29 + 10x$ menjadi $21 + x^2 = 7x.$

---

[35]Elizabeth Rogers. 2008. *Islamic Mathematics*. Universitas Illonis : Urbana. h.5.
[36]Luke Hodgkin. 2005. *A History of Mathematics*. Oxford University Press : New York. h.101.
[37]*Ibid*. h.110.
[38]Muqowim. 2012. *Genealogi Intelektual Saintis Muslim.*Kementerian Agama RI : Jakarta. h.138.
[39]Steven G. Krantz. 2006. *An Episodic History of Mathematics*. St. Louis. h.94.
[40]*Ibid.*

Pada bagian pertama bukunya, al-Khawarizmi menuliskan solusi suatu persamaan linear dan persamaan kuadrat. Al-Khawarizmi mengklasifikasikan persamaan dalam enam tipe, dimana tiga di antaranya adalah macam-macam persamaan kuadrat sekaligus langkah-langkah penyelesaiannya.[41] Ketiga tipe persamaan kuadrat tersebut yakni:[42] (1) *squares and roots equal to numbers* ($x^2 + bx = c$); (2) *squares and numbers equal to roots* ($x^2 + c = bx$); dan (3) *roots and numbers equal to squares* ($bx + c = x^2$).

Dalam menyelesaikan ketiga persamaan kuadratnya, al-Khawarizmi menggunakan teknik aljabar dan teknik geometri.[43] Misalnya dalam menentukan penyelesaian dari tipe persamaan kuadrat berbentuk $x^2 + c = bx$. Al-Khawarizmi menentukan nilai x dengan cara:[44] (1) menentukan nilai setengah dari b sehingga menjadi: $\left(\frac{1}{2}b\right)$; (2) mengkuadratkan nilai dari setengah b tersebut sehingga menjadi: $\left(\frac{1}{2}b\right)^2$; (3) mengurangkan $\left(\frac{1}{2}b\right)^2$ dengan konstanta c sehingga menjadi: $\left(\frac{1}{2}b\right)^2 - c$; (4) menentukan akar kuadrat dari $\left(\frac{1}{2}b\right)^2 - c$, sehingga menjadi: $\sqrt{\left(\frac{1}{2}b\right)^2 - c}$; dan (5) menambahkan atau mengurangkan $\left(\frac{1}{2}b\right)$ yang telah

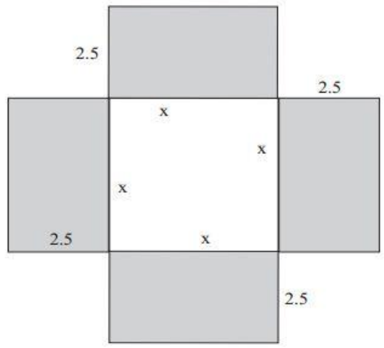
---

[41] *Ibid.*
[42] Steven G. Krantz. 2006. *An Episodic History of Mathematics*. St. Louis. h.97-98.
[43] *Ibid.* h.98.
[44] *Ibid.*

ditemukan sebelumnya dengan $\sqrt{\left(\frac{1}{2}b\right)^2 - c}$, sehingga menjadi: $\frac{1}{2}b + \sqrt{\left(\frac{1}{2}b\right)^2 - c}$ atau $\frac{1}{2}b - \sqrt{\left(\frac{1}{2}b\right)^2 - c}$. Namun perlu diketahui bahwa pada saat itu, al-Khawarizmi (ummnya bangsa Arab) belum mengenal bilangan negatif,[45] sehingga seluruh penyelesaian yang ditemukan pasti berakar postif. Keseluruhan tipe persamaan kuadrat beserta langkah-langkahnya oleh al-Khawarizmi masih ditulis dalam bahasa verbal tanpa ada simbol yang digunakan, seperti yang dilakukan oleh bangsa Babylonia (dalam hal ini penulis menerjemahkan sendiri apa yang dimasksudkan al-Khawarizmi secara simbolik agar dapat lebih mudah dipahamioleh pembaca).

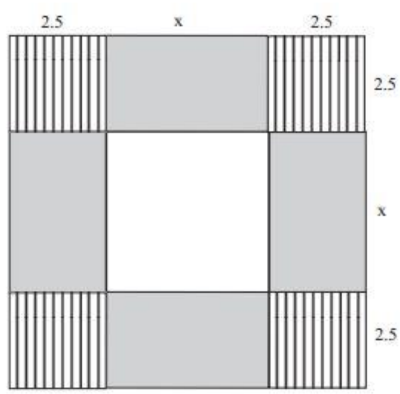
Dalam menuliskan langkah-langkah penyelesaian persamaan kuadratnya, al-Khawarizmi memberikan alasan menggunakan teknik geometri *cut and paste* layaknya bangsa Babylonia. Namun ada beberapa langkah dari teknik tersebut yang tidak digunakan. Al-Khawarizmi hanya menggunakan langkah yang memang dianggap perlu untuk digunakan. Misalnya:[46] Untuk menyelesaikan persamaan $x^2 + 10x = 39$, al-Khawarizmi menggambarkan sebuah persegi dengan panjang sisi *x*, kemudian menambahkan 4 buah persegi panjang yang ekuivalen dengan panjang 2,5 dan lebar *x* sebagai berikut:

[45]*Ibid*. h.101.
[46]*Ibid.*



Gambar 2.1
Persegi dengan sisi x dan Persegi Panjang $2,5 \times x$

Jika pada setiap ujung persegi panjang ditarik ruas garis dengan panjang 2,5, maka akan terbentuk 4 persegi seperti gambar di bawah ini.



Gambar 2.2
Persegi Baru dengan sisi $2,5 + 2,5 + x = 5 + x$

Karena diketahui $x^2 + 10x = 39$, maka luas persegi baru dengan sisi $5 + x$ adalah $39 + 4 \cdot (2,5)^2 = 39 + 4 \cdot (6,25) = 39 + 25 = 64.$

Karena luas persegi baru adalah 64, maka panjang sisi persegi adalah 8 dan nilai $x = 8 - 2{,}5 - 2{,}5 = 3$.

Demikian salah satu cara al-Khawarizmi dalam memberikan alasan langkah-langkah penyelesaiannya secara geometris. Hal lain yang membedakan al-Khawarizmi dengan Bangsa Babylonia adalah permasalahan yang ditulisnya. Al-Khawarizmi tidak hanya menentukan panjang dan lebar suatu bangun segi empat, akan tetapi ia telah dapat menggunakan permasalahan abstrak. Misalnya:[47] "*I have divided ten into two parts, and having multiplied each part by itself, I have put them together, and have added to them the difference of the two parts previously to their multiplication, and the amount of all this is fifty four*". Permasalahan tersebut dinotasikan secara matematis menjadi $(10 - x)^2 + x^2 + (10 - x) - x = 54$, kemudian direduksi menjadi $x^2 + 28 = 11x$, dan diselesaikan berdasarkan algoritma yang ditulis oleh Al-Khawarizmi.

Tipe permasalahan lain yang biasa digunakan oleh al-Khawarizmi yakni: "Anda membagikan satu *dirhem*[48] kepada sekelompok orang yang belum diketahui jumlahnya. Saat ini, anda menambahkan satu orang dalam kelompok tersebut dan membagikan kembali satu *dirhem* kepada mereka. Jumlah uang yang diterima oleh masing-masing orang setelah

[47] Victor J. Katz. 2006. Stages in the History of Algebra with Implications for Teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 66. h.191.

[48] *Dirhem* merupakan satuan mata uang yang digunakan oleh Arab pada abad pertengahan.

ditambahkan orang tersebut adalah 1/6 dirham kurangnya daripada jumlah uang yang diterima oleh kelompok orang sebelumnya".[49] Untuk mengetahui jumlah orang yang menerima uang tersebut, kita dapat menuliskan model matematika dalam persamaan: $x^2 + x = 6$ (persamaan tersebut bisa diperoleh melalui perbandingan senilai). Selanjutnya al-Khawarizmi menggunakan algoritmanya untuk menyelesaikan persamaan tersebut hingga ditemukan penyelesaian x=2.

Seusai menemukan teori persamaan kuadrat beserta penyelesaiannya, al-Khawarizmi berkeinginan besar untuk dapat menyelesaikan persamaan yang memiliki dua solusi atau lebih. Beberapa cendekiawan muslim yang melanjutkan progress dari al-Khawarizmi tersebut dalam adalah Omar Khayyam dan Sharaf al-Din al-Tusi. Belajar dari sejarah perjalanan al-Khawarizmi, kedua cendekiawan muslim tersebut mampu menemukan persamaan dengan solusi tunggal atau ganda melalui persamaan polinomial berderajat tiga.

2. Omar Khayyam

Khayyam dalam bahasa Arab berarti pembuat tenda, nama tersebut disematkan pada Omar Khayyam sebab ia berasal dari keluarga yang berprofesi sebagai pembuat tenda. Omar Khayyam merupakan

---

[49] *Loc.cit.* h.191.

seorang ahli matematika, astronomer, dan filusuf.[50] Namun kemampuannya dalam bersyair membuat Omar Khayyam juga dikenal sebagai seorang penyair dengan salah satu karyanya yang termasyhur berjudul *Rubaiyat.* Omar Khayyam lahir pada tahun 1048 M di kota Naishapur Persia (sekarang: Iran),[51] kota dimana ia juga menutup usianya pada tahun 1123. Ia memiliki nama lengkap Ghiyat al-Din Abu'l-Fath Omar *ibn* Ibrahim al-Nisaburi al-Khayyami.[52]

Omar Khayyam dikenal sebagai pemuda yang luar biasa cerdas. Dalam usianya yang belum genap 25 tahun, ia telah mampu menulis banyak buku tentang aritmatika, aljabar, dan musik.[53] O'Connor dan Robertson menyatakan bahwa Omar Khayyam adalah orang pertama yang menemukan teori umum dari persamaan berderajat tiga. Omar Khayyam mengembangkan persamaan aljabar polinomial berderajat tiga dan menyatakan bahwa suatu persamaan berderajat tiga dapat memiliki lebih dari solusi/penyelesaian. Ia mampu menunjukkan bagaimana sebuah persamaan berderajat tiga memiliki dua solusi, namun masih gagal menunjukkan persamaan berderajat tiga memiliki tiga solusi sekaligus. Dalam bukunya yang berjudul *Risala fi'l-barahin 'ala masa'il*

---

[50]R.C. Archibald .1953. Notes on Omar Khayyam (1050-1122) and Recent Discoveries. *PI MU Epsilon Journal*, vol.1, no.9. h.351.
[51]David Godden. 2011. Edward Fitzgerald and Omar Khayyam. *Humanism Ireland*, no.116. h.18.
[52]Robert Green. 2002. Omar Khayyam : Much More than a Poet. *Montgomery College Student Journal of Science and Mathematiccs*, vol.1. tanpa halaman.
[53]*Ibid.*

al-Jabr wa'l-Muqabala,[54] ia memperkenalkan lebih dari dua puluh jenis persamaan kubik[55] dan memberikan dua cara alternatif dalam menyelesaikan suatu persamaan berderajat tiga:[56] *Pertama*, menggunakan pendekatan geometri melalui belahan kerucut. Ia menentukan penyelesaian persamaan kubik melalui titik potong sebuah parabola yang dipotong oleh sebuah lingkaran.[57] Karya Omar Khayyam ini selanjutnya pada abak XVII menginspirasi Rene Descartes dalam merelasikan geometri dan aljabar; dan *Kedua*, memperkirakan kemungkinan solusi melalui metode Horner.

Omar Khayyam membagi persamaan menjadi dua, yakni persamaan sederhana (persamaan binomial): (1) $a = x$; (2) $a = x^2$; (3) $a = x^3$; (4) $bx = x^2$; (5) $cx^2 = x^3$; (6) $bx = x^3$; dan persamaan gabungan (persamaan trinomial: (7) $x^2 + bx = a$; (8) $x^2 + a = bx$; (9) $bx + a = x^2$; persamaan kubik trinomial yang dikurangi dengan persamaan kuadrat: (10) $x^3 + cx^2 = bx$; (11) $x^3 + bx = cx^2$; (12) $cx^2 + bx = x^3$; persamaan kubik trinomial: (13) $x^3 + bx = a$; (14) $x^3 + a = bx$; (15) $bx + a = x^3$; (16) $x^3 + cx^2 = a$; (17) $x^3 + a = cx^2$; (18) $cx^2 + a = x^3$; persamaan tetranomial yang ditambahkan dengan

---

[54]Jeffry A. Oaks. 2011. Al-Khayyam's Scientific Revision of Algebra. *Suhayl*, no.10. h.48.
[55]Luke Hodgkin. 2005. *A History of Mathematics*. Oxford University Press : New York. h.116.
[56]Victor J. Katz. 2006. Stages in the History of Algebra with Implications for Teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 66. h.192.
[57]Robert Green. 2002. Omar Khayyam : Much More than a Poet. *Montgomery College Student Journal of Science and Mathematiccs,* vol.1. tanpa halaman.

term ketiga sama dengan *term* keempat: (19) $x^3 + cx^2 + bx = a$; (20) $x^3 + cx^2 + a = bx$; (21) $x^3 + bx + a = cx^2$; (22) $cx^2 + bx + a = x^3$; serta persamaan tetranomial yang ditambahkan dengan dua *term* sama dengan dua *term* yang lain: (23) $x^3 + cx^2 = bx + a$; (24) $x^3 + bx = cx^2 + a$; dan (25) $x^3 + a = cx^2 + bx$.

Metode penyelesaian yang dijelaskan oleh Omar Khayyam jika dideskripsikan dalam aljabar modern, maka dapat dituliskan sebagai berikut: misalkan persamaan pangkat tiga yang diambil adalah $x^3 + px = q$, untuk setiap $p, q > 0$. Dengan mendefinisikan suatu persamaan parabola $y = (p)^{-1/2}x^2$ dan mengalikan persamaan kubik $x^3 + px = q$ dengan suatu variable *x*, maka persamaan tersebut menjadi $x^4 + px^2 = qx$. Jika fungsi parabola tersebut dirubah menjadi fungsi $x^2 = y(p)^{1/2}$, kemudian bentuk fungsi tersebut disubstitusikan dalam persamaan $x^4 + px^2 = qx$, maka akan didapatkan persamaan $py^2 + px^2 = qx$. Apabila persamaan tersbut kemudian difaktorkan menjadi $\left(x - \frac{q}{2p}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{q}{2p}\right)^2$, maka didapatkan suatu persamaan lingkaran yang berpusat di titik $\left(\frac{q}{2p}, 0\right)$ dan radiannya $\frac{q}{2p}$. Akhirnya, akar positif dari persamaan kubik tersebut adalah koordinat titik *x* dari titik potong lingkaran tersebut, yakni: $\frac{q}{2p}$.

Usaha Omar Khayyam dalam mengembangkan aljabar polinomial berikutnya dilanjutkan oleh Sharaf al-Din al-Tusi atau yang lebih akrab dikenal dengan nama al-Tusi. Al-Tusi mencoba menemukan kondisi-kondisi kapan suatu persamaan pangkat tiga memiliki penyelesaian atau tidak.

3. Al-Tusi

Satu lagi ilmuwan matematika yang menemukan konsep persamaan aljabar polinom, yakni Sharaf al-Din al-Tusi. Dari namanya, dapat diketahui bahwa al-Tusi terlahir di Kota Tus, Persia.[58] Sama halnya dengan Omar Khayyam, al-Tusi juga memusatkan kajian aljabarnya pada persamaan berderajat tiga berbentuk $x^3 + d = bx^2$. Al-Tusi mengawali konsepnya dengan meletakkan persamaan berderajat tiga dalam bentuk $x^2(b - x) = d$.

Suatu penyelesaian persamaan menurutnya bergantung pada fungsi pada ruas sebelah kirinya (apakah mencapai harga d atau tidak). Untuk menentukannya, harus dicari terlebih dahulu nilai maksimum dari fungsi tersebut. Al-Tusi menyatakan bahwa suatu fungsi akan mencapai nilai maksimumnya ketika nilai $x = \frac{2b}{3}$ (dalam bukunya, al-Tusi tidak menjelaskan bagaimana ia dapat menemukan nilai $x = \frac{2b}{3}$). Suatu

[58] *Ibid.*

persamaan yang nilai x-nya kurang dari *d*, dapat dipastikan tidak memiliki penyelesaian positif. Jika nilai *x*-nya sama dengan *d*, maka fungsi tersebut memiliki satu penyelesaian, dan suatu fungsi yang didapati nilai *x*-nya lebih dari *d*, fungsi tersebut memiliki dua penyelesaian, dimana satu penyelesaian berada dalam interval 0 dan $\frac{2b}{3}$ dan satu yang lainnya di antara $\frac{2b}{3}$ dan *b*.

Kekurangan dari apa yang telah dilakukan al-Tusi adalah ia tidak menuliskan dalam bukunya mengapa syarat-syarat tersebut dapat ditemukannya. Juga sangat disayangkan lagi, sesudah al-Tusi tidak ada cendekiawan muslim yang berkeinginan untuk menemukan alasannya hingga saat ini. Salah satu kemungkinan sebab terjadinya hal tersebut adalah karena al-Tusi sama sekali tidak menggunakan simbol dalam menuliskan teorinya. Padahal suatu persamaan polinomial akan sangat sulit dipelajari apabila tidak ada simbol yang digunakan dalam menyatakan persamaan yang dimaksudkan.

Demikian teori-teori aljabar yang ditemukan oleh al-Khawarizmi, Omar Khayyam, dan al-Tusi sebagai bukti keikutsertaan cendekiawan muslim dalam perkembangan matematika. Apa yang mereka temukan merupakan salah satu pijakan bagi perkembangan matematika modern, khususnya aljabar modern (aljabar abstrak) yang kita kenal pada saat ini. Namun sayangnya perkembangan matematika menuju aljabar abstrak tidak lagi dipelopori oleh cendekiawan muslim, akan tetapi oleh orang-orang Eropa yang banyak mengadopsi ilmu-ilmu aljabar dari cendekiawan muslim di tanah Arab. Hal ini menandai awal dari berkembangnya matematika di Eropa dan sebaliknya kemunduran (tidak berkembangnya) matematika di negara-negara Islam, khususnya di Timur Tengah.

4. Mengalirnya Matematika Hasil Peradaban Islam ke Eropa

Seiring dengan semakin meluasnya daerah kekuasaan Islam di berbagai penjuru dunia, membuat matematika semakin berkembang di tangan cendekiawan muslim. Namun semenjak abad XI, umat Islam mendapatkan serangan dari berbagai sudut oleh pihak-pihak yang ingin merebut kembali daerah-daerah kekuasaannya.[59] Di sebelah Timur Laut Tengah, umat Islam mendapatkan serangan dari tentara Salib dalam kurun waktu dua abad. Di Andalusia, umat Islam diusir oleh umat Kristen di bawah pimpinan Ferdinan I. Di wilayah Timur, kekuasaan khalifah Abbasiyah direbut oleh sultan Buwaihi dan kemudian oleh Bani Saljuk. Kemunduran Islam pun semakin lengkap seiring dengan datangnya *Hulago*[60] yang menyapu bersih Baghdad dari daratan bumi.

---

[59]Musyrifah Sunanto. 2011. *Sejarah Islam Klasik : Perkembangan Ilmu Pengetahuan Islam.* Kencana : Jakarta. h.222.

[60]Hulago merupakan bangsa Mongol yang menghancurkan Baghdad pada masa pemerintahan khalifah Abbasiyah.

Kota Toledo merupakan kota di Andalusia yang pertama kali direbut oleh umat Kristen pada tahun 1085 M.[61] Akibat dari perebutan kekuasaan tersebut ilmuwan-ilmuwan matematika beserta pusat sekolah tinggi dan pusat ilmu pengetahuan seperti matematika beserta segala isinya yang terdiri dari perpustakaan jatuh ke tangan Kristen di bawah pimpinan Raja Alfonso dan Castillia. Namun, kedua raja tersebut ternyata belum mengerti Bahasa Arab, sehingga mereka tidak dapat mempergunakan berbagai peninggalan kaum muslim termasuk buku-buku matematika yang ditulis dalam bahasa Arab.

Penduduk asli Andalusia yang menjadi intelektual, guru, dan ahli matematika kemudian ditugaskan untuk tetap menjalankan tugasnya, dengan catatan mereka harus berpindah keyakinan menjadi Kristiani. Mereka dibebani untuk menerjemahkan buku-buku matematika dan buku-buku pengetahuan hasil peninggalan peradaban Islam yang lainnya dalam bahasa yang dapat dipahami oleh orang-orang Eropa. Guru-guru asli yang berdiam di Andalusia diperintahkan untuk tetap menjalankan kewajibannya mengajar di sekolah-sekolah dan perguruan tinggi. Melalui jalan inilah berbondong-bondong masyarakat Eropa datang ke Baghdad untuk dapat belajar berbagai ilmu di sana.[62]

---

[61] *Ibid.* h.223.
[62] *Ibid.* h.225.

Untuk lebih mempermudah penyerapan ilmu-ilmu pengetahuan (khususnya matematika) dari umat Islam, di Toledo didirikan Sekolah Tinggi Terjemah. Penerjemah-penerjemah yang berasal dari Baghdad akhirnya banyak yang dipindahkan ke Toledo untuk membantu melancarkan apa yang telah direncanakan. Penerjemahan buku matematika ke dalam bahasa Latin dipimpin oleh Gerard Cremona.[63] Buku-buku matematika yang diterjemahkan merupakan sisa dari peristiwa pembakaran perpustakaan Kordova yang menyimpan banyak buku pengetahuan hasil temuan cendekiawan muslim oleh umat Kristen. Demikianlah upaya-upaya yang dilakukan oleh bangsa Eropa, sehingga Toledo dijadikan sebagai pusat perkembangan ilmu pengetahuan yang berasal dari umat Islam ke Eropa.

Teori aljabar yang ditemukan oleh cendekiawan muslim mulai ditransmisikan ke Eropa pada abad XI dan XII. Banyak jalan yang membuat aljabar sampai ke Eropa, dimana salah satunya melalui usaha Leonardo Pisano (Fibonacci) dan Abraham bar Hiyya yang memimpin penerjemahan buku yang ditulis oleh al-Khawarizmi, bersama dengan rekannya yang lain, yakni Robert Chester dan Gerard Cremona.[64]

---

[63]*Ibid.* h.226.
[64]Victor J. Katz. 2006. Stages in the History of Algebra with Implications for Teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 66. h.193.

Sementara itu, penyerangan yang dipimpin oleh Frederick II pada akhirnya mendapatkan kemenangan pada tahun 1220 M.[65] Frederick kemudian mendirikan sebuah Universitas pertama di Eropa pada tahun 1224 M, yang dinamainya Universitas Napels. Beberapa buku matematika peninggalan kebudayaan Islam yang telah diterjemahkan ke dalam bahasa Latin kemudian dijadikan sebagai daftar pelajaran di Universitas tersebut.

Dengan masuknya ilmu pengetahuan hasil cendekiawan Muslim di Universitas Napels, Eropa mengalami masa *renaissance.*[66] Ditambah lagi dengan hadirnya alumnus pertama asal Eropa yang belajar di Perguruan Tinggi Toledo bernama Abelard Bath yang kemudian menjadi ahli matematika Inggris. Ia membawa pengaruh Toledo ke Inggris dengan mendirikan Universitas Oxford dan Universitas Cambridge di sana.[67] Universitas Oxford dan Universitas Cambridge selanjutnya berkembang pesat menjadi perguruan tinggi yang begitu maju seperti saat ini.

Sementara di Timur Tengah yang menjadi wilayah bermukimnya sebagian besar umat Islam, matematika mengalami kemunduran di sana. Sejak perang salib, pembakaran perpustakaan Kordova, dan perebutan

---

[65]*Loc.cit.* h.231.
[66]*Renaissance* Eropa merupakan masa perubahan cara berpikir, bekerja, dan kesungguhan dalam melakukan riset dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan di Eropa.
[67]*Ibid.* h.232.

kekuasaan oleh Eropa, negara Islam menjadi tertinggal dalam hal ilmu pengetahuan. Akibatnya, kebodohan melanda Timur Tengah dan kemiskinan pun tidak dapat dihindari.[68] Kemiskinan yang terjadi menyebabkan Timur Tengah tidak dapat memberikan fasilitas yang terbaik untuk mendukung riset pengembangan ilmu pengetahuan layaknya di Eropa.

Pada abad ke-18, negara-negara Islam mulai bangkit dari keterpurukannya setelah Mesir dikuasai bangsa Barat.[69] Umat Islam mulai sadar bahwa Eropa telah memulai peradaban barunya guna menyambut modernisasi. Berawal dari peristiwa tersebut, negara Islam mulai membuka kontak dengan negara-negara Barat. Ide-ide baru yang ada di Eropa mulai diadopsi. Namun liberalisme yang dianut oleh Barat mulai menimbulkan kekhawatiran akan rusaknya akidah umat, sehingga akses ilmu pengetahuan dibatasi dalam ruang tertentu. Eropa merupakan negara Barat yang menjunjung tinggi kebebasan individual, dimana setiap orang berhak melakukan apapun sesuai dengan keinginannya.[70] Islam dan umat Islam dibidik oleh liberalisme Barat, sebab Islam memiliki potensi sumber daya manusia dan sumber daya alamnya yang melimpah, serta memiliki potensi ideologis yang jika semua potensi ini

---

[68]Makhmud Syafe'i. 2010. *Perkembangan Modern Dunia Islam*. Yasindo Multi Aspek dan Value Press Bandang : Subang. Tanpa Halaman.
[69]*Ibid.*
[70]Emma Lucya Fitrianty. 2012. *Liberalisme Mengancam Keluarga Muslim*. (http://muslimdaily.net/opini/opini-17/liberalisme-mengancam-keluarga-muslim.html#.UdwgGNgrkyo. Diakses pada 9 Juli 2013).

disatukan akan mampu menandingi sistem peradaban Barat.[71] Hal itulah yang menyebabkan matematika di negara-negara Islam khususnya Timur Tengah kurang berkembang jika dibandingkan dengan negara-negara lain di Eropa.

Berdasarkan runtutan *historical view* perkembangan matematika, khususnya aljabar di negara-negara Islam, dapat diketahui bahwa matematika menjadi kurang berkembang setelah kurang lebih 3 abad berjaya disebabkan oleh: (1) peristiwa terbakarnya perpustakaan Kordova yang menjadi tempat diletakkannya hasil pemikiran cendekiawan-cendekiawan muslim dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan, termasuk matematika. Sementara buku-buku yang ada belum sempat dikopi atau diperbanyak. Sehingga, generasi muslim tidak memiliki pedoman dalam mengembangkan matematika; (2) kemiskinan yang terjadi setelah peperangan umat Islam dan Kristen, sehingga negara tidak sanggup memberikan fasilitas kepada warga negaranya untuk melakukan riset-riset yang dapat membantu perkembangan matematika; dan (3) kekhawatiran umat Islam akan terkontaminasi dengan aliran liberal jika terlalu sering mengadakan kontak dengan bangsa Barat. Padahal dengan banyak melakukan kontak sosial dalam bidang akademik akan dapat meningkatkan motivasi untuk bersaing mengembangkan matematika.

[71]*Ibid.*

Akibat kurang berkembangnya matematika di negara Islam khususnya di Timur Tengah, kiranya perlu dilakukan suatu upaya untuk mengembalikan kembali masa keemasan Islam seperti pada masa al-Khawarizmi. Upaya awal yakni dengan mengambil pelajaran apa yang telah terjadi berdasarkan tinjauan sejarah dan kemudian melakukan *real action*-nya. Penulis dalam hal ini akan membahas peletakan *genetic moment* sejarah dalam aktivitas pembelajaran matematika untuk menunjukkan langkah nyata mencapai keinginan tersebut, dengan terlebih dahulu mengkaji penyebab kejayaan matematika di Eropa pada saat ini.

B. Perkembangan Matematika di Eropa

Pada abad V hingga XI Eropa Barat mengalami masa kegelapan dalam hal ilmu pengetahuan, termasuk matematika. Kegelapan yang terjadi dikarenakan banyaknya negara-negara di Eropa Timur yang dikuasai oleh Islam sejak diutusnya Muhammad menjadi nabi dan rasul di muka bumi. Masa kegelapan ilmu pengetahuan menjadikan Eropa Barat tertimpa kebodohan. Tidak ada lagi ilmuwan penyelamat ilmu pengetahuan, kecuali hanya pendeta-pendeta umat kristiani.[72]

---

[72]Mc Graw Hill. 2006. *The History of Mathematics : an Introduction*. A division of the Mc Graw Hill companies : United States of America. h.271.

Pada abad XI umat Kristiani yang berasal dari Eropa mencoba keluar dari kemelut kegelapannya dengan merebut kembali wilayah-wilayah bagian Eropa yang telah dikuasi oleh umat Islam. Setelah wilayah-wilayah tersebut dapat ditaklukkan, bangsa Eropa mulai melakukan penerjemahan buku-buku matematika berbahasa Arab yang ditulis oleh cendekiawan muslim dalam bahasa Latin. Penerjemahan dilakukan di bawah pimpinan Gerard Cremona dengan mempekerjakan guru, sarjana, dan penduduk asli Arab. Seiring dengan adanya penerjemahan buku-buku matematika Islam, warga negara Eropa banyak berdatangan ke sekolah-sekolah di Baghdad untuk mempelajari matematika yang telah dikembangkan oleh ilmuwan muslim di sana.

Meski bangsa Eropa sadar bahwa mereka telah menerjemahkan buku-buku matematika hasil pemikiran cendekiawan muslim, namun mereka berpendapat bahwa cendekiawan muslim tidak memberikan kontribusi secara nyata terhadap perkembangan matematika.[73] Menurut bangsa Eropa, cendekiawan muslim hanya mengambil apa yang telah ditulis oleh umat Hindu pada abad-abad sebelumnya. Masyarakat Eropa menyebutkan bahwa Umat Hindu telah mengembangkan beberapa obyek kajian yang juga dikembangkan oleh umat Islam seperti sistem bilangan dan aritmatika.

Pada Abad XII, terjemahan buku-buku matematika dari Arab sampai di Eropa. Sampainya buku-buku matematika di tanah Eropa mengiringi jatuhnya perkembangan matematika cendekiawan muslim. Eropa benar-benar

[73]*Ibid.* h.276.

berada dalam puncak kejayaannya pada masa *renaissance,* yakni pada abad XIV. *Renaissance* Eropa pertama kali terjadi di Italia. *Renaissance* Eropa berarti lahirnya kembali ilmuwan-ilmuwan[74] dalam bidang ilmu pengetahuan, kesusasteraan dan seni, serta penghormatannya pada budaya klasik, atau disebut juga dengan masa transisi dari kebudayaan feudalis dan gerejawi menuju budaya sekular dan nasionalis.[75]

Terdapat dua alasan mengapa Italia menjadi negara Eropa yang pertama kali mengalami *Renaissance*. Kedua alasan itu adalah:[76] (1) Italia merupakan satu-satunya negara yang tidak mengalami dampak buruk akibat peperangan melawan umat Islam; dan (2) perekonomian negara Italia tidak terhubung langsung dengan negara-negara lain yang pada abad pertengahan dikuasai oleh umat Islam, sehingga dapat dikatakan bahwa perekonomian Italia tetap stabil. Dengan adanya dua alasan tersebut, maka Italia dapat menjadi tempat berkembangnya ilmu pengetahuan sekaligus memberikan dukungan finansial kepada ilmuwan-ilmuwan yang ingin mengembangkan ilmu pengetahuan bagi Eropa.

Renaissance di Eropa terjadi karena adanya dua faktor. Kedua faktor tersebut yakni:[77] (1) jatuhnya konstantinopel di tangan Turki pada tahun 1453; dan (2) ditemukannya mesin cetak tipe metalik oleh Johann Gutenberg

---

[74]Mc Graw Hill. 2006. *The History of Mathematics : an Introduction*. A division of the Mc Graw Hill companies : United States of America. h.304.
[75]*Ibid*. h.305.
[76]*Ibid.*
[77]*Ibid.*

pada tahun 1450, sehingga penggandaan buku teks yang berisi bahan belajar dapat semakin mudah dilakukan. Situasi dan kondisi yang menguntungkan itu mendesak bangsa Eropa untuk melahirkan kembali bibit-bibit ilmu pengetahuan yang sebelumnya dikuasai oleh umat Islam di tanah Eropa.

Sejak *Renaissance* Eropa terjadi, riset ilmu pengetahuan menjadi suatu kewajiban yang harus dilakukan oleh warga negarnya agar dapat dijadikan aset bagi generasi selanjutnya dalam menempuh kehidupan di masa mendatang.[78] Setiap warga negara Eropa mendapatkan kesempatan yang sama untuk melakukan suatu penelitian dalam upaya mengembangkan ilmu pengetahuan[79] termasuk matematika.

Dalam rangka mewujudkan impian tersebut, Eropa menyediakan perpustakaan yang berisikan banyak ilmu pengetahuan[80] guna menunjang riset yang akan dilakukan oleh warga negaranya. Eropa juga menyediakan MRI *scanner* (sejenis *social network*) yang dapat digunakan untuk melihat berbagai pengetahuan baru yang muncul di berbagai belahan dunia.[81] Dalam hal edukasi, Eropa memberikan pelatihan pendidikan yang berkualitas bagi warga negaranya agar dapat berpartisipasi dalam berbagai bidang penelitian dan pengembangan teknologi.[82] Melihat kesungguhan dari bangsa Eropa

[78]European Commission. 2009. *European Research Area : Preparing Europe for a New Renaissance*. European Community : Belgium. h.6.
[79]*Ibid.* h.7.
[80]*Ibid.* h.8.
[81]*Ibid.*
[82]*Ibid.* h.9.

untuk mengembangkan ilmu pengetahuan, maka wajar jika Eropa pada saat ini menjadi kiblat ilmu pengetahuan, termasuk matematika.

Salah satu ilmuwan matematika asal Eropa yang termasyhur namnya adalah Leonardo Pisano (1180)[83] atau yang lebih dikenal dengan Fibonacci.[84] Leonardo Pisano merupakan ilmuwan yang memproklamirkan dirinya sebagai orang yang pertama kali mengembangkan aljabar di Eropa setelah sekian lama matematika berkembang pesat di Timur Tengah. Dalam bukunya, Fibonacci menuliskan bilangan Hindu-Arab, penyelesaian persamaan aljabar, kegunaan bilangan negatif, dan memperkenalkan simbol pecahan dalam bentuk bar $\frac{a}{b}$. Selebihnya, Fibonacci begitu dikenal sebagai orang yang memperkenalkan pola bilangan Fibonacci melalui kasus perkembangbiakan kelinci milik ayahnya.

Pada tahun 1323, Nicole Oresme (ahli matematika asal Perancis) yang pada saat itu mengajar di Universitas Paris, juga memiliki andil besar dalam perkembangan aljabar, utamanya dalam memperkenalkan fungsi eksponen dan aturan dalam menyelesaikannya.[85] Selain berperan dalam perkembangan aljabar, Oresme juga menunjukkan keterkaitan antara kecepatan dan waktu dalam suatu grafik, dimana keterkaitan tersebut menunjukkan gambaran geometris suatu fungsi aljabar.

---

[83]Mc Graw Hill. 2006. *The History of Mathematics : an Introduction*. A division of the Mc Graw Hill companies : United States of America. h.280.
[84]Fibonacci merupakan singkatan dari Fillius Bonaccio, yang berarti anak dari Bonaccio.
[85]David dan Elise Price. 2012. *Renaissance Math.* Artikel disampaikan dalam konferensi AMAYTC pada 8 November 2012 di Tarrant County SE. h.2.

Pada tahun 1460, ahli matematika Italia mulai mengembangkan simbol operasi aljabar seperti *p* dan *m* untuk menyatakan *plus* dan *minus* yang kemudian dikembangkan oleh ilmuwan Jerman (Johann Widman)[86] menjadi (+) untuk *plus* dan (-) untuk *minus.*[87] Adapun persamaan aljabar yang pada umumnya diselesaikan oleh ilmuwan matematika di Italia adalah persamaan berderajat tiga dan empat. Teknik penyelesaian yang mereka gunakan hampir sama dengan teknik penyelesaian persamaan yang ditemukan oleh al-Khawarizmi pada abad IX.

Pada abad XVIII, Lagrange mencoba untuk menemukan kekurangan teknik penyelesaian persamaan pangkat tiga dan pangkat empat yang pernah dikemukakan oleh Fibonacci. Menurut Lagrange, penyelesaian dari Fibonacci tidak dapat digunakan pada persamaan berderajat lima dan seterusnya. Untuk menutup kekurangan dari Fibonacci, Lagrange memperkenalkan gagasan permutasi untuk menemukan solusinya.[88] Ide Lagrange kemudian pada abad ke-19 dilanjutkan oleh Abel. Abel menyimpulkan bahwa suatu persamaan berderajat lima tidak memiliki solusi aljabar secara umum.[89]

Sesudah Abel, muncullah Galois yang mengembangkan suatu metode untuk menemukan syarat kondisi suatu persamaan polinomial agar dapat diselesaikan. Metode Galois disebut dengan metode grup. Dengan

---

[86]*Ibid.*
[87]Mc Graw Hill. 2006. *The History of Mathematics : an Introduction*. A division of the Mc Graw Hill companies : United States of America. h.317.
[88]Victor J. Katz. 2006. Stages in the History of Algebra with Implications for Teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 66. h.196.
[89]*Ibid.*

ditemukannya metode grup oleh Galois, maka aljabar mulai keluar dari jalurnya yang berusaha menemukan penyelesaian suatu persamaan, dan lebih berkonsentrasi dalam mencari struktur umum dalam berbagai objek matematika, dimana objek itu dinamakan dengan tetapan aksioma.[90]

Dalam tulisan ini akan dibahas tiga ilmuwan matematika yang memiliki keterkaitan dengan persamaan aljabar yang dikembangkan oleh al-Khawarizmi, Omar Khayyam, dan al-Tusi, yakni Leonardo Pisano (Fibonacci), Nicolo Tartaglia dan Girolamo Cardano, serta Bombelli. Keempat ilmuwan spesialisasi aljabar asal Eropa tersebut mengembangkan persamaan aljabar dengan ciri khasnya masing-masing.

1. Leonardo Pisano

Leonardo Pisano dilahirkan di Pisa pada tahun 1175. Ia memiliki beberapa nama yang berbeda, di antaranya Leonardo Fibonacci (Fibonacci) dan Leonardo Bigollo[91]. Ia menjalani pendidikannya di Afrika Utara, dimana ayahnya dulu bekerja sebagai pegawai bea cukai. Seperti yang diketahui pada saat ini, nama Fibonacci banyak dikenal dalam sebuah pola bilangan yakni 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, … dst. Bilangan tersebut dikenal dengan nama bilangan Fibonacci.

---

[90] *Ibid.* h.197
[91] Dalam dialek Tuscan, Bigollo berarti pelupa atau orang bodoh.

Sumber inspirasi pola bilangan 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, … dari Fibonacci adalah kelinci milik ayahnya. Ketika Fibonacci sedang melihat kelinci sedang bermain di halaman rumahnya, ia berpikir bahwa jika seekor kelinci betina melahirkan sepasang kelinci, maka jumlah kelinci yang dimiliki ayahnya akan menjadi tiga ekor. Apabila seekor dari salah satu kelinci tersebut kembali melahirkan sepasang kelinci, sedangkan pasangan yang lainnya hanya melahirkan seekor kelinci, maka jumlah induk dan keturunannya menjadi lima ekor (induk pertama tidak diikutsertakan dalam penjumlahan). Begitu pula seterusnya apabila dua dari tiga ekor kelinci tersebut melahirkan sepasang kelinci, sedangkan satu yang lain hanya melahirkan seekor kelinci. Maka jumlah keluarga kecil kelinci tersebut akan berjumlah delapan ekor kelinci, dan seterusnya. Dari pengamatannya tersebut, maka terbenuk suatu pola bilangan yang saat ini dikenal dengan pola bilangan Fibonacci.

Ketika Fibonacci masih muda, ia banyak melakukan ekspedisi ke negara-negara di berbagai belahan dunia. Tujuan dari ekspedisinya adalah mempelajari sistem aritmatika yang digunakan dalam perdagangan di negara-negara yang dikunjunginya, dan kemudian kembali ke Pisa (Italia) pada tahun 1202 untuk menuliskan hasil ekspedisinya pada sebuah buku yang berjudul *Algebra et Almuchabala* atau yang lebih dikenal dengan judul *Liber Abaci* (buku menghitung). Buku tersebut berisi tentang sistem bilangan Hindu-Arab.

Menurut Fibonacci, pada awalnya sistem bilangan berasal dari India, yakni pada kisaran abad ke-3. Sistem bilangan itu selanjutnya dibawa ke Baghdad pada abad ke-8 dan tiba di Eropa dengan dibawa oleh Moorish Spain. Asal keberadaan dari sistem bilangan itu membuat Fibonacci menyebut sistem bilangan yang dituisnya dengan nama sistem bilangan Hindu-Arab.[92]

Selain menulis buku tentang bilangan, pada tahun 1225 Fibonacci menulis buku aljabar yang berjudul *Liber Quadratorum* (buku mengenai persamaan kuadrat). *Liber Quadratorum* yang ditulisnya dipersembahkan secara khusus pada Kaisar Frederick II dan John Palermo yang telah banyak berjasa dalam mengasah kemampuannya dalam bidang matematika. Salah satu permasalahan yang diberikan oleh John Palermo pada Fibonacci adalah menentukan kuadrat suatu bilangan yang apabila ditambah atau dikurangi lima, maka masing-masing hasilnya adalah $(49/12)^2$ dan $(31/12)^2$.[93]

Dalam menentukan solusi dari permasalahan tersebut, Fibonacci masih menggunakan cara dan teknik yang tidak berbeda dengan solusi yang dituliskan oleh cendekiawan muslim. Fibonacci hanya mengkomunikasikan apa yang telah ada di zaman keemasan Islam dalam bahasa latin. Hal yang membuat berbeda adalah ketika cendekiawan

---

[92]Mc Graw Hill. 2006. *The History of Mathematics : an Introduction*. A division of the Mc Graw Hill companies : United States of America. h.281
[93]*Ibid.* h.282.

muslim masih menuliskan keseluruhan teori-teori aljabar dalam bentuk kata-kata tanpa ada simbol sama sekali, maka Fibonacci telah menggunakan singkatan-singkatan seperti *c* (*cossa*) untuk menyatakan sesuatu, *ce* (*censo*) untuk menyatakan kuadrat, *cu* (*cube*) untuk menyatakan pangkat tiga, dan *R* (*Radice*) untuk menyatakan akar dalam menjelaskan solusi persamaan aljabarnya.

Demikianlah kontribusi Leonardo Pisano (Fibonacci) dalam mengembangkan matematika, khususnya aljabar di Eropa. Meski ia tidak memiliki solusi persamaan aljabar yang berbeda dari cendekiawan muslim, namun Leonardo Pisano telah menyumbangkan pemikirannya dalam menyingkat suatu istilah untuk mempermudah menuliskan permasalahan aljabar. Penyingkatan tersebut yang selanjutnya dikembangkan oleh cendekiawan-cendekiawan Eropa dalam aljabar abstrak seperti pada saat ini.

2. Nicolo Tartaglia dan Girolamo Cardano

Nicolo Tartaglia merupakan ilmuwan aljabar yang lahir di Brescia, Italia bagian Utara pada tahun 1500 dan wafat pada tahun 1557. Tartaglia[94] memiliki nama asli Fontana. Nama Tartaglia diberikan karena ia pernah mendapatkan serangan pedang dari seseorang hingga mengenai

[94]Tartaglia berarti seseorang yang cara bicaranya gagap.

mulut dan wajahnya ketika usianya masih muda. Karena sabetan pedang tersebut cukup keras, akhirnya cara bicara Tartaglia menjadi gagap.

Tartaglia berasal dari keluarga yang sangat miskin. Ibunya adalah seorang janda. Namun dengan semangat yang sangat kuat, membuat ibunya terus mengumpulkan sedikit demi sedikit uang untuk membeli keperluan sehari-harinya agar tetap dapat memberikan pendidikan kepada putranya hingga dapat belajar menulis dan membaca. Namun ketika pembelajaran yang diikuti Tartaglia masih sampai pada pengenalan huruf K, ternyata uang pendidikan dari ibunya telah habis. Hal ini membuat Tartaglia tidak dapat lagi belajar pada ahli tulis tersebut. Namun karena keinginannya yang sangat besar untuk dapat membaca dan menulis, Tartaglia memutuskan untuk melakukan tindakan yang tidak patut untuk dilakukannya. Ia mencuri buku catatan dari gurunya untuk dipelajarinya secara otodidak. Adapun sebagai papan medianya dalam belajar, Tartaglia menggunakan batu nisan yang ada pada pemakaman umum di sekitar tempat tinggalnya.

Apa yang ia lakukan sejak kecil berlanjut hingga ia memasuki usia remajanya. Tartaglia melengkapi kemampuannya dalam bidang matematika berkat usaha belajarnya sendiri tanpa bantuan orang lain. Hingga pada akhirnya ia dipercaya untuk menjadi tenaga pengajar di Universitas Venis Italia.

Pada tahun 1530 Tartaglia menerima dua buah permasalahan dari salah seorang temannya. Permasalahan tersebut adalah sebagai berikut:[95] (1) temukan suatu bilangan yang pangkat tiganya jika ditambahkan dengan tiga kali kuadratnya sama dengan lima; dan (2) temukan tiga buah bilangan yang bilangan pertamanya adalah lebih banyak dua dari bilangan pertamanya dan bilangan ketiganya juga lebih banyak dua dari bilangan keduanya, sehingga hasil kali ketiga bilangan tersebut adalah 1000. Ia terus berusaha menemukan solusi dari kedua permasalahan di atas, sehingga pada tahun 1535 ia berhasil menemukan solusi tersebut. Namun sayangnya ia tidak ingin mempublikasikan hasilnya, hingga seorang pemuda bernama Girolamo Cardano berusaha meyakinkan Tartaglia agar ia bersedia menceritakan solusi yang ia temukan. Meski pada awalnya Tartaglia menolak, namun pada akhirnya usaha Cardano tersebut membuahkan hasil. Cardano diberikan izin untuk mempelajari metode penyelesaian dari Tartaglio, meski teks yang diberikan kepada Cardano adalah teks yang masih tidak jelas. Cardano berjanji dengan sungguh-sungguh bahwa ia tidak akan mempublikasikan hasil penemuan tersebut sebelum Tartaglia sendiri yang mempublikasikannya.

[95]Mc Graw Hill. 2006. *The History of Mathematics : an Introduction.* A division of the Mc Graw Hill companies : United States of America. h.321

Girolamo Cardano memiliki nama asli Hieronymus Cardano.[96] Ia juga dikenal dengan nama Jerome Cardas dalam versi Inggrisnya.[97] Cardano lahir pada tahun 1501 M dan tutup usia pada tahun 1576 M. Ayahnya bernama Fazio Cardano dan ibunya bernama Chiara Micheria. Fazio Cardano adalah seorang pengacara di Italia. Namun ia banyak mengetahui ilmu matematika, khususnya di bidang geometri. Hal ini disebabkan karena ia kerap melakukan diskusi seputar matematika dengan seorang pakar matematika di bidang geometri, yakni Leonardo da Vinci. Ketertarikannya pada matematika membuat Fazio dipercaya untuk mengajar geometri di Universitas Pavia dan Yayasan Pitti, Milan. Keahlian yang dimiliki oleh Fazio kemudian diturunkan kepada putranya, yakni Girolamo Cardano.

Girolamo Cardano merupakan seorang ahli aljabar yang menemukan solusi suatu persamaan polinomial berderajat dua, tiga, dan empat.[98] Metode penyelesaian yang digunakan oleh Cardano (penyelesaian Cardano ini diadopsi dari penyelesaian Tartaglio) dalam persamaan berderajat tiga $x^3 + cx = d$ adalah dengan mereduksi persamaan berderajat tiga tersebut dalam persamaan berderajat dua.[99] Reduksi tersebut dilakukan dengan cara memanipulasi variabel yang akan

---

[96]Steven G. Krantz. 2006. *An Episodic History of Mathematics*. St. Louis. h.124.
[97]*Ibid.*
[98]Pada sub ini, hanya akan dibahas mengenai persamaan aljabar berderajat tiga. Hal ini bertujuan untuk menyelaraskan perkembangan aljabar yang ditemukan antara Fibonacci dan Omar Khayyam serta al-Tusi.
[99]*Loc.cit*. h.136.

ditentukan penyelesaiannya menjadi u-v=x dan uv=(c/3)^3. Setelah terbentuk suatu persamaan kuadrat, penyelesaian persamaan dapat dilakukan dengan menggunakan metode yang telah dituliskan oleh al-Khawarizmi dalam bukunya.

Misalnya dalam menyelesaikan suatu persamaan $x^3 + 6x = 20$. Dengan terlebih dahulu memisalkan 2 menjadi uv (2 diperoleh dari 6/3), maka didapatkan persamaan baru sebagai berikut: $x^3 + 3(uv)x = 20$. Jika x dalam persamaan kemudian dimisalkan dengan $u - v$, maka persamaan menjadi: $(u-v)^3 + 3(uv)(u-v) = 20$. Apabila direduksi, maka akan dihasilkan suatu persamaan $u^3 - v^3 = 20$. Dari persamaan tersebut, dapat dituliskan persamaan $u^3 = 20 + v^3$. Sedangkan dari permisalan awal bahwa $uv = 2$, maka didapat $v = 2/u$ dan $v^3 = 8/u^3$. Jika nilai v^3 disubstitusikan ke $u^3 = 20 + v^3$, maka $u^3 = 20 + 8/u^3$. Ketika u^3 kemudian dimisalkan dengan $\propto$, maka persamaan menjadi $\propto = 20 + 8/\propto$. Dengan mengalikan persamaan dengan $\propto$ pada kedua ruasnya, akan didapatkan $\propto^2 = 20 \propto + 8$. Sehingga, $\propto^2 - 20 \propto - 8 = 0$. Apabila persamaan diselesaikan dengan menggunakan teknik penyelesaian al-Khawarizmi, maka akan didapatkan penyelesaian $\propto = u^3 = 10 \pm \sqrt{108}$. Dengan mensubstitusikan nilai $\propto$ dalam permisalan $u^3 - v^3 = 20$, maka akan didapatkan $v^3 = -10 \pm \sqrt{108}$. Sehingga, nilai $x = u - v =$

$\sqrt[3]{10+\sqrt{108}}-\sqrt[3]{-10+\sqrt{108}}$ atau $x = u - v = \sqrt[3]{10-\sqrt{108}} - \sqrt[3]{-10-\sqrt{108}}$.

Demikianlah hasil karya Tartaglia dan Cardano dalam perkembangan aljabar. Keduanya memberikan titik terang bahwa suatu persamaan kubik dapat ditentukan solusinya dengan cara mereduksi persamaan kubik menjadi persamaan kuadrat. Teknik reduksi tersebut dapat dijadikan sebagai salah satu inspirasi alternatif penyelesaian dalam mendapatkan solusi suatu persamaan aljabar dalam derajat yang lebih tinggi.

3. Rafael Bombelli

Rafael Bombelli dilahirkan pada tahun 1526 dan menutup usia pada tahun 1573. Bombelli merupakan putra dari seorang pedagang wol, sedangkan Bombelli sendiri adalah seorang insinyur dan arsitek, sehingga wajar apabila Bombelli tidak pernah menjalani studi formalnya untuk mempelajari matematika di perguruan tinggi. Tidak ada alasan yang menjelaskan mengapa ia berbuat demikian, namun Jayawardene menyatakan bahwa Bombelli adalah orang yang sangat gemar belajar[100], sehingga wajar apabila ia menjadi ahli aljabar tanpa harus menjalani studi formal. Hingga suatu saat ia diminta oleh salah seorang lulusan

[100]Roy Wagner. *The Geometry of the Unknown Bombelli's Algebra Linear.* h.231.

Universitas Roma untuk bekerja sama dalam menerjemahkan karya tulis dari Diophantus.

Bombelli berargumen bahwa orang sebelum dirinya yang benar-benar melakukan kajian terhadap aljabar dengan sangat dalam adalah Cardano. Hanya saja menurut Bombelli, Cardano tidak dapat menjelaskan teorinya dengan jelas.[101] Untuk menyempurnakan apa yang telah ditulis oleh Cardano dalam bukunya yang berjudul *Ars Magna*, Bombelli memutuskan untuk menulis sebuah buku risalat aljabar berjudul *L'Algebra* secara sistematis. Karyanya selesai pada tahun 1572 (satu tahun sebelum akhirnya ia meninggal dunia) dalam bentuk permasalahan abstrak.

Pada tahun 1560 Bombelli menjadi seorang ahli aljabar pertama yang dengan berani memproklamirkan bahwa suatu persamaan dengan akar negatif tetap memiliki penyelesaian. Kemampuan Bombelli dalam mengoperasikan bilangan imaginer, membantunya menunjukkan kelemahan dari formula aljabar dari Cardano yang hanya dapat menunjukkan penyelesaian dalam bentuk akar bilangan *real*. Bombelli mengasumsikan suatu bilangan imaginer sama seperti bilangan *real* pada umumnya dengan menunjukkan bahwa jumlah dari dua buah bilangan

[101]Mc Graw Hill. 2006. *The History of Mathematics : an Introduction*. A division of the Mc Graw Hill companies : United States of America. h.327.

imaginer dapat menghasilkan suatu bilangan *real*[102] ($a + bi = (a + i)^3$ dan $a - bi = (a - i)^3$, untuk a, b anggota bilangan real dan *i* bilangan imaginer $\sqrt{-1}$).

Misalnya dalam suatu persamaan kubik $x^3 = 15x + 4$. Dengan menggunakan metode penyelesaian Cardano dan Tartaglia, persamaan kubik tersebut akan menghasilkan nilai $u = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} = \sqrt[3]{2 + \sqrt{121}\sqrt{-1}}$ dan $v = \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}} = \sqrt[3]{2 - \sqrt{121}\sqrt{-1}}$ (*u* dan *v* merupakan bilangan kompleks yang mengandung bilangan imaginer $\sqrt{-1}$ dan bilangan real 2 serta $\sqrt{121}$). Sehingga akan didapatkan penyelesaian $x = u + v = \sqrt[3]{2 + \sqrt{121}\sqrt{-1}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{121}\sqrt{-1}}$. Berdasarkan teori Bombelli yang menyatakan bahwa $a + bi = (a + i)^3$ dan $a - bi = (a - i)^3$, maka diperoleh $x = u + v = \left(2 + \sqrt{-1}\right) + \left(2 - \sqrt{-1}\right)$ = 4.

Begitulah keberanian Bombelli dalam memperkenalkan akar negatif pada suatu persamaan aljabar yang oleh cendekiawan sebelumnya tidak pernah dilakukan, meski dalam bentuk yang sangat sederhana. Karena karyanya itu, saat ini biangan *imaginer* dikenal untuk melengkapi sistem bilangan kompleks yang terdiri dari bilangan *real* dan *imaginer*.

Demikian paparan mengenai empat cendekiawan muslim asal Eropa yang mengembangkan aljabar lebih lanjut dan tentunya lebih sempurna dari

[102] *Ibid.*

apa yang telah ditemukan oleh cendekiawan-cendekiawan sebelumnya. Dari keempat ilmuwan tersebut selanjutnya di Eropa terus bermunculan ahli aljabar baru seperti Emmy Noether (1882-1935) yang mulai mengembangkan aljabar abstrak tingkat analisis, yakni grup dan *ring.*

Melalui runtutan historis di atas dapat diketahui bahwa penyebab dari berkembangnya aljabar di Eropa adalah karena kesungguhan dari bangsa Eropa untuk benar-benar mengembangkan ilmu pengetahuan setelah *renaissance.* Kesungguhan tersebut kemudian semakin berkembang dengan adanya apresiasi dari pemerintah Eropa yang senantiasa memberikan dukungan kepada warga negaranya baik berupa dukungan moril, finansial, dan fasilitas untuk mengembangkan ilmu pengetahuan. Kedua faktor tersebut menjadi hal yang patut untuk dijadikan pelajaran bagi bangsa-bangsa lain khususnya umat Islam agar ilmu pengetahuan khususnya matematika menjadi berkembang dan kembali berjaya di tangan umat Islam.

C. Peletakan *Genetic Moment* Sejarah dalam Pembelajaran Matematika

Dalam suatu pembelajaran, konsep matematika pada umumnya disajikan kepada siswa dalam bentuk jadi dengan teknik dan aplikasi yang disajikan secara sistematis dan logis,[103] tanpa ada pengantar darimana dan mengapa konsep dapat ditemukan. Kultur pembelajaran yang demikian

[103]Bradshaw, Cartney, dan Mann. 2010. *Using History in Mathematics Teaching – Some Open Education Resources for the Future*. Artikel disajikan dalam Konferensi CETL-MSOR. h.23.

tentunya sangat disayangkan, sebab matematika merupakan subjek kajian yang memiliki sejarah panjang dan menakjubkan.

Sejarah matematika dan matematika merupakan satu kesatuan yang menunjukkan bentuk asli sebuah pengetahuan.[104] Matematika merupakan produk pegetahuan, sedangkan sejarah matematika merupakan asal terbentuknya pengetahuan matematika. Keduanya menunjukkan keterkaitan satu dengan lainnya, sehingga matematika dan sejarah matematika harus dapat disuguhkan dalam suatu pembelajaran yang menunjukkan perkembangan konsep-konsep matematika yang dipelajari.[105] Suatu pembelajaran matematika seharusnya dapat merangkum perjalanan sejarah didapatkanya suatu konsep, agar dapat diketahui bahwa matematika pada hakikatnya hidup, akan terus berubah, dan bukan sekedar bagian dari suatu hasil ketetapan.[106]

Dengan mempelajari sejarah matematika, maka sesorang akan dapat meningkatkan pengertian atau pemahaman yang mendalam dan lebih baik tentang masa lampau dan sekarang dalam relasinya dengan masa yang akan datang.[107] Pemberian pengetahuan akan sejarah matematika dapat meningkatkan kesadaran akan suatu dimensi yang paling mendasar dari

---

[104]Michael N. Fried. 2007. Didactic and History of Mathematics : Knowledge and Self Knowledge. *Educational Studies in Mathematics,* 66. h.203.
[105]Panasuk dan Horton. Tanpa tahun. Integrating History of Mathematics into Curriculum : What are the Chances and Constraints. *International Electronic Journal of Mathematics Education,* vol.7, no.1. h.4.
[106]*Ibid.*
[107]Erlina Wiyanarti. Tanpa tahun. *Model Pembelajaran Kontekstual dalam Pengembangan Pembelajaran Sejarah*. h.2.

keberadaan manusia, yakni kontinuitas.[108] Kontinuitas merupakan gerakan peralihan secara terus menerus dari masa lampau menuju masa kini dan masa depan.[109]

Pengetahuan sejarah matematika berperan dalam memaparkan perkembangan keterampilan berpikir matematika para ilmuwan. Sehingga pada akhirnya siswa dan pemikir matematika yang lain akan mendapatkan inspirasi dan hikmah dari kisah-kisah pendahulunya, sehingga mampu mendorong pola pikir rasional dan menghargai apa yang telah ditemukan oleh para ilmuwan yang mengembangkan berbagai bidang kajian matematika.

Dalam sebuah proses pembelajaran, sejarah matematika memegang peranan penting dalam membentuk pemahaman siswa bahwa konsep matematika bukan sebuah sistem pengetahuan yang tetap dan final, akan tetapi sebuah sistem yang akan terus berjalan dan berkaitan dengan cabang-cabang ilmu pengetahuan yang lain[110] seperti fisika, ekonomi, geometri, dan lainnya. Panasuk dan Horton menyebutkan bahwa terdapat tiga fungsi sejarah matematika dalam sebuah proses pembelajaran.[111] *Pertama*, dengan mempelajari sejarah matematika, siswa akan mendapatkan dasar dalam memperoleh pengetahuan yang beragam serta mendalam. *Kedua*, dengan

---

[108]*Ibid.* h.2-3.
[109]*Ibid.* h.3.
[110]Furinghetti, Somaglia, Tzanakis, dan Arcavi dalam Farmaki dan Paschos. 2007. Employing Genetic ‘Moments’ in the History of Mathematics in Classrooms Activities. *Educational Studies in Mathematics*, 66. h.84-85.
[111]Panasuk dan Horton. Tanpa tahun. Integrating History of Mathematics into Curriculum : What are the Chances and Constraints. *International Electronic Journal of Mathematics Education,* vol.7, no.1. h.3.

mempelajari sejarah matematika, siswa akan mendapatkan pengetahuan bagaimana dan mengapa konsep dasar matematika terus berkembang sepanjang waktu. *Ketiga*, dengan mempelajari sejarah matematika, akan dapat meningkatkan ketertarikan siswa dalam mempelajari matematika. Ketiga fungsi tersebut akan berjalan dengan optimum apabila guru dapat meletakkan dengan benar peristiwa-peristiwa dalam sejarah (*genetic moment*) terkait dengan konsep matematika yang sedang dipelajari dalam aktivitas pembelajaran.

Peletakan g*enetic moment* sejarah dalam aktivitas pembelajaran merupakan integrasi sejarah matematika ke dalam praktik pembelajaran menggunakan ide *genetic*, dengan menunjukkan langkah-langkah krusial dalam membangun berbagai konsep matematika.[112] Melalui peletakan *genetic moment* siswa tidak hanya dapat memberikan penghargaan pada para cedekiawan akan hadirnya ide-ide serta konsep matematika dan perkembangannya pada masa lalu. Namun juga yang tidak kalah penting, dapat menginspirasi guru utuk menciptakan serangkaian aktivitas pembelajaran dengan tujuan yang spesifik, yakni mendapatkan esensi atau pokok pemahaman matematika siswa.[113]

[112]Furinghetti & Somaglia dalam Vassiliki & Theodorus. 2007. Employing Genetic 'Moments' in the History of Mathematis in Classroom Activities. *Educational Studies in Mathematics,* 66. h.84.
[113]*Ibid.* h.104.

Terdapat dua tujuan dari upaya meletakkan *genetic moment* sejarah matematika dalam pembelajaran di kelas.[114] Kedua tujuan tersebut yakni untuk mengenalkan matematika lebih dalam kepada siswa, serta untuk merefleksikan kembali apa yang telah dikembangkan oleh cendekiawan matematika terdahulu dalam proses pembelajaran pada saat ini.

Dalam rangka menapai tujuan serta mengoptimumkan fungsi-fungsi peletakan *genetic moment* sejarah dalam pembelajaran matematika, maka seorang guru perlu mengetahui dan kemudian menerapkan tahapan-tahapan pembelajaran yang sesuai. Tahap-tahap tersebut adalah sebagai berikut:[115] (1) mengetahui sumber sejarah; (2) memilih topik sejarah yang sesuai; (3) menganalisis kebutuhan kelas; (4) merencanakan aktivitas kelas, dengan mempertimbangkan arti, tujuan, dan dasar aktivitas; (5) melaksanakan proyek yang telah direncanaan; dan (6) mengevaluasi hasil pelaksanaan proyek. Keenam langkah tersebut harus diperhatikan dengan baik agar pembelajaran yang meletakkan *genetic moment* di dalamnya dapat berjalan dengan baik.

Terdapat banyak cara yang dapat dilakukan oleh guru dalam meletakkan *genetic moment* sejarah matematika dalam pembelajaran,[116] tergantung pada gaya mengajar, keyakinan, dan pilihan mengenai topik

[114]Furinghetti. (1997). History of Mathematics, Mathematics Education, School Practice: Case Studies in Linking Different Domains. For the Learning of Mathematics, 17(1), 55 – 61. h.59.
[115]Furinghetti. 2000b. The long tradition of history in mathematics teaching. In V. Katz (Ed.), *Using history to teach mathematics: An international perspective*. Washington, DC: The Mathematical Association of America.
[116]Siu. 2000. Historical Support for Particular Subjects. In J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), *History in mathematics education: An ICMI book*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. h. 242.

sejarah yang ingin dimunculkan. Dalam membentuk pemahaman matematika siswa, Mc Cartney berpendapat bahwa *genetic moment* sejarah dalam pembelajaran matematika dapat diletakkan dalam dua tempat.[117] Kedua tempat itu diantaranya sebagai anekdot dan konteks materi pada modul pembelajaran. Sebagai anekdot, sejarah matematika bukan diartikan sebagai suatu bahan belajar yang dapat direndahkan seenaknya atau dijadikan bahan tertawaan seperti anekdot pada umumnya, akan tetapi sebagai media yang dapat menambah ketertarikan siswa dalam mempelajari matematika. Adapun sebagai konteks materi pada modul pembelajaran, sejarah matematika dapat direpresentasikan melaui urutan penemuan suatu konsep kuno sebelum munculnya konsep modern yang ada pada saat ini di dalam menyelesaikan suatu permasalahan matematika.

Pernyataan dari Mc Cartney tersebut kemudian dipertegas oleh Fried yang menyebutkan dua strategi penempatan sejarah matematika dalam suatu pembelajaran.[118] Kedua strategi tersebut yakni *the strategy of addition* (strategi tambahan) dan *the strategy of accommodation* (strategi akomodasi). Dalam strategi tambahan, sejarah matematika bukan dijadikan sebagai bahan utama materi ajar, akan tetapi dijadikan pendukung dalam pembelajaran matematika dalam bentuk cerita lucu (anekdot), biografi, dan lain sebagainya.

[117]Mark Mc Cartney. 2012. *History of Mathematics in the Higher Education Curriculum.* BSHM : Inggris. h.5.
[118]Michael N. Fried. 2008. History of Mathematics in Mathematics Education: a Saussurean Perspective. *The Montana Mathematics Enthusiast*, vol.5, no.2&3. h.186.

Penggunaan strategi tambahan ini misalnya sebagai motivasi awal sebelum memasuki materi atau sekedar sebagai pengetahuan baru bagi siswa mengenai penemu suatu konsep. Sedangkan strategi akomodasi merupakan suatu strategi yang menjadikan sejarah sebagai bahan utama materi ajar pembelajaran melalui uraian perkembangan matematika dalam satu penjelasan mengenai suatu teknik atau ide matematika. Dengan kata lain, strategi akomodasi merupakan bentuk organisir dari materi pembelajaran berdasarkan urutan skema sejarah. Dalam strategi akomodasi, konsep atau ide matematika ditunjukkan secara hirarkis berdasarkan urutan perkembangannya. Melalui identifikasi perkembangan suatu konsep yang sama dalam sistem representasi yang berbeda, siswa akan dapat mencapai tingkat pemahamannya yang lebih mendalam.[119]

Selanjutnya Fauvel mengemukakan gagasan bahwa sejarah matematika dapat berfungsi dalam dua dimensi yang berbeda, antara lain:[120] (1) sejarah matematika sebagai materi pembelajaran; (2) sejarah matematika sebagai konteks pengantar dan materi pembelajaran; dan (3) sejarah matematika sebagai sumber strategi pembelajaran. Dimensi sejarah pada bagian (2) dan (3) berperan dalam memberikan implikasi positif bagi

[119]Duval dan Even dalam Farmaki dan Paschos. 2007. Employing Genetic 'Moments' in the History of Mathematics in Classrooms Activities. *Educational Studies in Mathematics,* 66. h.104.
[120]Sumardyono. 2004. *Karakteristik Matematika dan Implikasinya terhadap Pembelajaran Matematika.* Pusat Pengembangan Penataran Guru Matematika : Yogyakarta. h.11.

perkembangan matematika sekolah, yakni memberikan pendidikan riset yang lebih mendalam terhadap materi pembelajaran dan proses pembelajaran.[121]

1. Sejarah Sebagai Konteks Pengantar Materi

Sebagai konteks pengantar pembelajaran, misalnya dalam materi persamaan fungsi aljabar, guru dapat menyajikan biografi Euler sebagai penemu lambang $f(x)$, fungsi alfa, beta, gamma, dan teknik penyelesaian faktor integrasi pada persamaan diferensial. Misalnya:[122]

Biografi Euler

Leonhard Euler yang terlahir di lahir di Basel, Swiss adalah kepala keluarga yang penyayang dan guru yang baik. Euler telah mulai menulis buku-buku ilmiah sejak usianya masih 18 tahun dan mengajar di Universitas Basel, St. Petersburg Academy of Science. Beberapa karyanya yang termasyhur adalah buku fisika yang berjudul Mechanica (1763-1737) dan buku Letters to a Princess of Germany (1768-1772).

Dalam bidang matematika, Euler memperkenalkan e sebagai bilangan dasar untuk logaritma asli/natural. Euler juga memperkenalkan lambang $f(x)$ untuk menyatakan fungsi x dalam suatu persamaan aljabar yang sebelumnya belum pernah diperkenalkan oleh ilmuwan lain. Pada tahun 1734, ia memperkenalkan fungsi alfa, beta, dan gamma, serta faktor integrasi untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial yang dikenal pada saat ini.

Biografi Euler di atas dapat memberikan informasi kepada pembaca tentang identitas, karya, serta kontribusi Euler dalam bidang matematika.

---

[121]Van Ameron dalam Sumardyono. 2004. *Karakteristik Matematika dan Implikasinya terhadap Pembelajaran Matematika.* Pusat Pengembangan Penataran Guru Matematika : Yogyakarta. h.11.
[122]Sumardyono. 2004. *Karakteristik Matematika dan Implikasinya terhadap Pembelajaran Matematika.* Pusat Pengembangan Penataran Guru Matematika : Yogyakarta. h.11.

2. Sejarah Sebagai Konteks Materi

Salah satu tokoh yang meletakkan *genetic moment* sejarah sebagai konteks dalam materi pembelajaran atau sebagai strategi akomodasi adalah Farmaki dan Paschos. Dalam penelitiannya, Farmaki dan Paschos meminta siswa untuk menyelesaikan satu permasalahan aljabar dengan menggunakan tiga solusi sekaligus, yakni: (1) pendekatan aljabar tradisional; (2) pendekatan fungsi; dan (3) pendekatan fungsi holistik yang ditemukan oleh Oresme. Melalui ketiga pendekatan tersebut, Farmaki dan Paschos dapat menunjukkan bahwa terdapat perkembangan solusi dalam menyelesaikan satu permasalahan aljabar, dimana pendekatan aljabar tradisional digunakannya untuk mewakili teknik penyelesaian aljabar pada zaman pra-modern, pendekatan fungsi mewakili teknik penyelesaian aljabar metode geometri pada zaman pra-modern, dan pendekatan fungsi holistik mewakili teknik penyelesaian aljabar metode geometri pada zaman modern. Selain itu, Farmaki dan Paschos juga ingin menunjukkan bahwa teknik penyelesaian dengan aljabar tradisional dapat mempermudah dalam menyelesaikan permasalahan aljabar dengan teknik penyelesaian modern.

Tujuan desain aktivitas pembelajaran yang dibuat oleh Farmaki dan Paschos dalam menggunakan ide *genetic* dalam pembelajaran matematika adalah untuk mengidentifikasi peristiwa sejarah terkait konsep aljabar yang terjadi selama abad XIV sebagai konsep dasar yang memuat fungsi dan grafik dan membangun kembali ide krusial aljabar dalam versi modern. Dari kedua tujuan tersebut, Farmaki dan Paschos menarik suatu benang merah yang mengaitkan antara fungsi aljabar dengan geometri, serta fungsi aljabar dengan konsep grafik kecepatan dan waktu pada fisika. Berdasarkan penelitian mereka pada 58 siswa pada usia 15 tahun tersebut, keduanya menyimpulkan bahwa dengan menggunakan model matematika yang sama, siswa dapat menyelesaikan permasalahan yang serupa melalui suatu transformasi penyelesaian dari masa ke masa.

Permasalahan yang diberikan oleh Farmaki dan Paschos adalah sebagai berikut:[123] "Seorang pengendara sepeda melakukan perjalanan dari kota 1 ke kota 2 dengan kecepatan rata-rata berkendara 24 km/jam. Ketika tiba di kota 2, tiba-tiba dia berputar dan kembali berkenadara menuju kota 1 dengan kecepatan rata-rata 18 km/jam. Berapa lama waktu yang dibutuhkan oleh pengendara pada masing-masing arah, jika total waktu berkendara adalah 7 jam?". Permasalahan tersebut dapat diselesaikan dalam tiga penyelesaian sebagai berikut:[124]

[123]Disebutkan di Yerushalmy dan Gerald dalam Farmaki, Klaudatos, dan Paschos. Tanpa tahun. *Integrating the History of Mathematics in Educational Praxis.* Department of Mathematics : Athens. Tanpa halaman.

[124] Disebutkan di Yerushalmy dan Gerald dalam Farmaki, Klaudatos, dan Paschos. Tanpa tahun. *Integrating the History of Mathematics in Educational Praxis.* Department of Mathematics : Athens. Tanpa halaman.

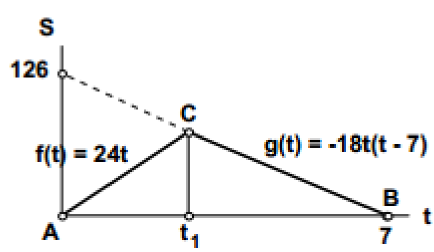
a. Pendekatan Aljabar

Tabel 2.1.
Fungsi Aljabar

Perjalanan	Waktu	Kecepatan	Jarak
Kota A-B	t	24	24 t
Kota B-A	$7 - t$	18	18 $(7 - t)$

Karena jarak dari kota A ke kota B dan kota B ke kota A sama, maka solusi aljabar akan didapatkan melalui persamaan: 24 t = 18 (7 – t). Dari persamaan tersebut akan didapatkan solusi t = 3, sehingga waktu perjalanan dari kota A ke kota B adalah 3 jam dan waktu perjalanan dari kota B ke kota A adalah 4 jam.

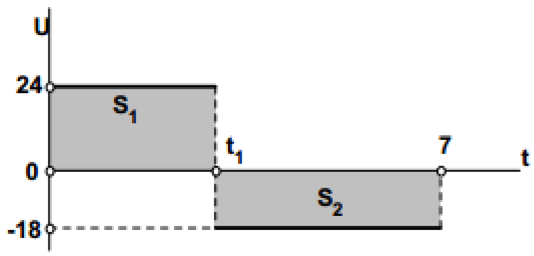
b. Pendekatan Fungsi Aljabar (S , t)



Gambar 2.3.
Pendekatan Fungsi Aljabar

Sama halnya dengan pendekatan aljabar, karena jarak jarak dari kota A ke kota B dan kota B ke kota A sama, maka akan didapatkan solusi melalui persamaan $f(t) = 24t = -18t(t - 7) = g(t)$. Dari persamaan fungsi tersebut akan didapatkan solusi t = 3, sehingga waktu perjalanan dari kota A ke kota B adalah 3 jam dan waktu perjalanan dari kota B ke kota A adalah 4 jam.

c. Pendekatan Fungsi Holistik (U , t)



Gambar 2.4.
Pendekatan Fungsi Holistik

Berdasarkan gambar 3 di atas, jarak dari kota A ke kota B dapat dinotasikan dengan S_1 (t) = 24 $t_{1.}$ Sedangkan jarak dari kota B ke kota A dapat dinotasikan dengan S_2 (t) = -18 (7 - t_1). Karena jarak jarak dari kota A ke kota B dan kota B ke kota A sama, maka akan didapatkan solusi melalui persamaan S_1 (t) = 24 t_1 = -18 (7 - t_1) = S_2 (t). Dari persamaan fungsi holistik tersebut akan didapatkan solusi t_1 = 3, sehingga waktu perjalanan dari kota A ke kota B adalah 3 jam dan waktu perjalanan dari kota B ke kota A adalah 4 jam.

3. Sejarah Sebagai Sumber Strategi Pembelajaran

Contoh sejarah matematika sebagai sumber strategi pembelajaran adalah penggunaan metode Fang Cheng. Metode Fang Cheng ini ditulis dalam teks kuno *Jianzhang Suan Shu*yang kemudian diterjemahkan dalam buku *Chapters of the Mathematical Arts.* Metode Fang Cheng merupakan suatu metode yang digunakan dalam pembelajaran sistem persamaan linear sebagai awal dalam memperkenalkan metode matriks.

Permasalahan dala metode Fang Cheng misalnya sebagi berikut:[125] “Terdapat tiga jenis jagung. Harga untuk tiga karung jenis pertama, ditambah dua karung jenis kedua, dan sekarung jenis ketiga adalah 34. Sedangkan satu karung jenis pertama, dua karung jenis kedua, dan tiga karung jenis ketiga harganya 26. Berapakah harga jagung keseluruhan jika diambil satu karung untuk masing-masing jenis?”.

Permasalahan tersebut dapat digambarkan sebagai berikut:

1	**2**	**3**
2	**3**	**2**
3	**1**	**1**
26	**34**	**39**

Gambar 2.5
Bentuk Matriks Sistem Persamaan Linear

[125]Sumardyono. 2004. *Karakteristik Matematika dan Implikasinya terhadap Pembelajaran Matematika.* Pusat Pengembangan Penataran Guru Matematika : Yogyakarta. h.16.

Penulisan matriks sistem persamaan linear di atas diatur menurut arah kolom. Hal ini disebabkan karena tata cara masyarakat Cina yang terkadang menuliskan sesuatu secara vertikal.

Untuk mendapatkan solusi sistem persamaan di atas, siswa diminta untuk: (a) mengalikan bilangan pada kolom tengah dengan 3, lalu mengurangkan hasilnya dengan 2 kali bilangan pada kolom sebelah kanan; (b) mengalikan bilangan pada kolom kiri dengan 3, lalu mengurangkan hasilnya dengan bilangan pada kolom sebelah kanan; dan (c) mengalikan bilangan pada kolom kiri dengan 5, lalu mengurangkan hasilnya dengan 4 kali bilangan pada kolom. Hasil dari tiga langkah tersebut dapat digambarkan sebagai berikut:

0	0	3
4	5	2
8	1	1
39	24	39

Gambar 2.6
Bentuk Matriks Langkah (a) dan (b)

0	0	3
0	5	2
36	1	1
99	24	39

Gambar 2.7
Bentuk Matriks Langkah (c)

Berdasarkan gambar 2.7 di atas, dapat ditemukan harga dari satu karung jagung jenis ketiga. Selanjutnya, melalui substitusi dapat diperoleh harga satu karung jagung jenis pertama dan kedua. Metode ini disebut dengan metode Fang Cheng yang kemudian disempurnakan oleh Gauss menjadi metode Eliminasi Gauss.

4. Sejarah Sebagai Materi Pembelajaran

Sebagai materi pembelajaran, sejarah matematika dijadikan sebagai salah satu mata pelajaran layaknya matematika. Artinya, sejarah matematika diajarkan secara khusus pada jam pelajaran yang telah dijadwalkan (bukan dalam jam matematika). Sebagai materi pembelajaran, sejarah matematika harus dimasukkan dalam kurikulum layaknya mata pelajaran lain, yang pada akhir pembelajaran harus dievaluasi.

Demikian uraian upaya meletakkan *genetic moment* sejarah dalam aktivitas pembelajaran di kelas. *Genetic moment* sejarah matematika dapat diletakkan sebagai konteks pengantar materi pembelajaran, sebagai konteks materi pembelajaran, sebagai sumber strategi pembelajaran, dan sebagai materi pembelajaran. Tentunya dalam pelaksanaan pembelajaran tersebut guru akan menemukan beberapa permasalahan seperti kurangnya bahan sejarah yang dapat dijadikan sumber pembelajaran dan waktu pembelajaran yang terlalu lama apabila *genetic moment* sejarah dimasukkan dalam salah satu aktivitas pembelajaran. Permasalahan tersebut akan dapat teratasi dengan baik apabila guru memilki komitmen yang kuat untuk senantiasa berusaha memberikan pengajaran yang terbaik bagi siswa. Sebab jika komitmen itu telah ditanamkan dalam diri seorang guru, maka segala upaya akan ditempuhnya demi kesukesesan siswa.