

# BAB I

## PENDAHULUAN

### A. Latar belakang

Matematika memiliki peran yang sangat penting dalam membangun kemampuan berpikir dan berlogika peserta didik. Disamping itu, matematika merupakan alat bantu dan pelayan ilmu, tidak hanya untuk matematika itu sendiri tetapi juga untuk ilmu-ilmu yang lain, baik untuk kepentingan teoritis maupun kepentingan praktis dalam pemecahan sehari-hari sebagai aplikasi dari matematika. Matematika merupakan ilmu yang sangat penting. Hal ini dibuktikan dengan adanya mata pelajaran matematika yang diberikan dari jenjang dasar sampai jenjang tinggi. Matematika diberikan kepada siswa sebagai bekal untuk dapat berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif serta kemampuan bekerja sama agar dapat memiliki kemampuan memperoleh, mengelola dan memanfaatkan informasi untuk bertahan hidup pada keadaan yang selalu berubah, tidak pasti, dan kompetitif.<sup>1</sup> Oleh karena itu pemerintah menyusun standar kompetensi dan kompetensi dasar matematika yang tercantum dalam peraturan menteri pendidikan nasional No. 22 Tahun 2006 sebagai landasan dalam pembelajaran matematika agar siswa mempunyai beberapa kemampuan tersebut.

Cakupan ruang lingkup pembelajaran matematika di Sekolah Dasar (SD) berdasarkan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) meliputi: (1) bilangan, (2) geometri dan pengukuran, (3) pengolahan data.<sup>2</sup> Adapun tujuan pembelajaran matematika di sekolah dasar menurut Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) adalah agar siswa memiliki kemampuan sebagai berikut:<sup>3</sup> (1) memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep, dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, dan efisien, serta tepat dalam pemecahan masalah, (2) menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat

---

<sup>1</sup> BSNP. *Standar isi standar kompetensi dan Kompetensi Dasar Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan Jenjang Pendidikan Sekolah Dasar*. 2006, Jakarta : BSNP, hal 416.

<sup>2</sup>Ibid, halaman 417.

<sup>3</sup>Ibid, halaman 417.

generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika, (3) memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan dan menafsirkan solusi yang diperoleh, (4) mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah, (5) memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.

Dalam memecahkan permasalahan siswa membutuhkan proses berpikir. Berpikir merupakan aktivitas mental untuk mengolah pengetahuan atau menyusun ulang informasi dari lingkungan. Berpikir juga merupakan proses kognitif yang digunakan seseorang untuk menyelesaikan permasalahan. Berpikir dalam memecahkan masalah matematika merupakan proses yang harus dihadapi ketika siswa mendapatkan permasalahan matematika. Berpikir yang demikian bisa disebut dengan berpikir matematis.

Menurut Tall, berpikir matematis dapat dikelompokkan menjadi tiga, yaitu (a) dunia wujud yang bermula dari interaksi dengan objek dunia nyata dan berkembang berdasarkan pengalaman-pengalaman inderawi melalui deskripsi dan definisi verbal, (b) dunia simbolik yang berkembang dari aksi (seperti menghitung) menuju kalkulasi dan manipulasi berbentuk simbol yang berfungsi secara dual sebagai proses dan konsep (prosep), dan (c) dunia formal yang berdasarkan aksioma untuk membangun sistem, berdasarkan definisi untuk membuat konsep baru, dan berdasarkan bukti formal untuk membangun teori-teori yang koheren.<sup>4</sup>

Di dalam matematika, pembahasan mengenai bukti sangatlah diperlukan. Teorema-teorema matematik harus melalui sebuah prosedur pembuktian yang jelas. Griffiths menyatakan bahwa bukti matematik adalah suatu cara berpikir formal dan logis yang dimulai dengan aksioma dan bergerak maju melalui langkah-

---

<sup>4</sup> D.O.Tall. "Cognitive and Social Development of Proof Through Embodiment, Symbolism & Formalism." Dalam Lin, Fou Lai (eds). "Proceeding of The ICMI Study 19 Conference: Proof and Proving in Mathematics Education" Vol 2, 2009,

langkah logis sampai pada suatu kesimpulan.<sup>5</sup> Melalui proses pembuktian tersebut didapatkan perkembangan kemampuan berpikir matematik. Dengan demikian pembuktian matematika merupakan salah satu aspek yang harus diperhatikan dalam pembelajaran matematika.

Bukti merupakan serangkaian argumen logis yang menjelaskan kebenaran suatu pernyataan. Logis maksudnya setiap langkah dalam argumentasi dibenarkan oleh langkah-langkah sebelumnya.<sup>6</sup> Argumen-argumen ini dapat berasal dari premis pernyataan itu sendiri, teorema-teorema lainnya, definisi, dan akhirnya dapat berasal dari postulat dimana sistem matematika tersebut berasal.

Bukti dan argumentasi dikembangkan dalam pembuktian dengan tujuan untuk meyakinkan diri sendiri atau orang lain tentang kebenaran suatu pernyataan.<sup>7</sup> Webber menyatakan bahwa salah satu tujuan dari pembuktian merupakan penjelasan (*explanation*).<sup>8</sup> Seorang pembaca dapat memahami kebenaran suatu pernyataan bila ia mempunyai penjelasan. Hal ini diperlukan oleh siswa sebagai latihan membuat penjelasan dalam menyampaikan gagasannya.

Bukti mempunyai peran yang sangat penting dalam matematika dan dalam pendidikan matematika. Bukti diakui sebagai inti berpikir matematis dan bernalar deduktif. Seseorang tidak dapat mempelajari matematika tanpa belajar bukti matematis dan bagaimana membuatnya. Bahkan, bukti dianggap sebagai komponen penting untuk bekerja, berkomunikasi, mengetahui, dan memahami matematika.

Bukti dalam pembelajaran geometri SMP sangat penting. Pembuktian pada geometri di sekolah tidak hanya dapat meningkatkan pemahaman konsep-konsep matematika, juga dapat melatih berpikir untuk meningkatkan kemampuan bernalar dan

---

<sup>5</sup>Dadang Juandi. "Pembuktian, penalaran dan komunikasi matematika," (FMIPA-UPI, 2008), 3

<sup>6</sup>Ibid, halaman 2.

<sup>7</sup>Artikel dalam internet :Pedemonte,B.. *How can the relationship between argumentation and proof be analysed?*, (Jurnal Springer Science + Business Media B.V, 2007) dapat diakses di<http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10649-006-9057-x> diakses pada 10 April 2016.

<sup>8</sup>Ibid, halaman 5.

membangun karakter peserta didik.<sup>9</sup> Walaupun mayoritas siswa SMP hanya mampu menyusun bukti informal dalam pembelajaran, tetapi kegiatan mengonstruksi bukti akan mengoptimalkan hasil belajar dan mengembangkan kemampuan mereka mengonstruksi bukti formal matematika lebih lanjut. Karena itu sangat penting memahami proses berpikir siswa SMP mengonstruksi bukti informal dalam kegiatan belajar geometri.<sup>10</sup>

Aspek proses penalaran maupun aspek konsep bukti merupakan dua hal penting yang tidak dapat dipisahkan untuk memahami teorema yang dibuktikan secara optimal. Secara empirik, ada siswa yang tidak mampu menyusun bukti suatu teorema geometri dan ternyata tidak memahami makna teorema tersebut secara geometri, walaupun mampu menggunakan teorema tersebut dalam memecahkan masalah. Siswa tersebut hanya memahami makna teorema secara aritmatik. Tetapi siswa lain yang menyusun bukti dan memahami maknanya, mampu memahami makna teorema yang dibuktikan tersebut secara geometri maupun secara aritmatika. Dengan demikian bukti lebih tepat dipandang sebagai dualitas proses dan konsep, disingkat prosep.

Gray dan Tall mengembangkan teori prosep berdasarkan teori Piaget. Prosep merupakan campuran proses, konsep, dan simbol yang menyatakan proses dan konsep tersebut.<sup>11</sup> Gray dan Tall menjelaskan bahwa

*“An elementary procept is the amalgam of three components: a process which produces a mathematical object, and a symbol which is used to represent either process or object. .... A procept consists of a collection of elementary procepts which have the same object”*.<sup>12</sup>

---

<sup>9</sup>Fuys, D., Geddes, D., and Tischer, R. “The van Hiele Model of Thinking in Geometry Among Adolescents.”no. 3.1998,.

<sup>10</sup>Sunardi, “Tingkat Perkembangan Konsep Geometri Siswa Kelas III SLTP Negeri di Jember.”6(5), 2000, halaman 635-639.

<sup>11</sup>Davis.G. Gray,E.Simpson, A., Tall,D., Thomas, M. 2000. “What is the Object of the Encapsulation of a Process?”  
<http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2000a-objec-encap-jmb.pdf>,diakses pada tanggal 10 April 2016

<sup>12</sup>Eddie Gray, dan David Tall,.”Duality, Ambiguity and Flexibility : A Proceptual View of Simple Arithmetic”, 26(2), 1994, 115-141.

Sebuah prosep dasar adalah campuran dari tiga komponen. Sebuah proses yang menghasilkan objek matematika dan sebuah simbol yang digunakan untuk merepresentasikan sebuah proses atau objek. Prosep memuat suatu koleksi dari prosep dasar yang mempunyai objek sama. Sebagai prosep, bukti juga memiliki proses, konsep dan simbol. Berdasarkan pendapat Gray dan Tall, disimpulkan bahwa dengan memandang bukti sebagai prosep terdapat simbol didalamnya. Simbol prosep adalah redaksi teorema yang menyatakan proses dan konsep bukti. Proses bukti adalah prosedur-prosedur yang dinyatakan secara gamblang dan sederhana yang dapat dilakukan dan sukses dalam menyusun bukti, dan konsep bukti adalah makna yang terkandung dalam rangkaian bukti.<sup>13</sup>

Gray dan Tall menjelaskan lebih lanjut bahwa ada tiga tahap aktivitas pengonstruksian prosep dalam pikiran yaitu tahap prosedur, proses dan prosep.

*“..... the meaning of symbols developed through a sequence of activities: (a) procedure, where a finite succession of decisions and action is built up into a coherent sequence, (b) process, where increasingly efficient ways become available to achieve the same result, now seen as a whole, (c) procept, where the symbols are conceived flexibly as processes to do and concepts to think about”*.<sup>14</sup>

Arti dari simbol berkembang melalui sebuah rangkaian aktivitas : a) prosedur, dimana sukseksi berhingga dari keputusan dan aksi dibangun kedalam rangkaian yang terkait, b) proses, dimana langkah efisien berkembang menjadi bisa mencapai hasil yang sama, sekarang dilihat sebagai sebuah keseluruhan, c) prosep, dimana simbol dipahami secara fleksibel sebagai proses untuk melakukan dan konsep untuk memikirkan. Dari latar belakang yang dijabarkan di atas maka, peneliti ingin melakukan penelitian dengan judul **Profil Berpikir Siswa Dalam Mengonstruksi Bukti Geometri sebagai Prosep berdasarkan Teori Gray-Tall.**

---

<sup>13</sup>Erh-Tsung Chin.2003: “Mathematical Proof as Formal Procept in Advanced Mathematical Thinking”.[http://online.terc.edu/PME2003/PDF/RR\\_chin.pdf](http://online.terc.edu/PME2003/PDF/RR_chin.pdf), diakses pada tanggal 10 April 2016

<sup>14</sup>David, Tall, “From School to University: The Effects of Learning Styles in the Transition from Elementary to Advanced Mathematical Thinking”,1997.hal 13.

**B. Rumusan masalah**

Bertolak dari latar belakang masalah yang telah diuraikan di atas, maka rumusan masalah penelitian tersebut dapat dirinci ke dalam pertanyaan penelitian sebagai berikut “Bagaimana profil berpikir siswa dalam mengonstruk bukti geometri sebagai prosep berdasarkan teori Gray-Tall?”

**C. Tujuan penelitian**

Tujuan penelitian ini dimaksud untuk mendeskripsikan profil berpikir siswa dalam mengonstruk bukti geometri sebagai prosep berdasarkan teori Gray-Tall.

**D. Manfaat penelitian**

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Bagi guru, hasil penelitian ini diharapkan dapat menambah khasanah ilmu, khususnya dalam bidang pendidikan mengenai profil berpikir siswa dalam mengonstruk bukti geometri sebagai prosep berdasarkan teori Gray-Tall.
2. Bagi sekolah, hasil dari penelitian ini dapat memberikan pengetahuan kepada pihak sekolah mengenai profil berpikir siswa dalam mengonstruk bukti geometri sebagai prosep berdasarkan teori Gray-Tall sehingga dapat memberikan pembinaan lebih lanjut untuk meningkatkan pola pikir siswa yang lebih baik.
3. Bagi penulis dan pembaca diharapkan dari hasil penelitian ini mampu memberikan pengetahuan mengenai profil berpikir siswa dalam mengonstruk bukti geometri sebagai prosep berdasarkan teori Gray-Tall.

**E. Batasan penelitian**

Agar penelitian tidak melebar pembahasannya, maka diperlukan batasan masalah dalam penelitian ini yaitu materi yang digunakan dalam penelitian ini yaitu geometri pada pokok bahasan sudut dan segitiga.

## **F. Definisi operasional**

Agar tidak terjadi salah pengertian terhadap maksud penelitian ini, maka berikut ini diberikan definisi yang terdapat dalam penyusunan penelitian ini :

1. Profil adalah gambaran alami proses dan hasil tentang sesuatu yang diungkapkan dengan kata-kata atau gambar.
2. Berpikir adalah aktivitas kognitif siswa dalam mengolah, memproses informasi, dan menghubungkan ide-ide dengan menggunakan operasi mental yaitu bernalar, berimajinasi, dan abstraksi.
3. Mengkonstruk adalah kemampuan menyusun dan membuat gagasan atau pernyataan dalam mengerjakan kegiatan.
4. Mengkonstruk bukti geometri adalah kemampuan menyusun suatu bukti pernyataan matematik berdasarkan definisi, prinsip, dan teorema serta menuliskannya dalam bentuk pembuktian lengkap (pembuktian langsung atau tak langsung).
5. Teori Gray-Tall menjelaskan lebih lanjut bahwa ada tiga tahap aktivitas pengonstruksian prosep dalam pikiran yaitu tahap prosedur, proses dan prosep.
6. Prosedur merupakan serangkaian langkah untuk mendapatkan/menemukan hasil.
7. Proses adalah tahap berpikir siswa dalam mengerjakan masalah matematika dengan aturan yang digunakan.
8. Prosep merupakan tahap berpikir siswa yang paham akan proses dan konsep yang digunakan pada penyelesaian masalah matematika.

## **G. Sistematika Pembahasan**

Sistematika pembahasan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- Bab 1: Pendahuluan berisi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan penelitian, definisi operasional, dan sistematika pembahasan.
- Bab 2: Kajian pustaka berisi tentang segala hal yang berkaitan dengan bukti geometri, prosep, mengkonstruk bukti geometri, dan teori Gray-Tall.

- Bab 3: Metode penelitian berisi tentang jenis penelitian, tempat dan waktu penelitian, subjek penelitian beserta alur pemilihannya, teknik dan instrumen pengumpulan data, teknik analisis data, dan prosedur penelitian.
- Bab 4: Hasil penelitian yang meliputi, deskripsi dan analisis data tentang profil berpikir siswa dalam mengkonstruksi bukti geometri sebagai proses berdasarkan teori Gray-Tall.
- Bab 5: Pembahasan berisi hasil tentang penelitian mengkonstruksi bukti geometri sebagai proses berdasarkan teori Gray-Tall.
- Bab 6: Simpulan dan saran berisi tentang simpulan dari penelitian (jawaban dari rumusan masalah) dan saran-saran untuk pihak-pihak yang terkait dan penelitian selanjutnya.

