

BAB IV

HASIL PENELITIAN

A. Deskripsi data

Pada bagian ini akan dijelaskan atau dideskripsikan hasil-hasil yang diperoleh dalam penelitian yang berjudul profil berpikir siswa dalam mengkonstruksi bukti geometri sebagai proses (proses dan konsep) berdasarkan teori Gray-Tall. Penelitian ini menggunakan dua instrumen yaitu lembar tes matematika dan lembar pedoman wawancara. Tes matematika bertujuan untuk mendapatkan jawaban tertulis subjek penelitian. Pedoman wawancara digunakan untuk mengungkap langkah-langkah atau ide-ide dari subjek penelitian dalam menyelesaikan tes matematika. Berikut ini akan dideskripsikan jawaban tertulis dari subjek penelitian.

1. Deskripsi data S_1

Berdasarkan Gambar 4.1 di bawah subjek S_1 telah menuliskan dan menjawab langkah-langkah penyelesaian masalah dari tes matematika dengan menulis apa yang diketahui dan yang ditanyakan dalam masalah. Subjek S_1 menuliskan apa yang diketahui yakni segitiga tersebut adalah segitiga siku-siku ABC dan jumlah sudut satu segitiga adalah 180 derajat. Subjek S_1 juga menuliskan apa yang ditanyakan dalam tes matematika yakni pembuktian bahwa satu segitiga besarnya 180 derajat.

Selanjutnya subjek S_1 menggambar segitiga siku-siku ABC yang ada pada lembar tes matematika pada lembar jawaban yang sudah disediakan. Subjek S_1 menggambar segitiga siku-siku ABC tidak sama persis seperti yang tertera dalam tes matematika, akan tetapi subjek S_1 sudah memberikan tambahan yakni garis penolong atau garis bantu. Penambahan garis bantu atau garis penolong digunakan untuk mempermudah subjek S_1 menyelesaikan permasalahan di soal. Selanjutnya subjek S_1 menggambar garis penolong yang sejajar dengan ruas garis BC.

yang diketahui bahwa jumlah sudut satu segitiga adalah 180° segitiga tersebut adalah segitiga siku-siku

yang ditanyakan adalah pembuktian bahwa satu segitiga bernilai 180°

- karena sudut B bersesuaian dg B, maka besarnya sama (dalam kesebangunan)

- sudut C bersesuaian dg C, maka besarnya sama

Agar ini dapat dipertukan (segitiga besar) 180° karena saling berpelurus.

$C + A + B = 180^\circ$

Hubungan antar sudut

- Dalam kesebangunan
- saling berpelurus.

Kertas berbentuk, saling sejajar, setiap ujungnya (sudut) dan digabung akan membentuk satu garis lurus / berpelurus.

Gambar 4.1
Jawaban tertulis subjek S₁

Penambahan garis penolong atau garis bantu tidak hanya diberikan subjek S₁ pada garis yang sejajar dengan ruas garis BC saja, akan tetapi ruas garis pada segitiga siku-siku ABC itu juga diperpanjang. Ruas garis segitiga siku-siku ABC yang diperpanjang yaitu ruas garis AB, ruas garis AC, dan ruas garis BC. Hal itu dimaksudkan agar subjek S₁ dapat mengerjakan dan menyelesaikan tes matematika dengan mudah dan benar.

Setelah dilakukan penambahan garis bantu dan memperpanjang ruas garis pada segitiga siku-siku ABC, subjek S₁ memberi nama sudut pada segitiga siku-siku

ABC. Subjek S_1 memberikan tiga nama sudut pada segitiga siku-siku ABC. Sudut B merupakan sudut siku-siku dari segitiga ABC, kemudian dua sudut lainnya dinamakan dengan sudut A dan sudut C. Langkah selanjutnya subjek S_1 menggambar segitiga berikutnya.

Subjek S_1 menggambar segitiga siku-siku ABC kedua yang sudah diberi nama sudut dan telah diperpanjang ruas garisnya. Pada segitiga siku-siku ABC yang kedua, subjek S_2 memberikan nama sudut baru. Sudut baru yang diberikan oleh subjek S_1 yaitu sudut B_2 dan sudut C_2 . Sudut C_2 dan sudut B_2 diberikan oleh subjek S_1 di samping sudut A.

Pada gambar kedua, subjek S_1 memberikan konsep matematika yang digunakan dalam menyelesaikan soal. Konsep yang digunakan subjek S_1 adalah tentang sudut, tepatnya tentang hubungan antar sudut. Hubungan antar sudut yang digunakan adalah sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus. Besar sudut B dinyatakan sama besarnya dengan sudut B_2 oleh subjek S_1 karena ada hubungan antar sudut di kedua sudut tersebut, yakni sudut dalam berseberangan. Begitu pula dengan sudut C, besar sudut C dengan sudut C_2 besarnya sama karena kedua sudut tersebut merupakan sudut dalam berseberangan. Kemudian subjek S_1 menuliskan alasan besar sudut B sama dengan sudut B_2 dan sudut C sama dengan sudut C_2 di samping gambar kedua.

Pada gambar kedua, subjek S_1 sudah menamai sudut B_2 dan sudut C_2 yang berdekatan dengan sudut A. Kemudian subjek S_1 menggambar gambar yang ketiga dengan memotong dan memilih sudut-sudut yang saling berdekatan tersebut. Subjek S_1 memotong dan menyederhanakan dari gambar kedua yang masih berbentuk segitiga siku-siku ABC. Hasil dari potongan gambar kedua terdapat dua garis yang sejajar yaitu ruas garis BC dan garis bantu. Dalam dua garis sejajar itu terdapat nama sudut yang sudah diganti oleh subjek S_1 .

Subjek S_1 sudah mengganti nama dari sudut B_2 ke sudut B dan juga dari sudut C_2 ke sudut C. Kemudian subjek S_1 menuliskan bahwa sudut-sudut tersebut jika

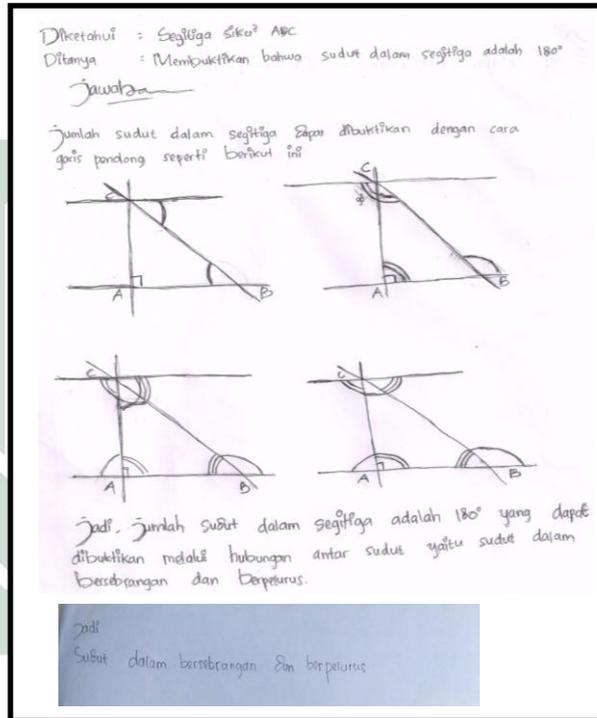
ditambahkan akan membentuk sudut 180 derajat. Jumlah dari sudut A, sudut B, dan sudut C adalah 180 derajat karena sudut-sudut tersebut membentuk sudut berpelurus atau saling berpelurus. Kemudian subjek S_1 menyimpulkan bahwa jumlah sudut-sudut dalam segitiga siku-siku ABC berjumlah 180 derajat karena saling berpelurus. Subjek S_1 menuliskannya di samping gambar ketiga dengan $A + B + C = 180$ derajat. Jadi kesimpulan dari soal tes matematika di atas yaitu jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180 derajat. Sehingga subjek S_1 telah membuktikan dengan benar dan terbukti.

2. Deskripsi data S_2

Berdasarkan Gambar 4.2 di bawah, subjek S_2 telah menuliskan langkah-langkah penyelesaian dari soal yang telah diberikan. Subjek S_2 menuliskan apa yang diketahui pada soal tes matematika. Subjek S_2 menuliskan yang diketahui pada lembar jawaban yaitu segitiga siku-siku ABC. Selanjutnya subjek S_2 menuliskan juga apa yang ditanyakan pada soal tes matematika yang diberikan. Subjek S_2 menjawab dan menuliskan yang ditanya pada soal yaitu membuktikan bahwa jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180 derajat. Kemudian subjek S_2 menuliskan jawaban dibawah apa yang diketahui dan ditanyakan pada lembar jawaban. Subjek S_2 tidak langsung menggambar seperti subjek S_1 di atas, akan tetapi subjek S_2 menuliskan rencana yang akan digunakan. Adapun jawaban tertulis subjek S_2 disajikan pada Gambar 4.2 berikut ini.

Rencana yang digunakan subjek S_2 adalah dengan menggunakan garis penolong pada penyelesaian soal matematika yang diberikan. Subjek S_2 menggambar segitiga ABC yang diketahui seperti di soal, akan tetapi pada gambar pertama ini subjek S_2 sudah memberikan bantuan garis penolong. Garis penolong yang digunakan adalah garis yang sejajar dengan sisi AB dan melalui titik C pada segitiga siku-siku ABC. Kemudian subjek S_2 memberikan garis penolong juga dengan memperpanjang sisi-sisi segitiga siku-siku ABC. Subjek S_2 juga sudah

memberikan tanda sudut pada titik B dengan simbol “ \sphericalangle ”. Tanda sudut yang sama juga diberikan pada titik C yang di luar segitiga ABC dan di atas garis BC dengan simbol “ \sphericalangle ”.



Gambar 4.2

Jawaban tertulis Subjek S₂

Pada gambar kedua, subjek S₂ menggambar segitiga siku-siku ABC yang sama dengan gambar segitiga siku-siku pertama yang sudah diberi garis penolong atau garis bantu. Kemudian subjek S₂ memberikan tanda sudut pada titik A dengan simbol “ \sphericalangle ”. Pada sudut A terdapat tanda persegi kecil. Artinya titik A adalah sudut siku-siku, akan tetapi subjek S₂ tetap

memberikan tanda sudut dengan simbol “ \sphericalangle ” sendiri. Selanjutnya subjek S_2 juga memberikan tanda sudut dengan simbol “ \sphericalangle ” pada titik C di luar segitiga ABC. Subjek S_2 tetap memberikan tanda sudut “ \sphericalangle ” pada titik B di luar segitiga ABC dan di atas garis BC. Subjek S_2 juga menuliskan besar sudut pada titik C dengan simbol “ \sphericalangle ” yaitu 90 derajat.

Pada gambar ketiga, subjek S_2 sudah memberikan banyak tanda sudut pada segitiga siku-siku ABC. Tanda sudut pada segitiga ABC yang sama berarti besar sudutnya sama, begitu penjelasan dari subjek S_2 . Sudut B diberi tanda sudut dengan simbol “ \sphericalangle ” oleh subjek S_2 , kemudian sudut A diberi tanda sudut dengan simbol “ \sphericalangle ”. Subjek S_2 memberikan tanda sudut dengan simbol “ \sphericalangle ” pada titik C di luar segitiga ABC dan di atas garis BC. Besarnya sudut di luar segitiga ABC dan di atas garis BC sama dengan sudut B yang ditunjukkan dengan simbol “ \sphericalangle ”. Kedua sudut tersebut besarnya sama karena sudut dalam berseberangan. Subjek S_2 juga memberikan tanda sudut dengan simbol “ \sphericalangle ” pada titik C dan di luar segitiga ABC. Besar sudut ini sama dengan besar sudut A karena sudut dalam berseberangan.

Pada gambar keempat, subjek S_2 menggambarkan segitiga yang hampir sama dengan gambar yang ketiga namun diperjelas yang akan dibuktikan. Subjek S_2 membuktikan dengan memperjelas bahwa akan membentuk sudut berpelurus melalui titik C. Besar sudut B sama dengan sudut dengan simbol “ \sphericalangle ” pada titik C di luar segitiga ABC dan di atas garis BC. Kedua sudut tersebut merupakan sudut dalam berseberangan. Kemudian sudut A yang ada tanda sudut dengan simbol “ \sphericalangle ” besarnya sama dengan sudut yang ada pada titik C di luar segitiga ABC dengan simbol “ \sphericalangle ” karena sudut dalam berseberangan. Sedangkan sudut C tetap tidak dirubah letaknya oleh subjek S_2 . Jumlah dari

sudut C ditambah dengan sudut pada titik C di luar segitiga ABC dengan simbol “ \sphericalangle ” dan sudut di atas garis BC dengan simbol “ \sphericalangle ” membentuk sudut berpelurus. Sehingga menurut subjek S_2 terbukti bahwa jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180 derajat karena membentuk setengah lingkaran atau berpelurus. Total sudutnya bisa dilihat pada sudut C ditambah dengan sudut-sudut yang ada pada titik C di luar segitiga ABC dengan simbol “ \sphericalangle ” dan simbol “ \sphericalangle ”. Sudut yang ada pada titik C dan di luar segitiga ABC dengan simbol “ \sphericalangle ” besarnya sama dengan sudut A, sedangkan sudut yang ada pada titik C dan di luar segitiga ABC dengan simbol “ \sphericalangle ” besarnya sama dengan sudut B karena sudut dalam bersebrangan.

Subjek S_2 membuat kesimpulan bahwa jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180 derajat dan dapat dibuktikan dengan hubungan antar sudut yakni sudut dalam bersebrangan dan sudut berpelurus. Subjek S_2 membuktikan jumlah sudut dalam segitiga dengan memakai tanda sudut. Subjek S_2 bertujuan bahwa tanda sudut yang sama dengan simbol berarti besar sudutnya sama.

B. Analisis data

Pada bagian ini, akan di analisis data yang sudah didapatkan dengan indikator mengkonstruksi bukti geometri dan tahap berpikir prosep yang ada pada teori Gray-Tall. Pada setiap tahap berpikir prosep, ada indikator mengkonstruksi bukti geometri yang termasuk didalamnya. Berdasarkan deskripsi data di atas, berikut ialah hasil analisis proses berpikir mengkonstruksi bukti geometri sebagai prosep subjek S_1 dalam menyelesaikan permasalahan.

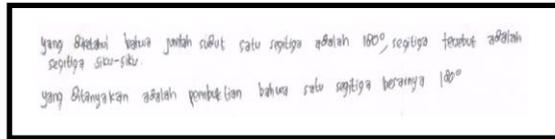
1. Analisis data S_1

Tahap pengkonstruksian bukti geometri sebagai prosep menurut Gray-Tall ada tiga tahapan yaitu prosedur, proses, dan prosep (proses dan konsep). Berikut ini akan ditunjukkan uraian masing-masing tahapan.

a. Prosedur

Berdasarkan deskripsi data di atas menunjukkan bahwa, subjek S_1 dalam mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian geometri ditunjukkan dengan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam tes matematika. Subjek S_1 menuliskan yang diketahui yaitu gambar segitiga, segitiga tersebut adalah segitiga siku-siku dan jumlah sudut dalam segitiga adalah 180 derajat. Sedangkan yang ditanyakan di dalam tes matematika adalah pembuktian bahwa jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180 derajat. Selanjutnya untuk membuktikan soal matematika subjek S_1 membuat langkah-langkah yaitu dengan mengidentifikasi fakta, memilih konsep yang digunakan, dan garis penolong.

Subjek S_1 mengidentifikasi fakta yaitu dengan menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal. Selanjutnya subjek S_1 memilih konsep hubungan antar sudut dalam menyelesaikan pembuktian. Definisi sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus dipilih oleh subjek S_1 . Adapun jawaban tertulis subjek S_1 tentang pemilihan konsep dapat dilihat pada Gambar 4.4. Subjek S_1 membuat garis penolong untuk memudahkan dalam proses pembuktian geometri. Tahapan prosedur dalam penelitian ini memuat satu indikator mengkonstruksi bukti geometri yaitu mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian geometri. Menurut Sumarmo, paparan identifikasi subjek S_1 di atas termasuk dalam indikator pertama yaitu mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian geometri. Adapun jawaban tertulis dari subjek S_1 terkait identifikasi fakta ditunjukkan pada Gambar 4.3 berikut ini.



Gambar 4.3
Potongan jawaban tertulis subjek S₁ terkait
identifikasi fakta dalam pembuktian

Berdasarkan gambar 4.3 di atas, subjek S₁ juga menuliskan dan menjelaskan apa yang telah diidentifikasi pada pembuktian. Namun dalam mengidentifikasi apa yang menjadi fakta, subjek S₁ mengidentifikasinya setelah mengerjakan dan menyelesaikan tes matematika yang telah diberikan. Subjek S₁ hanya mengidentifikasi gambarnya dan pertanyaan pada tes matematika, namun dapat mengidentifikasi seluruh apa yang menjadi fakta setelah tes matematika dikerjakan dan dilakukan wawancara. Hal ini bisa dilihat pada jawaban tertulis subjek S₁ yang menuliskan apa yang menjadi fakta di balik lembar jawaban. Subjek S₁ langsung mengerjakan dengan menggambar segitiga langsung. Berikut ini adalah cuplikan wawancara subjek S₁ dalam mengidentifikasi fakta dalam pembuktian:

P : oke,, apa kamu paham dengan soal ini?

S_{1.10} : iya saya memahaminya.

P : terus, apa yang kamu ketahui dari soal ini?

S_{1.11} : yang saya ketahui adalah segitiga di soal adalah segitiga siku-siku dan jumlah sudut dalam segitiga adalah 180.

P : kemudian apa yang ditanyakan dari soal itu?

S_{1.12} : buktikan ini kak, bahwa jumlah sudut dalam segitiga adalah 180?

- P : iya, kemudian apa ada hal lain yang kamu ketahui dari soal ini?
- S_{1.13} : gak ada kak, (sambil senyum).

Berdasarkan hasil wawancara di atas, menurut Sumarmo dapat diketahui bahwa subjek S₁ termasuk dalam indikator pertama yaitu dapat menyebutkan dan mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian. Prosedur untuk mengawali pembuktian dilakukan dengan baik oleh subjek S₁, sehingga tahap prosedur pada teori Gray-Tall telah dicapai dengan baik. Berdasarkan hasil analisis data di atas, dapat disimpulkan bahwa subjek S₁ dapat mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian geometri dan melaksanakan tahap prosedur pada teori Gray-Tall dengan cara membaca teks soal yang diberikan dan setelah mengerjakan soal.

b. Proses

Tahapan pengkontruksian bukti geometri yang kedua pada teori Gray-Tall yaitu proses. Pada tahap proses ini terdapat beberapa indikator mengkonstruksi bukti. Adapun uraian masing-masing indikator mengkonstruksi bukti akan dijelaskan di bawah ini.

1) Membuat konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian

Berdasarkan deskripsi data di atas menunjukkan bahwa, subjek S₁ menyebutkan konjektur untuk menyelesaikan tes matematika yang akan dibuktikan. Subjek S₁ menyebutkan konjektur tentang definisi yang dipakai untuk menyelesaikan masalah yang akan di buktikan. Menurut Sumarmo, membuat konjektur subjek S₁ di atas termasuk dalam indikator yang kedua yaitu membuat konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian. Adapun jawaban tertulis subjek S₁ terkait pembuatan konjektur ditunjukkan pada Gambar 4.4 berikut ini.



Gambar 4.4

Potongan jawaban tertulis subjek S_1 terkait konjektur dalam pembuktian

Berdasarkan Gambar 4.4 di atas, konjektur yang dibuat subjek S_1 adalah tentang definisi sudut-sudut yang akan dibuat untuk menyelesaikan pembuktian geometri. Penyebutan konjektur tersebut masih bermakna ganda, sehingga peneliti memberikan rangsangan pertanyaan agar jelas. Subjek S_1 mengalami kesulitan untuk menjawab dan menjelaskannya, namun peneliti sudah tahu bahwa subjek S_1 memahami konjekturinya akan tetapi masih sulit untuk menjelaskannya.

Subjek S_1 membutuhkan waktu sejenak untuk bisa menjelaskan apa yang dimaksud dengan konjektur. Setelah diberikan rangsangan pertanyaan lagi, subjek S_1 bisa menjelaskan konjektur yang telah dibuat. Subjek S_1 mengalami proses berpikir yang tergolong cepat karena dengan sedikit tambahan rangsangan langsung paham dan bisa jelaskan konjektur yang dibuat. Pada tahap ini, subjek S_1 telah mengalami proses pada tahap Gray-Tall dalam mengerjakan pembuktian geometri.

Berikut ini adalah cuplikan wawancara subjek S_1 dalam membuat konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian:

- P : kira-kira bagaimana cara menyelesaikan soal tersebut?
- $S_{1.15}$: dengan menggunakan definisi sudut-sudut yang diketahui kak,

- P : maksudnya gimana itu yang diketahui?
- S_{1.16} : ehmmm..(agak sedikit bingung),
- P : apa dengan menggunakan definisi sudut yang sudah dipahami?
- S_{1.17} : iya kak, maksudnya begitu,
- P : iya, apa saja sih emangnya?
- S_{1.18} : disini saya hanya pakai definisi sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus saja.

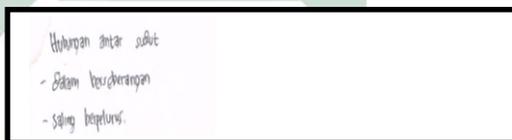
Berdasarkan hasil transkrip wawancara di atas, dapat diketahui bahwa subjek S₁ dalam membuat konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian geometri dengan memakai definisi-definisi sudut yang diketahui oleh subjek S₁. Menurut Sumarmo, penjelasan subjek S₁ termasuk dalam indikator kedua yaitu membuat konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian geometri.

Berdasarkan hasil analisis data di atas, dapat disimpulkan bahwa subjek S₁ mampu membuat konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian. Subjek S₁ membuat konjektur dengan menyebutkan konsep matematika. subjek S₁ juga mengalami tahap proses pada teori Gray-Tall dengan menyebutkan definisi sudut-sudut yang akan dipakai dalam membuktikan soal yang diberikan.

- 2) Menunjukkan aturan/*warrant* sebagai hal yang menjembatani pernyataan dan kesimpulan

Berdasarkan deskripsi data di atas menunjukkan bahwa, subjek S₁ memberikan keterangan atau menunjukkan aturan/*warrant*

yang dipakai. Aturan/*warrant* yang dipakai oleh subjek S_1 yakni memberikan keterangan tentang konsep hubungan antar sudut. Menurut Sumarmo, penyebutan dan penunjukkan aturan/*warrant* subjek S_1 di atas termasuk dalam indikator ketiga yaitu menunjukkan aturan/*warrant* sebagai hal yang menjembatani pernyataan dan kesimpulan. Adapun jawaban tertulis subjek S_1 terkait penunjukkan aturan/*warrant* bisa ditunjukkan pada Gambar 4.5 berikut ini.



Gambar 4.5
Potongan jawaban tertulis subjek S_1 terkait aturan/*warrant*

Adapun cuplikan hasil wawancara dengan subjek S_1 terkait aturan/*warrant* sebagai berikut.

- P : oke, sekarang.. konsep matematika apa yang kamu gunakan dalam menyelesaikan soal ini?
- $S_{1,19}$: ehmm.. gimana kak? (agak bingung)
- P : begini, tadi kan kamu sudah bisa buktikan, nah sekarang konsep matematika apa saja yang kamu pakai tadi?
- $S_{1,20}$: ohh.. (sambil senyum), iya kak paham.
- P : apa kalau begitu?

- S_{1.21} : itu kak, saya pakai konsep hubungan antar sudut.
- P : apa saja emangnya hubungan antar sudut yang kamu gunakan? Tuliskan!
- S_{1.22} : ditulis kak?
- P : iya lah, hehe (sambil senyum)
- S_{1.23} : dimana ini kak tulisnya? (sambil lihat lembar yang penuh jawaban).
- P : ohh.. iya, dibaliknya juga gak papa.
- S_{1.24} : iya kak, hubungan antar sudut begitu kak? (agak sedikit bingung).
- P : iya, apa saja tadi..
- S_{1.25} : sedang menulis....
- P : sudah selesai?
- S_{1.26} : belum kak, baru juga nulis, hmmm kakak ini (sambil senyum)
- P : oh.. tak kira diam itu sudah.. hehe (senyum)
- S_{1.27} : sudah kak.. (semangat)
- P : sip, bagus.. (sambil melihat kerjaan S₁), ada berapa hubungan antar sudut?
- S_{1.30} : ada dua kak.. (sambil menunjuk kertas)
- P : apa saja itu?
- S_{1.31} : sudut dalam berseberangan sama sudut berpelurus kak..

Berdasarkan hasil transkrip wawancara di atas, menurut Sumarmo penunjukkan aturan/*warrant* subjek S₁ termasuk dalam indikator ketiga yakni menunjukkan aturan/*warrant* sebagai hal yang menjembatani

pernyataan dan kesimpulan. Subjek S_1 menjelaskan dan menunjukkan jika menggunakan aturan hubungan antar sudut dalam menyelesaikan soal matematika yang diberikan. Kemudian subjek S_1 juga dapat menuliskan apa yang menjadi aturan/warrant di lembar jawaban yang sudah disediakan oleh peneliti. Subjek S_1 menuliskan aturan dengan menggunakan hubungan antar sudut, sedangkan yang dipakai pada tes matematika ini yakni definisi dari sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus.

Subjek S_1 menjelaskan penggunaan definisi sudut dalam berseberangan dan berpelurus setelah dilakukan wawancara. Subjek S_1 mengalami sedikit bingung dengan pertanyaan dari peneliti. Subjek S_1 masih harus diberikan pertanyaan yang dapat dengan mudah dipahami sehingga peneliti memberikan rangsangan pertanyaan lagi. Kemudian subjek S_1 menunjukkan aturan yang dipakai untuk menjembatani pernyataan dan kesimpulan pada pembuktian. Pada tahap ini subjek S_1 memberikan keterangan tentang konsep hubungan antar sudut. Subjek S_1 dapat menyebutkan aturan apa yang akan dipakai pada pembuktian geometri.

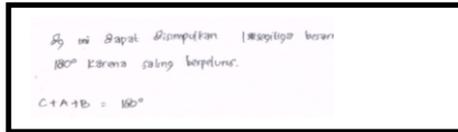
Subjek S_1 juga dapat menuliskan aturan apa yang dipakai pada proses pembuktian geometri. Aturan yang dipakai yakni konsep hubungan antar sudut. Hubungan antar sudut meliputi banyak sekali definisi sudut, akan tetapi subjek S_1 dapat memilih dan menunjukkan aturan yang akan dipakai yaitu sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus. Subjek S_1 tidak hanya mampu menunjukkan aturan saja, akan tetapi juga menjelaskan aturan yang dipakai. Pemilihan aturan yang dipakai oleh subjek S_1 tidak

dijelaskan dalam tahap ini dengan memakai definisi sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus. Proses berpikir subjek S_1 dalam menunjukkan aturan sebagai jembatan antara pernyataan dan kesimpulan sudah baik, akan tetapi butuh rangsangan tambahan agar bisa menjelaskan apa yang telah digunakan dalam pembuktian.

Berdasarkan analisis data di atas dapat disimpulkan bahwa subjek S_1 mampu menunjukkan aturan/warrant sebagai hal yang menjembatani antara pernyataan dan kesimpulan pada pembuktian geometri. Proses berpikir subjek S_1 dalam menunjukkan aturan ini juga sudah melakukan tahap proses pada teori Gray-Tall.

3) Mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dalam pembuktian geometri

Berdasarkan deskripsi data di atas menunjukkan bahwa, subjek S_1 langsung dapat mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dalam pembuktian geometri. Subjek S_1 secara cepat dan tegas menjawab jika kesimpulan dari soal yang diberikan adalah jumlah sudut-sudut dalam segitiga ABC adalah 180 derajat. Menurut Sumarmo, identifikasi subjek S_1 di atas termasuk dalam indikator keempat dalam penelitian yaitu mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dalam pembuktian geometri. Adapun pernyataan subjek S_1 pada jawaban tertulis terkait identifikasi kesimpulan ditunjukkan pada Gambar 4.6 berikut ini.



Gambar 4.6

Potongan jawaban tertulis subjek S₁ terkait kesimpulan pada pembuktian geometri

Berdasarkan Gambar 4.6 di atas, subjek S₁ dapat mengidentifikasi dengan cepat karena setelah mengerjakan pembuktian tersebut ternyata terbukti dan sama dengan apa yang ditanyakan pada tes matematika. Pada tahap mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan, subjek S₁ tidak mengalami kebingungan seperti tahap sebelumnya, karena pertanyaan yang diberikan pada waktu wawancara sangat jelas dan juga subjek S₁ sudah memahami apa yang menjadi kesimpulan pada pembuktian geometri. Identifikasi suatu hal yang menjadi kesimpulan dipandang penting karena subjek S₁ harus memahami tujuan akhir dari soal matematika yang telah diberikan. Proses berpikir subjek S₁ sangat cepat dan paham akan pertanyaan yang diberikan peneliti. Berikut adalah lanjutan kutipan teks wawancara dengan subjek S₁:

- P : oke.. kemudian kira-kira apa kesimpulan dari soal ini?
 S_{1.32} : disimpulkan bahwa besar sudut dalam segitiga adalah 180 derajat.

Berdasarkan hasil transkrip wawancara di atas, menurut Sumarmo identifikasi subjek S₁ termasuk dalam indikator keempat yaitu mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dalam pembuktian geometri. Subjek S₁ dapat mengidentifikasi dan mengetahui kesimpulan

dari soal matematika yang telah diberikan dan dikerjakan. Subjek S_1 dengan cepat menjawab bahwa jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180 derajat.

Berdasarkan analisis data di atas dapat disimpulkan bahwa subjek S_1 mampu mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dalam pembuktian geometri dengan benar dan cepat. Proses berpikir untuk mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan pembuktian dengan mengerjakan tes matematika yang telah diberikan. Pada tahap ini, subjek S_1 juga melakukan tahap proses pada teori Gray-Tall dengan baik.

c. Prosep

Berdasarkan deskripsi data di atas menunjukkan bahwa, subjek S_1 dapat mengetahui aturan-aturan penarikan kesimpulan dari proses pembuktian geometri yang logis. Subjek S_1 menunjukkan jika aturan yang dipakai adalah dengan konsep hubungan antar sudut. Hubungan antar sudut mencakup beberapa definisi sudut, akan tetapi subjek S_1 memakai definisi sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus. Menurut Sumarmo, penjelasan dari subjek S_1 di atas termasuk dalam indikator yang kelima yakni mengetahui aturan-aturan penarikan kesimpulan dari proses pembuktian geometri yang logis. Berikut adalah cuplikan transkrip wawancara dengan subjek S_1 terkait mengetahui aturan-aturan penarikan kesimpulan:

P : oh begitu.. sekarang apakah kamu sudah yakin dengan jawaban kamu?

$S_{1.33}$: iya yakin kak..

P : nah sekarang, kalau kamu sudah yakin, bagaimana caranya memeriksa jawaban kalau sudah benar?

S_{1.34} : ya ini kak, (sambil tunjuk jawabannya).

P : oh ya tau kakak, sambil jelaskan!, hehe (sambil senyum)

S_{1.35} : oh iya kak, (diam sejenak dan lihat jawaban)

P : dari gambar yang pertama narita, jelaskan atau ngomong aja bagaimana cara kamu tadi menjawab?

S_{1.36} : gambar segitiganya langsung tak beri garis kak, ini (sambil tunjuk jawaban)

P : iya, terus.

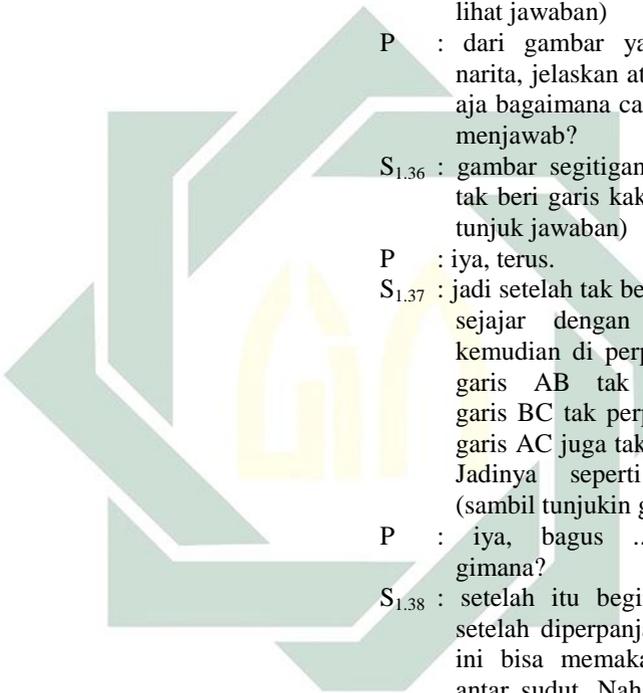
S_{1.37} : jadi setelah tak beri garis yang sejajar dengan garis BC, kemudian di perpanjang kak, garis AB tak perpanjang, garis BC tak perpanjang, dan garis AC juga tak perpanjang. Jadinya seperti ini kak. (sambil tunjukkan gambar).

P : iya, bagus .. kemudian gimana?

S_{1.38} : setelah itu begini kak, kan setelah diperpanjang tau kak, ini bisa memakai hubungan antar sudut. Nah.. saya ingat dan pakai sudut dalam berseberangan kak.

P : kemudian ini bagaimana? (menunjuk gambar yang kedua)

S_{1.39} : setelah itu begini kak, kan sudut B itu dalam berseberangan dengan sudut B2, makanya besar sudutnya sama kak. Kemudian sudut C



juga dalam bersebrangan dengan sudut C2, makanya besar sudutnya sama juga kak. Setelah itu sudut A itu kan tidak berpindah kak, atau tetap disitu. Hehe (sambil tersenyum). Jadinya kan sudutnya sudah bisa membentuk sudut berpelurus kak. Sudut A ditambah dengan Sudut B2 ditambah dengan sudut C2. Begitu kak.

P : terus yang gambar ketiga ini bagaimana?

S_{1.40} : ohh.. ini tinggal di balik kak, hehe (sambil senyum dan lihat jawaban), kan tadi bentuknya agak miring kak, ini saya gambar lurus aja biar enak. Jadi sudut tiga ini bisa membentuk sudut berpelurus kak. Sehingga sudut-sudut ini jika dijumlahkan berjumlah 180 derajat karena membentuk sudut berpelurus.

P : jadi kesimpulannya gimana?

S_{1.41} : iya kak, jadi total jumlah sudut dalam segitiga ABC ini adalah 180 derajat karena tadi membentuk sudut berpelurus.

Berdasarkan hasil transkrip wawancara di atas, subjek S₁ mengetahui dan memahami aturan penarikan kesimpulan dari proses pembuktian geometri secara logis. Pemahaman dan pengetahuan saja tidak cukup, oleh karena itu peneliti memberikan pancingan pertanyaan kepada subjek S₁ untuk menjelaskan apa yang telah dituliskan di lembar jawaban. Subjek S₁ dapat menjelaskan jawaban yang telah dituliskan

meskipun sedikit bingung pada awal mau menjelaskannya. Subjek S_1 sudah yakin akan jawaban yang telah dituliskannya sehingga peneliti memberikan pertanyaan bagaimana cara memeriksa jawaban bila subjek S_1 sudah yakin.

Subjek S_1 memeriksa jawaban dan aturan yang dipakai dengan hanya menunjuk jawaban yang sudah dituliskan. Subjek S_1 tidak menjelaskan, sehingga peneliti meminta untuk menjelaskannya. Subjek S_1 memberikan garis bantu terhadap segitiga siku-siku ABC, kemudian memberikan garis bantu yang sejajar dengan ruas garis BC. Subjek S_1 memberikan nama sudut B_2 dan C_2 yang letaknya di dekat sudut A. Kemudian besar dari sudut B_2 itu sama dengan besar sudut B karena sudut dalam berseberangan begitu juga dengan sudut C_2 yang besarnya sama dengan sudut C karena sudut dalam berseberangan. Maka sudut-sudut tersebut dijumlahkan dan membentuk sudut berpelurus. Besar sudut berpelurus adalah 180 derajat, jadi terbukti bahwa jumlah sudut-sudut dalam segitiga ABC adalah 180 derajat karena membentuk sudut berpelurus. Berdasarkan transkrip wawancara di atas, menurut Sumarmo, penjelasan tentang aturan-aturan penarikan kesimpulan oleh subjek S_1 termasuk dalam indikator kelima yakni mengetahui aturan-aturan penarikan kesimpulan dari proses pembuktian geometri yang logis.

Subjek S_1 dalam menjelaskan tenang dan santai, akan tetapi pada pertanyaan pertama subjek S_1 terlihat agak berpikir sejenak untuk menjelaskan jawaban yang sudah dituliskan. Kemudian subjek S_1 menjelaskan semuanya dimulai dari gambar yang pertama sampai gambar yang ketiga dan terbukti bahwa jumlah sudut dalam segitiga tersebut adalah 180 derajat. Subjek S_1 mempunyai proses berpikir mengkonstruksi bukti geometri yang baik. Hal ini bisa dilihat pada gambar kedua ke gambar ketiga. Subjek S_1 langsung memotong gambar yang asalnya berbentuk segitiga siku-siku dengan diperpanjang

sisinya dan garis bantu ke gambar yang menunjukkan bahwa sudut-sudut dalam segitiga dijumlahkan akan membentuk garis lurus. Subjek S_1 juga langsung merubah nama dari sudut C_2 pada gambar kedua menjadi sudut C pada gambar ketiga karena sudah mengetahui alasannya dan besar sudutnya sama. Begitu pula dengan sudut B_2 yang pada gambar kedua dirubah menjadi sudut B pada gambar ketiga.

Pada tahap prosep (proses dan konsep) subjek S_1 juga sudah paham akan konsep dan proses dari pembuktian geometri tersebut. Berikut adalah cuplikan transkrip wawancara subjek S_1 :

P : jika kamu mendengar pernyataan seperti ini “jumlah sudut dalam segitiga ABC atau segitiga sembarang adalah 180 derajat” apa yang pertama terlintas dalam pikiran kamu?

$S_{1.43}$: (diam dan sambil lihat jawaban) tanpa kata-kata..

P : begini, santai aja, tak ulangi, jika kakak bilang seperti ini “jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180 derajat” apa yang ada dalam pikiran kamu? Atau kamu paham cara mengerjakannya?

$S_{1.44}$: ohh.. ya paham kak, kayak yang tadi itu, pakai hubungan antar sudut.

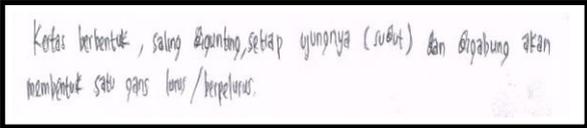
P : sekarang jika ada pernyataan seperti itu, apakah kamu paham akan proses kerjakannya dan konsepnya?

$S_{1.45}$: iya kak, paham. Kan sama kayak yang tadi tak kerjakan, konsepnya pakai hubungan antar sudut, terus prosesnya sama

kayak tadi tapi segitiganya diberi garis tambahan dulu.

Berdasarkan hasil wawancara di atas, subjek S_1 mengetahui dan paham akan konsep dari hubungan antar sudut dan bisa menggunakan konsep tersebut untuk proses pembuktian geometri. Pada tahap ini subjek S_1 sudah melewati tahap prosep (proses dan konsep) pada teori Gray-Tall dengan baik, akan tetapi butuh sedikit rangsangan pertanyaan yang lebih untuk memahami maksud dari peneliti.

Pada tahap prosep ini subjek S_1 juga diberikan pertanyaan yang berbeda oleh peneliti, yakni apakah mempunyai cara lain untuk membuktikan jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180 derajat. Subjek S_1 menjawab dengan tenang dan mempunyai cara lain untuk membuktikannya yakni dengan kertas berbentuk. Adapun jawaban tertulis dari subjek S_1 terkait cara lain dalam membuktikan ditunjukkan pada Gambar 4.7 berikut ini.



Kertas berbentuk, saling digabung, setiap ujungnya (sudut) dan digabung akan membentuk satu garis lurus /berpeturas.

Gambar 4.7

Potongan jawaban tertulis subjek S_1 terkait cara lain dalam pembuktian

Berikut ini adalah cuplikan transkrip wawancara dengan subjek S_1 :

- P : oke, sekarang apa kamu punya cara lain untuk mengerjakan soal ini?
- $S_{1.46}$: iya kak, bisa. Dengan kertas bebentuk.
- P : bagaimana itu?

$S_{1,47}$: digunting setiap sudutnya kak, kemudian di susun dan disatukan nanti membentuk garis lurus/sudut berpelurus sehingga sudutnya kan 180 derajat.

Berdasarkan hasil transkrip wawancara di atas, subjek S_1 mempunyai cara lain untuk membuktikan pada soal yang diberikan yakni dengan kertas berbentuk. Berdasarkan hasil analisis di atas menunjukkan bahwa, subjek S_1 mampu mengetahui dan menjelaskan aturan-aturan penarikan kesimpulan dari proses pembuktian geometri yang logis. Subjek S_1 juga sudah melalui tahap prosep (proses dan konsep) pada teori Gray-Tall dengan baik. Subjek S_1 paham akan konsep hubungan antar sudut dan prosesnya. Subjek S_1 juga mempunyai cara yang lain untuk membuktikan jumlah sudut-sudut dalam segitiga dengan kertas berbentuk.

2. Analisis data S_2

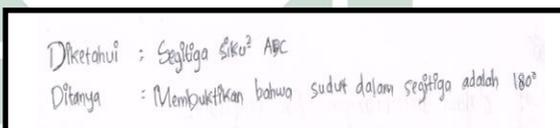
Tahap pengkontruksian bukti geometri sebagai prosep menurut Gray-Tall ada tiga tahapan yaitu prosedur, proses, dan prosep (proses dan konsep). Berikut ini akan ditunjukkan uraian masing-masing tahapan.

a. Prosedur

Berdasarkan deskripsi data di atas menunjukkan bahwa, subjek S_2 dalam mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian geometri ditunjukkan dengan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam tes matematika yang diberikan. Subjek S_2 menuliskan yang diketahui pada tes matematika yaitu segitiga siku-siku ABC. Kemudian subjek S_2 juga menuliskan apa yang ditanyakan dalam tes matematika yaitu membuktikan bahwa sudut-sudut dalam segitiga adalah 180 derajat. Selanjutnya subjek S_2 membuat langkah-langkah untuk menemukan hasil dari pembuktian yaitu dengan mengidentifikasi fakta,

membuat garis bantu, dan memilih konsep yang digunakan.

Subjek S_2 mengidentifikasi fakta yaitu dengan menyebutkan dan menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal matematika. Selanjutnya subjek S_2 memuat garis bantu yang bertujuan untuk memudahkan dalam proses pembuktian geometri. Adapun jawaban tertulis subjek S_2 tentang garis penolong dapat dilihat pada Gambar 4.9. Subjek S_2 memilih konsep hubungan antar sudut yakni dengan menggunakan definisi sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus. Adapun jawaban tertulis subjek S_2 tentang pemilihan konsep dapat dilihat pada Gambar 4.10. Tahapan prosedur dalam penelitian ini memuat satu indikator mengkonstruksi bukti geometri yaitu mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian geometri. Hal ini menurut Sumarmo, penjelasan identifikasi subjek S_2 di atas termasuk dalam indikator pertama yaitu mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian geometri. Adapun jawaban tertulis subjek S_2 terkait identifikasi fakta akan ditunjukkan pada Gambar 4.8 berikut ini.



Gambar 4.8

Potongan jawaban tertulis subjek S_2 terkait identifikasi fakta dalam pembuktian

Berdasarkan Gambar 4.8 di atas, subjek S_2 dapat menuliskan dan mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian geometri dengan baik. Subjek S_2 mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian di tes matematika sebelum mengerjakan dan ditulis apa yang diketahui serta yang ditanyakan pada soal tersebut. Berikut ini adalah cuplikan wawancara subjek S_2 dalam mengidentifikasi fakta dalam pembuktian:

- P : bagaimana ris? Apa kamu paham soal ini?
- S_{2.13} : iya, saya paham kak,
- P : kemudian, apa yang kamu ketahui dari soal ini?
- S_{2.14} : yang saya ketahui dari soal ini adalah segitiga siku-siku ABC. Begitu kak..
- P : oh.. ya ris, terus apa ada lagi?
- S_{2.15} : gak ada kak,

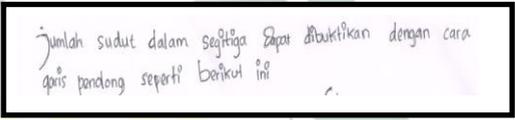
Berdasarkan hasil transkrip wawancara di atas, menurut Sumarmo dapat diketahui bahwa subjek S₁ termasuk dalam indikator pertama yaitu dapat menyebutkan dan mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian. Subjek S₂ sudah mampu mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian dengan baik. Namun subjek S₂ dalam mengidentifikasi cenderung berpikir agak lambat karena dalam mengidentifikasi fakta, subjek S₂ membutuhkan waktu lebih lama daripada subjek S₁. Tahapan prosedur subjek S₂ sudah dicapai dengan baik dengan bisa mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian, sehingga tahap prosedur pada teori Gray-Tall telah dilaksanakan. Berdasarkan hasil analisis data di atas, dapat disimpulkan bahwa subjek S₂ dapat mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian geometri dan melaksanakan tahap prosedur pada teori Gray-Tall dengan cara membaca teks soal yang diberikan dan setelah mengerjakan soal dilakukan wawancara.

b. Proses

Tahapan pengkontruksian bukti geometri yang kedua pada teori Gray-Tall yaitu proses. Pada tahap proses ini terdapat beberapa indikator mengkonstruksi bukti. Adapun uraian masing-masing indikator mengkonstruksi bukti akan dijelaskan di bawah ini.

- 1) Membuat konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian

Berdasarkan deskripsi data di atas menunjukkan bahwa, subjek S_2 menyebutkan konjektur untuk menyelesaikan tes matematika yang telah diberikan. Subjek S_2 menuliskan konjektur dengan memakai garis penolong dan hubungan antar sudut. Menurut Sumarmo, penulisan dan penyebutan konjektur subjek S_2 di atas termasuk dalam indikator kedua yakni membuat konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian. Adapun jawaban tertulis dari subjek S_2 terkait konjektur dalam pembuktian ditunjukkan pada Gambar 4.9 berikut ini.



jumlah sudut dalam segitiga dapat dibuktikan dengan cara garis pondong seperti berikut ini

Gambar 4.9
Potongan jawaban tertulis subjek S_2 terkait konjektur dalam pembuktian

Berdasarkan Gambar 4.9 di atas, subjek S_2 hanya menuliskan dengan memakai garis penolong saja, akan tetapi pada proses pembuktian geometrinya subjek S_2 memakai konsep hubungan antar sudut juga. Subjek S_2 sudah paham tentang hubungan antar sudut dengan memakai definisi dari sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus. Berikut ini adalah cuplikan transkrip wawancara subjek S_2 tentang membuat konjektur dalam pembuktian:

- P : sip.. kira-kira, bagaimana cara untuk menyelesaikan soal ini?
- $S_{2.18}$: untuk menyelesaikan soal ini dapat dibuktikan dengan garis penolong seperti ini (sambil menunjuk jawaban) dan hubungan antar sudut.

Berdasarkan hasil wawancara di atas menunjukkan bahwa, subjek S_2 mampu membuat konjektur dalam pembuktian geometri dengan memakai garis penolong dan konsep hubungan antar sudut. Hal ini sesuai dengan Sumarmo bahwa penyebutan dan pembuatan konjektur subjek S_2 termasuk indikator kedua yakni membuat konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian.

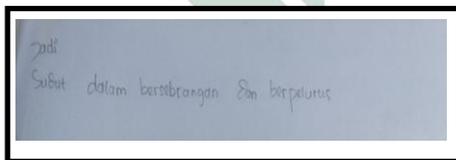
Subjek S_2 membuat konjektur dengan proses berpikir yang cepat dan yakin. Pada waktu wawancara, subjek S_2 sudah bisa langsung paham akan pertanyaan yang diberikan. Subjek S_2 memberikan jawaban bahwa konjektur yang akan dipakai adalah dengan menggunakan garis penolong dan hubungan antar sudut. Hal ini berbeda dengan subjek S_1 yang butuh waktu untuk menjelaskan tentang konjektur yang dibuat karena masih setengah ingat. Namun, peneliti sudah mengetahui dan memahami akan maksudnya. Subjek S_1 butuh rangsangan sedikit agar dapat paham dengan maksud dari pertanyaan yang diberikan. Pada tahap ini, subjek S_2 sudah mengalami tahap proses pada tahap teori Gray-Tall dalam menyelesaikan soal pembuktian geometri.

Berdasarkan hasil analisis di atas, dapat disimpulkan bahwa subjek S_2 mampu membuat konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian geometri dan juga mengalami tahap proses pada teori Gray-Tall. Subjek S_2 membuat konjektur dengan menulis dan menyebutkan konjektur yakni dengan memakai garis penolong dan hubungan antar sudut.

- 2) Menunjukkan aturan/*warrant* sebagai hal yang menjembatani pernyataan dan kesimpulan

Berdasarkan deskripsi data di atas menunjukkan bahwa, subjek S_2 menunjukkan

dan menulis aturan/warrant yang dipakai untuk membuktikan tes matematika yang diberikan. Kemudian subjek S_2 menunjukkan aturan yang dipakai yakni dengan memakai definisi dari sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus. Menurut Sumarmo, penulisan dan penunjukkan aturan/warrant subjek S_2 di atas termasuk dalam indikator ketiga yaitu menunjukkan aturan/warrant sebagai hal yang menjembatani pernyataan dan kesimpulan. Adapun pernyataan dari subjek S_2 terkait aturan/warrant ditunjukkan pada Gambar 4.10 berikut ini.



Gambar 4.10
Potongan jawaban tertulis subjek S_2 terkait aturan/warrant

Berdasarkan Gambar 4.10 di atas menunjukkan bahwa, subjek S_2 menunjukkan aturan/warrant tentang hubungan antar sudut. Selanjutnya subjek S_2 juga dapat menuliskan hubungan antar sudut yang digunakan yakni sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus. Berikut ini adalah cuplikan transkrip wawancara subjek S_2 tentang menunjukkan aturan dalam proses pembuktian.

- P : oh.. begitu ya.
Kemudian konsep matematika apa yang kamu pakai tadi untuk meyelesaikan soal ini?
- $S_{2.20}$: hubungan antar sudut kak..

- P : oh iya ris, apa saja itu?
Coba tuliskan?
- S_{2.21} : di bawahnya sini kak?
(agak bingung)
- P : dibaliknya aja ris, kan
masih kosong.
- S_{2.22} : iya kak, (sambil
menulis jawaban).
- P : iya ditulis disitu, hehe
- S_{2.23} : sudah kak.
- P : iya, apa itu?
- S_{2.24} : jadi, hubungan antar
sudut yang saya pakai
adalah sudut dalam
bersebrangan (hmmm,,
diam sejenak) dan
sudut berpelurus.

Berdasarkan hasil transkrip wawancara di atas menunjukkan bahwa, Menurut sumarmo, penyebutan dan penunjukan aturan/*warrant* oleh subjek S₂ termasuk dalam indikator yang ketiga yakni menunjukkan aturan/*warrant* sebagai hal yang menjembatani pernyataan dan kesimpulan. Subjek S₂ dapat menunjukkan dan menyebutkan aturan/*warrant* yang dipakai untuk proses menyelesaikan soal matematika. Subjek S₂ menuliskan dan menunjukkan aturan yang digunakan yaitu tentang hubungan antar sudut. Dalam hubungan antar sudut terdapat beberapa definisi-definisi sudut. Kemudian subjek S₂ dapat memilih definisi sudut yang akan digunakan dan menuliskannya pada lembar jawaban yang sudah di sediakan. Subjek S₂ memilih menggunakan definisi sudut dalam berseberangan dan definisi sudut berpelurus untuk menyelesaikan pembuktian geometri.

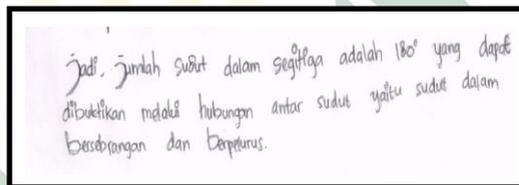
Penjelasan mengenai definisi sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus dilakukan pada waktu wawancara. Subjek S_2 mengalami proses berpikir yang cepat tanggap akan pertanyaan yang diberikan oleh peneliti pada waktu wawancara. Subjek S_2 langsung menjawab dengan cepat dan yakin bahwa akan menggunakan konsep hubungan antar sudut untuk menyelesaikan tes matematika yang telah diberikan. Selanjutnya subjek S_2 memilih dan menunjukkan aturan/warrant yang akan digunakan yaitu definisi sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus. Tidak hanya memilih dan menunjukkan aturan/warrant saja, akan tetapi subjek S_2 dapat menjelaskan aturan/warrant yang digunakan dalam menyelesaikan tes matematika. Subjek S_2 telah mengalami proses berpikir dalam menunjukkan aturan/warrant sebagai jembatan antara pernyataan dan kesimpulan dengan baik. Pada tahap ini, subjek S_2 mengalami tahap proses pada teori Gray-Tall dengan baik.

Berdasarkan hasil analisis data di atas dapat disimpulkan bahwa, subjek S_2 mampu menunjukkan aturan/warrant sebagai hal yang menjembatani antara pernyataan dan kesimpulan pada pembuktian geometri. Subjek S_2 dapat menunjukkan dan menyebutkan hubungan antar sudut tepatnya dengan memakai definisi sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus. Proses berpikir subjek S_2 juga telah melakukan tahap proses pada teori Gray-Tall dengan baik. Subjek S_2 dengan cepat menjawab pertanyaan yang diberikan tentang menunjukkan aturan yang akan dipakai.

- 3) Mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dalam pembuktian geometri

Berdasarkan deskripsi data di atas menunjukkan bahwa, subjek S_2 dapat

mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dari tes matematika yang diberikan tentang pembuktian geometri. Subjek S_2 secara cepat dan yakin menjawab pertanyaan yang diberikan tentang kesimpulan dari pembuktian geometri. Subjek S_2 menyebutkan dan mengidentifikasi bahwa kesimpulan dari soal yakni jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180 derajat. Menurut Sumarmo, identifikasi dan penyebutan oleh subjek S_2 termasuk dalam indikator keempat yakni mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dalam pembuktian geometri. Adapun jawaban tertulis subjek S_2 dalam mengidentifikasi kesimpulan dalam pembuktian ditunjukkan pada Gambar 4.11 berikut ini.



Jadi, jumlah sudut dalam segitiga adalah 180° yang dapat dibuktikan melalui hubungan antar sudut yaitu sudut dalam beraturan dan kelipatan.

Gambar 4.11

Potongan jawaban tertulis subjek S_2

Berikut ini adalah lanjutan kutipan transkrip wawancara subjek S_2 tentang identifikasi kesimpulan:

- P : selanjutnya, apa kesimpulan dari soal ini?
 $S_{2.26}$: kesimpulan yang saya dapat dari soal ini adalah sudut dalam segitiga adalah 180 derajat.

Berdasarkan hasil transkrip wawancara di atas menunjukkan bahwa, subjek S_2 dapat mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan pada pembuktian geometri. Subjek S_2 dengan

cepat menjawab dan yakin bahwa jumlah sudut-sudut dalam segitiga ABC adalah 180 derajat. Hal ini sesuai dengan Sumarmo, identifikasi kesimpulan subjek S_2 termasuk dalam indikator keempat yaitu mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dalam pembuktian geometri.

Subjek S_2 dapat berpikir cepat dan tepat dalam hal mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dikarenakan telah membuktikan soal yang telah diberikan. Pada tahap ini subjek S_2 tidak mengalami kesulitan karena pertanyaan yang diberikan pada waktu wawancara telah terbukti dan sudah diselesaikan. Identifikasi suatu hal yang menjadi kesimpulan pada pembuktian geometri sangat diperlukan karena hal ini bisa menuntun dan mengarahkan ke tujuan akhir atau kesimpulan yang akan dicapai.

Berdasarkan analisis data di atas dapat disimpulkan bahwa subjek S_1 mampu mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dalam pembuktian geometri dengan benar dan cepat. Proses berpikir untuk mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan pembuktian dengan mengerjakan soal yang telah diberikan. Pada tahap ini subjek S_1 juga melakukan tahap proses pada teori Gray-Tall dengan baik.

c. Prosep

Berdasarkan deskripsi data di atas menunjukkan bahwa, subjek S_2 dapat mengetahui aturan-aturan penarikan kesimpulan dari proses pembuktian geometri yang logis. Subjek S_2 memakai aturan hubungan antar sudut dalam menyelesaikan pembuktian geometri. Hubungan antar sudut meliputi banyak definisi sudut-sudut, akan tetapi subjek S_2 memakai definisi sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus dalam menyelesaikan soal pembuktian. Menurut Sumarmo, penjelasan dan

penunjukkan dari subjek S_2 di atas termasuk dalam indikator yang kelima yakni mengetahui aturan-aturan penarikan kesimpulan dari proses pembuktian geometri yang logis. Berikut adalah cuplikan transkrip wawancara dengan subjek S_2 :

P : oke, bagus, sudahkah kamu yakin dengan jawaban kamu ris?

$S_{2.27}$: iya kak, yakin. (dengan cepat jawabnya)

P : kalau sudah yakin ris, terus bagaimana caranya kamu memeriksa kalau jawaban kamu ini sudah benar?

$S_{2.28}$: ehmmm,, (diam sambil lihat jawaban)

P : begini, coba jelaskan aja jawaban kamu. Mulai dari mana tadi kerjakannya?

$S_{2.29}$: oh ya kak, tadi mulai dari sini, (sambil nunjuk gambar)

P : oke, coba jelaskan, dari yang pertama sampai yang terakhir.

$S_{2.30}$: iya kak, pertama saya beri garis bantu yang sejajar dengan garis AB.

P : terus?

$S_{2.31}$: terus saya perpanjang kak, semua garis yang ada di segitiga siku-siku ABC, dan juga ada garis bantu yang sejajar dengan garis AB. Kemudian pada sudut B ini kak (sambil nunjuk sudut B), sudut B ini besarnya sama dengan sudut ini kak, karena sudut dalam bersebrangan.

P : oh ya, ini gambar satu ya?

S_{2.32} : iya kak, ini masih gambar satu atau gambar yang ini (sambil tunjuk gambar)

P : oke, terus gambar yang ini bagaimana? (sambil tunjuk gambar lainnya dari jawaban)

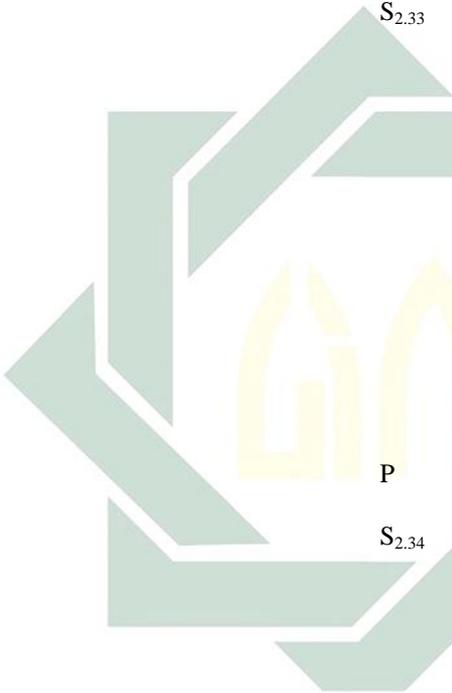
S_{2.33} : iya kak, jadi karena tadi sudah ada sudut dalam bersebrangan sudut B, sekarang sudut B yang ini kak. (sambil tunjuk gambar). Jadi sudut B yang ini juga sudut dalam bersebrangan dengan sudut ini kak. Terus sudut A adalah sudut siku-siku, ini juga sudut yang besarnya sama kak dengan sudut A, karena sudut A dalam bersebrangan dengan sudut ini (sambil tunjuk gambar).

P : iya, terus gambar selanjutnya?

S_{2.34} : selanjutnya kak, kan dari gambar yang ini tadi dan gambar yang ini tadi sudah kak, kemudian digabung. Jadi sudut B bersebrangan dengan sudut ini, kemudian sudut A bersebrangan dengan sudut ini juga. Jadi membentuk sudut berpelurus kak.

P : bentar, gimana? Coba diulang (agak bingung)

S_{2.35} : kan dari sudut B ini kak, kemudian sudut B ini besarnya sama dengan sudut ini karena sudut dalam bersebrangan kak. Kemudian



sudut A ini kak, ini kan juga sudut dalam bersebrangan dengan sudut ini. Jadi sudut-sudut ini membentuk sudut yang berpelurus kak.

P : oh.. iya, terus gambar yang terakhir gimana?

S_{2.36} : iya kak, ini kan hampir sama kayak gambar yang sebelumnya kak, akan tetapi agak di perjelas sedikit, hehe (sambil ketawa). Sudut B yang ini besarnya sama dengan sudut ini kak, karena sudut dalam bersebrangan. Sudut B yang ini juga besarnya sama dengan yang ini karena sudut dalam bersebrangan juga (menunjuk sudut B yang tumpul). Sedangkan sudut A ini kak, besarnya juga sama dengan sudut ini, karena sudut dalam bersebrangan. Kemudian sudut-sudut ini kan ada dalam segitiga ABC kak, ini kan membentuk sudut berpelurus. Sedangkan sudut berpelurus kan besarnya 180 derajat.

Berdasarkan hasil wawancara di atas menunjukkan bahwa, subjek S₂ memahami aturan-aturan penarikan kesimpulan dari pembuktian geometri secara logis. Subjek S₂ tidak hanya mengetahui saja, akan tetapi juga bisa menjelaskan aturan-aturan yang dipakai dalam menyelesaikan soal pembuktian geometri. Menurut Sumarmo, penjelasan dari subjek S₂ di atas termasuk dalam indikator kelima yaitu mengetahui aturan-aturan

penarikan kesimpulan dari proses pembuktian geometri yang logis.

Subjek S_2 menjelaskan aturan-aturan penarikan kesimpulan dari penyelesaian soal pembuktian geometri hanya dengan menunjuk jawaban yang dituliskan. Kemudian peneliti memberikan pertanyaan jika sudah yakin dengan jawaban yang telah dituliskan. Subjek S_2 menjawab dengan cepat bahwa jawaban yang ditulis itu sudah benar dan yakin. Kemudian subjek S_2 diberikan pertanyaan cara memeriksa bahwa jawaban yang telah dituliskan itu sudah benar. Subjek S_2 terlihat sedikit kebingungan dan belum mengerti akan maksud dari pertanyaan yang diberikan. Selanjutnya subjek S_2 diberikan sedikit tambahan rangsangan pertanyaan yang memperjelas maksudnya. Subjek S_2 memahami pertanyaan tambahan yang diberikan dan mau menjelaskan jawabannya.

Subjek S_2 menjelaskan jawabannya dimulai dari gambar yang pertama dia buat. Subjek S_2 memberikan garis penolong atau garis bantu yang sejajar dengan sisi AB pada segitiga siku-siku ABC. Pemberian garis penolong atau garis bantu yang sejajar dengan sisi AB pada segitiga bertujuan untuk memudahkan proses pembuktian geometri. Penambahan garis penolong yang sejajar dengan sisi AB ini juga bertujuan agar membentuk sudut berpelurus jika ke tiga sudut dijumlahkan tanpa memindahkan sudut C. Subjek S_2 membuat tanda sudut dengan simbol bertujuan bahwa besar sudut yang diberikan tanda sudut dengan simbol tersebut adalah sama. Kemudian subjek S_2 memberikan tanda sudut dengan simbol “ \sphericalangle ” di sudut B yang besarnya juga sama dengan sudut yang ada tanda sudut dengan simbol “ \sphericalangle ” pada titik C di luar segitiga siku-siku ABC dan di atas garis BC. Subjek S_2 memberikan tanda sudut yang sama

dikarenakan kedua sudut tersebut adalah sudut dalam berseberangan sehingga besar sudutnya sama.

Pada gambar kedua, subjek S_2 memberikan tanda sudut dengan simbol “~~∠~~” pada sudut A. Sudut A pada gambar kedua mempunyai besar 90 derajat karena sudut A adalah sudut siku-siku. Subjek S_2 memahami bahwa sudut siku-siku besarnya 90 derajat sehingga memberikan tanda sudut yang sama dengan simbol “~~∠~~” juga pada titik C di luar segitiga siku-siku ABC dan di sebelah kiri garis AC. Sudut yang mempunyai tanda dengan simbol “~~∠~~” besar sudutnya sama karena kedua sudut tersebut adalah sudut dalam berseberangan. Sudut yang mempunyai tanda sudut dengan simbol “~~∠~~” besarnya 90 derajat dan juga besar sudutnya sama dengan sudut A. Selanjutnya subjek S_2 juga memberikan tanda sudut dengan simbol “~~∠~~” pada titik B di luar segitiga siku-siku ABC dan di atas garis BC. Subjek S_2 bertujuan untuk menyamakan besar sudut tersebut sama dengan besar sudut C ditambah dengan sudut yang besarnya sama dengan sudut A dengan simbol “~~∠~~”. Subjek S_2 beralasan bahwa kedua sudut tersebut merupakan sudut dalam berseberangan sehingga diberikan tanda sudut yang sama.

Pada gambar ketiga, subjek S_2 menggambar segitiga siku-siku yang sudah banyak tanda sudutnya. Pada gambar ketiga ini subjek S_2 bertujuan menggabungkan antara gambar satu dengan gambar yang kedua yang telah dibuat sebelumnya. Selanjutnya subjek S_2 sudah memindahkan besar sudut A ke sudut di titik C pada luar segitiga ABC dengan simbol “~~∠~~”. Sudut A diberi tanda sudut dengan simbol “~~∠~~” besarnya 90 derajat dan besarnya sama dengan

sudut yang diberi tanda sudut dengan simbol “ \sphericalangle ” pada titik C di luar segitiga ABC dan di sebelah kiri garis AC. Subjek S_2 beralasan bahwa kedua sudut tersebut adalah sudut dalam berseberangan. Selanjutnya pada sudut B, subjek S_2 merubah tanda sudut dengan simbol “ \sphericalangle ” menjadi simbol “ \sphericalangle ” pada gambar ketiga ini.

Besar sudut B pada segitiga siku-siku ABC sama dengan besar sudut yang diberi tanda sudut dengan simbol “ \sphericalangle ” oleh subjek S_2 karena kedua sudut tersebut adalah sudut dalam berseberangan. Selanjutnya subjek S_2 menggambar segitiga keempat untuk memperjelas bahwa jumlah sudut dalam segitiga adalah 180 derajat. Besar sudut A pada segitiga ABC sama dengan besar sudut dengan simbol “ \sphericalangle ” di luar segitiga ABC pada titik C dan di sebelah kiri garis AC karena sudut dalam berseberangan. Besar sudut B pada segitiga ABC sama dengan besar sudut dengan simbol “ \sphericalangle ” di luar segitiga ABC pada titik C dan di atas garis BC. Kemudian subjek S_2 memberikan pernyataan bahwa ketiga sudut tersebut membentuk sudut berpelurus. Besar sudut berpelurus adalah 180 derajat sehingga terbukti bahwa jumlah sudut dalam segitiga adalah 180 derajat.

Subjek S_2 mempunyai proses berpikir mengkonstruksi bukti geometri yang baik. Hal ini bisa dilihat pada jawaban tertulis bahwa gambar yang telah dibuat runtut dan terstruktur. Gambar yang dibuat oleh subjek S_2 tidak di potong akan tetapi tetap seperti gambar yang pertama dibuat sampai pada gambar terakhir. Pada gambar terakhir terlihat bahwa sudut-sudut dalam segitiga dijumlahkan membentuk sudut berpelurus yakni di sudut C. Hal ini terbukti bahwa jumlah sudut dalam segitiga ABC adalah 180 derajat.

Pada tahap prosep (proses dan konsep) subjek S_1 juga sudah paham akan konsep dan proses dari pembuktian geometri tersebut. Berikut adalah cuplikan transkrip wawancara subjek S_2 :

P : sip, sekarang jika kamu mendengar pernyataan seperti itu, apa yang ada dalam pikiran kamu?

$S_{2.38}$: ehmm (agak bingung).. belum paham kak?

P : iya, begini maksudnya, jika kamu mendengar pernyataan “jumlah sudut-sudut dalam segitiga berjumlah 180 derajat” apa yang ada dalam pikiran kamu? Atau apa yang terlintas pertama dalam pikiran kamu?

$S_{2.39}$: jadi, jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180 derajat itu bisa di buktikan dengan hubungan antar sudut seperti ini..

P : oke..., kamu paham konsep dan prosesnya ?

$S_{2.40}$: iya paham kak, konsep hubungan antar sudut dan prosesnya seperti ini tadi.

Berdasarkan hasil wawancara di atas, subjek S_1 mengetahui dan paham akan konsep dari hubungan antar sudut dan bisa menggunakan konsep tersebut untuk proses pembuktian geometri. Pada tahap ini subjek S_2 sudah melewati tahap prosep (proses dan konsep) pada teori Gray-Tall dengan baik, akan tetapi butuh sedikit rangsangan pertanyaan yang lebih untuk memahami maksud dari peneliti.

Pada tahap prosep ini subjek S_2 juga diberikan pertanyaan yang berbeda oleh peneliti, yakni apakah mempunyai cara lain untuk membuktikan jumlah sudut-sudut dalam segitiga adalah 180 derajat. Subjek S_1 menjawab dengan tenang dan mempunyai cara lain untuk membuktikannya yakni dengan kertas berbentuk segitiga. Berikut ini adalah cuplikan transkrip wawancara dengan subjek S_2 :

P : bagus.. apa kamu punya cara lain untuk mengerjakan soal ini?

$S_{2.41}$: ada kak, dengan kertas segitiga dipotong menjadi 3 bagian dan di satukan ujungnya nanti membentuk sudut berpelurus..

P : terus..?ada yang lain

$S_{2.42}$: udah itu aja..

Berdasarkan hasil transkrip wawancara di atas, subjek S_2 mempunyai cara lain untuk membuktikan pada soal yang diberikan yakni dengan kertas segitiga. Kemudian subjek S_2 juga menjelaskan jika kertas segitiga tersebut dipotong dan sudut-sudutnya dijumlahkan. Setelah dijumlahkan atau disatukan akan membentuk sudut berpelurus. Kemudian peneliti memberikan pertanyaan lagi tentang cara lain dalam pembuktian sudut dalam segitiga. Subjek S_2 menjawab dengan tenang yakni kalau hanya itu saja yang diketahui untuk menyelesaikannya.

Berdasarkan hasil analisis di atas menunjukkan bahwa, subjek S_2 mampu mengetahui dan menjelaskan aturan-aturan penarikan kesimpulan dari proses pembuktian geometri yang logis. Subjek S_2 juga sudah melalui tahap prosep (proses dan konsep) pada teori Gray-

Tall dengan baik. Subjek S_1 paham akan konsep hubungan antar sudut dan prosesnya. Subjek S_1 juga mempunyai cara yang lain untuk membuktikan jumlah sudut-sudut dalam segitiga dengan kertas berbentuk segitiga.

