

BAB V PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dijelaskan pada bab empat menunjukkan bahwa, proses berpikir siswa dalam mengkonstruksi bukti geometri berdasarkan teori Gray-Tall terdiri dari lima indikator yang terdapat pada tiga tahapan mengkonstruksi bukti geometri sebagai proses yaitu tahap prosedur, proses, dan proses (proses dan konsep). Indikator mengkonstruksi bukti geometri sebagai proses yaitu mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian geometri, membuat konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian, menunjukkan aturan/*warrant* sebagai hal yang menjembatani pernyataan dan kesimpulan, mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dalam pembuktian geometri, dan mengetahui aturan-aturan penarikan kesimpulan dari proses pembuktian geometri yang logis.

Tahap pertama pada teori Gray-Tall yakni tahap prosedur. Pada tahap prosedur memuat satu indikator yakni mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian geometri. Pada tahap prosedur ini, subjek S_1 dan subjek S_2 melakukan identifikasi apa yang menjadi fakta dengan menyebutkan apa yang diketahui dan ditanyakan dalam tes matematika yang diberikan. Subjek S_1 mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian dengan membaca teks secara cepat. Selanjutnya subjek S_1 menyebutkan apa yang diketahui dan ditanyakan setelah dilakukan proses wawancara. Dalam hal ini, subjek S_1 mengidentifikasi semua yang menjadi fakta setelah mengerjakan tes matematika dan dilakukan wawancara. Sedangkan subjek S_2 mengidentifikasi apa yang menjadi fakta sebelum mengerjakan tes matematika. Subjek S_2 membutuhkan waktu yang sedikit lama dibandingkan dengan subjek S_1 dalam hal mengidentifikasi fakta. Oleh karena itu, subjek S_2 menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan di awal mengerjakan tes matematika. Menurut Sumarmo, identifikasi dan penjelasan dari subjek S_1 dan subjek S_2 termasuk dalam indikator pertama yaitu mengidentifikasi apa yang menjadi fakta pada pembuktian geometri. Tahap prosedur pada teori Gray-Tall juga sudah dilaksanakan dengan baik, akan tetapi butuh sedikit rangsangan.

Tahap kedua pada teori Gray-Tall adalah tahap proses. Pada tahap proses terdapat tiga indikator mengkonstruksi bukti geometri

sebagai prosep yaitu membuat konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian, menunjukkan aturan/warrant sebagai hal yang menjembatani pernyataan dan kesimpulan, serta mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dalam pembuktian geometri. Dalam membuat konjektur sebagai hipotesis subjek S_1 dan subjek S_2 menyebutkan cara yang akan dipakai dalam menyelesaikan tes matematika. Subjek S_1 dan subjek S_2 menjawab sama yakni dengan menggunakan konsep hubungan antar sudut. Garis penolong atau garis bantu juga ditambahkan oleh kedua subjek baik subjek S_1 dan subjek S_2 . Pada tahap membuat konjektur, subjek S_1 dan subjek S_2 menjelaskan menggunakan konsep hubungan antar sudut setelah dilakukan wawancara. Subjek S_1 dan subjek S_2 tidak menjelaskan pada waktu mengerjakan tes matematika. Menurut Sumarmo, penjelasan dari subjek S_1 dan subjek S_2 termasuk dalam indikator kedua yaitu membuat konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian.

Setelah membuat konjektur subjek S_1 dan subjek S_2 memberikan penjelasan tentang konsep yang digunakan dalam menyelesaikan soal. Subjek S_1 memakai konsep hubungan antar sudut dan memilih menggunakan definisi sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus. Begitu pula dengan subjek S_2 yang menggunakan definisi sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus dalam pembuktian geometri. Kedua subjek memahami akan definisi sudut yang dipakai dalam proses pembuktian akan tetapi tidak ditulis dalam lembar jawaban. Pemilihan definisi sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus ditulis oleh subjek S_1 dan subjek S_2 di lembar jawaban setelah dilakukan wawancara. Subjek S_1 sedikit bingung pada waktu diberikan pertanyaan tentang konsep yang telah digunakan. Hal ini berbeda dengan subjek S_2 yang dengan santai tetapi paham dengan pertanyaan yang diberikan. Penjelasan tentang pemilihan definisi sudut yang digunakan tidak dibahas pada penelitian ini. Hal ini menjadi menarik bagi peneliti lain untuk menyelidiki pemilihan definisi sudut tersebut. Selanjutnya subjek S_1 dan subjek S_2 mengidentifikasi kesimpulan dari pembuktian.

Dalam mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan pada pembuktian geometri, subjek S_1 dan subjek S_2 bersama-sama dengan cepat menjawab bahwa jumlah sudut dalam segitiga adalah 180 derajat. Subjek S_1 tidak mengalami kebingungan akan pertanyaan yang

diberikan karena sudah jelas dan sudah menyelesaikan pembuktian geometri. subjek S_2 juga dengan cepat dan santai menjawab pertanyaan yang diberikan tentang kesimpulan dari pembuktian geometri. Subjek S_1 membuat kesimpulan dengan menulis sudut-sudut yang ada pada segitiga ABC besarnya dijumlahkan adalah 180 derajat. Subjek S_1 menuliskan $A + B + C = 180^\circ$. Berbeda dengan subjek S_1 , subjek S_2 hanya menuliskan secara deskripsi bahwa jumlah sudut dalam segitiga adalah 180 derajat. Subjek S_2 sudah paham akan kesimpulan pembuktian geometri namun kurang dalam menuliskan jawaban yang dimaksud soal. Menurut Sumarmo, penjelasan dan penyebutan aturan/warrant serta identifikasi kesimpulan dari subjek S_1 dan subjek S_2 termasuk dalam indikator yang ketiga dan keempat yaitu menunjukkan aturan/warrant sebagai hal yang menjembatani pernyataan dan kesimpulan serta mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dalam pembuktian geometri. Pada tahap ini subjek S_1 dan subjek S_2 telah melalui tahap proses berpikir dalam proses pembuktian geometri.

Tahap ketiga pada teori Gray-Tall yaitu tahap prosep (proses dan konsep). Pada tahap prosep terdapat satu indikator mengkonstruksi bukti geometri yaitu mengetahui aturan-aturan penarikan kesimpulan dari proses pembuktian geometri yang logis. Subjek S_1 dan subjek S_2 telah menyelesaikan tes matematika yang diberikan yaitu tentang pembuktian geometri. subjek S_1 memahami aturan-aturan yang dipakai pada waktu membuktikan. Peneliti meminta untuk menjelaskan aturan-aturan tersebut, akan tetapi subjek S_1 terlihat kebingungan dengan apa yang dimaksud peneliti. Setelah diberikan rangsangan pertanyaan tambahan, subjek S_1 perlahan dan mengerti yang dimaksud. Subjek S_1 menjelaskan aturan yang dipakai sampai mendapat kesimpulan dari soal pembuktian. Dalam menjelaskan subjek S_1 sudah memahami aturan yang dipakai yakni dengan menuliskan aturan tersebut pada waktu menunjukkan besar sudut B sama dengan sudut B_2 . Penulisan aturan-aturan ini diletakkan disebelah gambar oleh subjek S_1 . Sedangkan subjek S_2 menjelaskan secara langsung tanpa menuliskan alasan besar sudut yang sama besar.

Subjek S_1 memberikan nama sudut B_2 pada sudut baru yang ada diluar segitiga ABC. Subjek S_1 bertujuan untuk menyamakan besar sudut B_2 dengan besar sudut B. Berbeda dengan subjek S_1 , subjek S_2 memberikan tanda sudut yang berbeda dengan sudut yang ada pada

segitiga ABC. Besar sudut yang sama diberikan tanda sudut tersendiri oleh subjek S_2 . Tanda sudut yang dimaksud yaitu dengan simbol “ \sphericalangle ”, “ \sphericalangle ”, dan “ \sphericalangle ”. Pemberian tanda sudut dengan simbol tersebut bertujuan bahwa besar sudutnya sama. Hal ini menarik, karena subjek S_2 tidak memberikan nama sudut yang berbeda akan tetapi dengan simbol tersendiri. Perbedaan ini menarik untuk dipelajari lagi tentang penamaan sudut dalam menyamakan besar sudut. Subjek S_1 dan subjek S_2 kemudian diberikan penguatan tentang konsep dan proses (prosep) yang telah dikerjakan.

Pada tahap prosep (proses dan konsep) subjek S_1 dan subjek S_2 sudah memahami akan konsep dan proses yang digunakan dalam menyelesaikan pembuktian. Kedua subjek sedikit bingung ketika pertanyaan tentang prosep di berikan. Akan tetapi dengan sedikit tambahan pertanyaan dan situasi yang santai kedua subjek bisa memahaminya. Subjek S_1 dan subjek S_2 memahami akan konsep hubungan antar sudut dan proses menggunakan dalam pembuktian geometri. Kedua subjek jika mendengar tentang pernyataan tentang jumlah sudut dalam segitiga adalah 180 derajat maka sudah paham akan konsep dan proses pembuktiannya.

Selain tahapan prosep (proses dan konsep) peneliti juga memberikan pertanyaan tentang cara lain dalam membuktikan jumlah sudut dalam segitiga. Kedua subjek memiliki cara lain yaitu dengan menggunakan kertas berbentuk. Pada kertas berbentuk segitiga, kemudian dipotong dan disatukan ujungnya sehingga terbentuk sudut berpelurus. Karena sudut berpelurus besar sudutnya 180 derajat sehingga terbukti bahwa jumlah sudut dalam segitiga adalah 180 derajat.

Eksplorasi kedua subjek terkait mengkonstruksi bukti geometri dan tahap berpikir mengkonstruksi bukti pada teori Gray-Tall disajikan pada Tabel 5.1 berikut ini.

Tabel 5.1

Eksplorasi mengkonstruksi bukti geometri

Indikator	Subjek S_1	Subjek S_2
Prosedur	Subjek S_1	Subjek S_2

<p>1. Mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian geometri</p>	<p>menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan pada tes matematika yang telah diberikan. Penulisan apa yang diketahui dan ditanya pada tes matematika setelah dilakukan wawancara.</p>	<p>menuliskan terlebih dahulu apa yang diketahui dan ditanyakan pada tes matematika sebelum menyelesaikan pembuktian geometri.</p>
<p>Proses 2. Membuat konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian</p>	<p>Subjek S_1 membuat konjektur dengan menyebutkan definisi-definisi yang sudah diketahui.</p>	<p>Subjek S_2 membuat konjektur dengan menggunakan garis penolong dan hubungan antar sudut.</p>
<p>3. Menunjukkan aturan/<i>warrant</i> sebagai hal yang menjembatani pernyataan dan kesimpulan</p>	<p>Subjek S_1 menggunakan konsep hubungan antar sudut. Definisi sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus dipilih untuk menyelesaikan pembuktian.</p>	<p>Subjek S_2 menunjukkan aturan/<i>warrant</i> dengan menggunakan konsep hubungan antar sudut. Definisi sudut dalam berseberangan dan sudut berpelurus digunakan dalam menyelesaikan pembuktian.</p>
<p>4. Mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dalam pembuktian geometri</p>	<p>Subjek S_1 mengidentifikasi kesimpulan pada soal dengan menyebutkan</p>	<p>Subjek S_2 mengidentifikasi kesimpulan pada soal dengan menyebutkan</p>

	bahwa jumlah sudut dalam segitiga adalah 180 derajat.	bahwa jumlah sudut dalam segitiga adalah 180 derajat.
Prosep (proses dan konsep) 5. Mengetahui aturan-aturan penarikan kesimpulan dari proses pembuktian geometri yang logis	Subjek S_1 mengetahui menjelaskan aturan-aturan yang dipakai pada proses pembuktian geometri. Subjek S_1 juga sudah memahami proses dan konsep tentang hubungan antar sudut. Subjek S_1 memahami proses pembuktian dan konsep aturan yang digunakan.	Subjek S_2 mengetahui dan menjelaskan aturan-aturan yang dipakai pada proses pembuktian geometri. Subjek S_2 memahami proses dan konsep dari hubungan antar sudut. Subjek S_2 memahami proses pembuktian dan konsep dari definisi sudut yang digunakan.