Paket 7
POHON RENTANG MINIMAL

Pendahuluan

Perkuliahan pada paket ini difokuskan pada konsep pohon *(tree)*. Kajian dalam paket ini meliputi pengertian pohon rentang minimal dan lintasan terpendek. Dibahas pula algoritma yang berkaitan dengan lintasan terpendek.

Pada paket 7 ini akan dibahas graph khusus yang disebut pohon rentang minimal dan algoritma-algoritma yang terkait. Algoritma yang akan dibahas adalah algoritma Prim dan algoritma Djikstra.

Media pembelajaran yang perlu disiapkan dalam perkuliahan ini adalah berupa proyektor dan Labtob sebagai salah satu media pembelajaran yang dapat membatu perkuliahan. Slide Powerpoint yang menarik dan memuat contoh yang terkait dengan kehidupan nyata penting untuk dipersiapkan dengan baik. Serta kertas plano, spidol dan isolasi sebagai alat memaparkan kreatifitas hasil perkuliahan dengan membuat peta konsep.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Rencana Pelaksanaan Perkuliahan

Kompetensi Dasar

Memahami konsep pohon rentang minimal.

Indikator

Memahami pengertian pohon rentang minimal
Memahami sifat-sifat pohon rentang mnimal
Mencari lintasan terpendek

Waktu

3 x 50 menit

Materi Pokok

konsep pohon rentang minimal

Kegiatan Perkuliahan

Kegiatan awal (20 menit)

1. Brainstorming dengan mengamati slide
2. Penjelasan mengenai pentingnya mempelajari paket

Kegiatan Inti (110 menit)

1. Dosen menerangkan materi secara ceramah dan umpan balik.
2. Penguatan hasil diskusi dari dosen
3. Dosen memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk menanyakan sesuatu yang belum paham atau menyampaikan konfirmasi

Kegiatan Penutup (15 menit)

1. Menyimpulkan hasil perkuliahan
2. Memberikan dorongan psikologis atau saran atau nasehat
3. Refleksi hasil perkuliahan oleh mahasiswa

Kegiatan Tindak Lanjut (5 menit)

1. Memberi tugas latihan
2. Mempersiapkan perkuliahan selanjutnya

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Lembar Kegiatan

Membuat contoh algoritma pohon rentang minimal

Tujuan

Setelah mempelajari materi ini diharapkan mahasiswa dapat memahami pengertian pohon dan pohon rentang, menentukan pohon rentang minimal dengan algoritma Prim, mencari lintasan terpendek dengan algoritma Dijkstra serta menerapkannya dalam kehidupan sehari-hari.

Bahan dan Alat

Proyektor / LCD dan Labtop

Langkah Kegiatan

1. Dosen memberikan tugas kepada mahasiswa untuk dikerjakan secara individu.
2. Mahasiswa diminta untuk memahami kembali materi yang sudah disampaikan secara ceramah.
3. Mahasiswa membuat contoh algoritma pohon rentang minimal pada buku tulis/lembaran yang telah disediakan.
4. Mahasiswa mengumpulkan tugas, kemudian dosen memilih secara acak 3 mahasiswa untuyk mempresentasikan kepada audien.
5. Dosen memberikan klarifikasi dan umpan balik tentang hasil presentasi.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Uraian Materi

ALGORITMA POHON RENTANG MINIMAL

Sebelum memahami materi pada paket ini mari kita hayati kajian tentang *muroqobah* (mendekatkan diri) kepada allah SWT berikut. Muraqabah merupakan salah satu sifat yang harus dimiliki oleh seorang muslim. Dengan muraqabah, seseorang dapat menjalankan ketaatan kepada Allah SWT dimanapun ia berada, hingga mampu mengantarkannya pada derajat seorang mu'min sejati. Demikian pula sebaliknya, tanpa adanya sikap seperti ini, akan membawa seseorang pada jurang kemaksiatan kepada Allah kendatipun ilmu dan kedudukan yang dimilikinya. Inilah urgensi sikap muraqabah dalam kehidupan muslim.

Dari segi bahasa *muraqabah* berarti pengawasan dan pantauan. Karena sikap muraqabah ini mencerminkan adanya pengawasan dan pemantauan Allah terhadap dirinya. Adapun dari segi istilah, *muraqabah* adalah, suatu keyakinan yang dimiliki seseorang bahwa Allah SWT senantiasa mengawasinya, melihatnya, mendengarnya, dan mengetahui segala apapun yang dilakukannya dalam setiap waktu, setiap saat, setiap nafas atau setiap kedipan mata sekalipun.

Jika diperhatikan dalam al-Qur'an, akan dijumpai banyak sekali ayat-ayat yang menggambarkan mengenai sikap muraqabah ini. Artinya, Allah senantiasa mengetahui segala gerak-gerik, tingkah laku, guratan-guratan dalam hati dan lain sebagainya. Sehingga benar-benar tiada tempat untuk berlari dari pengetahuan Allah SWT. Sebagai contoh Allah mengatakan dalam al-Qur'an:

لِلَّهِ مَا فِي ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَمَا فِي ٱلْأَرْضِ ۗ وَإِن تُبْدُوا۟ مَا فِىٓ أَنفُسِكُمْ أَوْ تُخْفُوهُ
يُحَاسِبْكُم بِهِ ٱللَّهُ ۖ فَيَغْفِرُ لِمَن يَشَآءُ وَيُعَذِّبُ مَن يَشَآءُ ۗ وَٱللَّهُ عَلَىٰ كُلِّ شَىْءٍ
قَدِيرٌ ﴿٢٨٤﴾

Kepunyaan Allah-lah segala apa yang ada di langit dan apa yang ada di bumi. Dan jika kamu melahirkan apa yang ada di dalam hatimu atau kamu menyembunyikan, niscaya Allah akan membuat perhitungan dengan kamu tentang perbuatanmu itu. Maka Allah mengampuni siapa yang dikehandaki-Nya

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

dan menyiksa siapa yang dikehendaki-Nya, dan Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu.[1]

Urgensi Sifat Muraqabah

Suatu hal yang sudah pasti dari adanya sifat seperti ini adalah optimalnya ibadah yang dilakukan seseorang serta jauhnya ia dari kemaksiatan. Karena ia menyadari bahwa Allah senantiasa melihat dan mengawasinya. Abdullah bin Dinar mengemukakan, bahwa suatu ketika saya pergi bersama Umar bin Khattab, menuju Mekah. Ketika mereka sedang beristirahat, tiba-tiba muncul seorang pengembala menuruni lereng gunung menuju mereka. Umar berkata kepada pengembala: "Hai pengembala, juallah seekor kambingmu kepada saya." Ia menjawab, "Tidak !, saya ini seorang budak." Umar menimpali lagi, "Katakan saja kepada tuanmu bahwa dombanya diterkam serigala." Pengembala mengatakan lagi, "kalau begitu, dimanakah Allah?" Mendengar jawaban seperti itu, Umar menangis. Kemudian Umar mengajaknya pergi ke tuannya lalu dimerdekakannya. Umar mengatakan pada pengembala tersebut, "Kamu telah dimerdekakan di dunia oleh ucapanmu dan semoga ucapan itu bisa memerdekakanmu di akhirat kelak." Pengembala ini sangat meyadari bahwa Allah memahami dan mengetahuinya, sehingga ia dapat mengontrol segala perilakunya. Ia takut melakukan perbuatan kemaksiatan, kendatipun hal tersebut sangat memungkinkannya. Karena tiada orang yang akan mengadukannya pada tuannya. Jika ia berbohong dan menjual dombanya tersebut. Namun hal tersebut tidak dilakukannya.

Dengan menghayati hikmah di atas sudah sepantasnya kita melakukan *muraqabah* dalam aktivitas apapun tak terkecuali dalam belajar.

A. Algoritma Pohon Rentang Minimal

Definisi 7.1

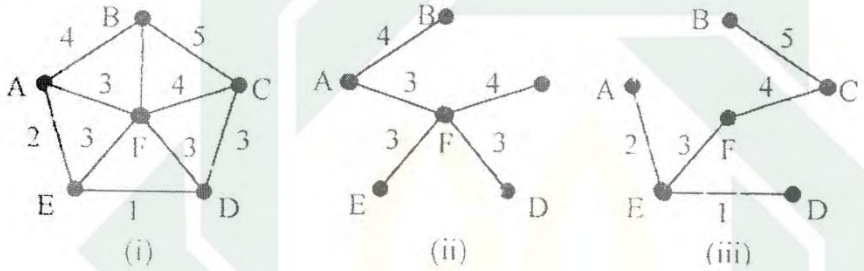
Graph bobot adalah graph yang setiap sisinya dikaitkan dengan suatu bilangan real. Sedangkan bobot suatu graph adalah jumlah bobot semua sisinya

[1] Al-Qur'an. 2 (al-Baqarah), 284

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Jika diberikan graph bobot G terhubung maka sebuah pohon rentang di G dengan bobot minimum disebut pohon rentang minimal. Dari segi aplikasi, menentukan pohon rentang minimal dalam sebuah graph bobot G adalah esensial. Sebagai ilustrasi ikuti uraian berikut.

Gambar berikut menyatakan rute jalan yang menghubungkan enam kota A, B, C, D, E, dan F. Anda kebetulan sebagai pengawas sekolah dan ingin mengunjungi sekolah-sekolah di kota tersebut. Andaikan setelah Anda hitung, biaya yang diperlukan untuk setiap perjalanan dari satu kota ke kota lain (PP) ditunjukkan oleh bobot sisi graph pada gambar di bawah (dalam puluhan ribu rupiah)



Kalau Anda menempuh rute seperti terlihat pada bagian (ii) maka biaya yang diperlukan sebesar 170 ribu rupiah. Tetapi kalau rute perjalanan yang Anda tempuh seperti terlihat pada bagian (iii) maka biaya yang Anda perlukan sebesar 150 ribu rupiah. Dengan demikian dilihat dari segi biaya jelas rute perjalanan bagian (iii) yang lebih murah. Adakah rute lain yang lebih murah.

Tujuannya adalah mencari rute yang memenuhi persyaratan dengan biaya semurah mungkin. Ini sama saja dengan usaha mendapatkan sebuah pohon rentang minimal dan sebuah graph bobot tertentu. Jika banyaknya sisi dalam graph sedikit, maka pohon rentang minimal di graph tersebut mungkin bisa diperoleh dengan mendaftar semua pohon rentang yang ada di graph tersebut, kemudian menetapkan pohon rentang yang mempunyai bobot tertentu. Tentu saja cara tersebut sangat tidak praktis dan tidak efisien, terlebih untuk graph-graph yang mempunyai sisi dan titik yang cukup banyak.

Oleh karena itu, berikut akan dibahas sebuah algoritma yang sangat praktis dan efisien untuk mencari sebuah pohon rentang minimal di dalam

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

sebuah graph bobot terhubung. Algoritma ini dikenal dengan nama algoritma Prim.

Algoritma Prim

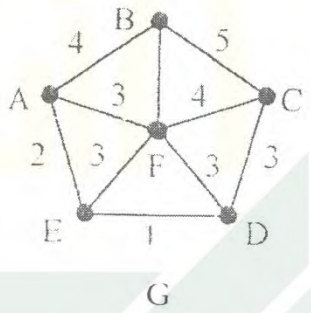
INPUT : Graph bobot G terhubung dengan n buah titik

STEP I : Pilih sebuah titik v dan G dan tulis $T_1 = v$

STEP 2 : Pilih sebuah sisi e_k dengan bobot minimal yang menghubungkan sebuah titik T_k dengan sebuah titik G yang bukan di T_k. Jika terdapat lebih dari satu sisi yang demikian, maka pilih salah satu sembarang. Tulis $T_{k+1} = T_k U C_k$.

STEP 3 : Jika n - 1 sisi telah terpitih (k = n - 1), STOP dan beri pesan Tk+1 adalah pohon rentang minimal di G. Jika k < n-1, maka kembali ke STEP 2.

Contoh 7.1



Gunakan algoritma Prim untuk mencari pohon rentang minimal pada graph G di atas.

Jawab

Misalkan dimulai dengan memilih titik A. Sehingga T_1 adalah graph dengan satu titik yaitu titik A. Terdapat 3 sisi G yang menghubungkan sebuah titik di T_1 dan sebuah titik bukan di T_1 yaitu AB, AF, dan AE. Karena sisi AE mempunyai bobot terkecil yaitu 2, maka pilih AE sebagai e_1. Dengan demikian T_2 adalah graph dengan himpunan titik A, E dan himpunan sisi e_1 = AE. Selanjutnya, terdapat 4 sisi G yang menghubungkan sebuah titik di T_2 dan sebuah titik bukan di T_2 yaitu sisi-sisi AB, AF, EF, dan ED dengan bobot berturut-turut 4, 3, 2, dan 1. Karena sisi ED

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

mernpunyai bobot terkecil rnaka pilih ED sebagai e_2, sehingga T3 adalah graph dengan himpunan titik A, E, D dan himpunan sisi e_1 = AE, e_2 = ED.

Perhatikan bahwa terdapat 5 sisi G yang menghubungkan sebuah titik di T_3 dan sebuah titik bukan di T_3 yaitu AB, AF, EF, OF, dan DC dengan bobot 4,3,3,3, dan 3. Karena minimum dan {4, 3, 3, 3, 3} = 3 dan terdapat 4 sisi yang berbobot 3, rnaka pilih salah satu sembarang dari sisi-sisi AF, EF, DF, dan DC sebagai e_3. Misalkan e_3 = EF. Dengan demikiaan T_4 adalah graph dengan himpunan titik A, E, D, F dan himpunan sisi e_1, e_2, e_3. Sekarang hanya terdapat 3 sisi G yang menghubungkan sebuah titik di T_4 dan sebuah titik bukan di T_4 yaitu sisi-sisi AB, FC, dan DC. Tampak di antara ketiga sisi tersebut DC mempunyai bobot terkecil, sehingga e_4= DC dan T_5 adalah graph dengan himpunan titik {A, E, D, F, C} dan himpunan sisi e_1, e_2, e_3, e_4.

Selanjutnya terdapat 2 sisi G yang rnenghubungkan sebuah titik di T_5 dan sebuah titik bukan di T_5 yaitu sisi-sisi AB dan CB. Karena bobot AB lebih kecil dari bobot CB, rnaka pilih e_5= AB. Dengan demikian T6 adalah graph dengan himpunan titik A, E, F, C, B dan himpunan sisi-sisi e_1, e_2, e_3, e_4, e_5. Karena n - 1 = 5 sisi sudah terpilih, maka rnenurut algoritrna Prim harus STOP dan dapat disimpulkan bahwa T_6 dengan bobot 13 adalah sebuah pohon rentang minimal di G.

Teorema 7.2

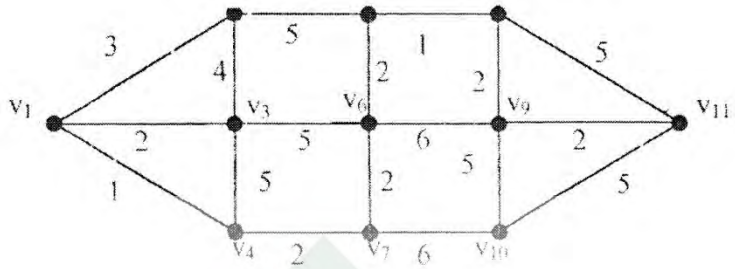
Algoritma Prim menghasilkan sebuah pohon rentang minimal disebuah graph bobot terhubung dengan n titik. (coba buktikan sendiri)

B. Lintasan Terpendek

Pada bagian A telah dibahas cara menentukan pohon rentang minimal dari suatu graph bobot G dengan algoritrna Prim. Pada bagian ini, dengan prinsip yang hampir sama akan dicari lintasan terpendek pada suatu graph bobot G.

Perhatikan gambar di bawah ini:

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id



Andaikan titik dalarn graph G tersebut mewakili kota, sisi mewakili jalan antara dua kota, dan bobot sisi menyatakan panjang jalan yang diwakili oleh sisi tersebut.

Misalkan Anda berada di kota v_1 dan ingin bepergian dengan bus ke kota v_{11}. Ada berapa lintasan yang bisa Anda tempuh? Misalkan $P_1 = (v_1, v_2, v_5, v_8, v_{11})$; $P_2 = (v_1, v_3, v_6, v_9, v_{11})$; $P_3 = (v_1, v_4, v_7, v_{10}, v_{11})$; dan $P_4 = (v_1, v_4, v_7, v_6, v_9, v_{11})$ yang secara berturut-turut panjangnya 14, 15, 14, dan 13.

Tentu saja dari segi aplikasi di antara ke-4 lintasan tersebut, lintasan P_4 yang paling menguntungkan. Adakah lintasan dari v_1 ke v_{11} yang lebih pendek dari ke-4 lintasan tersebut?

Persoalan pokok yang dibicarakan di sini adalah bagaimana mencari lintasan terpendek antara dua titik dalam suatu graph bobot tertentu. Untuk mencari panjang lintasan terpendek dari sebuah titik s ke sebuah titik t di graph bobot 0, dengan bobot setiap sisi 0 bilangan non negatif, digunakan algoritma yang dikembangkan oleh Dijkstra.

Algoritma Dijkstra

INPUT : Graph bobot G terhubung dengan titik s, $t \in v(G)$

STEP 1 : Label titik s dengan : $\lambda(s) = 0$ dan untuk setiap titik v di G selain s, label v dengan $\lambda(v) = \infty$ (dalarn setiap praktek ∞ diganti dengan bilangan yang "sangat besar"). Tulis $T = v(G)$

STEP 2 : Misalkan $u \in T$ dengan ; $\lambda(u)$ minimum

STEP 3 : Jika u = t, STOP; dan beri pesan panjang lintasan terpendek dari s kc t adalah : $\lambda(t)$

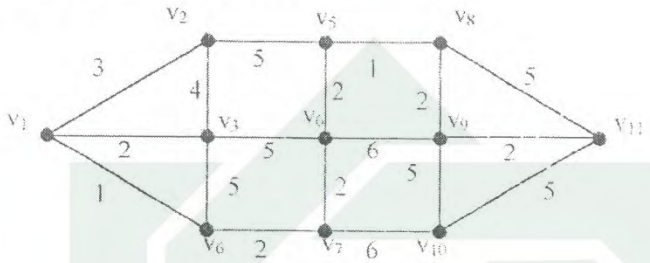
STEP 4 : Untuk setiap sisi e = uv, $v \in T$, ganti label v dengan : $\lambda(v) =$ minimum $\lambda(v)$, : $\lambda(u) + w(e)$. (w(e) adalah bobot dari e).

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

STEP 5 : Tulis T = T - u dan selanjutnya kembali ke STEP 2

Contoh 7.2

Gunakan algoritma Dijkstra untuk menentukan lintasan terpendek dari titik v_1 ke titik v_{11} di graph bobot G berikut.



G

Menurut STEP 1, label titik v_1 dengan $\lambda(v_1) = 0$ dan untuk setiap i, $2 \le i \le 11$ label vi dengan $\lambda(vi) = \infty$.

Selanjutnya tulis T = $v_1, v_2, ..., v_{11}$. Pandang T sebagai himpunan titik-titik di G yang belum dilabel permanen, sehingga label dari titik G dan himpunan T dapat dilihat pada tabel berikut.

Titik v_i	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}
λ(vi)	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
T	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}

Terlihat bahwa titik di T yang mempunyai label minimum adalah v_1, sehingga menurut STEP 2, $u = v_1$. Karena $u \neq v_{11}$, loncat ke STEP 4. Terdapat 3 sisi G yang terkait dengan v_i yaitu v_1v_2, v_1v_3, dan v_1v_4 sedemikian hingga v_2, v_3 dan v_4 di T (dengan kata lain v_2, v_3, dan v_4 belum permanen). Karena $\lambda(v_2) = \infty > 0+3 = \lambda(v_1) + w(v_1v_2)$, maka ganti label v_2 dengan $\lambda(v_2) = 3$. Demikian pula, karena $\lambda(v_3) = \infty > 0 + 2 = \lambda(v_1) + w(v_1v_3)$, ganti label v_3 dengan $\lambda(v_3) = 2$. Selanjutnya, dengan alasan serupa ganti label v4 dengan $\lambda(v_4) = 1$.

STEP 5: ganti T dengan T- $\{v_1\}$.

Pada tahap ini dikatakan bahwa titik v_1 telah dilabel permanen dengan label $\lambda(v_1) = 0$, sehingga label titik G dan himpunan T yang baru dapat dilihat pada tabel berikut.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Titik v_i	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}
$\lambda(v_i)$	0	3	2	1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
T	-	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}

Selanjutnya ke STEP 2. Karena v_4 adalah titik di T dengan label minimum maka u = v_4. Karena U ≠ v_{11}, pergi ke STEP 4. Terdapat 2 sisi G yang terkait di v_4 yaitu v_4v_3 dan v_4v_7 sedemikian hingga v_{13}, v_7 di T. *(Perhatikan sisi v_4v_1 juga terkait dengan titik v_4, tetapi $v_1 \notin T$. Karena λ (v3) = 2 1 + 5 = λ (v4) + w (v_4v_3), maka label v_3 tetap yaitu λ (v_3) = 2. Karena λ (v_7) = ∞ 1 + 2 = λ (v_4) + W (v_4v_7), ganti label v_7 dengan λ (v_7) = 3. STEP 5: ganti T dengan T - [v_4. Titik v_4 mendapat label permanen $\lambda(v_4)$ = 1,* sehingga tabel baru menjadi:

Titik v_i	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}
$\lambda(v_i)$	0	3	2	1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
T	-	v_2	v_3	-	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}

Kembali ke STEP 2. Titik v_3 adalah titik di T yang berlabel minimum. Oleh karena itu u = v_3 Selanjutnya pergi ke ST'EP 4. Terdapat dua titik yang berhubungan langsung dengan v_3 yaitu v_2 dan v_6,. Karena λ (v_2) = 3 < 2 + 4 = λ (v_3) + w(v_3v_2), maka label v_2 tetap yaitu λ (v_3) = 3. Karena $\lambda(v_6)$ = ∞ > 2 + 5 = λ (v_3) + w(v_3,v_6), maka label v_6 menjadi A (v_6) = 7, λ (v_3) = 2, sehingga tabel yang baru menjadi:

Titik v_i	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}
$\lambda(v_i)$	0	3	2	1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
T	-	v_2	-	-	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}

Dari tabel terakhir terlihat bahwa v_2 adalah salah satu titik di T yang mempunyai label minimum yaitu λ (v_2) = 3. Berdasarkan STEP2, diperoleh u = v_2. Pergi ke STEP 5.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Hanya ada satu titik di T yaitu v_5 yang berhubungan langsung dengan v_2. Karena $\lambda(v_5) = \infty > 3 .1- 5 = \lambda(v_2) + w(v_2v_5)$, label v_5 dengan $\lambda(v_5) = 8$. STEP 5: tulis $T = T - \{v_2\}$. Titik v_2 mendapat label permanen $\lambda(v_2) = 3$, sehingga didapat tabel berikut ini.

Titik v_i	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}
$\lambda(v_i)$	0	3	2	1	8	7	3	∞	∞	∞	∞
T	-	-	-	-	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}

Selanjutnya kembali ke STEP 2. Pilih $u = v_7$. STEP 4: terdapat 2 titik di T yang berhubungan langsung dengan v_7, yaitu titik v_6 dan v_{10}. Karena $\lambda(v_6) = 7 > 3 + 2 = \lambda(v_7) + w(v_7v_6)$, maka ganti label v_6 dengan $\lambda(v_6) = 5$. Karena ; $\lambda(v_{10}) = \infty > 3 + 6 = \lambda(v_7) + W(v_7v_{10})$, label v_{10} dengan $\lambda(v_{10}) = 9$. STEP 5: $T = T - v_7$ dan titik v_7 sudah dilabel permanen dengan $\lambda(v_7) = 3$.

Titik v_i	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}
$\lambda(v_i)$	0	3	2	1	8	7	3	∞	∞	9	∞
T	-	-	-	-	v_5	v_6	-	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}

Dengan mengulangi proses di atas sedemikian hingga titik v_{11} dilabel permanen, maka secara berturut-turut akan diperoleh tabel-tabel berikut:

Titik v_i	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}
$\lambda(v_i)$	0	3	2	1	7	5	3	∞	11	9	∞
T	-	-	-	-	v_5	-	-	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}

Titik v_i	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}
$\lambda(v_i)$	0	3	2	1	7	5	3	8	11	9	∞
T	-	-	-	-	-	-	-	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Titik v_i	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}
$\lambda(v_i)$	0	3	2	1	7	5	3	8	10	9	13
T	-	-	-	-	-	-	-	-	v_9	v_{10}	v_{11}

Titik v_i	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}
$\lambda(v_i)$	0	3	2	1	7	5	3	8	10	9	13
T	-	-	-	-	-	-	-	-	v_9	-	v_{11}

Titik v_i	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}
$\lambda(v_i)$	0	3	2	1	7	5	3	8	10	9	12
T	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	v_{11}

Titik v_i	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}
$\lambda(v_i)$	0	3	2	1	7	5	3	8	10	9	12
T	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Dari tabel terakhir terlihat bahwa setiap titik v_i di G sudah dilabel permanen. Karena label permanen dari v_{11} adalah $\lambda(v_{11}) = 12$, maka panjang lintasan terpendek dari v_1 kc v_{11} di graph bobot G adalah 12.

Sedangkan untuk menentukan lintasan terpendek dari v_1 ke v_{11} dapat dilakukan dengan "metode telusur balik" yaitu dari v_{11} ke v_1. Perhatikan bahwa:

$\lambda(v_{11}) = 12 = 10 + 2 = \lambda(v_9) + w(v_9v_{11})$
$\lambda(v_9) = 10 = 8 + 2 = \lambda(v_8) + w(v_8v_9)$
$\lambda(v_8) = 8 = 7 + 1 = \lambda(v_5) + w(v_5v_8)$
$\lambda(v_5) = 7 = 5 + 2 = \lambda(v_6) + w(v_6v_5)$
$\lambda(v_6) = 5 = 3 + 2 = \lambda(v_7) + w(v_7v_6)$
$\lambda(v_7) = 3 = 1 + 2 = \lambda(v_4) + w(v_4v_7)$
$\lambda(v_4) = 1 = 0 + 1 = \lambda(v_1) + w(v_1v_4)$

Jadi $\lambda(v_4) = w(v_1v_4) + w(v_4v_7) + w(v_7v_6) + (v_6v_5) + (v_5v_8) + (v_8v_9) + (v_9v_{11})$.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Dengan demikian sebuah lintasan terpendek dengan panjang 12 dari v_1 ke v_{11} di graph bobot G adalah lintasan $v_1, v_4, v_7, v_6, v_5, v_8, v_9, v_{11}$.

Rangkuman

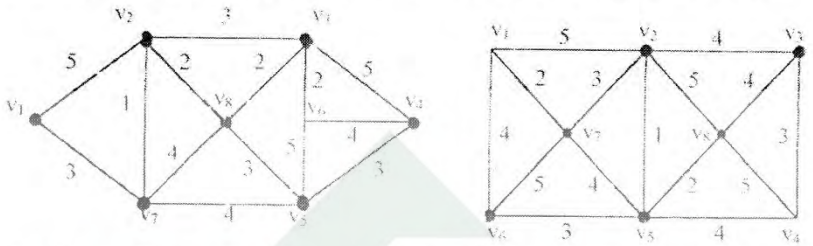
1. Graph bobot adalah graph yang setiap sisinya dikaitkan dengan suatu bilangan real. Sedangkan bobot suatu graph adalah jumlah bobot semua sisinya.
2. Algoritma Prim menghasilkan sebuah pohon rentang minimal disebuah graph bobot terhubung dengan n titik. (coba buktikan sendiri)
3. Untuk mencari panjang lintasan terpendek dari sebuah titik s ke sebuah titik t di graph bobot 0, dengan bobot setiap sisi 0 bilangan non negatif, digunakan algoritma yang dikembangkan oleh Dijkstra.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

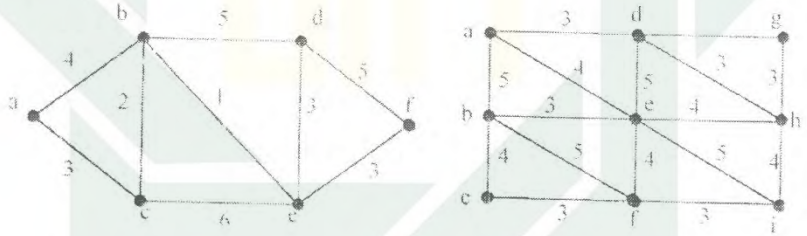
Latihan

Jawablah pertanyaan-pertanyaan di bawah ini!

1. Carilah sebuah pohon rentang minimal dari graph-graph berikut ini



2. Jika G graph terhubung dan bobot-bobot dari semua sisinya positif dan tidak ada yang sama maka pohon rentang minimal di G adalah tunggal. Apakah pernyataan tersebut benar? Jika benar buktikan dan jika salah beri sebuah contoh penyangkal!
3. Gunakan algoritma Dijkstra untuk menentukan panjang lintasan terpendek dari titik a ke setiap titik yang lain di graph-graph berikut. Tentukan pula sebuah lintasan terpendek dari a ke setiap titik lain tersebut!



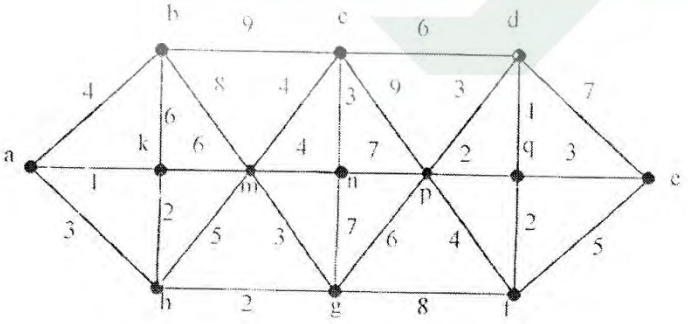
4. Sebuah perusahaan elektronik mempunyai cabang di 7 kota besar yakni K_1, K_2, ... , K_7. Harga tiket penerbangan dari kota K_i ke kota K_j diberikan oleh unsur matriks B di bawah ini yang terletak pada baris ke-i dan kolom ke-j (simbol ∞ berarti tidak ada penerbangan langsung). Misalkan Anda sebagai karyawan di perusahaan tersebut ditugasi untuk membuat sebuah tabel rute penerbangan termurah untuk setiap kota yang ada. Susunlah tabel yang dimaksud.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$B = \begin{array}{c} \begin{matrix} K_1 & K_2 & K_3 & K_4 & K_5 & K_6 & K_7 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 60 & 70 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 60 & 0 & 50 & 50 & 20 & \infty & \infty \\ 70 & 50 & 0 & 40 & \infty & 70 & \infty \\ \infty & 50 & 40 & 0 & 60 & 50 & \infty \\ \infty & 20 & \infty & 60 & 0 & 30 & 40 \\ \infty & \infty & 70 & 50 & 30 & 0 & 50 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 40 & 50 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{matrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \\ K_5 \\ K_6 \\ K_7 \end{matrix}$$

5. Seekor kelinci, seekor anjing dan seekor harirnau berada di satu tepi (sisi) sebuah sungai, dan seorang nelayan dengan perahu yang kecil ingin memindahkan ketiga binatang itu ke tepi yang lain. Karena kecilnya, perahu tersebut hanya mampu mengangkut nelayan dan paling banyak satu ekor binatang yang ada. Jika kelinci dan harimau saja yang tinggal bersama di suatu tepi sungai maka harimau akan memakan kelinci. Begitu pula jika anjing dan kelinci saja ditinggal di satu tepi sungai, maka anjing akan memakan kelinci.
   Bagaimanakah strategi yang dipakai oleh nelayan agar semua binatang yang dipindah selamat dan banyaknya nelayan menyeberang sesedikit mungkin?

6. Carilah sebuah pohon rentang maksimal dari graph pada gambar berikut dengan menggunakan algoritma Prim!



digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Referensi

Al-Qur'an al-karim

Budayasa, *I Ketut. Matematika Diskrit I.* Surabaya: University Press IKIP Surabaya.1997

Kusaeri, Ettie Rukmigarsari. *Matematika Diskrit.*Malang:UIN Malang. 2003

Yusuf, Ahmad Muhammad. *Ensokopedi tematis Ayat Al-qur'an dan Hadits Jilid II* jakarta:Widya Cahaya, 2009

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id