Paket 9
SIKEL HAMILTON

Pendahuluan

Perkuliahan pada paket ini difokuskan pada konsep sikel Hamilton, pengertian sikel Hamilton dan non Hamilton, dan algoritma *two-optimal.* Dalam paket 9 ini, mahasiswa diajak untuk memahami pengertian supergraph dan graph maksimal non Hamilton, serta dapat mencari sikel Hamilton dengan menggunakan algoritma *"two optimal."* Untuk memancing ide-ide kreatif mahasiswa. Mahasiswa diberi tugas untuk membaca uraian materi dan mendiskusikannya dengan panduan lembar kegiatan.

Penyiapan media pembelajaran dalam perkuliahan ini sangat penting. Perkulahan ini memerlukan media pembelajaran berupa LCD dan Labtob sebagai salah satu media pembelajaran yang dapat membatu perkuliahan, serta kertas plano, spidol dan isolasi sebagai alat memaparkan kreatifitas hasil perkuliahan.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Rencana Pelaksanaan Perkuliahan

Kompetensi Dasar

Memahami Sikel Hamilton dan Non Hamilton

Indikator

Memberikan contoh sikel Hamilton

Memberikan contoh sikel non Hamilton

Menerapkan algoritma *two-optimal* dalam pemecahan masalah

Waktu

3 x 50 menit

Materi Pokok

Sikel Hamilton

Kegiatan Perkuliahan

Kegiatan awal (20 menit)

1. Brainstorming dengan mengamati slide berbagai
2. Penjelasan mengenai pentingnya memmahasiswai paket

Kegiatan Inti (110 menit)

1. Membagi mahasiswa dalam 3 kelompok
2. Masing-masing kelompok mendiskusikan subtema :
   Kelompok 1 : super graph dan graph maksimal
   Kelompok 2 : sikel Hamilton dan Non Hamilton
   Kelompok 3 : algoritma *two-optimal*
3. Presentasi hasil diskusi dari masing-masing kelompok
4. Selesai presentasi setiap kelompok, kelompok lain memberikan klarifikasi
5. Penguatan hasil diskusi dari dosen
6. Dosen memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk menanyakan sesuatu yang belum paham atau menyampaikan konfirmasi

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Kegiatan Penutup (15 menit)

1. Menyimpulkan hasil perkuliahan
2. Memberikan dorongan psikologis atau saran atau nasehat
3. Refleksi hasil perkuliahan oleh mahasiswa

Kegiatan Tindak Lanjut (5 menit)

1. Memberi tugas latihan
2. Mempersiapkan perkuliahan selanjutnya

Lembar Kegiatan

Membuat ringkasan materi sikel hamilton

Tujuan

Mendalami materi sikel hamilton dan algoritma-algoritma yang mendukung

Bahan dan Alat

LCD proyektor dan laptob

Langkah Kegiatan

1. Pilihlah seorang ketua di masing-masing kelompok dan penulis konsep hasil kerja!
2. Diskusikan materi yang telah ditentukan dengan anggota kelompok!
3. Tuliskan hasil diskusi pada kertas folio bergaris!
4. Tempelkan hasil kerja kelompok di papan tulis atau dinding kelas!
5. Pilihlah satu anggota kelompok untuk presentasi!
6. Presentasikan hasil kerja kelompok secara bergiliran, dengan waktu bergiliran masing-masing 20 menit.
7. Berikan tanggapan atau klarifikasi dari presentasi.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Uraian Materi

SIKEL HAMILTON

Sebelum memulai memmahami isi materi ini marilah kita sejenak mengkaji risalah berikut kita harus tekun dalam mengerjakan suatu pekerjaan. Tekun berarti bersungguh-sungguh dan terus menerus dalam bekerja meskipun mengalami kesulitan, hambatan dan rintangan. Sebagai mahasiswa, Saudara harus tekun dalam belajar karena kewajiban utama mahasiswa adalah belajar. Dalam menuntut ilmu pengetahuan tidak boleh setengah-setengah. Ilmu pengetahuan itu sangat penting bagi kehidupan. Oleh karena itu, menuntut ilmu wajib bagi setiap muslim dan muslimat.

Dalam belajar, kadang-kadang kita mengalami kesulitan. Namun, kita tidak boleh putus asa. Saudara tentu masih ingat kisah Ibnu Hajar yang sangat bodoh dan sulit menerima materi. Dengan ketekunannya, ia berhasil menjadi ulama besar yang terkenang sampai sekarang. Ketekunan dan keuletan Ibnu Hajar itu perlu kita teladani. Kita harus selalu optimis dan yakin akan dapat memperoleh apa yang kita cita-citakan.

Sikap tekun menjadikan diri kita lebih terampil dan mumpuni dalam bidang yang kita tekuni. Orang yang mempunyai kreativitas, keterampilan dan kemauan keras akan meraih keberhasilan. Sebagi orang beriman, kita harus menekuni bidang kita masing-masing, sebagaimana diamanatkan dalam surah Al-Isra ayat 84 berikut ini:

قُلْ كُلٌّ يَعْمَلُ عَلَىٰ شَاكِلَتِهِۦ فَرَبُّكُمْ أَعْلَمُ بِمَنْ هُوَ أَهْدَىٰ سَبِيلًا ﴿٨٤﴾

Katakanlah: "Tiap-tiap orang berbuat menurut keadaannya masing-masing". Maka Tuhanmu lebih mengetahui siapa yang lebih benar jalannya.[1]

[1] Al-Qur'an, (al-Isra'): 84

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

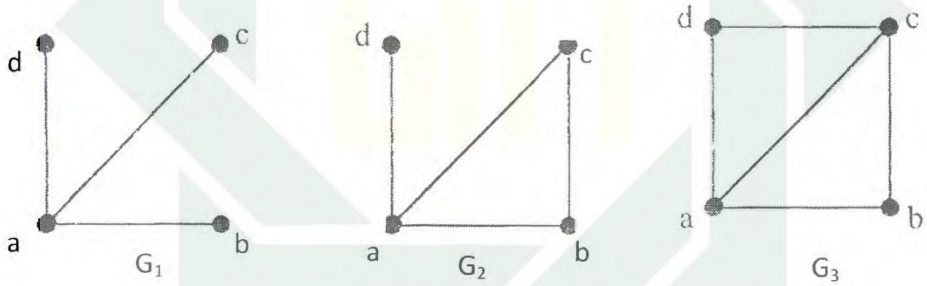
Orang yang tekun itu pantang putus asa. Ia selalu berusaha agar usahanya dapat berhasil. Sikap putus asa adalah sifat orang-orang kafir. Oleh karena itu, kita tidak boleh putus asa jika gagal dalam ikhtiar.

A. Sikel Hamilton

Definisi 9.1

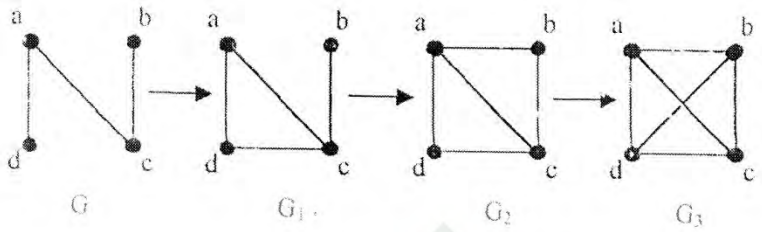
a. Lintasan Hamilton di graph G adalah suatu lintasan di G yang memuat semua titik G.
b. Sikel Hamilton di graph G adalah suatu sikel yang memuat setiap titik di G.
c. Graph G disebut graph Hamilton jika G mempunyai sikel Hamilton.

Penjelasan dari definisi di atas, dapat dilihat pada graph G_1, G_2, dan G_3 berikut ini.



Jika diberikan sebuah graph sederhana G dengan n titik, maka dapat dikonstruk secara bertahap supergraph dari G untuk mendapatkan graph komplit K_n (karena G merupakan subgraph dari graph komplit Kn). Hal ini dilakukan dengan jalan menambahkan sebuah sisi pada setiap tahap di antara dua titik yang tidak berhubungan langsung sebelumnya. Sebagai ilustrasi perhatikan gambar berikut.

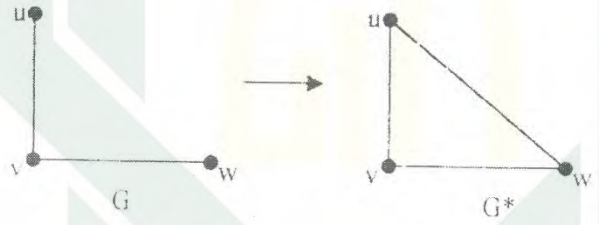
digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id



Definisi 9.2

a. H dikatakan supergraph dari G jika $V(H) \supseteq V(G)$ dan $E(H) \supseteq J\ E(G)$
b. Graph sederhana G disebut graph maksimal non Hamilton jika G bukan graph Hamilton namun jika ditambah satu sisi yang menghubungkan dua titik yang tidak berhubungan langsung maka graph yang baru merupakan graph Hamilton.

Contoh 9.1



Graph G rnerupakan graph maksimal non Hamilton namun graph G* merupakan graph Hamilton.

Beberapa sifat graph Hamilton:

Jika G graph sederhana dengan n titik, $n \geq 3$ dan $d(v) \geq \frac{n}{2}$ untuk setiap $V \in V(G)$ maka G graph Hamilton

Jika G graph sederhana dengan n titik, $n \geq 3$ dan untuk setiap dua titik u, $v \in V(G)$ yang tidak berhubungan langsung serta $d(u) + d(v) \geq n$ maka G graph Hamilton.

Berikut ini akan disajikan suatu algoritma untuk mencari sikel Hamilton dengan bobot minimum pada graph bobot Hamilton. Algoritrna ini dinamai dengan algoritma *"Two-Optimal"* karena pada masing-masing langkah

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

dilakukan pemilihan secara optimal dua pasang sisi pada graph bobot Hamilton.

B. Algoritma Two-Optimal

STEP 1 : Misalkan C = v_1v_2 .....v_n sebarang sikel Hamilton pada graph bobot G dan w sebagai bobot dari C, yakni w = $w(v_1v_2)+w(v_2v_3)+$ .....$+w(v_{n-1}v_n)+w(v_{n+1})$

STEP 2 : Ambil i = 1

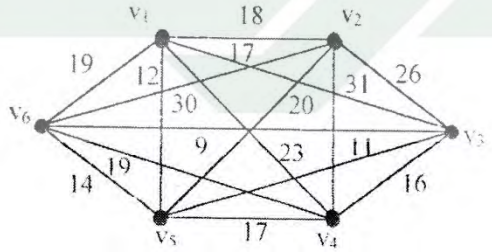
STEP 3 : Ambil j = i+2

STEP 4 : Misalkan C_{ij} sebagai sikel Hamilton yakni : $C_{ij} = v_1v_2$ ....$v_iv_jv_{j-1}$ .....v_{i+1} . $v_{j+1}v_{j+2}$ .....v_nv_1 dan misalkan $w_{ij}=w-w(v_iv_{i+1})-w(v_jv_{j+1})+w(v_iv_j)+w(v_{i+1}.v_{j+1})$. Jika $w_{ij} < w$ atau $w(v_iv_j)+w(v_{i+1}v_{j+1}) < w(v_j.v_{j+1})$ maka ganti C dengan C_{ij} dan w dengan wij yakni $C=C_{ij}$, $w=w_{ij}$ dan selanjutnya kembali ke STEP 1. Ganti barisan titik-titik v_1v_2 ....v_nv_1 yang diberikan dengan sikel C yang baru.

STEP 5 : Tetapkan j = j+1. Jika j ≤ n-2 lanjutkan ke STEP 3 dan jika tidak STOP.

Contoh 9.2

Gunakan algoritma two optimal pada graph komplit K_6 untuk menentukan sikel Hamilton.



Jawab

STEP 1: Misalkan C = $v_1v_3v_2v_4v_5v_6v_1$ sehingga w = 18 + 26 + 17 + 14 + 19 = 110

STEP 2: Tetapkan i=1

STEP 3: Tetapkan j=i=2=1+2=3

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

STEP 4: Pilih $C_{13} = v_1v_3v_2v_4v_5v_6v_1$ sehingga w13 = $\underline{17}$ + 26 + $\underline{31}$ + 17 + 14 + 19 = 124 (pada bagian ini dan seterusnya, bobot yang diberi garis bawah adalah dua sisi baru). Karena $w_{13} > w$, selanjutnya ke STEP 5

STEP 5: Tambahkan j sehingga menjadi 4

STEP 4: Tetapkan $C_{14} = v_1v_3v_2v_4v_5v_6v_1$sehingga w14 = $\underline{23}$ + 16 + 26 + $\underline{20}$ + 14 + 19 = 118. Karena w14 $\bar{}$ w, lanjutkan ke STEP 5.

STEP 5: Tambah j menjadi 5

STEP 4: Tetapkan $C_{15} = v_1v_5v_4v_2v_1v_6v_1$ sehingga w15 = 12 + 17 + 16 +26 + 30 + 19 = 120. Karena w15 $\bar{}$ w, lanjutkan ke STEP 5.

STEP 5: Tambahkan j sehingga menjadi 6

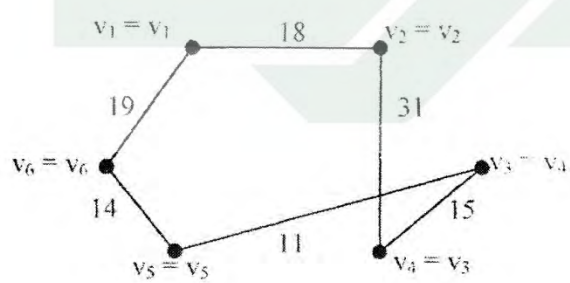
STEP 4: Tetapkan $C_{16} = v_1v_6v_5v_4v_3v_2v_1$ (ini merupakan kebalikan dari sikel c, sehingga w16 = w) lanjutkan ke STEP 5.

STEP 5: Tambahkan j sehingga menjadi 7. Karena j $\bar{}$ n maka tambahkan i sehingga menjadi 2. Karena i $\leq$ 4 = n-2 maka lanjutkan ke STEp 3.

STEP 3: Tetapkan j = i +2 = 2+2=4

STEP 4: Tetapkan C_{24} = v1v2v4v3v5v6v1 sehingga w_{24} = 18 + 31 + 16 + 11 + 14 + 19 = 109. Karena w24 $\bar{}$ w, ganti C dengan C_{24} dan w dengan w_{24} = 109. Lanjutkan ke STEP 1.

STEP 1: Sekarang C = $v_1v_3v_2v_4v_5v_6v_1$ dan w_{15} = 109, sebagaimana gambar berikut.



STEP 2: Tetapkan i = 1

STEP 3: Tetapkan j = i +2 = 1+2=3

STEP 4: Pilih C_{13} v1v3v2v4v5v6v1 sehingga w13 = 23 + 31 + 26 + 11 + 14 + 19 = 124. Karena w13 > w, selanjutnya ke STEP 5.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

STEP 5: Tambahkan j sehingga menjadi 4.

STEP 4: Tetapkan C_{15} = v1v4v3v2v5v6v1 sehingga w_{14} = 17 + 16 + 31 + 20 + 14 + 19 = 119. Karena $w_{15} > w$, lanjutkan ke STEP 5.

STEP 5: Tambahkan j sehingga menjadi 6

STEP 4: Tetapkan $C_{16} = v_1v_6v_5v_4v_3v_2v_1$ (ini merupakan kebalikan dari sikel c, sehingga w_{16}=w, lanjutkan ke STEP 5.

STEP 5: Tambah j sehingga menjadi 7. Karena j > n maka tambahlah i sehingga menjadi 2. Karena $i \leq 4 = n-2$ maka lanjutkan ke STEP 3.

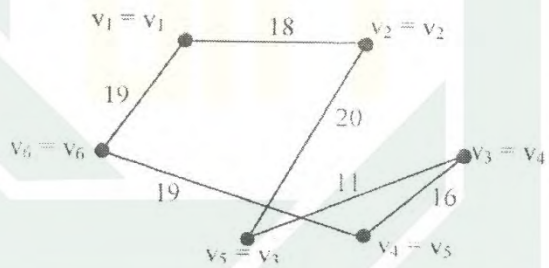
STEP 3: Tetapkan j = i +2 = 2+2=4

STEP 4: Tetapkan $C_{24} = v_1v_2v_4v_3v_5v_6v_1$ sehingga w_{24} = 18 + 26 + 16 + 17 + 14 + 19 =110. Karena w_{24}w, lanjutkan ke STEP 5.

STEP 5: Tambah j sehingga menjadi 5.

STEP 4: Tetapkan $C_{25} = v_1v_2v_5v_4v_3v_6v_1$ sehingga w_{25} = 18 + 20 + 11 + 16 19 + 19 = 103, lanjutkan ke STEP 1.

STEP 1: Sekarang C = $v_1v_2v_4v_3v_5v_6v_1$ dan 6 = 103. Notasikan kembali C = $v_1v_2v_3v_4v_5v_6$ yang berbeda dengan titik-titik sebelumnya.



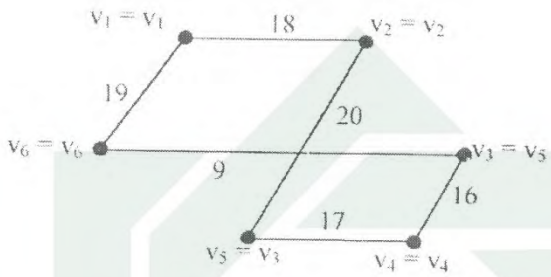
STEP 2: pilih i = 1

STEP 3: Tetapkan j=i+2=1+2=3

STEP 4: Pilih $C_{13} = v_1v_3v_2v_4v_5v_6v_1$ sehingga w_{13} = 12 + 20 + 26 + 19 + 19 = 112.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Bila proses di atas dilanjutkan, maka pada i = 3 dan j = 5 akan diperoleh C_{ij} = C_{35}= $v_1v_2v_3v_5v_4v_6v_1$ dan w_{ij} = w_{35} = 18 + 20 + 17 + 16 + 9 + 19 = 99, memberikan sikel baru G sebagaimana pada gambar di bawah ini. Bila proses ini dilanjutkan lagi maka tidak dapat diperoleh sikel yang optimal. Jadi sikel C_{35} merupakan sikel Hamilton yang optimal.



Sikel Hamilton optimal dari G

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Rangkuman

1. Graph G disebut graph Hamilton jika G mempunyai sikel Hamilton. Sikel Hamilton di graph G adalah suatu sikel yang memuat setiap titik di G.

2. Beberapa sifat graph Hamilton:
   Jika G graph sederhana dengan n titik, $n \geq 3$ dan $d(v) \geq \frac{n}{2}$ untuk setiap $V \in V(G)$ maka G graph Hamilton
   Jika G graph sederhana dengan n titik, $n \geq 3$ dan untuk setiap dua titik $u, v \in V(G)$ yang tidak berhubungan langsung serta $d(u) + d(v) \geq n$ maka G graph Hamilton.

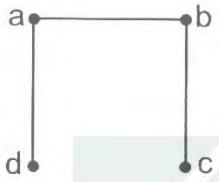
3. Untuk mencari sikel Hamilton dengan bobot minimum pada graph bobot Hamilton digunakan algoritma *"Two-Optimal"*

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

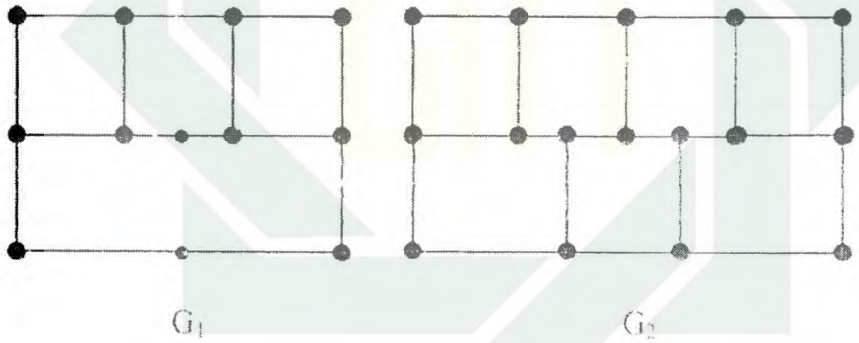
Latihan

Jawablah pertanyaan-pertanyaan di bawah ini!

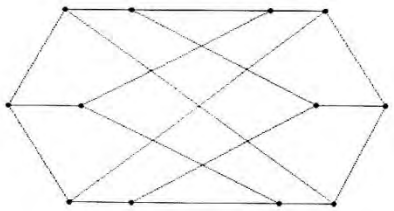
1. Identifikasi semua graph Euler sederhana yang mempunyai sirkit Euler dan juga mempunyai sikel Hamilton.
2. Tunjukkan bahwa graf berikut ini *self-complement*.



3. Tunjukkan bahwa graph G_1 adalah graph Hamilton dan graph G_2 mempunyai suatu lintasan Hamilton namun tidak mempunyai suatu sikel Hamilton.



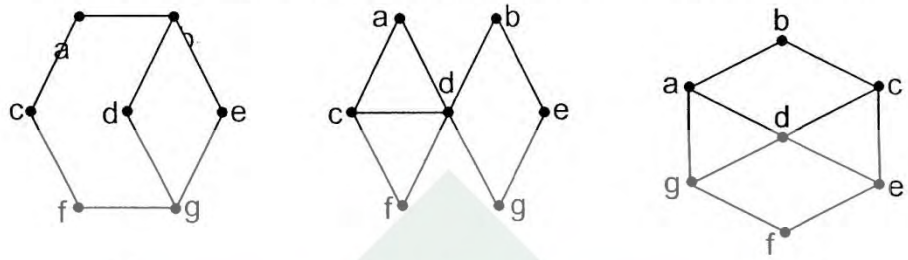
4. Tentukan dua lingkaran Hamilton berbeda pada Graph B di bawah ini.



B

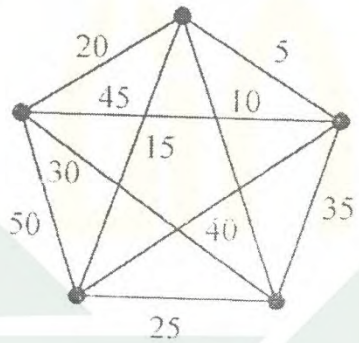
digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

5. Pada graph berikut ini, tentukan apakah memiliki sirkuit Hamilton. Jika tidak, berikan alasannya. Jika mempunyai, carilah sirkuit Hamilton!



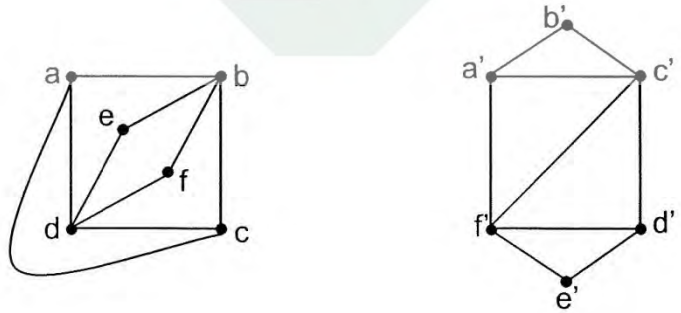
(a) (b) (c)

6. Gunakan metode *"two-optional"* untuk menyelesaikan permasalahan perjalanan salesman yang digambarkan dengan graph komplit bobot berikut.



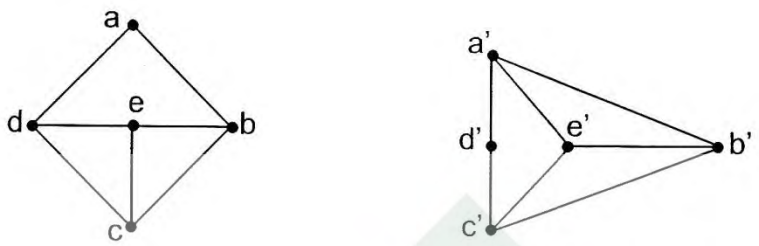
7. Tentukan mana di antara pasangan graph berikut yang isomorfis.

a.

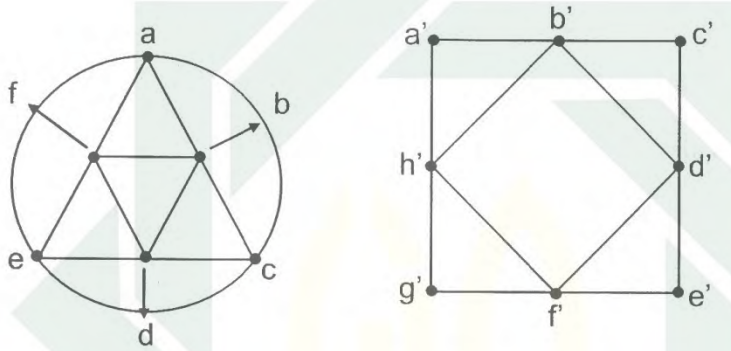


digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

b.



c.



digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Referensi

Al-Qur'an al-karim

Budayasa, I Ketut. Matematika Diskrit I. Surabaya: University Press IKIP Surabaya.1997

Kusaeri, Ettie Rukmigarsari. *Matematika Diskrit*. Malang:UIN Malang. 2003

http://aqilazerlinda.blogspot.com

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id