Paket 10
GRAPH PLANAR

Pendahuluan

Perkuliahan pada paket ini difokuskan pada konsep Graph Planar. Kajian dalam paket ini meliputi pengertian graph planar, Teorema Kuratowsky, dan formula Euler. Paket ini sebagai lanjutan dari paket sebelumnya sehingga paket ini merupakan paket wajib dan dasar untuk matematika diskrit bagi mahasiswa.

Dalam paket 10 ini, mahasiswa akan mengaji pengertian graph planar, mengidentifikasi teorema kuratowsky, menganalisis formula Euler,. Sebelum perkuliahan berlangsung, dosen menampilkan slide berbagai bentuk graph planar untuk memancing ide-ide kreatif mahasiswa dalam upaya meningkatkan motivasi belajar dan arah matematika islami, mahasiswa juga diberi tugas untuk membaca uraian materi dan mendiskusikannya dengan panduan lembar kegiatan. Dengan dikuasainya dasar-dasar dari paket 10 ini diharapkan dapat menjadi modal bagi mahasiswa untuk mempelajari paket selanjutnya.

Penyiapan media pembelajaran dalam perkuliahan ini sangat penting. Perkulahan ini memerlukan media pembelajaran berupa LCD dan Laptop sebagai salah satu media pembelajaran yang dapat membatu perkuliahan, serta kertas plano, spidol dan isolasi sebagai alat memaparkan kreatifitas hasil perkuliahan.

Rencana Pelaksanaan Perkuliahan

Kompetensi Dasar

Mahasiswa memahami dan mengerti sifat-sifat graph planar

Indikator

Pada akhir perkuliahan mahasiswa diharapkan dapat:

1. Mahasiswa dapat menyebutkan definisi graph bidang dan planar
2. Mahasiswa dapat menjelaskan formula euler
3. Mahasiswa dapat membuktikan teorema kuratowski

Waktu

3 x 50 menit (150 menit)

Materi Pokok

1. Pengertian Graph Planar
2. Formula Euler
3. Teorema Kuratowski

Kegiatan Perkuliahan

Kegiatan awal (20 menit)

1. Brainstorming dengan mengamati slide berbagai kejadian mengenai graph planar dalam kehidupan sehari-hari
2. Penjelasan mengenai pentingnya mempelajari paket

Kegiatan Inti (110 menit)

1. Membagi mahasiswa dalam 3 kelompok
2. Masing-masing kelompok mendiskusikan subtema :
   Kelompok 1 : pengertian graph planar
   Kelompok 2 : teorema kuratowski
   Kelompok 3 : formula euler
3. Presentasi hasil diskusi dari masing-masing kelompok
4. Selesai presentasi setiap kelompok, kelompok lain memberikan klarifikasi
5. Penguatan hasil diskusi dari dosen

6. Dosen memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk menanyakan sesuatu yang belum paham atau menyampaikan konfirmasi

Kegiatan Penutup (15 menit)

1. Menyimpulkan hasil perkuliahan
2. Memberikan dorongan psikologis atau saran atau naschat
3. Refleksi hasil perkuliahan oleh mahasiswa

Kegiatan Tindak Lanjut (5 menit)

1. Memberi tugas latihan
2. Mempersiapkan perkuliahan selanjutnya

Lembar Kegiatan

Membuat analisis mengenai Grap Planar melalui beberapa gambar serta menjelaskan alasannya.

Tujuan

Mahasiswa mampu memahami dan mengerti sifat-sifat graph planar.

Bahan dan Alat

Spidol, papan, kertas plano, LCD, laptop

Langkah Kegiatan

1. Pilihlah seorang pemandu kerja kelompok dan penulis konsep hasil kerja!
2. Diskusikan materi yang telah ditentukan dengan anggota kelompok!
3. Tuliskan hasil diskusi dan kerjakan beberapa soal yang terkait!
4. Tempelkan hasil kerja kelompok di papan tulis atau dinding kelas!
5. Pilihlah satu anggota kelompok untuk presentasi!
6. Presentasikan hasil kerja kelompok secara bergiliran, dengan waktu bergiliran masing-masing 20 menit.
7. Berikan tanggapan atau klarifikasi dari presentasi.

Uraian Materi

GRAPH PLANAR

Manusia menjalani kehidupan di bumi ini sejak dia diciptakan dari segumpal nutfah oleh Allah SWT. Kemudian, manusia dengan karunia daya pikirnya mengarungi kehidupan di muka bumi dari satu titik ke titik kehidupan yang lainnya. Namun, pada akhirnya manusia pun akan mendapatkan kematian dan kembali kepada-Nya.
Hal ini sesuai dengan kutipan QS. Al Jumu'ah ayat 8

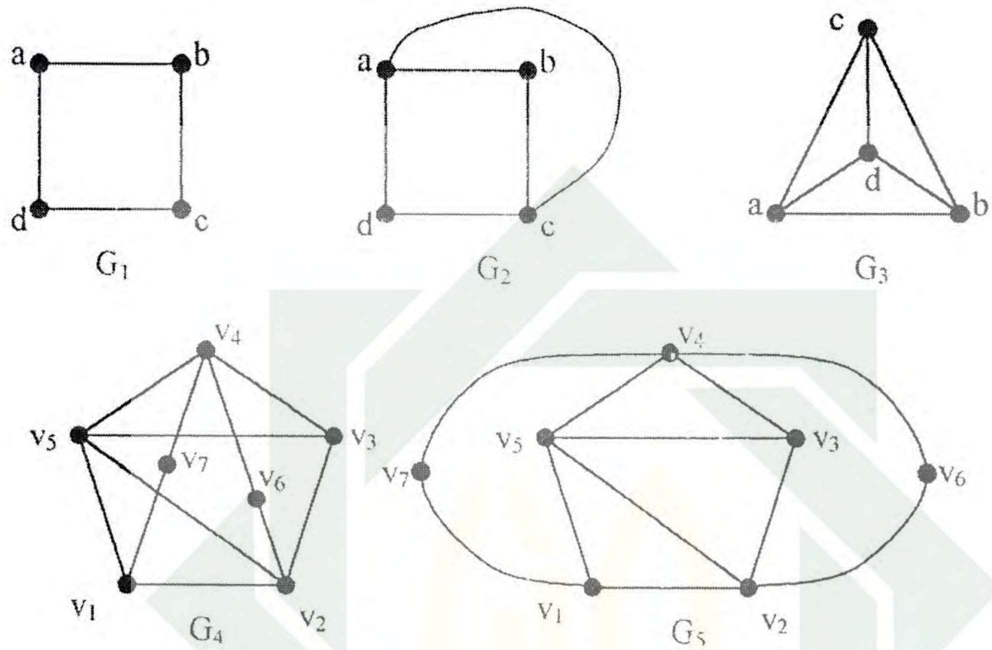
قُلْ إِنَّ ٱلْمَوْتَ ٱلَّذِى تَفِرُّونَ مِنْهُ فَإِنَّهُۥ مُلَٰقِيكُمْ ۖ ثُمَّ تُرَدُّونَ إِلَىٰ عَٰلِمِ ٱلْغَيْبِ وَٱلشَّهَٰدَةِ فَيُنَبِّئُكُم بِمَا كُنتُمْ تَعْمَلُونَ ﴿٨﴾

Katakanlah, "Sesungguhnya kematian yang kamu lari daripadanya, Maka Sesungguhnya kematian itu akan menemui kamu. Kemudian kamu akan dikembalikan kepada (Allah), yang mengetahui yang ghaib dan yang nyata, lalu dia beritakan kepadamu apa yang telah kamu kerjakan.

A. Pengertian Graph Planar

Sebuah graph G disebut planar, jika G dapat digambar pada bidang datar sedemikian hingga sisi-sisinya tidak ada yang paling "berpotongan", kecuali mungkin pada titik-titik akhir dari sisi-sisi tersebut. Sisi – sisi yang dimaksud bagaikan perjalanan kehidupan manusia. Titik akhir merupakan kematian yang dihadapkan kepada manusia. Semuanya berpotongan artinya kembali kepada Allah SWT yang Maha Kuasa menghidupkan dan mematikan makhluj hidup.

Graph planar G yang digambar pada bidang sedemikian hingga tidak ada sisi-sisinya yang saling berpotongan kecuali mungkin pada titik-titik akhir sisi-sisi tersebut disebut graph bidang atau sering pula disebut pajangan *(embedding)* G. Graph bidang pasti graph planar, namun sebaliknya graph planar belum tentu graph bidang. Sebagai contoh, kelima graph di bawah ini adalah planar tetapi G_1 dan G_4 bukan graph bidang, karena ada sisi-sisi yang berpotongan.

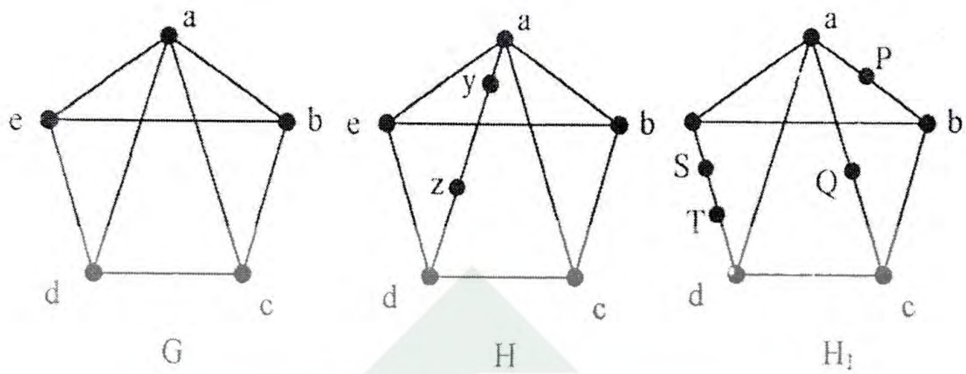


Gambar 10.1. Graph Planar dan Graph Bidang

Pada gambar graph di atas, G_2 dan G_3 dapat digambar dari G_1, sedangkan G_5 dapat digambar dari G_4. Perlu ditegaskan pula bahwa sebuah graph G planar jika dan hanya jika graph sederhana yang dibentuk dari G dengan menghapus gelung (loop) dan mengganti sisi rangkap dengan sebuah sisi. Dengan demikian dalam pembahasan graph-graph planar cukup dibatasi pada graph-graph sederhana saja.

Definisi 10.1

Misalkan G sebuah graph. Bentuk graph H dari G dengan cara menambah (menyisipkan) beberapa titik pada beberapa sisi G. Graph H disebut graph subdivisi dari G. Selanjutnya, jika ada graph lain (misalkan H_1) juga merupakan sebuah graph subdivisi dari G, maka dikatakan bahwa graph H dan H_1 homeomorfik.



Gambar 10.2. Graph Homeomorfik

Perhatikan bahwa selain H homeomorfik dengan H_1, H juga homeomorfik dengan G. Begitu juga G dengan H_1 adalah graph yang homeomorfik. Dengan demikian, sebuah graph homeomorfik dengan dirinya sendiri.

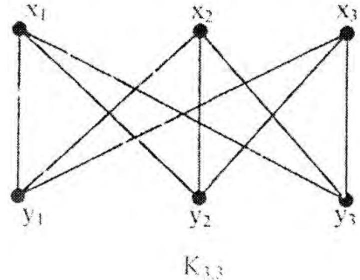
B. Teorema Kuratowsky

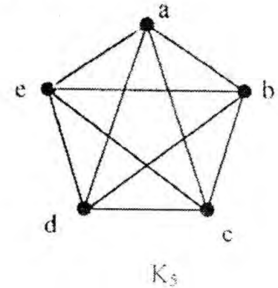
Kuratowsky memberikan karakteristik dari graph-graph yang tidak planar (nonplanar). Kuratowsky membuktikan bahwa setiap graph nonplanar pasti memuat sebuah graph bagian yang isomorfik dengan subdivisi dari graph $K_{3,3}$ atau graph K_5.

Sebelum membicarakan teorema Kuratowsky lebih lanjut, perlu ditunjukkan bahwa graph bipartisi komplit ($K_{3,3}$) dan graph komplit (K_5) adalah graph-graph nonplanar. Untuk menunjukkan bahwa graph $K_{3,3}$ dan K_5 nonplanar akan digunakan "Teorema Kurva Jordan" yang berbunyi sebagai berikut:

> "Misalkan J adalah sebuah kurva tertutup sederhana pada bidang datar D dan titik x terletak di interior J, titik Y terletak di eksterior titik J. Jika dibuat sebuah kurva yang menghubungkan titik x dan y pada bidang D, maka kurva tersebut pasti memotong kurva J."

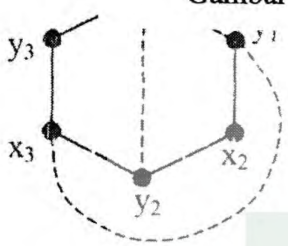
Untuk menunjukkan graph $K_{3,3}$ dan K_5 nonplanar dengan Teorema Kurva Jordan tersebut, perhatikan graph $K_{3,3}$ dan K_5 berikut.





Pada graph $K_{3,3}$, graph tersebut memuat sikel $C = x_1y_1\ x_2y_2\ x_3y_3x_1$ seperti tampak pada gambar berikut.

Gambar 10.3. Graph $K_{3,3}$ dan K_5 Nonplanar



"di dalam" atau "di luar" sikel C. Andaikan sisi x_1y_2 digambar "di dalam" C, maka sisi y_1x_3 dari $K_{3,3}$ harus digambar "di luar" C.

Gambar 10.4. graph $K_{3,3}$ dengan Sikel

Selanjutnya pandang sikel $C_1 = (x_1y_1x_3y_2x_1)$. Titik x_2 terletak "di dalam" sikel C, sedangkan titik y_3 terletak "di luar" C_1. Berdasarkan Teorema Kurva Jordan, sisi x_2y_3 dari $K_{3,3}$ pasti "memotong" salah satu sisi dari sikel C_1. Ini berarti, tidak mungkin menggambar graph $K_{3,3}$ pada bidang sedemikian hingga tidak ada sisi yang saling berpotongan. Dengan kata lain graph $K_{3,3}$ adalah graph nonplanar.

Dengan cara yang sama, dapat ditunjukkan bahwa graph K_5 nonplanar. Karena $K_{3,3}$ dan K_5 adalah graph-graph nonplanar maka subdivisi-subdivisi dari $K_{3,3}$ dan K_5 juga merupakan graph-graph nonplanar.

<u>**Teorema 10.1 (Teorema Kuratowsky)**</u>

"Sebuah graph G nonplanar jika dan hanya jika memuat sebuah graph bagian yang homeomorfik dengan graph $K_{3,3}$ atau K_5".

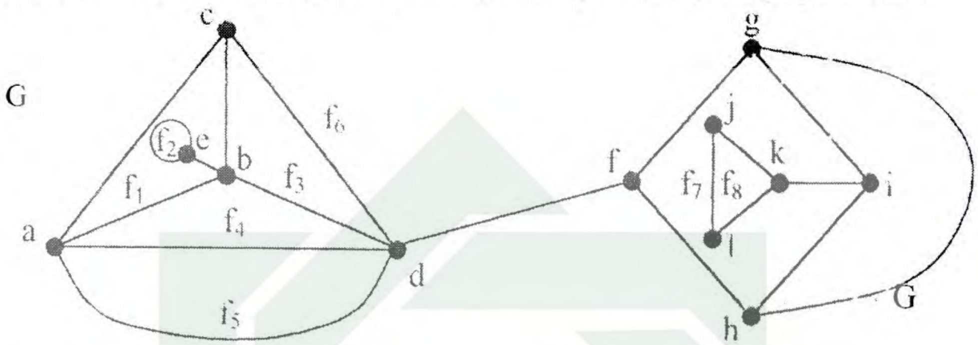
Walau secara matematis karakterisasi geometrik ini baik, namun secara praktis sulit untuk dipakai, sebab sangat sulit menentukan apakah suatu grap tertentu memuat graph bagian yang homeomorfik dengan $K_{3,3}$ atau K_5.

C. Formula Euler

Sebuah graph G membagi bidang menjadi beberapa daerah yang masing-masing disebut "muka" (*face*), disimbolkan dengan f. Himpunan semua muka graph bidang G dinotasikan dengan F(G). Banyaknya sisi G yang membatasi suatu muka f dari G disebut derajat muka f dan dinotasikan dengan d(f).

Contoh 10

Tentukan F(G) dan derajat dari masing-masing muka f pada graph berikut!



Jawab

Graph G pada gambar di atas mempunyai 9 muka yaitu f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, f_8, f_9. Jadi F(G) = f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, f_8, f_9.

Terdapat 5 sisi yang membatasi muka f_1 yaitu ab, be, ee, bc, ac. Dengan demikian $d(f_1) = 5$. Begitu pula terdapat 1 sisi yang membatasi muka f_2 yaitu ee. Dengan demikian $d(f_2) = 1$. Terdapat 7 sisi yang membatasi muka f_6 yaitu df, fg, gh, cd, ac, dan ad, sehingga $d(f_6) = 7$.

Dengan cara yang sama akan diperoleh $d(f_3) = 3$, $d(f_4) = 3$, $d(f_5) = 3$, $d(f_7) = 8$, $d(f_8) = 3$. $d(f_9) = 3$.

Teorema 10.2 (Teorema Euler)

Jika G graph bidang terhubung maka:

$V(G) - E(G) + F(G) = 2$

Bukti

Akan digunakan induksi matematika pada $E(G)$.

(i) Untuk $E(G) = 0$ maka akan diperoleh $V(G) = 1$ dan $F(G) = 1$. Dengan demikian diperoleh:

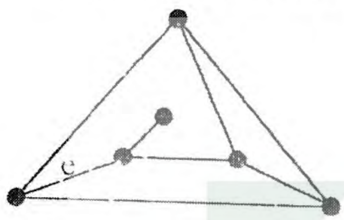
$V(G) - E(G) + F(G) = 1 - 0 + 1 = 2$

(ii) Asumsikan pernyataan berikut benar, yakni jika G graph bidang terhubung dengan $E(G) = k \geq 1$, maka $V(G) - E(G) + F(G) = 2$.

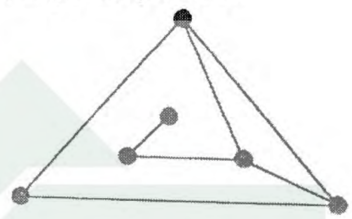
Akan ditunjukkan pernyataan tersebut juga benar untuk $|E(G)| = k + 1$
Misalkan G adalah sebuah graph bidang terbubung dengan k + 1 sisi.

Kasus 1 : G memuat sikel

Misalkan e adalah sebuah sisi di sikel yang terdapat di G.



G



H = G – e

Dengan demikian graph H = G - e merupakan graph bidang terhubung dengan k sisi, sehingga berdasarkan asumsi berlaku:

$|V(H)| - |E(G)| + |F(B)| = 2$

Selanjutnya karena $|V(H)| = |V(G)|$, $|E(H)| = |E(G)| - 1$, dan $|F(H)| = |F(G)| - 1$ maka:

$$\begin{aligned} |V(G)| - |E(G)| + |F(G)| &= |V(H)| - (|E(H)| + 1) + |F(H)| + 1 \\ &= |V(H)| - |E(H)| + |F(H)| - 1 + 1 \\ &= |V(H)| - |E(H)| + |F(H)| \\ &= 2 \end{aligned}$$

Jadi teorema terbukti untuk kasus ini.

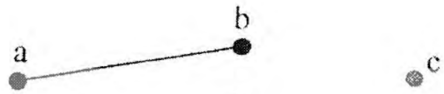
Kasus 2 : G tidak memuat sikel

Karena G terhubung dan tidak memuat sikel maka G graph pohon. Dengan demikian G memuat sebuah titik yang berderajad 1. Misalkan v adalah sebuah titik yang berderajad 1 di G. Oleh karena itu T = G - V tetap merupakan pohon, dan T graph bidang terhubung dengan k sisi. Sehingga berdasarkan asumsi berlaku $|V(T)| - |E(T)| + |F(T)| = 2$. Karena $|V(T)| = |V(G)| - 1$, $|E(T)| = |E(G)| - 1$ dan $|F(T)| = |F(G)| - 1$ maka:

$$\begin{aligned} |V(G)| - |E(G)| + |F(G)| &= |V(T)| - (|E(T)| + 1) + |F(T)| + 1 \\ &= |V(T)| - |E(T)| + |F(T)| - 1 + 1 \\ &= |V(T)| - |E(T)| + |F(T)| \\ &= 2 \end{aligned}$$

Dengan demikian teorema terbukti.

Yang perlu diperhatikan, formula Euler tersebut tidak berlaku untuk graph bidang tak terhubung. Misalkan untuk graph bidang tak terhubung G pada gambar berikut.



G

Pada graph G di atas, $V(G) = 3$, $E(G) = 1$, dan $F(G) = 1$.
Dengan demikian diperoleh $V(G) - E(G) + F(G) = 3 \neq 2$.

<u>**Teorema 10.3**</u>
Jika G graph sederhana planar dengan $E(G) \geq 1$, maka $E(G) \leq 3\, V(G) - 6$

<u>**Bukti**</u>
Kita tinjau dua kasus: G terhubung atau tidak terhubung.

Kasus 1: G graph terhubung
Misalkan G_1 = embedding G. Jelas bahwa $V(G_1) = V(G)$ dan $E(G_1) = E(G)$, karena G_1 isomorfik dengan G.
Jika $E(G) = 2$, maka $V(G) = 3$ (karena G sederhana dan terhubung).
Sehingga :

$$E(G) = 2 \leq 3 = 3\,|V(G)| - 6$$

Jika $|E(G)| \geq 3$, maka $|E(G_1)| \geq 3$.
Karena G_1 sederhana dan $|E(G_1)| \geq 3$, $d(f) \geq 3$, $\forall\, f \in F(G_1)$.
Dengan demikian :

$$\sum_{f \in F(G_1)} d(f) \geq 3\,|F(G_1)| \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10.1)$$

Karena setiap sisi G_1 membatasi paling banyak dua muka,

$$\sum_{f \in F(G_1)} d(f) \leq 2\,|E(G_1)| \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10.2)$$

Dari (10.1) dan (10.2) diperoleh

$$3|F(G_1)| \leq 2|E(G_1)| \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10.3)$$

Dari Teorema 10.2 diperoleh

$$|F(G_1)| = 2 + |E(G_1)| - |V(G_1)|,$$

Sehingga (10.3) menjadi

$$3(2 + |E(G_1)| - |V(G_1)|) \leq 2|E(G_1)|,$$

Equivalen dengan

$$|E(G_1)| \leq 3|V(G_1)| - 6$$

Karena $|E(G_1)| = |E(G)|$ dan $|V(G_1)| = |V(G)|$, maka

$$|E(G_1)| \leq 3|V(G_1)| - 6$$

Jadi teorema terbukti untuk G graph terhubung.

Kasus 2: G graph tak terhubung

Misalkan $G_1, G_2, \dots, G_k$ adalah komponen-komponen G dimana $k \geq 2$. Karena G planar, $\forall i, 1 \leq i \leq k, G_i$ terhubung dan planar.

Misalkan dari k komponen tersebut, terdapat k_1 komponen yang masing-masing komponen berisi satu titik (nol sisi), k_2 komponen yang masing-masing komponen berisi satu sisi (dua titik), dan k_3 komponen yang masing-masing berisi lebih dari satu sisi.

Jelas bahwa,

$$k_1 + k_2 + k_3 = k$$

Tanpa menghilangkan keumuman, misalkan

$$|E(G_i)| = 0, \forall_i, 1 \leq i \leq k_1,$$
$$|E(G_i)| = 1, \forall_i, k_1 + 1 \leq i \leq k_1 + k_2,$$
$$|E(G_i)| = 2, \forall_i, k_1 + k_2 + 1 \leq i \leq k.$$

Selanjutnya kita tinjau dua sub kasus, yaitu $k_3 = 0$ dan $k_3 \geq 1$.

Sub kasus 2.1: $k_3 = 0$

Dalam hal ini, $|V(G)| = k_1 + 2k_2$, dan $|E(G)| = k_2$.

Karena $k_3 = 0$ dan $|E(G)| \geq 2$, maka $k_2 \geq 2$.

Sekarang untuk $k_2 \geq 2$ dan $k_1 \geq 0$ diperoleh

$$\begin{aligned}|E(G)| = k_1 \leq 6k_2 - 6 + 3k_1 &= 3(k_1 + 2k_2) - 6 \\ &= 3|V(G)| - 6\end{aligned}$$

Sub kasus 2.2: $k_3 \neq 0$ $(k_3 \geq 1)$

Dalam hal ini kita peroleh

$$|E(G)| = \sum_{i+1}^{k_1} |E(G_i)| + \sum_{i=k_1+1}^{k_1+k_2} |E(G_i)| + \sum_{i=k_1+k_2+1}^{k} |E(G_i)|$$

$$= 0 + k_1 + \sum_{i=k_1+k_2+1}^{k} |E(G_i)|$$

$$= k_2 + \sum_{i=k_1+k_2+1}^{k} (3|V(G_i)| - 6) \qquad \text{(dari kasus 1)}$$

$$= k_2 + 3 \sum_{i=k_1+k_2+1}^{k} |V(G_i)| - 6\,k_3$$

$$= k_2 + 3\,(|V(G)| - k_1 - 2k_2) - 6\,(k - k_1 - k_2)$$

$$= 3\,|V(G)| - 6k + 3k_1 + k_2$$

$$= 3\,|V(G)| - 6 + (6 - 6k + 3k_1 + k_2)$$

Karena $k_3 \geq 1$ (dan $k_1 \geq 0\,, k_2 \geq 0$), maka

$$3k_1 + 5k_2 + 6k_3 \geq 6$$

Karena $k_3 = k - k_1 - k_2$, diperoleh

$$3k_1 + 5k_2 + 6(k - k_1 - k_2) \geq 6$$

atau

$$6 - 6k + 3k_1 + k_2 \leq 0$$

Jadi $|E(G)| \leq 3|V(G)| - 6 + (6 - 6k + 3k_1 + k_2 \leq 3|V(G)| - 6$

Dengan demikian lengkaplah bukti teorema.

Teorema 10.4:

Jika G graph planar sederhana, maka $\delta(G) \leq 5$.

Bukti:

Untuk E(G) = 1atau E(G) = 0, jelas pernyataan di atas benar. Sekarang, misalkan E(G)¯ 1.

Karena G planar dan sederhana, maka menurut Teorema 10.3 berlaku

$$|E(G)| \leq 3\,|V(G)| - 6$$

Andaikan $\delta(G) > 5$. Ini berarti $\forall\, v \in V(G), d(v) \geq 6$.

Sehingga, menurut "Lemma Jabat Tangan",

$$|E(G)| = \frac{1}{2} \sum_{v \in V(G)} d(v)$$

$$\geq \frac{1}{2} \sum_{v \in V(G)} 6 = 3|V(G)|$$

$$> 3|V(G)| - 6, \text{ kontradiksi dengan } (*).$$

Jadi pengandaian $\delta(G) > 5$ salah. Dengan demikian $\delta(G) \leq 5$.
Teorema terbukti.

Sifat-sifat dari graph planar

1) Jika G graph sederhana planar dengan E (G)¯ 1, maka E (G) ≤ 3 V(G) - 6
2) Jika G graph planar sederhana, maka derajad minimum dari G ($\delta(G)$) kurang dari sama dengan 5. Kata sederhana pada sifat 1 tidak boleh "dihilangkan". Sebagai contoh graph G di bawah ini adalah graph planar dengan 3 sisi, tetapi:

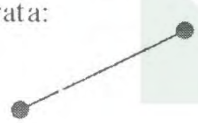
   i E (G)

   G

   E (G) = 3¯ 0 = 3 V (G) - 6

   Syarat " E (G) ¯ 1" pada sifat 1 tidak boleh "dikendorkan". Seperti terlihat pada graph sederhana planar berikut mempunyai tepat satu sisi. Ternyata:

   E (G) = 1¯ 0 = 3 V (G) - 6

3. Perhatikan graph komplit dengan 5 titik (K_5). Karena E (K_5) = 10¯ 3 (5) - 6 = 3 V (K_5) - 6 maka dengan menggunakan sifat 1 dapat disimpulkan bahwa K_5 nonplanar.
4. Sifat 1 juga memberikan "syarat perlu" sebuah graph planar tetapi bukan "syarat cukup", karena graph bipartisi komplit $K_{3,3}$ memenuhi hubungan E ($K_{3,3}$) = 9 ≤ 12 = 3 V ($K_{3,3}$) - 6, tetapi ternyata $K_{3,3}$ nonplanar.

Rangkuman

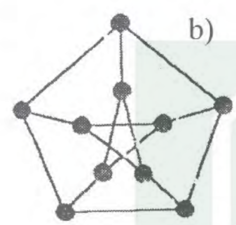
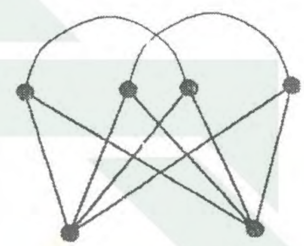
1. Sebuah graph G disebut planar, jika G dapat digambar pada bidang datar sedemikian hingga sisi-sisinya tidak ada yang paling "berpotongan", kecuali mungkin pada titik-titik akhir dari sisi-sisi tersebut.
2. Graph planar G yang digambar pada bidang sedemikian hingga tidak ada sisi-sisinya yang saling berpotongan kecuali mungkin pada titik-titik akhir sisi-sisi tersebut disebut graph bidang atau sering pula disebut pajangan *(embedding)* G. Graph bidang pasti graph planar, namun sebaliknya graph planar belum tentu graph bidang
3. Kuratowsky memberikan karakteristik dari graph-graph yang tidak planar (nonplanar). Kuratowsky membuktikan bahwa setiap graph nonplanar pasti memuat sebuah graph bagian yang isomorfik dengan subdivisi dari graph $K_{3,3}$ atau graph K_5.
4. Formula Euler : Sebuah graph G membagi bidang menjadi beberapa daerah yang masing-masing disebut "muka" (*face*), disimbolkan dengan f. Himpunan semua muka graph bidang G dinotasikan dengan F(G). Banyaknya sisi G yang membatasi suatu muka f dari G disebut derajat muka f dan dinotasikan dengan d(f).

Latihan

Jawablah pertanyaan-pertanyaan di bawah ini!

1. Ismail di dalam perpustakaan UIN Sunan Ampel sedang melakukan olah gambar sambil termenung. Mungkinkah menggambar sebuah graph terhubung planar yang mempunyai 70 titik, 75 sisi dan 6 muka?

2. Penelitian yang dikaji Ismail sebagai berikut. Apakah graph-graph di bawah ini graph planar atau bukan? Coba bantu Ismail menjelaskan!

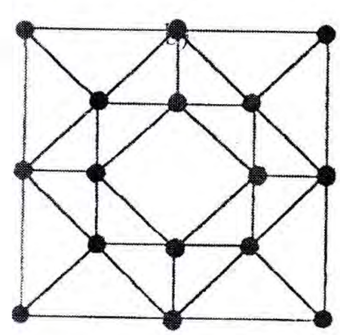
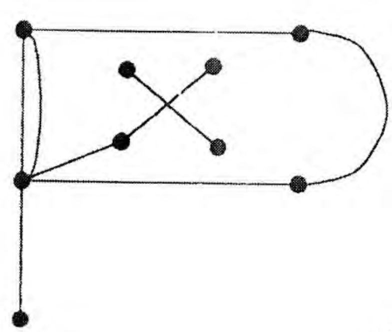
   a)  b) 

3. Misalkan G graph bidang sederhana dan mempunyai 20 muka. Tentukan banyaknya titik G jika setiap titik G berderajat 5!

4. Dalam tugas pengembangan matematika, Usman diberi tugas oleh lembaga untuk menyelesaikan permasalahan berikut. Gambarlah sebuah contoh graph bidang sederhana dengan derajat setiap titik paling sedikit 5!

5. Misalkan G graph bidang yang setiap titiknya berderajat 4 dan mempunyai 10 muka. Tentukan berapa banyaknya titik G dan gambarlah graph tersebut!

6. Tunjukkan formula Euler pada graph bidang berikut dengan menghitung titik, sisi, dan muka!

   a)  

Referensi

Albert.Aplikasi *Graf dan Jaringan Komputer.* artikel ilmiah prodi Teknik Informatika ITB, 2007

Al-Qur'an al-karim

Budayasa, *I Ketut. Matematika Diskrit I.* Surabaya: University Press IKIP Surabaya.1997

Kusaeri, Ettie Rukmigarsari. *Matematika Diskrit.* Malang:UIN Malang. 2003

Seputro, Hugo Toni. *Graf Dalam Berbagai Bidang Ilmu.* artikel ilmiah Prodi Teknik Informatika: ITB, 2010