

BAB II KAJIAN PUSTAKA

A. Berpikir Analitis

1. Berpikir

Berpikir berasal dari kata dasar “pikir” yang dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia berarti akal budi, ingatan, dan angan-angan, sedangkan “berpikir” artinya menggunakan akal budi untuk mempertimbangkan dan memutuskan sesuatu.¹ Menurut kamus psikologi arti kata berpikir (*thinking*) adalah proses-proses yang menyajikan atau memanipulir pengalaman-pengalaman selengkapnya misalnya dalam melakukan *recall*, mengkhayal, dan mempertimbangkan sesuatu.² Senada dengan hal itu, Santrock juga mengungkapkan bahwa berpikir adalah manipulasi dan mengubah informasi dalam memori.³

Liputo berpendapat bahwa berpikir merupakan aktivitas mental yang disadari dan diarahkan untuk maksud tertentu.⁴ Ahmadi juga berpendapat bahwa berpikir merupakan aktivitas psikis yang intersional dan terjadi apabila seseorang menjumpai problema (masalah) yang harus dipecahkan.⁵ Gilmer mengungkapkan bahwa berpikir merupakan suatu pemecahan masalah dan proses penggunaan gagasan atau lambang-lambang pengganti suatu aktivitas yang tampak secara fisik.⁶ Hal yang sama juga diungkapkan oleh Glass dan Holyoak, berpikir dapat didefinisikan sebagai proses menghasilkan representasi mental yang baru melalui transformasi informasi yang melibatkan interaksi secara

¹ TIM Penyusun Kamus Pusat Pembinaan dan Pengembangan Bahasa, *Kamus Besar Bahasa Indonesia Edisi 3 Cetakan 2* (Jakarta: Balai Pustaka, 2002), 872.

² Kartini Kartono – Dali Gulo, *Kamus Psikologi* (Bandung: CV Pionir Jaya, 1987), 510.

³ John W Santrock, “*Psikologi Pendidikan Edisi 5 Buku 2*”. *Translated by Harya Bhimasena*, (Jakarta: Salemba Humanika, 2014), 9.

⁴ Liputo dalam Susiyati, “*Kemampuan Berpikir Kritis dan Kreatif Matematik dalam Pemecahan Masalah*”, (Paper Presented at Seminar Nasional Pendidikan Matematika PPS STKIP Siliwangi, Bandung, 2014), 172.

⁵ Abu Ahmadi, *Psikologi Umum* (Jakarta: PT Rineka Cipta, 2003), 81.

⁶ Gilmer dalam Wowo Sunaryo Kuswana., *Taksonomi Berpikir* (Bandung: PT Remaja Rosdakarya, 2011), 2.

kompleks antara atribut-atribut mental seperti penilaian, abstraksi, penalaran, imajinasi, dan pemecahan masalah.⁷

Prawira menyatakan bahwa berpikir adalah suatu proses dialektis yakni selama kita berpikir maka pikiran kita mengadakan dialog atau tanya jawab dengan pikiran kita untuk dapat meletakkan hubungan-hubungan antara pengetahuan yang kita miliki dengan tepat.⁸ Hal tersebut menjelaskan bahwa ketika seseorang berpikir, ia juga melakukan sebuah proses mencari suatu solusi atau penyelesaian dari masalah yang sedang dipikirkan. Sebagian ahli juga berpendapat bahwa berpikir selalu berhubungan dengan suatu persoalan yang ingin dicari jalan keluarnya.⁹ Proses-proses berpikir secara umum meliputi pembentukan pengertian, pembentukan pendapat, pembentukan keputusan, dan pembentukan kesimpulan.¹⁰

Marpaung menyatakan bahwa proses berpikir merupakan proses yang terdiri dari penerimaan informasi (dari luar atau dalam siswa), pengelolaan, penyimpanan, dan pemanggilan kembali informasi itu dari ingatan siswa.¹¹ Mayer menjelaskan bahwa proses berpikir meliputi tiga komponen pokok yaitu: (1) berpikir adalah aktivitas kognitif yang terjadi di dalam mental atau pikiran seseorang, tidak tampak tetapi dapat disimpulkan berdasarkan perilaku yang tampak; (2) berpikir merupakan suatu proses yang melibatkan beberapa manipulasi pengetahuan di dalam sistem kognitif; (3) aktivitas berpikir diarahkan untuk menghasilkan pemecahan masalah.¹² Berdasarkan uraian di atas, definisi berpikir dalam penelitian ini adalah aktivitas kognitif yang terjadi di dalam mental atau pikiran seseorang untuk menghasilkan informasi yang digunakan dalam menyelesaikan suatu masalah. Macam-macam kemampuan

⁷ Glass – Holyoak dalam Suharnan, *Psikologi Kognitif* (Surabaya: Srikandi, 2005), 280.

⁸ Purwa Atmaja Prawira, *Psikologi Umum dengan Perspektif Baru* (Yogyakarta: Ar-Ruzz Media, 2012), 138.

⁹ Suharnan, Op.Cit, hal 282.

¹⁰ Purwa Atmaja Prawira, Op. Cit., hal 140.

¹¹ Marpaung dalam Milda Retna, et. al., “Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita Ditinjau Berdasarkan Kemampuan Matematika”, *Jurnal Pendidikan Matematika STKIP PGRI Sidoarjo*, 1: 2 (September, 2013), 73.

¹² Mayer dalam Suharnan, Op. Cit., hal 281.

berpikir menurut standar isi mata pelajaran Matematika dalam Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 22 Tahun 2006 adalah kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif. Fokus dalam penelitian ini adalah berpikir analitis.

2. Berpikir Analitis

Berpikir analitis atau *analytical thinking*, menurut Amer adalah ...*analytical thinking is a powerful thinking tool-for understanding the parts of situation. It is defined as: (1) the ability to scrutinize and break down facts and thoughts into their strengths and weaknesses; (2) developing the capacity to think in a thoughtful, discerning way, to solve problems, analyze data and recall and use information.*¹³ Berpikir analitis adalah cara berpikir yang sangat diutamakan dalam memahami bagian dari situasi. Keadaan ini didefinisikan sebagai: (1) kemampuan untuk memeriksa dengan teliti dan membagi kenyataan menjadi kekuatan dan kelemahannya; (2) mengembangkan kapasitas untuk berpikir dalam pemikiran, membedakan cara dalam menyelesaikan masalah, menganalisa data, mengingat, dan menggunakan informasi. DePorter dan Hernacki menjelaskan dalam bukunya bahwa berpikir analitis adalah suatu proses memecahkan masalah atau gagasan menjadi bagian-bagian, menguji setiap bagian untuk melihat bagaimana bagian tersebut saling cocok satu sama lain, dan mengeksplorasi bagaimana bagian-bagian ini dapat dikombinasikan kembali dengan cara-cara baru.¹⁴

Chaowakeeratipong mengungkapkan bahwa berpikir analitis adalah —kemampuan individu dalam mengklasifikasikan dan membedakan suatu permasalahan menjadi sub-sub masalah dan menentukan hubungan yang logis dari permasalahan yang terjadi.¹⁵ Senada dengan hal itu, menurut Siswono berpikir analitis adalah kemampuan

¹³ Ayman Amer, *Analytical Thinking* (Cairo: Cairo University, 2005), 1.

¹⁴ Bobby DePorter – Mike Hernacki, “*Quantum Learning: Membiasakan Belajar Nyaman dan Menyenangkan*”. Translated by Alwiyah Abdurrahman, (Bandung: Kaifa, 2002), 298.

¹⁵ Chaowakeeratipong dalam Sudjit Montaku, et. al., “The Model of Analytical Thinking Skill Training Process”, *Research journal of Applied Sciences*, 7: 1. (2012), 18.

berpikir siswa untuk menguraikan, merinci, dan menganalisis informasi-informasi yang digunakan untuk memahami suatu pengetahuan dengan menggunakan akal dan pikiran yang logis bukan berdasar perasaan atau tebakan.¹⁶ Berdasarkan pendapat-pendapat tersebut dapat diketahui bahwa berpikir analitis selalu didasari dengan pemikiran yang logis serta langkah-langkah yang logis dalam menyelesaikan masalah. Selain itu, berpikir analitis juga dilakukan dengan penuh kesadaran akan informasi dan operasi yang terlibat.¹⁷

Berpikir analitis diperlukan ketika siswa mengalami situasi ambigu (mengalami keraguan atau kekaburan) yang kemudian digunakan untuk mengidentifikasi atau menyelesaikan masalah. Hal ini sesuai dengan pernyataan Robbins *...analytical thinking is necessary when an ambiguous situation requires the learner to identify or create a problem to solve*.¹⁸ Permasalahan dalam matematika berkaitan dengan suatu pertanyaan tetapi tidak semua pertanyaan merupakan pertanyaan analisis. Beberapa pertanyaan yang termasuk pada kategori analisis diantaranya: (1) menentukan hubungan satu ide dengan ide yang lain; (2) menentukan ide-ide pokok; (3) menentukan informasi yang relevan dan memberikan argumen yang sah dari setiap yang dikatakan maupun yang ditulis.¹⁹

Amer berpendapat bahwa berpikir analitis merupakan proses kognitif yang berhubungan dengan berpikir sintesis, berpikir sistemik, berpikir kritis, dan berpikir kreatif.²⁰ Berpikir analitis adalah tingkat keempat dari proses berpikir dalam taksonomi Bloom. Hal ini sesuai dengan pernyataan *...analytical thinking is the fourth level of thinking*

¹⁶ Siswono dalam Fajar Budi Utomo, Tesis Magister: "*Profil Proses Berpikir Siswa SMP Al Hikmah Surabaya dalam Pemecahan Masalah Geometri Ditinjau dari Perbedaan Gaya Belajar dan Gender*". (Surabaya: Universitas Negeri Surabaya, 2013), 13.

¹⁷ S. Nasution, *Berbagai Pendekatan dalam Proses Belajar dan Mengajar* (Jakarta: PT. Bumi Aksara, 2000), 11.

¹⁸ Joanne K Robbins, "Problem Solving, Reasoning, and Analytical Thinking In Classroom Environment", *The Behavior Analyst Today*, 12: 1, (-, 2011), 41.

¹⁹ Abdul Haris Rosyidi, "*Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Analisis Berkaitan dengan Luas Daerah Bidang dan Volume Benda Putar*", (Paper Presented at SEMNASTIKA UNESA, Surabaya, 2011), 2.

²⁰ Ayman Amer, Op.Cit., hal 2.

*process of Bloom's taxonomy which is one of the Higher Order Thinking Skills (HOTS).*²¹ Sependapat dengan pernyataan tersebut, Kusnawa menyatakan dalam taksonomi Bloom, penggolongan tingkatan yang lebih tinggi setelah pemahaman dan penerapan adalah melibatkan berpikir analisis.²²

Sanjaya mengungkapkan analisis adalah kemampuan menguraikan atau memecah suatu bahan pelajaran ke dalam bagian-bagiannya dan merupakan tujuan pembelajaran yang kompleks yang hanya mungkin dipahami oleh siswa yang telah dapat menguasai kemampuan memahami dan menerapkan.²³ Berdasarkan pernyataan dan pendapat di atas dapat disimpulkan bahwa sebelum siswa memiliki kemampuan menganalisis, terlebih dulu siswa harus mempunyai ketiga level kemampuan sebelumnya yakni kemampuan mengingat, kemampuan memahami, dan kemampuan menerapkan.

Ruseffendi menjelaskan bahwa menganalisis adalah: (1) kemampuan memisahkan materi (informasi) ke dalam bagian-bagiannya yang perlu, mencari hubungan antara bagian-bagiannya dan mengamati sistem bagiannya; (2) mampu melihat (menenal) komponen-komponennya, bagaimana komponen-komponen itu berhubungan, dan terorganisasikan, membedakan fakta dari khayalan.²⁴ Ruseffendi menambahkan bahwa analisis itu termasuk juga kemampuan menyelesaikan soal-soal yang tidak rutin, menemukan hubungan, membuktikan dan mengomentari bukti, dan merumuskan serta menunjukkan benarnya suatu generalisasi.²⁵

²¹ Anderson dalam Sornnate Areesophonphichet, "A Development of Analytical Thinking Skills of Graduate Students by Using Concept Mapping", (Paper Presented at The Asian Conference on Education, Osaka, 2013), 6.

²² Wowo Sunaryo Kuswana, Op.Cit., hal 53.

²³ Wina Sanjaya, *Perencanaan dan Desain Sistem Pembelajaran* (Jakarta: Kencana Prenada Media Group, 2013), 127.

²⁴ E T Ruseffendi, *Pengantar Kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA* (Bandung: Tarsito, 1988), 222.

²⁵ Ibid., hal 223.

Anderson, et. al. mengungkapkan bahwa menganalisis melibatkan proses memecah-mecah materi menjadi bagian-bagian kecil dan menentukan bagaimana hubungan antar bagian, antara setiap bagian dan struktur keseluruhannya.²⁶ Tujuan pendidikan yang diklasifikasikan dalam menganalisis mencakup belajar untuk menentukan potongan-potongan informasi yang relevan atau penting (membedakan), menentukan cara-cara untuk menata potongan-potongan informasi tersebut (mengorganisasikan) dan menentukan tujuan di balik informasi itu (memberikan atribut).²⁷ Hal ini menunjukkan bahwa dalam menganalisis meliputi proses-proses kognitif membedakan, mengorganisasi, dan memberikan atribut, dimana dalam proses-proses tersebut harus berurutan yakni sebelum siswa melakukan proses memberikan atribut, terlebih dahulu siswa harus melalui proses membedakan dan mengorganisasikan.

Berikut adalah penjelasan dari masing-masing proses kognitif membedakan (*differentiating*), mengorganisasi (*organizing*), dan memberikan atribut (*attributing*):

- a. Membedakan (*differentiating*), melibatkan proses memilah-milah bagian-bagian yang relevan dan penting dari sebuah struktur. Membedakan terjadi ketika siswa mendiskriminasikan informasi yang relevan dan tidak relevan, yang penting dan tidak penting, kemudian memperhatikan informasi yang relevan atau penting.²⁸
- b. Mengorganisasi (*organizing*), melibatkan proses mengidentifikasi elemen-elemen komunikasi atau situasi dan proses mengenali bagaimana elemen-elemen ini membentuk sebuah struktur yang koheren. Dalam mengorganisasi, siswa membangun hubungan-hubungan yang sistematis dan koheren antarpotongan informasi.²⁹
- c. Memberikan atribut (*attributing*), melibatkan proses dekonstruksi yang di dalamnya siswa menentukan tujuan dari elemen atau bagian yang membentuk sebuah

²⁶ Lorin W Anderson, et. al., "Kerangka Landasan untuk Pembelajaran, Pengajaran dan Asesmen". Translated by Agung Prihantoro, (Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2015), 120.

²⁷ Ibid.

²⁸ Ibid., hal 121.

²⁹ Ibid., hal 122.

struktur. Memberikan atribut terjadi ketika siswa dapat menentukan sudut pandang, pendapat, nilai atau tujuan dibalik komunikasi.³⁰

Berdasarkan penjelasan di atas, berpikir analitis dalam penelitian ini didefinisikan sebagai suatu proses kognitif yang meliputi membedakan (*differentiating*), mengorganisasi (*organizing*), dan memberikan atribut (*attributing*). Adapun indikator berpikir analitis disajikan pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1
Indikator Berpikir Analitis

Indikator	Deskripsi
Membedakan (<i>differentiating</i>)	<ul style="list-style-type: none"> - Memilah bagian yang penting dari masalah - Memilah bagian yang relevan dari masalah
Mengorganisasi (<i>organizing</i>)	<ul style="list-style-type: none"> - Mengidentifikasi bagian-bagian yang penting dan relevan dari masalah sehingga didapatkan informasi yang utuh untuk menyelesaikan masalah - Membangun cara atau strategi dalam menyelesaikan masalah
Memberikan Atribut (<i>attributing</i>)	<ul style="list-style-type: none"> - Menentukan tujuan atau kesimpulan dari hasil penyelesaian masalah

(Diadaptasi dari proses kognitif Taksonomi Bloom Revisi)

B. Penyelesaian Masalah Matematika

1. Masalah Matematika

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI) masalah adalah sesuatu yang harus diselesaikan (dipecahkan).³¹ Masalah bersifat subjektif artinya sesuatu yang merupakan masalah bagi seseorang namun belum tentu menjadi masalah bagi orang lain. Baroody mendefinisikan

³⁰ Ibid., hal 124.

³¹ TIM Penyusun Kamus Pusat Pembinaan Dan Pengembangan Bahasa, Op.Cit., hal 719.

masalah sebagai suatu situasi membingungkan (*puzzling*), dimana seseorang tertarik untuk mengetahui penyelesaiannya, akan tetapi strategi penyelesaiannya tidak serta merta tersedia, lebih jelasnya suatu masalah memuat: (1) keinginan untuk mengetahui; (2) tidak adanya cara yang jelas untuk mendapatkan penyelesaiannya; (3) memerlukan suatu usaha dalam menyelesaikannya.³²

Hal yang sama juga diungkapkan oleh Bell *...a situation is a problem for a person if he or she aware of its existence, recognize that it require action, wants of need to act and does so and is not immediately able to resolve the program.*³³ Ungkapan Bell tersebut menunjukkan bahwa suatu situasi merupakan masalah bagi seseorang jika ia menyadari adanya persoalan dalam situasi tersebut, mengetahui bahwa persoalan tersebut penyelesaian, ada kemauan bertindak, dan menyelesaikannya tetapi tidak segera dapat menyelesaikannya. Ruseffendi menambahkan bahwa suatu persoalan dikatakan sebagai suatu masalah jika: (1) persoalan ini tidak dikenalnya, maksudnya ialah siswa belum memiliki prosedur atau algoritma tertentu untuk menyelesaikannya; (2) siswa harus mampu menyelesaikannya, baik kesiapan mentalnya maupun pengetahuan yang dimiliki, terlepas dari apakah dia sampai atau tidak pada jawabannya; (3) sesuatu merupakan permasalahan baginya bila dia ada niat untuk menyelesaikannya.³⁴

Masalah matematika umumnya berbentuk soal matematika tetapi tidak semua soal matematika merupakan masalah. Seperti yang diungkapkan oleh Ruseffendi bahwa masalah dalam matematika adalah suatu persoalan yang ia sendiri mampu menyelesaikannya tanpa menggunakan cara

³² Baroody dalam Husna, et. al., "Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah dan Komunikasi Matematis Siswa Sekolah Menengah Pertama Melalui Model Pembelajaran Kooperatif Tipe *Think-Pair-Share* (TPS)", *Jurnal Peluang*, 1: 2, (April, 2013), 83.

³³ Bell dalam Abidatul Ma'rufah, Skripsi Sarjana: "*Profil Kemampuan Siswa dalam Menyelesaikan masalah Matematika Berdasarkan Adversity Quotient (AQ)*". (Surabaya: IAIN Sunan Ampel Surabaya, 2012), 9.

³⁴ Ruseffendi dalam Suci Septia Rahmawati, Skripsi Sarjana: "*Profil Penalaran Kreatif Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Bangun Datar Ditinjau dari Kemampuan Matematika dan Gender*". (Surabaya: UIN Sunan Ampel Surabaya, 2015), 20.

atau algoritma yang rutin.³⁵ Holmes menyatakan bahwa terdapat dua kelompok masalah dalam pembelajaran matematika yaitu masalah rutin dan masalah nonrutin.³⁶ Masalah rutin dapat dipecahkan dengan menggunakan metode yang sudah ada. Masalah rutin sering disebut sebagai masalah penerjemahan karena deskripsi situasi dapat diterjemahkan dari kata-kata menjadi simbol-simbol. Masalah nonrutin mengarah kepada masalah proses. Masalah nonrutin membutuhkan lebih dari sekedar penerjemahan masalah menjadi kalimat matematika dan penggunaan prosedur yang sudah diketahui. Masalah nonrutin mengharuskan pemecah masalah untuk membuat sendiri metode pemecahannya.

Berdasarkan uraian di atas, maka definisi masalah matematika yang digunakan dalam penelitian ini adalah soal matematika nonrutin yang dalam menyelesaikannya menggunakan algoritma nonrutin (tidak menggunakan cara penyelesaian pada umumnya). Berdasarkan definisi tersebut menunjukkan bahwa dalam menyelesaikan masalah matematika nonrutin memerlukan langkah-langkah penyelesaian masalah matematika.

2. Penyelesaian Masalah Matematika

Penyelesaian masalah berkaitan dengan pemecahan masalah, yang mana hal tersebut sama halnya dengan yang diungkapkan oleh Widjajanti bahwa pemecahan masalah adalah proses yang digunakan untuk menyelesaikan masalah.³⁷ Mayer mendefinisikan bahwa pemecahan masalah sebagai suatu proses banyak langkah dengan si pemecah masalah harus menemukan hubungan antara pengalaman (skema) masa lalunya dengan masalah yang sekarang harus dihadapinya dan kemudian bertindak untuk menyelesaikannya.³⁸ Hudojo juga mendefinisikan bahwa

³⁵ E T Ruseffendi, Op.Cit., hal 335.

³⁶ Holmes dalam Sri Wardhani, et. al., *Pembelajaran Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika di SD* (Yogyakarta: PPPPTK Matematika, 2010), 16.

³⁷ Djamilah Bondan Widjajanti., "Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Mahasiswa Calon Guru Matematika: Apa dan Bagaimana Mengembangkannya", (Paper Presented at Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika, Yogyakarta, 05 Desember 2009), 402.

³⁸ Mayer dalam Djamilah Bondan Widjajanti., Op.Cit., hal 404.

pemecahan masalah merupakan proses penerimaan masalah yang dianggap sebagai tantangan untuk menyelesaikannya.³⁹ Evans menjelaskan bahwa pemecahan masalah ialah aktivitas yang berhubungan dengan pemilihan jalan keluar atau cara yang cocok bagi tindakan dan perubahan kondisi sekarang (*present state*) menuju kepada situasi yang diharapkan (*future state* atau *desired goal*).⁴⁰

Davis dan McKlip menyatakan *...the ability to solve the problems is one of the most important objective in the study of mathematics*.⁴¹ Kemampuan memecahkan masalah merupakan salah satu tujuan yang paling penting dalam belajar matematika. Pendapat serupa juga diungkapkan oleh Holmes bahwa pemecahan masalah adalah jantung dari matematika (*hearts of mathematics*).⁴² Pemecahan masalah dalam pengajaran matematika berarti serangkaian operasi mental yang dilakukan seseorang untuk mencapai suatu tujuan tertentu.⁴³ Alawiyah dalam pendapatnya mengatakan bahwa memecahkan suatu masalah matematika itu bisa merupakan kegiatan menyelesaikan soal cerita, menyelesaikan soal yang tidak rutin (nonrutin), mengaplikasikan matematika dalam kehidupan sehari-hari atau keadaan lainnya, dan membuktikan atau menciptakan atau menguji konjektur.⁴⁴

Salah satu langkah pemecahan masalah matematika yang terkenal adalah pemecahan masalah Polya. Menurut

³⁹ Hudojo dalam Siti Jurotul Aini, Skripsi Sarjana: *"Identifikasi Dimensi Pengetahuan Yang Digunakan Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Tingkat Kemampuan"*, (Surabaya: UIN Sunan Ampel Surabaya, 2015), 25.

⁴⁰ Evans dalam Suharnan, Op.Cit., hal 289.

⁴¹ David – McKlip dalam Desti Haryani, *"Pembelajaran Matematika dengan Pemecahan Masalah untuk Menumbuhkembangkan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa"*, (Paper Presented at Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA, Fakultas MIPA, Universitas Negeri Yogyakarta, 14 Mei 2011), 122.

⁴² Holmes dalam Desti Haryani, Ibid.

⁴³ Tombokan Runtukahu – Selpius Kandou, *Pembelajaran Matematika Dasar bagi Anak Berkesulitan Belajar* (Yogyakarta: Ar-Ruzz Media, 2014), 192.

⁴⁴ Tuti Alawiyah, *"Pembelajaran untuk Meningkatkan Kemampuan Komunikasi dan Pemecahan Masalah Matematik"*, (Paper Presented at Seminar Nasional Pendidikan Matematika PPS STKIP Siliwangi, Bandung, 2014), 181.

Polya, pemecahan masalah matematika terdiri dari empat langkah yaitu.⁴⁵

a. Memahami masalah (*Understanding the Problem*)

Pemberian masalah kepada siswa tanpa adanya pemahaman mengakibatkan siswa tidak mungkin mampu menyelesaikan masalah tersebut dengan benar. Langkah ini dimulai dengan pengenalan akan apa yang diketahui atau apa yang ingin didapatkan kemudian pemahaman apa yang diketahui serta data yang tersedia dilihat apakah data tersebut mencukupi untuk menentukan apa yang ingin didapatkan.

b. Merencanakan penyelesaian (*Devising Plan*)

Dalam menyusun rencana pemecahan masalah diperlukan kemampuan untuk melihat hubungan antara data serta kondisi apa yang tersedia dengan data apa yang diketahui atau dicari. Langkah selanjutnya yakni menyusun sebuah rencana pemecahan masalah dengan memperhatikan atau mengingat kembali pengalaman sebelumnya tentang masalah-masalah yang berhubungan. Tujuan langkah ini yakni siswa dapat membuat suatu model matematika untuk selanjutnya dapat diselesaikan dengan menggunakan aturan-aturan matematika yang ada.

c. Melakukan rencana penyelesaian (*Carrying Out the Plan*)

Rencana penyelesaian yang telah dibuat sebelumnya kemudian dilaksanakan secara cermat pada setiap langkah. Dalam melaksanakan rencana atau menyelesaikan model matematika yang telah dibuat pada langkah sebelumnya, siswa diharapkan memperhatikan prinsip-prinsip atau aturan-aturan pengerjaan yang ada untuk mendapatkan hasil penyelesaian model yang benar. Kesalahan jawaban model dapat mengakibatkan kesalahan dalam menjawab permasalahan soal, sehingga pengecekan pada setiap

⁴⁵ Polya dalam Zainullah Zuhri, Skripsi Sarjana: “*Analisis Koneksi Matematika Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Dibedakan dari Kecenderungan Gaya Berpikir*”. (Surabaya: UIN Sunan Ampel Surabaya, 2016), 14.

langkah penyelesaian harus selalu dilakukan untuk memastikan kebenaran jawaban model tersebut.

d. Melihat kembali penyelesaian (*Looking Back*)

Hasil penyelesaian yang didapat harus diperiksa kembali untuk memastikan apakah penyelesaian tersebut sesuai dengan yang diinginkan dalam soal. Jika hasil yang didapat tidak sesuai dengan yang diminta maka perlu pemeriksaan kembali atas setiap langkah yang telah dilakukan untuk mendapatkan hasil sesuai dengan masalahnya dan melihat kemungkinan lain yang dapat dilakukan untuk menyelesaikan soal tersebut. Pemeriksaan tersebut diharapkan agar berbagai kesalahan yang tidak perlu dapat terkoreksi kembali sehingga siswa dapat sampai pada jawaban yang benar sesuai dengan soal yang diberikan.

Berdasarkan penjelasan di atas, langkah penyelesaian masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah langkah penyelesaian masalah matematika dari Polya. Adapun definisi penyelesaian masalah matematika dalam penelitian ini adalah proses penyelesaian masalah matematika nonrutin berdasarkan tahapan Polya yakni memahami masalah, merencanakan penyelesaian, melakukan rencana penyelesaian dan melihat kembali penyelesaian.

C. Berpikir Analitis dalam Menyelesaikan Masalah Matematika

Hal yang diungkap dalam penelitian ini adalah proses kognitif yang meliputi membedakan (*differentiating*), mengorganisasi (*organizing*), dan memberikan atribut (*attributing*) dalam menyelesaikan masalah matematika. Dalam mengungkap hal tersebut diperlukan indikator berpikir analitis dalam menyelesaikan masalah matematika. Indikator tersebut diturunkan dari indikator berpikir analitis pada Tabel 2.1 dan disesuaikan dengan tahapan penyelesaian masalah matematika Polya. Berikut adalah Tabel 2.2 indikator berpikir analitis dalam menyelesaikan masalah matematika berdasarkan tahapan Polya.

Tabel 2.2
Indikator Berpikir Analitis dalam Menyelesaikan Masalah
Matematika Berdasarkan Tahapan Polya

Tahapan Polya	Indikator Berpikir Analitis dalam Menyelesaikan Masalah Matematika	
Memahami Masalah	Membedakan (<i>differentiating</i>)	Membedakan bagian yang penting dalam soal meliputi: - Menyebutkan apa yang diketahui - Menyebutkan apa yang ditanyakan
		Membedakan bagian yang relevan dalam soal meliputi: - Menjelaskan keterkaitan antara yang diketahui dengan yang ditanyakan
Merencanakan Penyelesaian	Mengorganisasi (<i>organizing</i>)	Menyatakan kembali masalah ke dalam bentuk atau model matematika
		Memilih konsep matematika dalam menyelesaikan masalah matematika
		Memilih strategi penyelesaian dari masalah matematika
Melakukan Rencana Penyelesaian	Mengorganisasi (<i>organizing</i>)	Menggunakan konsep matematika dalam menyelesaikan masalah matematika
		Menjelaskan keterkaitan konsep matematika dengan yang ditanyakan
		Menggunakan strategi penyelesaian
Melihat Kembali Penyelesaian	Memberikan Atribut (<i>attributing</i>)	Membuktikan bahwa hasil penyelesaian sesuai dengan yang ditanyakan
		Menarik kesimpulan dari hasil

Tahapan Polya	Indikator Berpikir Analitis dalam Menyelesaikan Masalah Matematika
	penyelesaian

D. Gaya Kognitif Visualizer dan Verbalizer

1. Gaya Kognitif

Setiap individu mempunyai cara yang berbeda dalam memperoleh, menyimpan, memproses, dan menggunakan informasi yang telah diterimanya. Setiap individu akan memilih cara yang disukai dalam memproses dan mengorganisasi informasi sebagai respon terhadap lingkungannya.⁴⁶ Cara orang untuk menerima, memproses, menyimpan, dan menggunakan informasi tersebut untuk menanggapi tugas atau berbagai jenis situasi lingkungan disebut dengan gaya kognitif.⁴⁷

Gaya kognitif mencerminkan karakteristik seseorang dan relatif bertahan sehingga dapat digunakan untuk menggambarkan perilaku seseorang. Hal ini sesuai dengan pendapat Winkel bahwa gaya kognitif sebagai cara khas yang digunakan seseorang dalam mengamati dan beraktivitas mental di bidang kognitif yang bersifat individu dan kerap kali tidak disadari dan cenderung bertahan terus.⁴⁸ Ausburn merumuskan bahwa gaya kognitif mengacu pada proses kognitif seseorang yang berhubungan dengan pemahaman, pengetahuan, persepsi, pikiran, imajinasi, dan pemecahan masalah.⁴⁹

Woolfolk menjelaskan bahwa gaya kognitif seseorang dapat memperlihatkan variasi individu dalam hal perhatian, penerimaan informasi, mengingat, dan berpikir yang muncul atau berbeda diantara kognisi dan kepribadian.⁵⁰

⁴⁶ Hamzah B Uno, *Orientasi Baru dalam Psikologi Pembelajaran* (Jakarta: PT. Bumi Aksara, 2006), 186

⁴⁷ Sabrina Aprilawati Sa'ad, Tesis Magister: "*Proses Berpikir Matematis Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Pola Bilangan Ditinjau dari Perbedaan Gaya Kognitif Visualizer-Verbalizer*". (Surabaya: Universitas Negeri Surabaya, 2014), 27.

⁴⁸ Winkel dalam Qomaroh, Skripsi Sarjana: "*Profil Pengajaran Masalah Matematika Siswa Ditinjau dari Gaya Kognitif Reflektif dan Impulsif Kelas VIII Di MTs Jabal Noer Taman Sidoarjo*". (Surabaya: IAIN Sunan Ampel, 2013), 18.

⁴⁹ Ausburn dalam Hamzah B Uno, Op. Cit.

⁵⁰ Woolfolk dalam Hamzah B Uno, Op. Cit.

Senada dengan hal itu, Jackson & Lawty-Jones mengungkapkan bahwa gaya kognitif merupakan karakter individu dan pendekatan yang konsisten dalam mengorganisasikan dan memproses informasi.⁵¹ Slameto menjelaskan bahwa gaya kognitif dikonsepsikan sebagai sikap, pilihan atau strategi yang secara stabil menentukan cara seseorang yang khas dalam menerima, mengingat, berpikir, dan menyelesaikan masalah.⁵²

Berdasarkan beberapa pendapat ahli di atas, maka gaya kognitif dalam penelitian ini didefinisikan sebagai cara khas seseorang dalam menerima, memproses, menyimpan, dan menggunakan informasi dalam menanggapi suatu situasi yang dihadapinya. Terdapat macam-macam gaya kognitif yang dikembangkan oleh para ahli diantaranya gaya kognitif *Field Independent* dan *Field Dependent* yang didasarkan pada perbedaan aspek psikologis, gaya kognitif Reflektif dan Impulsif yang didasarkan pada waktu pemahaman konsep, dan gaya kognitif Visualizer dan Verbalizer yang didasarkan pada kebiasaan seseorang dalam menggunakan alat indranya. Fokus dalam penelitian ini adalah gaya kognitif visualizer dan verbalizer.

2. Gaya Kognitif Visualizer dan Verbalizer

Menurut McEcwan, gaya kognitif yang berkaitan dengan kebiasaan siswa menggunakan alat indranya dibagi menjadi dua kelompok yaitu: (1) visualizer: seseorang dengan gaya kognitif visualizer cenderung memiliki kemampuan melihat sehingga lebih mudah menerima, memproses, menyimpan maupun menggunakan informasi dalam bentuk gambar; (2) verbalizer: seseorang dengan gaya kognitif verbalizer cenderung memiliki kemampuan mendengar sehingga lebih mudah menerima, memproses, menyimpan

⁵¹ Jackson & Lawty-Jones dalam Andrew L Mendelson, "For Whom is a Picture Worth a Thousand Words? Effects of the Visualizing Cognitive Style and Attention on Processing of News Photos", *Jurnal of Visual Literacy*, 24: 1, (2004), 86.

⁵² Slameto, *Belajar dan Faktor-faktor yang Mempengaruhinya* (Jakarta: PT Rineka Cipta, 1995) .160.

maupun menggunakan informasi dalam bentuk teks.⁵³ Perbedaan antara gaya kognitif visualizer dan verbalizer diakibatkan perbedaan pandangan seseorang dalam menggambarkan sesuatu. Skemp mengemukakan bahwa ada seseorang yang kuat dalam penggunaan gambar tetapi ada juga yang kuat dalam menggambarkan dalam bentuk kata-kata, ada juga seseorang yang memiliki kedua kemampuan tersebut namun hanya satu kemampuan yang menonjol.⁵⁴ Bentuk penggambaran tersebut dinamakan bentuk simbol verbal dan simbol visual.

Skemp menjelaskan simbol visual adalah gambar yang menyerupai objek nyatanya, sedangkan simbol verbal adalah kata yang digunakan untuk menyatakan objeknya. Perbandingan antara simbol visual dan simbol verbal menurut Skemp yang disajikan pada Tabel 2.3 berikut.⁵⁵

Tabel 2.3
Perbandingan antara Simbol Visual dan Simbol Verbal

Simbol Visual	Simbol Verbal
Bersifat abstrak ruang seperti misalnya bentuk dan kedudukan	Bersifat abstrak yang bebas dari susunan ruang seperti misalnya bilangan
Lebih sulit untuk dikomunikasikan	Lebih mudah untuk dikomunikasikan
Lebih mewakili hasil pemikiran yang lebih individual	Lebih mewakili hasil kesepakatan dari pemikiran bersama
Integratif menunjukkan struktur	Analitis menunjukkan secara detail
Simultan atau bersamaan	Sekuensial atau berurutan
Bersifat intuitif	Bersifat logika

⁵³ McEwan dalam Rohma Indahwati, "Profil Penalaran Mahasiswa Calon Guru SD dalam Membuktikan Rumus Luas Bangun Datar Ditinjau dari Perbedaan Gaya Kognitif Visualiser dan Verbaliser", *Jurnal Pendidikan Interaksi*, 9: 2, (Juli, 2014). 120.

⁵⁴ Skemp dalam Sabrina Apriliawati Sa'ad, Op.Cit., hal 27.

⁵⁵ Ibid., hal 29.

Jonassen dan Grabowski berpendapat bahwa individu visualizer belajar lebih baik ketika melihat informasi visual seperti gambar, diagram, dan peta, sedangkan individu verbalizer belajar lebih baik ketika mereka dapat membaca informasi.⁵⁶ Lebih lanjut, Jonassen dan Grawboski menjelaskan bahwa individu yang memiliki gaya kognitif visualizer lebih banyak berorientasi dengan gambar, lebih suka menunjukkan bagaimana mereka melakukannya, dan menyukai permainan yang lebih visual seperti teka-teki, sedangkan individu yang memiliki gaya kognitif verbalizer lebih berorientasi dengan kata-kata, lancar dalam berkomunikasi, lebih suka membaca tentang ide-ide, dan menyukai permainan kata.⁵⁷

Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa gaya kognitif visualizer adalah kecenderungan seseorang dalam memperoleh informasi dengan cara melihat sehingga lebih mudah menerima, memproses, menyimpan maupun menggunakan informasi dalam bentuk gambar. Sedangkan, gaya kognitif verbalizer adalah kecenderungan seseorang dalam memperoleh informasi dengan cara mendengar sehingga lebih mudah menerima, memproses, menyimpan maupun menggunakan informasi dalam bentuk teks atau tulisan.

Kriteria gaya kognitif visualizer dan verbalizer dapat diidentifikasi melalui *Visualizer and Verbalizer Questionnaire* (VVQ) yang dikembangkan oleh Richardson.⁵⁸ *Questionnaire* tersebut digunakan oleh Mendelson dalam artikelnya yang berjudul “*for whom cognitive style and attention on processing of new photos*”. Instrumen VVQ terdiri dari 20 item yang berisi pernyataan yang mengarah pada gaya kognitif visualizer dan verbalizer. Setiap siswa diminta untuk memilih pernyataan-pernyataan yang sesuai dengan karakteristiknya masing-masing.

⁵⁶ Jonassen dan Grawboski dalam Andrew L Mendelson, Op. Cit., hal 87.

⁵⁷ Ibid.

⁵⁸ Wulan Marlia Sandi, Tesis Magister: “*Profil Kognitif Siswa SMA dalam Menyelesaikan Masalah Geometri Ditinjau dari Gaya Kognitif Visualizer dan Verbalizer*” (Surabaya: Universitas Negeri Surabaya, 2014), 35.

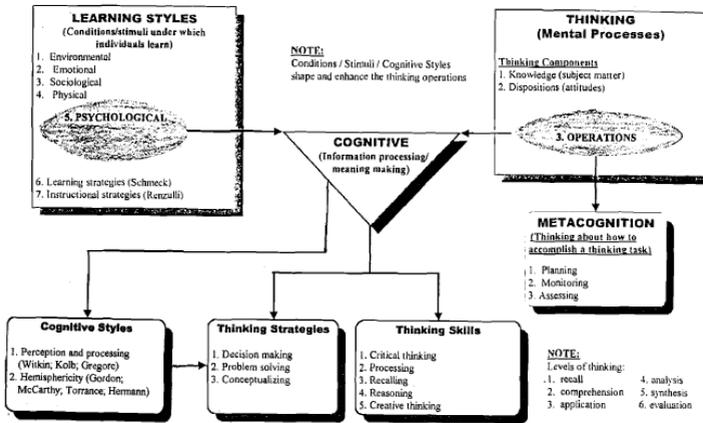
Kriteria pengelompokan gaya kognitif diperoleh dari jumlah skor akhir dari pernyataan pada masing-masing kelompok gaya kognitif yang dipilih siswa kemudian dikalikan dua. Siswa dikatakan bergaya kognitif visualizer jika memperoleh skor visualizer lebih dari sama dengan 40 dan selisih antara skor visualizer dan verbalizer lebih dari sama dengan 20, sedangkan siswa dikatakan bergaya kognitif verbalizer jika memperoleh skor verbalizer lebih dari sama dengan 40 dan selisih antara skor visualizer dan verbalizer lebih dari sama dengan 20. Jika skor visualizer dan verbalizer yang diperoleh siswa masing-masing kurang dari 40 atau selisih skor visualizer dan verbalizer kurang dari 20 maka siswa tersebut bergaya kognitif *negligible* (bukan visualizer ataupun verbalizer) dan siswa dengan gaya kognitif tersebut diabaikan karena berbeda dengan tujuan penelitian yang akan dicapai.

E. Hubungan antara Berpikir Analitis dan Gaya Kognitif Visualizer dan Verbalizer

Setiap siswa memiliki gaya kognitif yang berbeda. Hal ini memungkinkan pendekatan yang digunakan siswa dalam memecahkan masalah matematika juga berbeda. Alamolhodaei mengatakan bahwa jika siswa dengan gaya kognitif yang berbeda pendekatan pengolahan informasi maka dalam memecahkan masalah matematika juga menggunakan cara yang berbeda.⁵⁹ Pada subbab sebelumnya, dijelaskan bahwa berpikir analitis adalah level keempat dari taksonomi Bloom Revisi yaitu menganalisis. Hubungan antara berpikir analitis dan gaya kognitif dapat dilihat pada Gambar 2.1.⁶⁰

⁵⁹ Hassan Alamolhodaei, "Convergent/Divergent Cognitive Styles and Mathematical Problem Solving", *Journal of science and Mathematics Education In S.E. Asia*, 24: 2, 103.

⁶⁰ Yeap Lay Leng – Chong Tian Hoo, "Explaining The Thinking, Learning Styles and Cognition Constructs", *The Mathematics Educator*, 2: 1, (1997), 122.



Gambar 2.1
Yeap's Model Linking Thinking, Learning And Cognitive Styles

Menurut Leng dan Hoo, kognitif dibagi menjadi tiga yakni gaya kognitif, strategi berpikir, dan kemampuan berpikir yang ketiganya saling berhubungan. Gaya kognitif berhubungan dengan strategi berpikir seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 2.1. Strategi berpikir yang dimaksud adalah strategi berpikir dalam pemecahan masalah, pengambilan keputusan, dan pengkonsepan yang melibatkan menganalisis masalah, menyusun bukti terpisah melalui sintesis, pemberian nilai pada hasil, menerapkan data, dan pengetahuan, pemahaman, dan pengalaman mengingat.⁶¹ Strategi berpikir tersebut sama halnya dengan level atau tingkat domain proses kognitif taksonomi Bloom Revisi (mengingat, memahami, mengaplikasikan, menganalisis, mengevaluasi, dan mencipta), untuk lebih jelasnya disajikan pada Tabel 2.4.

⁶¹ Ibid., hal 120.

Tabel 2.4
Kesamaan antara Strategi Berpikir
dan Taksonomi Bloom Revisi

Strategi Berpikir	Taksonomi Bloom Revisi
Strategi berpikir dalam pemecahan masalah, pengambilan keputusan dan pengkonsepan yang melibatkan:	
Pengalaman mengingat	Mengingat
Pemahaman	Memahami
Menerapkan data dan pengetahuan	Mengaplikasikan
Menganalisis masalah	Menganalisis
Pemberian nilai pada hasil	Mengevaluasi
Menyusun bukti terpisah melalui sintesis	Mencipta (Sintesis)

Dimensi gaya kognitif (salah satu diantaranya adalah visual dan verbal) mempengaruhi pendekatan individu untuk berpikir strategis dalam pemecahan masalah, pengambilan keputusan, dan pengkonsepan.⁶² Beberapa diantaranya membutuhkan instruksi langkah demi langkah, impulsif, memunculkan banyak masalah, dan beberapa bekerja secara lambat, membuat sedikit kesalahan. Beberapa melihat pola secara keseluruhan dan beberapa menganalisis pola pada bagian yang berbeda, beberapa lebih menyukai kerjasama. Beberapa pemahaman konsepnya melalui visual dan beberapa memahami konsep melalui verbal.

Gaya kognitif visualizer dan verbalizer memiliki karakteristik yang berbeda dalam menghadapi suatu masalah atau tugas. Siswa dengan gaya kognitif visualizer cenderung menggunakan gambar dalam menerima, memproses, menyimpan maupun menggunakan informasi sedangkan siswa dengan gaya verbalizer cenderung menggunakan teks atau kata-kata. Hal tersebut diakibatkan adanya perbedaan pandangan seseorang dalam menggambarkan sesuatu. Menurut Skemp, siswa dengan simbol

⁶² Ibid., hal 123.

visual lebih integratif menunjukkan struktur sedangkan simbol verbal lebih analitis menunjukkan secara detail. Perbandingan tersebut menunjukkan adanya hubungan antara berpikir analitis dengan gaya kognitif visualizer dan verbalizer. Perbedaan tersebut juga memungkinkan adanya perbedaan antara proses berpikir analitis siswa bergaya kognitif visualizer dengan siswa bergaya kognitif verbalizer dalam menyelesaikan masalah matematika.

F. Prediksi Berpikir Analitis dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Berdasarkan Gaya Kognitif Visualizer dan Verbalizer

Berdasarkan penjelesan-penjelasan di atas dibuatlah prediksi indikator berpikir analitis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika berdasarkan gaya kognitif visualizer dan verbalizer. Prediksi indikator tersebut diturunkan dari indikator berpikir analitis siswa dalam menyelesaikan masalah matematika berdasarkan tahapan Polya pada Tabel 2.2 dan disesuaikan dengan penjelasan-penjelasan dari gaya kognitif visualizer dan verbalizer. Adanya prediksi indikator tersebut bertujuan untuk memberikan gambaran (prediksi) berpikir analitis siswa visualizer dan verbalizer dalam menyelesaikan masalah matematika. Berikut adalah tabel prediksi indikator berpikir analitis siswa dalam menyelesaikan masalah berdasarkan gaya kognitif visualizer dan verbalizer yang disajikan pada Tabel 2.5.

Tabel 2.5

Prediksi Indikator Berpikir Analitis dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Berdasarkan Gaya Kognitif Visualizer dan Verbalizer

Tahapan Polya	Indikator Berpikir Analitis dalam Menyelesaikan Masalah Matematika		Prediksi Berpikir Analitis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Berdasarkan Gaya Kognitif	
			Visualizer	Verbalizer
Memahami Masalah	Membedakan (<i>differentiating</i>)	Membedakan bagian yang penting dalam soal	Subjek menyebutkan yang diketahui dan yang	Subjek menyebutkan yang diketahui dan yang

Tahapan Polya	Indikator Berpikir Analitis dalam Menyelesaikan Masalah Matematika	Prediksi Berpikir Analitis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Berdasarkan Gaya Kognitif		
		Visualizer	Verbalizer	
		meliputi: - Menyebutkan apa yang diketahui - Menyebutkan apa yang ditanyakan	ditanyakan dengan disertai sketsa gambar	ditanyakan dengan menggunakan kata-kata yang dipahaminya
		Membedakan bagian yang relevan dalam soal meliputi: - Menjelaskan keterkaitan antara yang diketahui dengan yang ditanyakan	Subjek menjelaskan keterkaitan antara yang diketahui dengan yang ditanyakan dengan melihat kembali sketsa gambar yang sudah dibuat pada tahap menyebutkan yang diketahui dan yang ditanyakan	Subjek menjelaskan keterkaitan antara yang diketahui dengan yang ditanyakan dengan bahasa yang dipahaminya
Merencana	Mengorganisasi	Menyatakan	Subjek	Subjek

Tahapan Polya	Indikator Berpikir Analitis dalam Menyelesaikan Masalah Matematika		Prediksi Berpikir Analitis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Berdasarkan Gaya Kognitif	
			Visualizer	Verbalizer
kan Penyelesaian	nisasi (<i>organizing</i>)	n kembali masalah ke dalam bentuk atau model matematika	menyatakan kembali masalah ke dalam bentuk atau model matematika dengan disertai ilustrasi atau sketsa gambar	menyatakan kembali masalah ke dalam bentuk atau model matematika dengan kata-kata yang dipahaminya
		Memilih konsep matematika dalam menyelesaikan masalah matematika	Subjek memilih konsep matematika dalam menyelesaikan masalah matematika	Subjek memilih konsep matematika dalam menyelesaikan masalah matematika
		Memilih strategi penyelesaian dari masalah matematika	Subjek memilih strategi penyelesaian dari masalah matematika disertai ilustrasi atau sketsa gambar	Subjek memilih strategi penyelesaian dari masalah matematika disertai penjelasan kata-kata yang dipahaminya
Melakukan	Mengorganisasi	Menggunakan	Subjek	Subjek

Tahapan Polya	Indikator Berpikir Analitis dalam Menyelesaikan Masalah Matematika		Prediksi Berpikir Analitis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Berdasarkan Gaya Kognitif	
			Visualizer	Verbalizer
Rencana Penyelesaian	nisasi (<i>organizing</i>)	kan konsep matematika dalam menyelesaikan masalah matematika	menggunakan konsep matematika dalam menyelesaikan masalah matematika	menggunakan konsep matematika dalam menyelesaikan masalah matematika
		Menjelaskan keterkaitan konsep matematika dengan yang ditanyakan	Subjek menjelaskan keterkaitan antara konsep matematika dengan yang ditanyakan dengan melihat kembali sketsa gambar yang sudah dibuat pada tahap sebelumnya	Subjek menjelaskan keterkaitan antara konsep matematika dengan yang ditanyakan dengan bahasa yang dipahaminya
		Menggunakan strategi penyelesaian	Subjek menggunakan strategi penyelesaian disertai ilustrasi atau sketsa gambar	Subjek menggunakan strategi penyelesaian disertai penjelasan kata-kata yang dipahaminya

Tahapan Polya	Indikator Berpikir Analitis dalam Menyelesaikan Masalah Matematika		Prediksi Berpikir Analitis Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Berdasarkan Gaya Kognitif	
			Visualizer	Verbalizer
Melihat Kembali Penyelesaian	Memberikan Atribut (<i>attributin g</i>)	Membuktikan bahwa hasil penyelesaian sesuai dengan yang ditanyakan	Subjek membuktikan hasil penyelesaian dengan melihat kembali langkah-langkah penyelesaian	Subjek membuktikan hasil penyelesaian dengan melihat kembali langkah-langkah penyelesaian
		Menarik kesimpulan dari hasil penyelesaian	Subjek menarik kesimpulan dengan logis	Subjek menarik kesimpulan dengan logis

G. SPLDV (Sistem Persamaan Linear Dua Variabel)

Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) adalah dua atau lebih persamaan linear dua variabel yang mempunyai penyelesaian yang harus memenuhi kedua atau lebih persamaan linear dua variabel tersebut. Bentuk umum dari persamaan linear dua variabel adalah $ax + by = c$; dengan $a, b, c, \in \mathbb{R}$; $a, b \neq 0$ dan x, y suatu variabel. Ada 4 metode dalam menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel diantaranya :

1. Metode grafik, dilakukan dengan menentukan koordinat titik potong dua garis.
2. Metode substitusi, dilakukan dengan cara menyatakan salah satu variabel dalam bentuk variabel yang lain kemudian nilai variabel tersebut menggantikan (mensubstitusikan) variabel yang sama dalam persamaan yang lain.
3. Metode eliminasi, dilakukan dengan cara menghilangkan (mengeliminasi) salah satu variabel dari sistem persamaan

tersebut. Koefisien salah satu variabel yang akan dihilangkan haruslah sama atau dibuat sama.

4. Metode gabungan, yakni menggunakan metode eliminasi dan substitusi.

Contoh:

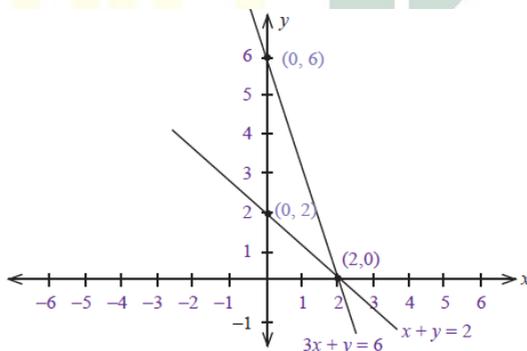
1. Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan $x + y = 2$ dan $3x + y = 6$ dengan menggunakan metode grafik!

Penyelesaian :

Langkah pertama, menentukan titik potong terhadap sumbu x dan sumbu y pada masing-masing persamaan linear dua variabel, untuk lebih memudahkan dibuat tabel seperti di bawah ini.

$x + y = 2$			$3x + y = 6$		
x	0	2	x	0	2
y	2	0	y	6	0
(x, y)	(0, 2)	(2, 0)	(x, y)	(0, 6)	(2, 0)

Langkah kedua, menggambar titik-titik potong dari kedua persamaan tersebut.



Berdasarkan gambar grafik tampak bahwa koordinat titik potong kedua persamaan adalah $(2, 0)$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(2, 0)\}$

2. Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan $x + y = 2$ dan $3x + y = 6$ dengan menggunakan metode substitusi!

Penyelesaian :

Langkah pertama, menuliskan kedua persamaan dalam bentuk persamaan (1) dan (2).

$$x + y = 2 \quad (1)$$

$$3x + y = 6 \quad (2)$$

Langkah kedua, memilih salah satu persamaan, misalkan persamaan (1), kemudian nyatakan salah satu variabel dalam bentuk variabel lainnya.

$$x + y = 2$$

$$y = 2 - x \quad (3)$$

Langkah ketiga, substitusikan nilai variabel y ke persamaan (2)

$$3x + y = 6$$

$$3x + (2 - x) = 6$$

$$3x - x = 6 - 2$$

$$2x = 4$$

$$x = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

diperoleh nilai $x = 2$

Langkah keempat, substitusikan nilai x ke salah satu persamaan awal, persamaan (1)

$$x + y = 2$$

$$2 + y = 2$$

$$y = 2 - 2$$

$$y = 0$$

diperoleh nilai $y = 0$

Jadi, himpunan penyelesaian adalah $\{(2, 0)\}$

3. Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan $x + y = 2$ dan $3x + y = 6$ dengan menggunakan metode eliminasi!

Penyelesaian :

Langkah pertama, menghilangkan salah satu variabel, misalkan variabel y yang akan dihilangkan maka kedua persamaan harus dikurangkan.

$$x + y = 2$$

$$3x + y = 6 \quad \text{—}$$

$$\hline -2x = -4$$

$$x = \frac{-4}{-2}$$

$$x = 2$$

diperoleh nilai $x = 2$

Langkah kedua, menghilangkan variabel yang lainnya yakni variabel x , karena koefisien variabel x tidak sama maka harus

disamakan terlebih dahulu sehingga persamaan $x + y = 2$ harus dikalikan 3.

$$\begin{array}{rcl} x + y = 2 & | \times 3 | & 3x + 3y = 6 \\ 3x + y = 6 & | \times 1 | & 3x + y = 6 \end{array}$$

Kedua persamaan yang telah disetarakan dikurangkan.

$$\begin{array}{r} 3x + 3y = 6 \\ \underline{3x + y = 6} \quad - \\ 2y = 0 \end{array}$$

$$y = \frac{0}{2}$$

$$y = 0$$

diperoleh nilai $y = 0$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(2, 0)\}$

4. Tentukan penyelesaian dari sistem persamaan $x + y = 2$ dan $3x + y = 6$ dengan menggunakan metode gabungan!

Penyelesaian :

Langkah pertama, dengan menggunakan metode eliminasi.

$$\begin{array}{rcl} x + y = 2 & | \times 3 | & 3x + 3y = 6 \\ 3x + y = 6 & | \times 1 | & \underline{3x + y = 6} \quad - \\ & & 2y = 0 \end{array}$$

$$y = \frac{0}{2}$$

$$y = 0$$

diperoleh nilai $y = 0$

Langkah kedua, substitusikan nilai y ke salah satu persamaan, misalkan persamaan $x + y = 2$

$$x + y = 2$$

$$x + 0 = 2$$

$$x = 2$$

diperoleh nilai $x = 2$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(2, 0)\}$