

BAB II KAJIAN PUSTAKA

A. Penalaran Kovariasional

1. Penalaran

Menurut kamus besar bahasa Indonesia, penalaran berarti cara (perihal) menggunakan nalar; pemikiran atau cara berpikir logis; jangkauan pemikiran: kepercayaan takhayul serta yang tidak logis harus dikikis habis; hal mengembangkan atau mengendalikan sesuatu dengan nalar dan bukan dengan perasaan atau pengalaman; proses mental dalam mengembangkan pikiran dari beberapa fakta atau prinsip¹. Subanji mengungkapkan bahwa penalaran merupakan proses berpikir yang mencakup berpikir dasar, berpikir kritis, dan berikir kreatif namun tidak termasuk mengingat². Penalaran atau sering juga disebut jalan pikiran, menurut Keraf adalah suatu proses berpikir yang berusaha menghubungkan fakta-fakta yang diketahui menuju pada suatu kesimpulan³. Lithner mendefinisikan penalaran sebagai sebarang jalan berpikir dalam mengerjakan soal sehingga penalaran tidak harus didasarkan pada logika deduktif formal dan melambangkan prosedur yang singkat dalam menemukan fakta atau bukti⁴. Penalaran sangat berhubungan dengan logika yang merupakan bagian dari filsafat dan matematika, yang mencoba untuk memahami secara rinci karakteristik-karakteristik argumen yang baik dan jelek, atau secara logika dikatakan sebagai argumen shahih atau tidak shahih. Penalaran berkaitan erat dengan bagaimana manusia mencapai kesimpulan-kesimpulan tertentu baik dari premis langsung maupun tidak langsung. Titik berat dari penalaran adalah bagaimana seseorang menarik suatu kesimpulan, dan mengevaluasi apakah kesimpulan yang dihasilkan itu shahih (*valid*) atau tidak shahih (*invalid*)⁵. Tujuan penalaran adalah untuk menarik kesimpulan

¹ Diakses di <http://kamusbahasaIndonesia.org/penalaran>, pada 21 Maret 2017

² Subanji, *Teori Berpikir Pseudo Penalaran Kovariasi*. (Malang: UM Press, 2011), h. 4

³ Suharman, *Psikologi Kognitif*, (Surabaya: Srikandi, 2005), h. 160.

⁴ Johan Lithner, A Research Framework for Creative and Imitative Reasoning, *Jurnal Educational Studies in Mathematics*, (2008), h. 256.

⁵ Suharman, Op. Cit., h.157

secara deduktif dari prinsip-prinsip tertentu atau secara induktif dari bukti-bukti tertentu⁶.

Berdasarkan beberapa uraian definisi penalaran di atas, terdapat beberapa aspek yang berkaitan dengan penalaran. Aspek-aspek yang berkaitan dengan penalaran adalah berpikir, logika, dan argumentasi. Aspek penalaran yang relevan untuk penelitian ini adalah sebagai berikut: Berpikir adalah penggunaan pikiran untuk mempertimbangkan sesuatu, membentuk ide-ide yang berhubungan, dan untuk mencoba memecahkan masalah. Logika adalah cara berpikir formal untuk menghasilkan kesimpulan yang shahih dengan seperangkat aturan atau prinsip. Argumentasi adalah pembuktian, bagian dari alasan yang bertujuan meyakinkan diri sendiri atau orang lain, bahwa alasan tersebut tepat.

2. Kovariasional

Kata “kovariasi” dalam kamus ensiklopedia didefinisikan sebagai variasi dari dua atau lebih variabel yang berkorelasi⁷.

a. Pengertian kovariasional dari perspektif statis dan dinamis

Kovariasional dapat diartikan sebagai statis saat jumlah satu kuantitas berhubungan dengan jumlah kuantitas lain. Confrey dan Smith memberikan perspektif statis pada kovariasional, yang melibatkan koordinasi gerakan antara nilai-nilai yang berurutan dalam satu kuantitas dengan kuantitas yang lain. Misalnya, bila panjang sisi persegi bergerak dari 2 cm sampai 3 cm, maka daerah persegi berubah dari 4 cm² ke 9cm².⁸

Kovariasional dapat diartikan sebagai dinamis jika saat perubahan satu kuantitas berhubungan dengan perubahan kuantitas lain⁹. Sebuah perspektif dinamis pada kovariasional dapat juga dikatakan diskrit atau kontinu. Clement memberikan perspektif dinamis yang diskrit dari kovariasional, yang melibatkan koordinasi jumlah perubahan tertentu dalam satu kuantitas dengan jumlah perubahan tertentu kuantitas lain.

⁶ Robert J Stenverg, *Psikologi Kognitif Edisi Keempat*. Translated by Yudi Santoso, (Pustaka Pelajar: Yogyakarta, 2008), h. 410.

⁷ Diakses dari <http://www.merriam-webster.com>, pada 11 Mei 2017

⁸ Jere Confrey & Erick Smith, “Exponential functions, rates of change, and the multiplicative unit.” *Educational Studies in Mathematics*, 26, 1994, h. 135–164.

⁹ John Clement, “The concept of variation and misconceptions in Cartesian graphing”. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1–2), 1989, h. 77–87.

Misalnya, kenaikan panjang sisi persegi adalah 1cm^2 , penambahan luas pada kenaikan persegi adalah 2cm^2 .¹⁰ Saldanha dan Thompson memberikan perspektif dinamis yang kontinu dari kovariasional, yang melibatkan koordinasi perubahan terus-menerus dalam satu kuantitas dengan perubahan terus-menerus dalam kuantitas yang lain. Misalnya, kenaikan panjang sisi persegi secara terus menerus, penambahan luas pada kenaikan persegi dengan laju yang konstan¹¹.

b. Kovariasional dan Fungsi

Thompson, Confrey & Smith telah mengungkapkan secara jelas sebuah pendekatan pada fungsi, yaitu pendekatan korespondensi dan kovariasional sebagai alternatif yang lebih intuitif secara formal¹². Pendekatan korespondensi berdasarkan pada definisi teoritis himpunan. Sedangkan pendekatan kovariasi merujuk pada kemampuan untuk membentuk gambaran dua kuantitas yang bervariasi dan mengoordinasi perubahannya dalam relasi satu sama lain. Pendekatan kovariasi lebih menekankan ekspresi “hubungan” antara dua kuantitas terstruktur yang dapat diekspresikan secara aljabar, secara visual dalam grafik, atau dalam situasi dunia nyata¹³.

Confrey & Smith memberikan perspektif statis untuk karakteristik fungsi, dimana karakteristik fungsi didasarkan pada definisi fungsi yang abstrak dan agak sempit dan lebih banyak menekankan pada aturan eksplisit (biasanya aljabar)¹⁴. Perspektif statis dari Confrey & Smith tersebut sama dengan pembelajaran fungsi dengan pendekatan korespondensi.

¹⁰ Ibid, h. 77–87.

¹¹ Luis A.Saldanha & Patrick W. Thompson, “Re-thinking co-variation from a quantitative perspective: Simultaneous continuous variation”. *Proceedings of the Annual Meeting of the Psychology of Mathematics Education - North America*. (1998). h. 1-2.

¹² Heather L. Johnson, “Reasoning about variation in the intensity of change in covarying quantities involved in rate of change”. (*Journal of mathematical behavior*: Vol. 31, 2012), h. 315

¹³ David Tall. Functions and Calculus: Dalam A. J. Bishop et al (Eds.), *international Handbook of mathematics education*, (1997). h. 1-3.

¹⁴ Jere Confrey , and Erick Smith. "Splitting, covariation, and their role in the development of exponential functions." *Journal for research in mathematics education* (1995): h. 78-79. <http://www.jstor.org/stable/749228>. Diakses pada 21 Maret 2017

Sebaliknya, Chazan memberikan perspektif yang dinamis, karakteristik fungsi sebagai "*hubungan antara kuantitas*" di mana variabel output tergantung pada variabel input¹⁵. Perspektif yang dinamis dari Chazan ini sama dengan pembelajaran fungsi dengan pendekatan kovariasional. Saldanha & Thompson memandang bahwa gambaran tentang kovariansi bersifat berkembang dan guru dapat membangun konsep kovariansi siswa pada segala usia.

c. Penalaran Kovariasional

1) Pengertian Penalaran Kovariasional

Penalaran kovariasional muncul sebagai teori berdasarkan Jere Confrey di akhir tahun 1980an dan berdasarkan Patrick Thompson di awal tahun 1990an. Ada perbedaan mendasar dari dua teori ini, jika Confrey fokus pada nilai variabel berturut-turut, sebaliknya Thompson fokus pada pengukuran sifat-sifat objek. Meskipun demikian, keduanya mendeskripsikan koordinasi sebagai fondasi untuk penalaran tentang hubungan fungsi dinamis. Confrey mengarakterisasi kovariansi sebagai koordinasi nilai-nilai dua variabel sebagaimana nilai variabel tersebut berubah. Confrey & Smith menggunakan pendekatan diskrit yang berfokus pada perubahan antara nilai-nilai berturut-turut dari dua variabel¹⁶.

x	y
1	3
2	5
3	7
...	...
10	21

x	y
1	3
2	9
3	27
...	...
10	59049

Gambar 2.1

Contoh kovariansi Confrey: perubahan nilai pada satu variabel dikoordinasikan dengan perubahan pada variabel lain

¹⁵ Chazan, *Beyond formulas in mathematics and teaching: Dynamics of the high school algebra classroom*. (New York: Teachers College Press, 2000), h. 84

¹⁶Patrick W. Thompson & Marilyn P. Carlson, Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. hal 424, Diakses dari <http://pat-thompson.net/PDFversions/2016ThompsonCarlsonCovariation.pdf>. Pada 21 Maret 2017.

Berdasarkan definisi Confrey & Smith, penalaran kovariasional memperhatikan bilangan dalam tabel, tetapi tidak memperhatikan apa yang terjadi di antara entri-entri dalam tabel dan tidak memberikan gambaran rinci tentang apa yang terjadi antara nilai berturut-turut pada tabel tersebut sehingga siswa tidak perlu melihat nilai-nilai berpasangan yang kontinu. Saldanha & Thompson mendeskripsikan penalaran yang berbeda dari Confrey & Smith yaitu penalaran bertumpu pada pengukuran sifat-sifat objek dan perubahan simultan yang dibedakan dari perubahan berturut-turut¹⁷.

Deskripsi tentang kovariansi kontinu oleh Saldanha & Thompson menjadi landasan deskripsi dan kerangka kerja dari penalaran kovariasional yang dibangun oleh Carlson dkk. Penalaran kovariasional didefinisikan secara formal oleh Carlson dkk sebagai aktivitas kognitif yang melibatkan pengkoordinasian dua macam kuantitas yang berkaitan dengan cara-cara dua kuantitas tersebut berubah satu terhadap yang lain¹⁸. Menurut Subanji, pengkoordinasian dua kuantitas ini sangat terkait dengan konsep fungsi, yaitu salah satu kuantitas dapat dipandang sebagai input (variabel bebas) dan kuantitas yang lain dipandang sebagai output (variabel terikat)¹⁹. Penalaran kovariansi memperkenalkan siswa mengekstrak pola yang bertambah rumit dalam menghubungkan x dan $f(x)$ dari tabel nilai dengan cara pikir yang mungkin digunakan siswa untuk memahami apa yang terjadi di antara nilai-nilai tersebut. Contoh penalaran kovariasional akan menjadi pertimbangan bagaimana mengingat persegi, jumlah daerah dan panjang sisi bervariasi²⁰.

¹⁷ Ibid, h. 424-425.

¹⁸ Marilyn Carlson, Sally Jacobs, Edward Coe, Sean Larsen, & Eric Hsu, "Applying Covariational Reasoning While Modeling Dynamic Events: A Framework and a Study", *Journal for Research in Mathematics Education*, 33:5, 2002, h. 357

¹⁹ Subanji, *Berpikir pseudo penalaran kovariansi dalam mengkonstruksi grafik fungsi kejadian dinamik*, jurnal ilmu pendidikan, Vol.13, No.1, (Februari, 2006), h. 7.

²⁰ Heather L. Johnson. *Reasoning about variation in the intensity of change in covarying quantities involved in rate of change*. (Journal of mathematical behavior: Vo.31, 2012). h. 315

2) Kerangka Kerja Penalaran Kovariasional

Marilyn P. Carlson dkk menyusun kerangka kerja pada penerapan penalaran kovariasional mahasiswa dalam menggambar grafik masalah dinamik dengan mengidentifikasi level-level penalaran kovariasional. Level-level penalaran kovariasional ini didasarkan tindakan/aksi mental (*mental action*) dalam menyelesaikan masalah. Terdapat lima tindakan mental yang disusun oleh Carlson dkk. Kelima tindakan mental tersebut masing-masing mendeskripsikan suatu aksi atau tindakan beserta perilakunya. Hal tersebut dapat dilihat pada tabel berikut²¹:

Tabel 2.1
Aksi Mental Kerangka Kerja Kovariansi

Aksi mental	Deskripsi aksi mental	Perilaku
Aksi Mental 1 (MA1)	Mengkoordinasi ketergantungan perubahan dari satu variabel terhadap perubahan variabel lain	Memberi label sumbu dengan indikasi verbal dari koordinasi dua variabel (misalnya y berubah dengan perubahan x)
Aksi Mental 2 (MA2)	Mengkoordinasi arah perubahan satu variabel terhadap perubahan variabel lain	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mengkonstruksi garis lurus yang monoton ▪ Menyatakan secara lisan suatu kesadaran arah perubahan <i>output</i> ketika memperhatikan perubahan <i>input</i>

²¹ Marilyn Carlson, Sally Jacobs, Edward Coe, Sean Larsen, & Eric Hsu, "Applying Covariational Reasoning While Modeling Dynamic Events: A Framework and a Study", *Journal for Research in Mathematics Education*, 33:5, 2002, h. 356-357.

<p>Aksi Mental 3 (MA3)</p>	<p>Mengkoordinasi besarnya perubahan dalam satu variabel terhadap perubahan variabel lain.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mengkonstruksi garis <i>secant</i>/mengeplot titik ▪ Menyatakan secara lisan suatu kesadaran dari besarnya perubahan <i>output</i> ketika memperhatikan perubahan <i>input</i>
<p>Aksi Mental 4 (MA4)</p>	<p>Mengkoordinasi laju perubahan rata-rata fungsi dengan peningkatan seragam dari perubahan variabel <i>input</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mengkonstruksi garis <i>secant</i> yang bersinggungan untuk domain ▪ Menyatakan secara lisan suatu kesadaran terhadap laju perubahan <i>output</i> (dengan <i>input</i>) ketika memperhatikan peningkatan yang seragam dari <i>input</i>

Aksi Mental 5 (MA5)	Mengkoordinasi laju perubahan sesaat dari fungsi dengan perubahan kontinu pada variabel independen untuk seluruh domain fungsi	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mengkonstruksi kurva mulus dengan indikasi yang jelas dari perubahan kecekungan ▪ Menyatakan secara lisan suatu kesadaran dari perubahan sesaat dalam laju perubahan untuk seluruh domain fungsi (arah kecekungan dan titik belok benar)
---------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Carlson dkk menjelaskan bahwa siswa yang menunjukkan perilaku yang didukung oleh MA1 menyadari bahwa nilai dari koordinat y berubah dengan perubahan nilai koordinat x . Pada umumnya, koordinat x berperan sebagai variabel bebas, meskipun tidak selalu demikian. Koordinasi awal dari variabel-variabel biasanya terungkap dengan pelabelan sumbu koordinat, diikuti oleh pengucapan yang menunjukkan kesadaran bahwa satu variabel berubah terhadap perubahan variabel lain.

Aktivitas mental dalam mengkoordinasi arah perubahan (MA2) meliputi pembentukan gambaran, misalnya untuk fungsi meningkat, nilai y semakin tinggi sebagaimana nilai x semakin tinggi. MA3 meliputi koordinasi besar relatif perubahan pada variabel x dan y . Dalam aktivitas mental ini siswa membuat partisi sumbu x ke dalam interval dengan panjang tetap (misalnya x_1, x_2, x_3, x_4) sementara ia memperhatikan besarnya perubahan *output* untuk setiap interval *input* yang baru. Perilaku ini biasanya diikuti oleh mengkonstruksi titik-titik pada grafik, dan diikuti oleh konstruksi garis untuk menghubungkan titik-titik tersebut.

Aktivitas mental dalam mengkoordinasi laju rata-rata (MA4) meliputi kesadaran bahwa besarnya perubahan dari variabel *output* berkaitan dengan kenaikan variabel *input* mengekspresikan laju perubahan fungsi untuk suatu interval dari domain fungsi. Kesadaran terhadap hal ini biasanya ditunjukkan oleh siswa dengan membuat sketsa garis pada grafik atau membuat estimasi dari kemiringan grafik atas interval kecil dari domain. Aksi mental yang diidentifikasi sebagai MA3 dan MA4 mungkin keduanya menghasilkan konstruksi garis *secant*, tetapi tipe penalaran yang dihasilkan berbeda. Perhatian terhadap perubahan laju sesaat yang kontinu (MA5) ditunjukkan dengan konstruksi kurva yang akurat dan meliputi pemahaman tentang perubahan dari laju sesaat untuk seluruh domain.

3) Level-level Penalaran Kovariasional

Dari kerangka kerja kovariasional yang telah disusun, Carlson dkk telah menetapkan 5 level penalaran kovariasional berdasarkan dari 5 mental aksi/tindakan mental. Kemampuan penalaran kovariasional dicapai pada level tertentu ketika mendukung aksi mental yang berasosiasi dengan level tersebut dan semua level dibawahnya. Kerangka kerja level penalaran kovariasional disajikan pada tabel 2.2²²:

Tabel 2.2
Level Penalaran Kovariasional

Level	Aksi Mental
Level 1 (L1). Koordinasi (<i>Coordination</i>)	MA1
Level 2 (L2). Arah (<i>Direction</i>)	MA1 dan MA2
Level 3 (L3). Koordinasi kuantitatif (<i>Quantitative coordination</i>)	MA1, MA2, dan MA3
Level 4 (L4). Laju rata-rata	MA1, MA2, MA3, dan MA4

²² Marilyn Carlson, Sally Jacobs, Edward Coe, Sean Larsen, & Eric Hsu, "Applying Covariational Reasoning While Modeling Dynamic Events: A Framework and a Study", *Journal for Research in Mathematics Education*, 33:5, 2002, h. 357-359.

<i>(Average rate)</i>	
Level 5 (L5). Laju sesaat <i>(Instantaneous rate)</i>	MA1, MA2, MA3, MA4, dan MA5

Pada tingkat koordinasi atau Level 1, gambaran dari kovariasional mendukung tindakan mental mengkoordinasikan perubahan satu variabel terhadap perubahan variabel lain (MA1). MA1 telah diidentifikasi dengan mengamati siswa dalam melabelkan sumbu dan juga dengan mendengar mereka mengekspresikan perubahan satu variabel sebagai akibat perubahan variabel yang lain (misalnya: perubahan volume terhadap perubahan tinggi). Siswa tidak perlu melihat arah, besar dan laju dari perubahan.

Pada tingkat arah atau Level 2, gambaran dari kovariasional mendukung tindakan mental dari koordinasi arah perubahan satu variabel terhadap perubahan variabel lain. Tindakan mental MA1 dan MA2 keduanya didukung oleh gambaran level 2.

Pada tingkat koordinasi kuantitatif atau Level 3, gambaran kovariasional mendukung tindakan mental dari koordinasi jumlah perubahan dalam satu variabel terhadap perubahan variabel lain. Tindakan mental MA1, MA2, dan MA3, didukung oleh gambaran level 3.

Pada tingkat rata-rata atau Level 4, gambaran dari kovariasional mendukung tindakan mental dari koordinasi tingkat perubahan rata-rata terhadap perubahan seragam dalam variabel input. Tingkat perubahan rata-rata bisa diekstrak untuk mengkoordinasikan jumlah perubahan variabel output terhadap perubahan pada variabel input. Tindakan mental MA1 sampai MA4 didukung oleh gambaran level 4.

Pada tingkat laju sesaat atau Level 5, gambaran kovariasional mendukung tindakan mental dari koordinasi tingkat perubahan sesaat terhadap perubahan kontinu dalam variabel input. Tingkat ini mencakup perubahan laju sesaat yang dihasilkan dari perbaikan yang lebih kecil dari perubahan rata-rata. Ini juga mencakup titik belok yaitu keadaan dimana laju perubahan berubah dari meningkat menjadi menurun, atau dari menurun menjadi meningkat. Tindakan mental MA1 sampai MA5 didukung oleh gambaran level 5.

B. Mengkonstruksi Grafik Fungsi

1. Pengertian Mengkonstruksi Grafik Fungsi

Konstruksi adalah suatu konsep yang diciptakan dan digunakan dengan kesengajaan dan kesadaran untuk tujuan-tujuan ilmiah tertentu²³. Konstruksi adalah konsep yang dapat diamati dan diukur. Pada umumnya konstruksi adalah konsep yang bersifat fisik, sehingga mudah untuk dinilai, mudah untuk diamati, dan mudah untuk diukur dengan menggunakan beberapa alat²⁴. Konstruksi merupakan jenis konsep tertentu yang berada dalam tingkatan abstraksi yang lebih tinggi dari konsep dan diciptakan untuk tujuan teoritis tertentu. Konsep dihasilkan oleh ilmuwan secara sadar untuk kepentingan ilmiah. Konstruksi dapat diartikan sebagai konsep yang telah dibatasi pengertiannya (unsur, ciri, dan sifatnya) sehingga dapat diamati dan diukur²⁵. Berdasarkan uraian di atas, konstruksi didefinisikan sebagai suatu jenis konsep tertentu yang berada dalam tingkatan abstraksi yang lebih tinggi dari konsep dan dibuat untuk tujuan teoritis tertentu, dan konsep tersebut dibatasi pengertiannya (unsur, ciri, dan sifatnya) sehingga dapat diamati dan diukur. Sehingga mengkonstruksi berarti membuat sebuah konsep tertentu yang berada dalam tingkatan abstraksi yang lebih tinggi dari konsep yang dibatasi pengertiannya (unsur, ciri, dan sifatnya) untuk tujuan teoritis tertentu.

Pengertian fungsi, misalnya anggaplah fungsi layaknya sebuah mesin. Jika anda memasukkan bahan mentah ke dalam mesin tersebut, maka mesin tersebut akan mengubah bahan mentah menjadi suatu produk jadi berdasarkan instruksi-instruksi tertentu yang telah ditentukan. Maka, akan ada sebuah sistem *input-output*, dimana jika kita memasukkan sebuah *input* pada fungsi tersebut, maka fungsi akan memberikan *output*nya. Sebagai contoh, fungsi

²³ Cahyant. *Pengertian Konsep, Konstruksi, Proposisi dan teori dalam penelitian ilmiah*, Diakses pada tanggal 30 Maret 2017; <http://fisikadansains.blogspot.co.id/2017/01/pengertian-konsep-pengertian-konstruksi.html>; Internet

²⁴ Muslim afandi, *Memahami Sebuah Konsep Dan Konstruksi Dalam Penelitian*, diakses pada tanggal 30 Maret 2017; <http://muslimanafandi.blogspot.co.id/2015/10/memahami-sebuah-konsep-dan-konstruksi.html>; Internet

²⁵ Ibid.

pangkat 2 yang kita masukkan angka 4 maka nilai output/keluarannya adalah 16. Grafik adalah suatu visualisasi tabel, yang dimana tabel tersebut berupa angka-angka yang dapat disajikan ataupun dapat ditampilkan ke dalam bentuk gambar. Berdasarkan uraian di atas, Mengkonstruksi grafik fungsi didefinisikan membuat suatu penyajian gambar berdasarkan instruksi-instruksi tertentu yang telah ditentukan dengan sebuah sistem input output.

Mengkonstruksi grafik merupakan bagian yang penting dalam kegiatan matematika. Grafik tidak hanya digunakan untuk mengkonstruksi fenomena tetapi juga digunakan untuk membuktikan keberadaan fenomena. Mengkonstruksi grafik fungsi merupakan salah satu kajian yang dilakukan tentang penalaran pada mahasiswa. Dalam mengkonstruksi grafik ada dua cara yang dapat dilakukan, yaitu dilakukan dengan cara mengetahui terlebih dahulu rumus fungsi tersebut kemudian menggambarannya dalam suatu grafik atau bisa juga mengetahui sifat-sifat analitisnya lebih dahulu, lalu kemudian menggambar grafiknya²⁶.

2. Mengkonstruksi Grafik Fungsi

Andaikan y adalah sebuah besaran yang bergantung pada besaran lain (x). dengan demikian, y adalah fungsi dari x , dan dinotasikan $y = f(x)$. jika x berubah dari x_1 ke x_2 , maka perubahan dalam (y dapat juga disebut **kenaikan** dari x) adalah

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Perubahan yang bersesuaian di y adalah

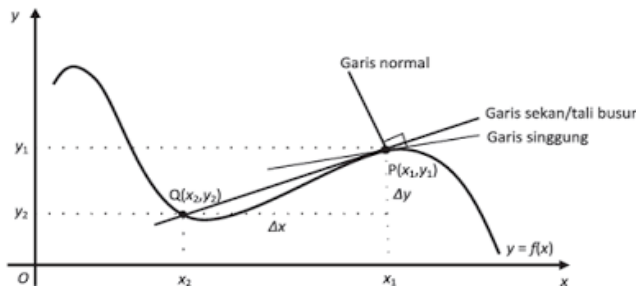
$$\Delta y = f(x_2) - f(x_1)$$

Hasil bagi dari kedua perubahan tersebut,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Disebut **laju perubahan rata-rata y terhadap x** pada interval $[x_1, x_2]$ dan dapat diinterpretasikan sebagai kemiringan tali busur PQ pada gambar dibawah ini :

²⁶ Erry Hidayanto, *Studi Kasus Penalaran Kovariasional Mahasiswa pada Mata Kuliah Kalkulus Lanjut*, https://www.researchgate.net/publication/274513115_Studi_Kasus_Penalaran_Kovariasional_Mahasiswa_pada_Mata_Kuliah_Kalkulus_Lanjut. Diakses pada tanggal 30 maret 2017



Gambar 2.2
Grafik Fungsi Laju Perubahan

Laju perubahan rata-rata = mP_Q

Laju perubahan sesaat = kemiringan garis singgung di P

Menghitung laju perubahan rata-rata untuk interval yang semakin mengecil dengan cara membuat x_2 mendekati x_1 sehingga Δx mendekati 0. Limit dari laju perubahan rata-rata ini disebut **laju perubahan (sesaat) y terhadap x** saat $x = x_1$, yang diartikan sebagai kemiringan garis singgung pada kurva $y = f(x)$ di $P(x, f(x))$ ²⁷:

Laju perubahan sesaat =

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x_2 \rightarrow x_1} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

C. Penalaran Kovariasional Dalam Mengkonstruksi Grafik Fungsi

Penalaran kovariasional merupakan penalaran dalam memahami konsep fungsi. Penalaran kovariasional didefinisikan oleh Carlson dkk sebagai aktivitas kognitif yang melibatkan pengkoordinasian dua macam kuantitas yang berkaitan dengan cara-cara dua kuantitas tersebut berubah satu terhadap yang lain²⁸. Penalaran kovariasi memperkenalkan siswa mengekstrak pola yang bertambah rumit dalam menghubungkan x dan $f(x)$ dari tabel nilai dengan cara pikir yang mungkin digunakan siswa untuk memahami apa yang terjadi diantara nilai-nilai tersebut²⁹. Carlson

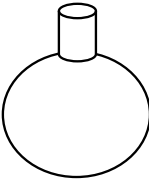
²⁷ James Stewart, *Kalkulus*, (Jakarta: Salemba Teknika, 2009), h. 165.

²⁸ Marilyn Carlson, Sally Jacobs, Edward Coe, Sean Larsen, & Eric Hsu, "Applying Covariational Reasoning While Modeling Dynamic Events: A Framework and a Study", *Journal for Research in Mathematics Education*, 33:5, 2002. h. 356

²⁹ Ulumul umah, *mengembangkan penalaran siswa dalam pembelajaran konsep fungsi*. https://www.researchgate.net/publication/307606036_mengembangkan_penalaran_siswa_dalam_pembelajaran_konsep_fungsi Diakses pada 12 maret 2017

dkk mengidentifikasi bagaimana penalaran kovariasional mempengaruhi kemampuan mahasiswa dalam menciptakan “sense” dari situasi dinamis, menginterpretasikan grafik, dan membuat grafik³⁰.

Carlson dkk menyusun suatu kerangka kerja penerapan penalaran kovariasional dalam mengkonstruksi grafik fungsi. Kerangka kerja tersebut mendeskripsikan lima level kemampuan penalaran kovariasional dan lima aksi mental yang mencirikan level-level tersebut³¹. Secara khusus, Carlson mengidentifikasi aksi-aksi mental yang dilibatkan ketika mahasiswa mengkoordinasi kuantitas yang bervariasi serta mendeskripsikan aksi mental dan perilaku yang dilakukan oleh mahasiswa dalam kerangka kerja kovariasi. Salah satu contoh tugas kovariasi yang dikembangkan oleh Carlson dkk untuk kejadian dinamis adalah sebagai berikut³²:

	<p>Bayangkan botol seperti pada gambar disamping diisi dengan air. Gambarkan grafik ketinggian air dalam botol terhadap banyaknya air yang dimasukkan!</p>
-----------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Tabel 2.3
Masalah Botol

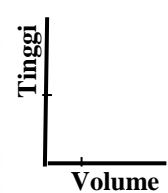
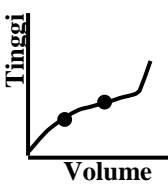
Pada tabel 2.3 disajikan hasil konstruksi grafik fungsi dari contoh tugas kovariasi untuk kejadian dinamis masalah botol yang dikembangkan oleh Carlson dkk adalah sebagai berikut:

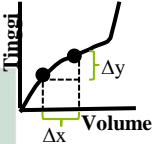
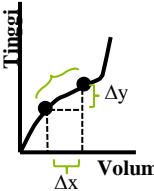
³⁰ Carlson dkk, Op Cit., h. 356

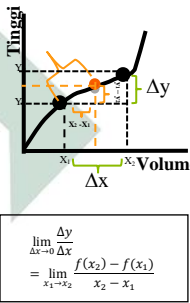
³¹ Ibid., h. 356-358

³² Marilyn Carlson, Sally Jacobs, Edward Coe, Sean Larsen, & Eric Hsu, "Applying Covariational Reasoning While Modeling Dynamic Events: A Framework and a Study", *Journal for Research in Mathematics Education*, 33:5, 2002, h. 360-361

Tabel 2.3
Penalaran Kovariasional dalam Mengkonstruksi Grafik Fungsi Masalah Botol

Level	Aksi Mental	Identifikasi	Gambar
Level 1 (L1). Koordinasi	Level koordinasi (L1) mendukung aksi mental mengkoordinasi ketinggian dengan perubahan volume (MA1)	Indikator MA1 : <ul style="list-style-type: none"> Siswa hanya mengetahui hubungan (misalnya jika volume berubah maka ketinggian juga berubah) tanpa melihat arah, besar, dan laju perubahan. Siswa memberi label pada sumbu 	
Level 2 (L2). Arah	Level Arah (L2) mendukung MA1 dan aksi mental mengkoordinasi arah (meningkat) perubahan ketinggian ketika memperhatikan perubahan volume (MA2)	Indikator MA2 : <ul style="list-style-type: none"> Siswa mengetahui arah perubahan ketinggian ketika memperhatikan perubahan volume Siswa dapat mengkonstruksi suatu garis lurus yang meningkat atau Siswa dapat mengatakan bahwa semakin banyak air 	

		dimasukkan, tinggi air dalam botol meningkat	
Level 3 (L3). Koordinasi Kuantitatif	Level Koordinasi Kuantitatif (L3) mendukung MA1, MA2, dan aksi mental mengkoordinasi besarnya perubahan ketinggian dengan besarnya perubahan volume ketika membayangkan perubahan pada volume (MA3)	Indikator MA3 : <ul style="list-style-type: none"> • Siswa mengetahui besarnya perubahan volume dan ketinggian; • Siswa menempatkan tanda pada sisi botol (tiap peningkatan secara berturut-turut mengecil hingga mencapai bagian tengah dan berturut-turut membesar dari bagian tengah hingga leher botol) 	
Level 4 (L4). Laju rata-rata	Level Laju Rata-rata (L4) mendukung MA1, MA2, MA3, dan aksi mental mengkoordinasi laju perubahan rata-rata ketinggian berkaitan dengan volume	Indikator MA4: <ul style="list-style-type: none"> • Siswa mengetahui perbandingan besarnya perubahan volume dan ketinggian • Siswa mengkonstruksi segmen garis yang mendekati 	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> $v = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ </div> 

	untuk banyaknya volume yang sama (MA4).	pada grafik, dengan kemiringan tiap segmen disesuaikan untuk mencerminkan laju banyak air tertentu, atau dengan	
Level 5 (L5). Laju sesaat	Level laju perubahan sesaat (L5) mendukung MA1, MA2, MA3, MA4, dan aksi mental mengkoordinasi laju perubahan sesaat ketinggian (terhadap volume) dengan perubahan volume (MA5)	Indikator MA5: <ul style="list-style-type: none"> Siswa mengetahui perbandingan besarnya perubahan ketika interval yang semakin mengecil 	

D. Gaya Belajar

Gaya belajar adalah cara yang konsisten yang dilakukan oleh seorang siswa dalam menangkap stimulus atau informasi, cara mengingat, berpikir dan memecahkan soal³³. Menurut Dr. Rita dan Dr. Kenneth Dunn, gaya belajar adalah cara manusia mulai berkonsentrasi, menyerap, memproses, dan menampung informasi yang baru dan sulit³⁴. Gaya belajar merupakan suatu proses gerak laku, penghayatan, serta kecenderungan seseorang pelajar mempelajari atau memperoleh suatu

³³ Nasution. *Berbagai Pendekatan dalam Proses Belajar Mengajar*. (Jakarta: PT Bumi Aksara, 2008), h. 94

³⁴ Barbara Prashnig, *The Power of Learning Styles: Mendongkrak Anak Melejitkan Prestasi dengan Mengenali Gaya Belajarnya*. (Bandung: Kaifa, 2007), h. 31

ilmu dengan cara yang tersendiri³⁵. Gaya belajar adalah cara yang lebih kita sukai dalam melakukan kegiatan berpikir, memproses dan mengerti suatu informasi³⁶.

Masing-masing siswa memiliki gaya belajar dan gaya berpikir yang berbeda, hal ini diperkuat oleh Ken dan Rita Dunn. Guru menemukan bahwa para siswa mempunyai berbagai tanggapan berbeda terhadap tiga dimensi kunci pembelajaran (seperti suara, cahaya, dan temperatur), stimulus fisik (contoh lisan versus tulisan), dan struktur dan dukungan (contoh bekerja sendiri atau dalam kelompok)³⁷. Menurut Drysdale, Ross, & Schuytts, Sternberg tidak satu pun dari kita yang hanya punya satu gaya belajar dan berpikir, kita punya banyak gaya. Individu itu sangat bervariasi sehingga ada ratusan gaya belajar dan berpikir yang dikemukakan oleh para pendidik dan psikolog³⁸.

Para ahli di bidang pendidikan mencoba mengembangkan teori mengenai gaya belajar sebagai cara untuk mencari jalan agar belajar menjadi hal yang mudah dan menyenangkan. Sejak tahun 1997, telah banyak upaya yang dilakukan untuk mengenali dan mengkategorikan cara manusia belajar, cara memasukan informasi ke dalam otak. Bagian otak terbagi menjadi 2 bagian yaitu otak kiri dan otak kanan. Setiap belahan otak mempunyai spesialisasi dalam memproses informasi dengan cara yang berbeda-beda. Gaya pemrosesan otak kiri identik dengan gaya pemrosesan analitik sedangkan gaya pemrosesan otak kanan identik dengan gaya pemrosesan holistik³⁹.

Penelitian yang dilakukan Dunn dan Dunn terhadap model gaya belajar telah membuktikan bahwa terdapat pengaruh dominasi otak kanan dan otak kiri terhadap gaya belajar. Hasil penelitian Dunn dan Dunn juga mengungkapkan bahwa tiga perlima gaya belajar bersifat genetik, sisanya melalui pengalaman. Oleh karena itu tiga perlima gaya belajar kita tetap sama sepanjang hidup dan sisanya gaya belajar berubah tergantung pada pengalaman yang telah kita alami⁴⁰.

³⁵ Susilo. *Sukses dengan Gaya Belajar*. (Yogyakarta: Pinus, 2009), h. 15

³⁶ Adi W Gunawan, *Genius learning strategy petunjuk praktis untuk menerapkan accelerated learning*, (jakarta: 2006). 139

³⁷ Martinis Yamin, *Strategi dan metode dalam model pembelajaran*, (Jakarta: Referensi, 2013), h.145

³⁸ *Ibid*, h. 145-146

³⁹ Barbara Prashnig, *Op.Cit.*, h. 38-39

⁴⁰ *Ibid*, h. 43

Secara garis besar, ada tujuh cara pendekatan yang umum dikenal dengan kerangka referensi yang berbeda, dan dikembangkan juga oleh ahli yang berbeda dengan variasinya masing-masing⁴¹.

Ketujuh cara belajar itu adalah:

1. Pendekatan berdasarkan pada pemrosesan informasi, menentukan cara yang berbeda dalam memandang dan memproses informasi yang baru, pendekatan ini dikembangkan oleh Kagan, Kolb, Honey & Mumford, Gregorc, Butler, Mc Charthy.
2. Pendekatan berdasarkan kepribadian; menentukan tipe karakter yang berbeda. Pendekatan ini dikembangkan oleh Myer-Briggs, Laurence, Keirsey & Bates, Symon & Byram, Singer-loomis, Grey-Wheelright, Holland, Geering.
3. Pendekatan berdasarkan pada modalitas sensori; menentukan tingkat ketergantungan terhadap indra tertentu. Pendekatan ini dikembangkan oleh Bandler & Grinder, Messick.
4. Pendekatan berdasarkan lingkungan; menentukan respons yang berbeda terhadap kondisi fisik, psikologis, sosial, dan instruksional. Pendekatan ini dikembangkan oleh Witkin, Elison, Canfield.
5. Pendekatan berdasarkan pada interaksi sosial; menentukan cara yang berbeda dalam berhubungan dengan orang lain. Pendekatan ini dikembangkan oleh Grasha-Reichman, Perry, Mann, Furmann-Jacobs, Merril.
6. Pendekatan berdasarkan kepada kecerdasan; menentukan bakat yang berbeda. Pendekatan ini dikembangkan oleh Gardner, Handy.
7. Pendekatan berdasarkan pada wilayah otak; menentukan dominasi relatif dari berbagai bagian otak, misalnya otak kiri dan otak kanan. Pendekatan ini dikembangkan oleh Sperry, Bogen, Edwards, Herman.

Dari berbagai pendekatan gaya belajar di atas, pendekatan gaya belajar yang dikembangkan oleh Kolb dan Gregorc yang sering dibicarakan serta banyak menjadi bahan penelitian. Sedangkan pendekatan gaya belajar yang dikembangkan oleh

⁴¹ Adi W Gunawan, *Genius learning strategy petunjuk praktis untuk menerapkan accelerated learning*, (jakarta: 2006). 139-140 dikutip dari skripsi Teti widiyanti. *pengaruh gaya belajar terhadap kemampuan pemecahan masalah matematika*. Diakses <http://repository.uinjkt.ac.id/dspace/bitstream/123456789/5755/1/TETI%20WIDIYAN TI-FITK.pada 19 maret 2017>

Bernice McCarthy jarang digunakan sebagai bahan kajian penelitian. Oleh karena itu kajian tentang pendekatan gaya belajar yang dikembangkan oleh Bernice McCarthy perlu diperluas. Maka pada penelitian ini, peneliti tertarik untuk mengkaji tentang gaya belajar yang dikembangkan oleh Bernice McCarthy.

E. Gaya Belajar *4MAT System*

Gaya belajar adalah salah satu konsep terpenting untuk menjelaskan perbedaan individu. Bernice McCarthy mendefinisikan gaya belajar sebagai pilihan individu dalam menggunakan kompetensi peserta didik untuk memahami dan memproses informasi⁴². Bernice McCarthy mengembangkan model gaya belajar David Kolb⁴³. Dengan mengambil deskripsi gaya belajar David Kolb, Bernice McCarthy membangun deskripsi gaya belajar yang kemudian dikenal dengan *4MAT System*. Model *4MAT System* dikembangkan pada awal 1980-an dan didasarkan pada dominasi otak kanan dan otak kiri, yang memberikan wawasan mengenai cara manusia pertama kali menerima dan kemudian memproses informasi⁴⁴.

Dalam model pembelajaran Kolb, ukuran pemberian dan pengolahan informasi siswa dikelompokkan menjadi empat gaya belajar yang berbeda yaitu pengalaman nyata (*Concrete Experience*), pengamatan reflektif (*Reflective Observation*), konseptualisasi abstrak (*Abstract Conceptualization*) dan eksperimen aktif (*Active Experimentation*). Perbedaan cara belajar yang melambangkan setiap gaya belajar satu orang dengan orang lain dapat diungkapkan sebagai berikut: “merasakan” untuk pengalaman nyata, “mengamati” untuk pengamatan reflektif, “berpikir” untuk konseptualisasi konkret dan “melakukan” untuk eksperimen aktif⁴⁵. Dalam menentukan gaya dominan seseorang,

⁴² Sendil Can. “ The effects of science students teachers academic achievements, their grade levels, gender and type of education they are exposed to on their 4mat learning styles (Case of Mugla University, Turkey)”. *Procedia social and behavioral sciences*. (January 4, 2009), h. 1854.

⁴³ Morna Hinton. “The Victoria and Albert Museum Silver Galleries II: Learning Style and Interpretation Preference in the Discovery Area.” *Museum Management and Curatorship*, Vol. 17, No. 3, pp. 253-294, 1998. Diakses pada 14 maret 2017, dari <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0260477999000266>.

⁴⁴ Barbara Prashnig, *The Power of Learning Styles: Mendongkrak Anak Melejitkan Prestasi dengan Mengenal Gaya Belajarnya*, (Bandung: kaifa, 2007), h. 44

⁴⁵ Sendil Can. *Op.Cit.*, h. 1854

tidak cukup hanya salah satunya. Oleh karena itu, kombinasi dari empat elemen dalam dua dimensi menentukan mana dari empat gaya belajar yang paling dominan. kombinasi menggarisbawahi dua pendekatan yang saling berkaitan dalam memahami pengalaman: Pengalaman Konkret dan Konseptualisasi Abstrak, serta dua pendekatan dalam mengubah pengalaman: Observasi Reflektif dan Eksperimentasi Aktif⁴⁶. Dari dua kombinasi pendekatan tersebut menghasilkan empat pendekatan gaya belajar Kolb yaitu *Konvergen, Divergen, Asimilasi* dan *Akomodasi*.

Teori gaya belajar Kolb tidak dikaitkan dengan dua belahan otak yaitu otak kanan dan otak kiri. Oleh karena itu McCarty mengembangkan teori Kolb, di mana setiap gaya belajar dikaitkan dengan dua belahan otak yang dikenal dengan *4MAT System*. Pelajar otak kiri yang logis, rasional, sekuensial, serial, dan verbal. Pelajar otak kanan adalah intuitif, emosional, holistik, dan paralel⁴⁷. Meskipun dua bagian otak memiliki peran yang berbeda dalam memproses informasi, tetapi kedua bagian otak sangat penting dalam memproses informasi. Jadi, menurut Bernice McCarty bahwa seluruh otak dianggap menangani gaya kognitif dalam memproses informasi⁴⁸.

Bernice McCarthy memberi kesan bahwa pelajar *divergen* lebih memilih untuk menggunakan mendengarkan, berbicara, berinteraksi dan brainstorming dalam belajar. Pertanyaan kunci untuk orang-orang ini adalah “mengapa?”. Pelajar *asimilasi* menggunakan mengamati, menganalisis, mengklasifikasi dan berteori dalam proses belajar mereka. Pertanyaan kunci untuk orang-orang ini adalah “apa?”. Pelajar *konvergen* ingin pembelajaran dengan melibatkan bereksperimen, memanipulasi dan bermain-main dalam belajar. Pertanyaan kunci untuk orang-orang ini adalah "bagaimana?". Pelajar *akomodasi* memilih belajar

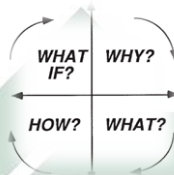
⁴⁶ Miftahul Huda. *Model-model pengajaran dan pembelajaran*. (Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2013), h.172.

⁴⁷ Huitt, W. 2000. “Individual differences: The 4MAT system.” In *Educational Psychology Interactive*. Valdosta, GA: Valdosta State University. Retrieved May 1, 2007, from <http://chiron.valdosta.edu/whuitt/col/instruct/4mat.html>. pada 19 maret 2017.

⁴⁸ Rokhmawati, Andewi. *Bridging the Gap between Teachers' Approach to Teaching and Students' Approach to Learning*. Educationist, Vol.1 No. 2, pp. 82-83, juli 2007. Diakses, http://file.upi.edu/Direktori/JURNAL/EDUCATIONIST/Vol._I_No._2Juli_2007/3_Andewi_Rokhmawati_Layout2rev.pdf. pada 19 maret 2017, h.84

didasarkan pada eksperimen dan penemuan. Pertanyaan kunci untuk orang-orang ini adalah “jika... maka apa yang akan terjadi”⁴⁹.

4MAT System didasarkan pada anggapan bahwa belajar terbaik terjadi dengan melewati empat kuadran dari siklus pembelajaran seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.4⁵⁰.



Gambar 2.4
Siklus Pembelajaran

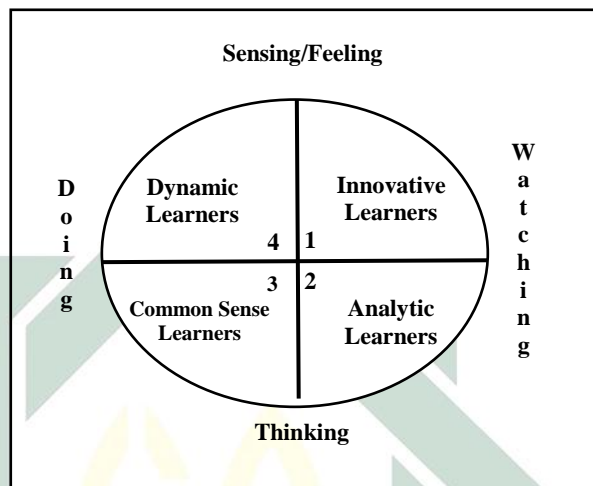
Bernice McCarthy menyatakan bahwa peserta didik cenderung merespon empat jenis pertanyaan (mengapa, apa, bagaimana, dan apa jika) dengan cara yang berbeda bergantung pada kecenderungan mereka untuk menggunakan setiap bagian otak. Masing-masing pembelajar memiliki pilihan yang berbeda dalam menanggapi pertanyaan tergantung pada kecenderungan peserta didik untuk menggunakan bagian otak yang berbeda. Sehingga Bernice McCarthy memberikan empat gaya belajar dengan masing-masing gaya yang mencerminkan karakteristik empat kuadran terpisah yang terkait dengan fungsi belahan otak⁵¹.

McCarthy mengklasifikasikan gaya belajar ke dalam 4 kuadran yang dikenal dengan *4MAT System* yang digambarkan pada sebuah lingkaran belajar yaitu:

⁴⁹ Sendil Can. Op.Cit., h. 1854

⁵⁰ John N. Harb, dkk. *Use of the Kolb Learning Cycle and the 4mat System in Engineering Education*. Journal of Engineering Education, Vol. 82, No. 2, April 1993. h. 71.

⁵¹ Andewi Rokhmawati. Op.Cit., h. 83



Gambar 2.5
Kuadran Gaya Belajar 4MAT System

Menurut McCarthy, pembelajar membentuk makna melalui sebuah putaran alami, yaitu bergerak dari merasakan ke merefleksikan, berpikir, dan melakukan. Empat gaya belajar tersebut adalah⁵²:

1) Innovative Learner

Orang dengan tipe belajar ini memilih berbicara mengenai pengalaman dan perasaan mereka, bertanya, atau bekerja dalam kelompok. Menyukai belajar masalah-masalah yang berhubungan kehidupan nyata, diasuh oleh guru, diberi jawaban atas pertanyaan “mengapa”. Pelajar ini tidak suka mengingat, mendengarkan penjelasan yang panjang lebar, diberi presentasi lisan, dan konflik. Pelajar ini juga tidak suka tes, khususnya jika dibatasi waktu. Pelajar ini mempercayai pengalaman mereka sendiri, dan dapat melihat situasi baru dalam berbagai perspektif. *Innovators* adalah orang-orang yang

⁵² Bernice McCarthy, *Using the 4MAT system to bring learning styles to schools*. Diakses www.ascd.org/ASCD/pdf/journals/ed_lead/el_199010_mccarthy.pdf. pada 30 maret 2017

imajinatif dan penuh ide. Pelajar ini dapat mempengaruhi teman-temannya dan cenderung emosional.

2) ***Analytic Learner***

Orang dengan tipe belajar ini berorientasi pada pengetahuan, konseptual, dan keteraturan. Pelajar ini memilih belajar melalui ceramah-ceramah, bekerja secara mandiri, serta mendiskusikan ide-ide. Mereka dapat tampil bagus dalam pendidikan tradisional yang menekankan pada keterampilan-keterampilan verbal. Mereka juga cenderung bagus dalam mengerjakan tes. Mereka tidak suka aktifitas yang tinggi, lingkungan yang ramai, bekerja dalam kelompok, bermain peran, serta ditanya mengenai perasaannya. Mereka merupakan pencari fakta. Mereka teliti dan tekun. Mereka bagus dalam menciptakan konsep dan model-model. Mereka tidak seemosional orang yang memiliki gaya belajar innovative. Mereka memilih struktur yang lebih berdasarkan logika dan rasionalitas. Mereka adalah perencana yang sistematis.

3) ***Common Sense Learner***

Orang dengan tipe belajar ini suka memecahkan masalah secara aktif, belajar melalui pencarian, sentuhan, memanipulasi, membentuk, dan tugas-tugas spasial. Mereka suka memecahkan masalah mereka sendiri, mencoba hal-hal untuk diri mereka sendiri dan menguji apapun yang mereka pelajari secara fisik. Mereka menikmati kompetisi. Meskipun mereka nyaman dengan perubahan, mereka kesulitan dengan tugas-tugas yang sifatnya terbuka atau tidak terbatas, serta memilih diberi batasan. Mereka tidak suka membaca sebagai cara utama dalam pembelajaran dan tidak nyaman dengan kompleksitas verbal. Toleransi mereka terhadap ambiguitas cenderung rendah dan memilih berhubungan dengan hal-hal yang sudah jelas. Mereka cenderung deduktif, berorientasi pada berpikir, dan sistematis dalam belajar.

4) ***Dynamic Learner***

Orang dengan tipe belajar ini memilih belajar dengan menemukan sendiri, mencari pengetahuan dengan *trial and error* yaitu mencari pengetahuan dengan coba-coba dimana percobaan yang dilakukan tidak berdasar hipotesis tetapi secara acak, dan bekerja secara mandiri. Mereka menyukai tugas-tugas terbuka yang memerlukan pengambilan risiko. Mereka

tidak suka dengan pekerjaan rutin, kompleksitas visual, serta pengaturan waktu. Mereka menyukai dan mudah menyesuaikan diri dengan perubahan. Mereka membuat langkah intuitif untuk memecahkan masalah dimana masalah dislesaikan tidak berdasarkan akal, tetapi berdasarkan intuisi atau firasat. Mereka tidak suka menjawab pertanyaan, serta tidak bagus dalam mengerjakan tes. Karakteristik dari tipe ini adalah antusias dan ambisius.

F. Hubungan antara Penalaran kovariansi dan Gaya Belajar 4MAT System

Penalaran merupakan suatu proses berpikir dalam menarik simpulan yang berupa pengetahuan⁵³. Berpikir diartikan sebagai peletakkan hubungan antar bagian pengetahuan seperti konsep, informasi, gagasan, dan pengetahuan yang telah dimiliki atau diperoleh manusia untuk membentuk suatu pengertian, pendapat, atau keputusan⁵⁴. Karena penalaran merupakan proses berpikir yang berhubungan dengan pengolahan informasi, maka hal itu terkait dengan gaya belajar. DePorter dan Hernacki menyatakan bahwa gaya belajar merupakan kombinasi dari cara seseorang menyerap, mengatur, serta mengolah informasi. Sehingga, cara seseorang mengatur dan mengolah informasi tersebut menjadi komponen penting dalam bernalar⁵⁵.

Berdasarkan hal tersebut, dapat terlihat bahwa terdapat hubungan antara gaya belajar dengan penalaran, karena bernalar merupakan suatu proses berpikir yang didalamnya terdapat pemrosesan informasi dan pemrosesan informasi tersebut berbeda-beda tergantung gaya belajar yang dimiliki individu. Hal ini diperkuat oleh berbagai sumber yang membahas penalaran yang ditinjau dari perbedaan gaya belajar siswa. Hasil penelitian Alifa menunjukkan bahwa gaya belajar yang dimiliki peserta didik merupakan salah satu modalitas yang berpengaruh dalam pembelajaran, pemrosesan, dan komunikasinya. Sedangkan tahap pemrosesan juga melibatkan kemampuan penalaran siswa⁵⁶. Khairunnisa

⁵³ Jujun S. Suriasumantri, *Filsafat Ilmu (Sebuah Pengantar Populer)*, (Jakarta: Pustaka Sinar Harapan, 2010), h.42

⁵⁴ Wasty Soemanto, *Psikologi Pendidikan: Landasan Kerja Pemimpin Pendidikan (Cetakan Ke 5)*, (Jakarta: Rineka Cipta, 2006), h. 12

⁵⁵ DePorter & Hernacki, *Quantum Learning: membiasakan belajar nyaman dan menyenangkan*, (Bandung: Kaifa, 2003), h. 18

⁵⁶ Alifa Muhandis Sholihah Afif. Skripsi. *Analisis kemampuan penalaran matematis ditinjau dari gaya belajar siswa dalam problem based learning (PBL)*. (Semarang: Unnes, 2016), h. 7

dan Haris dalam penelitiannya juga menyebutkan bahwa penalaran berkaitan erat dengan gaya belajar karena sama-sama berkaitan dengan pengolahan informasi⁵⁷. Penelitian yang lain dari Nurin Putriana menunjukkan bahwa Gaya belajar yang berbeda mempengaruhi pemahaman siswa dalam menyerap dan menerima informasi. Perbedaan tersebut berpengaruh pada saat siswa menyelesaikan permasalahan atau menjawab soal. Dalam menyelesaikan atau menjawab soal siswa menggunakan penalarannya. Sehingga dapat disimpulkan bahwa gaya belajar mempengaruhi penalaran siswa⁵⁸. Berdasarkan penelitian tersebut, terlihat bahwa terdapat hubungan antara gaya belajar dengan penalaran, karena bernalar merupakan suatu proses berpikir yang didalamnya terdapat pemrosesan informasi dan pemrosesan informasi tersebut berbeda-beda tergantung gaya belajar yang dimiliki individu.

Karakteristik siswa bergaya belajar *innovative learner* lebih menyukai belajar masalah-masalah yang berhubungan dengan kehidupan nyata. Sama halnya dengan karakteristik dari masalah penalaran kovariansi yang menggunakan masalah-masalah kehidupan nyata. *Analytic learner* dan *common sense learner* mempunyai karakteristik pelajar yang sistematis dalam belajar, hal tersebut sama dengan masalah penalaran kovariansi yang penyelesaiannya dilakukan secara sistematis. Sedangkan *dynamic learner* menyukai tugas-tugas terbuka, sama halnya dengan masalah penalaran kovariansi yang membuat tugas terbuka agar siswa menjadi kreatif dalam menyelesaikan masalah tersebut. Oleh karena itu terdapat kesamaan antara karakteristik siswa bergaya belajar *4MAT System* dengan karakteristik masalah penalaran kovariansi. Adanya hubungan penalaran dengan gaya belajar siswa dari hasil penelitian lain dapat menjadi dasar bahwa kemungkinan terdapat hubungan gaya belajar *4MAT System* dan penalaran kovariansi.

Terlihat pada tabel 2.4 terdapat kesamaan karakteristik masalah penalaran kovariansi dan karakteristik gaya belajar *4MAT System*. Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa terdapat hubungan antara penalaran kovariansi dan gaya belajar *4MAT System*.

⁵⁷ Khairunnisa & Abdul Haris, *profil penalaran matematika siswa smp ditinjau dari gaya belajar Kolb*. Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika vol. 3 No. 5 Tahun 2016., h. 214-215

⁵⁸ Nurin Putriana Dewi. Skripsi. *Analisis Penalaran Ditinjau dari Gaya Belajar Siswa Kelas X-A di MA Darul Huda Wonodadi Blitar Tahun 2013/2014 Materi Jarak dalam Ruang Dimensi Tiga*. (Tulungagung:IAIN, 2014)

Tabel 2.4
Persamaan karakteristik masalah penalaran kovariansi dan
karakteristik gaya belajar 4MAT System

No.	Karakteristik masalah penalaran kovariansi	Karakteristik Gaya belajar
1.	Masalah-masalah yang digunakan berhubungan dengan kehidupan nyata	<i>Innovative learner</i> menyukai belajar masalah-masalah yang berhubungan kehidupan nyata
2.	Penyelesaian masalah secara sistematis	<i>Analytic learner</i> seorang perencana yang sistematis <i>Common sense learner</i> juga termasuk pelajar yang sistematis dalam belajar
3.	Penyelesaian masalah berdasarkan alur logika	<i>Analytic learner</i> lebih memilih struktur masalah yang berdasarkan logika
4.	Penyelesaian masalah berdasarkan kerangka analitik	<i>Analytic learner</i> berorientasi pada pengetahuan, konseptual dan keteraturan. Oleh karena itu mereka cenderung menyelesaikan masalah berdasarkan kerangka analitik yang teratur dan sesuai dengan konsep dan pengetahuan
5.	Membuat/Membentuk representasi masalah kehidupan nyata ke masalah matematis	<i>Common sense learner</i> belajar melalui membentuk, memanipulasi dan tugas-tugas spasial
6.	Membutuhkan imajinasi dan banyak ide dalam menyelesaikannya	<i>Innovative learner</i> termasuk orang-orang yang imajinatif dan penuh ide
7.	Masalah identik dengan kompleksitas visual	<i>Dynamic learner</i> tidak suka dengan pekerjaan kompleksitas visual
8.	Identik dengan tugas terbuka	<i>Dynamic learner</i> menyukai tugas-tugas terbuka

