

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu dengan berbagai materi yang dapat memicu berkembangnya kemampuan berpikir khususnya penalaran. Hal ini disebabkan matematika adalah ilmu yang mempunyai karakteristik deduktif aksiomatik, yang memerlukan kemampuan berpikir dan bernalar untuk memahaminya. Seperti yang dikemukakan oleh Tinggih bahwa matematika merupakan ilmu yang diperoleh dengan bernalar.¹ Pernyataan tersebut dipertegas oleh Ruseffendi yang menyatakan bahwa matematika terbentuk sebagai hasil pemikiran manusia yang berhubungan dengan ide, proses dan penalaran.² Dengan demikian, matematika dapat dikatakan sebagai ilmu yang dapat diperoleh melalui penalaran.

Materi matematika dan penalaran matematis merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan, yaitu materi matematika dipahami melalui penalaran dan penalaran dipahami dan dilatihkan melalui belajar matematika.³ Hal ini didukung oleh Ansjar dan Sembiring bahwa penalaran merupakan karakteristik utama matematika yang tidak dapat dipisahkan dari kegiatan mempelajari dan mengembangkan matematika atau menyelesaikan suatu masalah matematika.⁴ Selain itu, Ball dan Bass juga menyatakan bahwa pemahaman matematika tidak mungkin tanpa menekankan penalaran.⁵ Hal ini menunjukkan pentingnya penalaran sebagai fondasi untuk pemahaman matematika.

¹ Rohana, "Peningkatan Kemampuan penalaran matematis Mahasiswa Calon Guru Melalui Pembelajaran Reflektif", *Infinity Jurnal Ilmiah Program Studi Matematika STKIP Bandung*, 4:1, (Februari, 2015), h. 106.

² Ati Sukmawati dan Lilis Puri Sukadasih, "Penerapan Model Pembelajaran Inkuiri Terbimbing dalam Pembelajaran Matematika untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa SMK", *EDU-MAT Jurnal Pendidikan Matematika*, 2:3, (Oktober, 2014), h. 202.

³ Nor Sholeh, Rochmad, dan Supriyono, "Kemampuan Penalaran Deduktif Siswa Kelas VII Pada Pembelajaran Model-Eliciting Activities", *Unnes Journal of Mathematics Education*, 3:1, (Maret, 2014), h.36.

⁴ Rohana, Loc. Cit., h. 106

⁵ Iis Holisin, "Analisis Penalaran Siswa Perempuan Sekolah Dasar (SD) Berkemampuan Matematika Tinggi dalam Menyelesaikan Masalah Pecahan", *eduMath*, 1:2, (November, 2015), h. 2

Penalaran sangat dibutuhkan bagi siswa maupun mahasiswa dalam memahami materi atau konsep matematika. Melalui penalaran, mahasiswa akan memiliki kemampuan berpikir kritis, berargumentasi secara logis, dan menyusun justifikasi untuk suatu penyelesaian yang diperoleh dari proses berpikir logis.⁶ Namun, pada kenyataannya banyak mahasiswa yang sulit memahami materi atau konsep matematika, sehingga mendapatkan hasil yang kurang maksimal. Selain itu, berdasarkan hasil penilaian yang dilakukan oleh Ririn Dwi Agustin selaku dosen pendidikan matematika menyatakan bahwa kemampuan penalaran mahasiswa masih tergolong rendah. Salah satu faktor yang mempengaruhinya adalah logika berpikir mahasiswa.⁷ Hal ini menunjukkan bahwa mengetahui penalaran matematis mahasiswa sangat diperlukan untuk meminimalisir kesalahan dalam logika berpikir mahasiswa.

CUPM (*Committee on the Undergraduate Program in Mathematics*) memberikan enam rekomendasi dasar untuk jurusan, program dan semua mata kuliah dalam matematika. Salah satu rekomendasinya menerangkan bahwa setiap mata kuliah dalam matematika hendaknya merupakan aktivitas yang akan membantu mahasiswa dalam pengembangan daya analitis, penalaran kritis, pemecahan masalah dan kemampuan berkomunikasi.⁸ Berdasarkan rekomendasi CUPM tersebut, dapat dikatakan bahwa penalaran matematis merupakan bagian yang perlu diperhatikan dalam pembelajaran matematika khususnya di perguruan tinggi.

Penalaran merupakan aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau proses berpikir dalam rangka membuat suatu pernyataan baru berdasar pada beberapa pernyataan yang kebenarannya sudah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya.⁹ Hal ini dipertegas oleh Mueller dan Maher yang menyatakan bahwa *“Reasoning is a process that enables the revisiting and reconstruction of previous knowledge in order to build new*

⁶ Ferry Ferdianto, dkk, “Uji Komparasi Antara Kemampuan Penalaran Matematis Mahasiswa Yang Berasal dari Lulusan SMA IPA dan Bukan IPA Pada Mata Kuliah Kalkulus III di Unswagati Cirebon”, *Jurnal Euclid*, 2:1, h. 139

⁷ Ririn Dwi Agustin, “Kemampuan Penalaran Matematika Mahasiswa Melalui Pendekatan *Problem Solving*”, *Jurnal PEDAGOGIA*, 5:2, (Agustus, 2016), h. 180

⁸ Rohana, Loc. Cit., h. 107

⁹ Mulin Nu'man, “Penanaman Karakter Penalaran Matematis dalam Pembelajaran Matematika Melalui Pola Pikir Induktif-Deduktif”, *FOURIER*, 1:2, (Oktober, 2012), h. 87.

arguments”.¹⁰ Penalaran adalah proses yang melihat kembali dan merekonstruksi pengetahuan sebelumnya untuk membangun argumen baru.

Penalaran matematis sangat diperlukan baik untuk menentukan apakah sebuah argumen matematika benar atau salah maupun untuk membangun suatu argumen matematika.¹¹ Mueller juga menyatakan bahwa “*In the process of justifying, they naturally build arguments that take the form of proof*”.¹² Dalam proses pembenaran, mereka secara alami membangun argumen dalam bentuk pembuktian. Oleh karena itu, penalaran matematis sangat dibutuhkan dalam membuktikan suatu argumen.

Penalaran dapat dikembangkan dengan cara meminta mahasiswa untuk menulis bukti dan pembenaran terhadap suatu pernyataan matematika. Namun, Menurut Suherman mahasiswa masih kesulitan dalam menjawab soal yang bersifat pembuktian formal yang mengacu pada definisi dan teorema.¹³ Hal ini menunjukkan bahwa penalaran berhubungan dengan pembuktian dalam matematika.

Menurut Sumarmo, penalaran dapat digolongkan dalam dua jenis, yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif. Penalaran secara induktif dan deduktif dapat dilakukan oleh mahasiswa selama melakukan proses pembuktian. Penalaran induktif digunakan untuk menghasilkan dugaan sementara. Sedangkan penalaran deduktif digunakan untuk membuktikan dugaan sementara tersebut dengan menggunakan metode pembuktian matematika.

Terdapat beberapa jenis metode pembuktian dalam matematika, salah satunya yaitu pembuktian dengan menggunakan induksi matematika. Pembuktian dengan induksi matematika dipergunakan untuk membuktikan bahwa suatu pernyataan adalah benar untuk setiap bilangan bulat positif atau bilangan asli. Metode pembuktian jenis ini didasarkan pada suatu teorema prinsip induksi matematis.¹⁴

¹⁰Mary Mueller dan Carolyn Maher, “Learning to Reason in an Informal Math After-School Program”, *Mathematics Education Research Journal*, 21:3 (2009), h.7

¹¹Ikhsan, “Kemampuan Penalaran Mahasiswa Dalam Pembuktian Teorema Pada Mata Kuliah Analisis Real 1”, *Didaktika*, 22: 2, (Februari, 2016), h. 125

¹² Mueller dan Maher, Op. Cit., h. 7

¹³Ari Septian, “Pengaruh Kemampuan Prasyarat Terhadap Kemampuan Penalaran Matematis Mahasiswa Dalam Matakuliah Analisis Real”, *Jurnal Kajian Pendidikan*, 4:2, (Desember, 2014), h. 180

¹⁴Frans Susilo, *Landasan Matematika*, (Yogyakarta:Graha Ilmu, 2012), h. 51

Melalui prinsip induksi matematis, mahasiswa dapat melakukan pembuktian menggunakan induksi matematika dengan tepat.

Jacobs menyatakan bahwa prinsip induksi Matematika dianggap sebagai salah satu dasar aksioma dalam beberapa teori matematika yang melibatkan bilangan asli.¹⁵ Prinsip induksi matematis tersebut berbunyi: Misalkan $P(n)$ adalah suatu pernyataan yang kebenarannya ditentukan oleh n , jika $P(n)$ memenuhi dua sifat berikut: (1) $P(n)$ itu benar untuk $n = 1$; (2) untuk setiap bilangan asli k , jika $P(k)$ benar, maka $P(k + 1)$ juga benar. Dari pernyataan (1) dan (2) maka dapat disimpulkan bahwa $P(n)$ bernilai benar untuk setiap bilangan asli n .¹⁶ Kesimpulan yang dihasilkan akan menunjukkan bahwa pernyataan matematika yang dibuktikan terbukti benar atau tidak untuk setiap bilangan asli.

Materi Induksi Matematika sudah diperoleh mahasiswa pada saat kelas 12 SMA. Tentunya, mahasiswa sudah mengetahui prinsip dari induksi matematis. Namun, berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan oleh Karunia Eka Lestari menunjukkan bahwa hampir setengahnya (35,6%) dari 158 mahasiswa mengalami permasalahan dalam melakukan pembuktian secara langsung, tak langsung atau dengan induksi matematika.¹⁷ Sedangkan berdasarkan hasil wawancara yang dilakukan oleh Azin Taufik dengan lima mahasiswa Universitas Kuningan yang mengikuti mata kuliah Teori Bilangan diperoleh informasi bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam membuktikan dengan induksi Matematika.¹⁸ Oleh karena itu, untuk mengetahui permasalahan mahasiswa dalam melakukan pembuktian menggunakan induksi matematika sangat diperlukan.

Hasil penelitian Yadi menunjukkan jenis kesalahan yang dialami mahasiswa laki-laki dan perempuan dalam mengerjakan soal induksi matematika antara lain kesalahan pemahaman konsep dan kesalahan prosedur aturan induksi matematika. Sedangkan faktor-

¹⁵Miksalmina, "Penerapan Induksi Matematika Dalam Pembuktian Matematika",-, 3:2, (Desember, 2012), h. 70

¹⁶Kementerian Pendidikan Dan Kebudayaan Indonesia, *Matematika Buku Guru Kelas XII* (Jakarta: Kementerian Pendidikan Dan Kebudayaan, 2015), h. 160.

¹⁷Karunia Eka Lestari, "Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa Menggunakan Pendekatan Induktif-Deduktif pada Mata Kuliah Analisis Real", *Jurnal Kajian Pendidikan dan Pengajaran*, 1:2, (Oktober, 2015), h. 129. Ibid, h. 133.

¹⁸Azin Taufik, "Diagnosis Kesulitan Mahasiswa di Universitas Kuningan dalam Pembuktian Menggunakan Induksi Matematika Berserta Upaya Mengatasinya Menggunakan *Scaffolding*", *JES-MAT*, 2:1, (Maret, 2016), h.42.

faktor penyebab kesalahan mahasiswa antara lain kurangnya menguasai konsep terhadap materi induksi matematika, mahasiswa kurang menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan sehingga mahasiswa langsung mengoperasikan ke dalam rumus, kurang teliti dalam melakukan operasi hitung dan tergesa-gesa dalam mengerjakan soal sehingga menimbulkan kesalahan.¹⁹ Hal ini menunjukkan bahwa pembuktian menggunakan induksi matematika tergolong sulit. Untuk itu, mengetahui proses bernalar mahasiswa dalam melakukan pembuktian dengan induksi matematika sangat diperlukan.

D. Peressini & N. Webb berpendapat bahwa penalaran dapat dipandang sebagai suatu kegiatan dinamis yang mencakup berbagai jenis cara berpikir. Hal ini dipertegas oleh O'Daffer & Thornquist yang mengatakan bahwa penalaran matematis memainkan peran mutlak dalam proses berpikir.²⁰ Dengan demikian, penalaran matematis berhubungan dengan cara berpikir mahasiswa.

Salah satu tokoh yang memperkenalkan jenis cara berpikir atau gaya berpikir yaitu Anthony Gregorc. Gregorc mengelompokkan gaya berpikir menjadi empat kelompok diantaranya yaitu gaya berpikir Sekuensial Konkret (SK), gaya berpikir Sekuensial Abstrak (SA), gaya berpikir Acak Konkret (AK), dan gaya berpikir Acak Abstrak (AA).²¹

Setiap tipe gaya berpikir memiliki karakteristik tersendiri. Pemikir Sekuensial Konkret (SK) lebih menangkap informasi yang nyata dan mengolah informasi secara berurutan atau tahap demi tahap. Proses berpikir mereka yaitu teratur, linear, dan sekuensial.²² Pemikir Sekuensial Abstrak (SA) memiliki daya imajinasi yang kuat. Proses berpikir mereka logis, rasional, dan intelektual.²³ Pemikir Acak Konkret (AK) memberikan sumbangsih berupa gagasan yang kreatif, tidak mudah percaya dengan pendapat orang lain, dan

¹⁹Yadi Ardiawan, "Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Induksi Matematika di IKIP PGRI Pontianak", *Jurnal Pendidikan Informatika dan Sains*, 4:1, (Juni, 2015), h. 142.

²⁰Ari Septian, Loc. Cit., h. 180

²¹Anthony F. Gregorc dan Helen B. Ward, "A new definition for individual: implications for learning and teaching", *NASSP Bulletin*, 6:-, (Februari, 1977), h. 21

²²Bobbi Deporter dan Mike Hernacki, "*Quantum Learning*". Diterjemahkan oleh Alwiyah Abdurrahman, (Bandung: Kaifa, 2015), h. 128.

²³Ibid, h.134.

mengerjakan segala sesuatu dengan cara mereka sendiri.²⁴ Mereka mempunyai sikap eksperimental dan menggunakan pendekatan coba-salah (*trial and error*).²⁵ Pemikir Acak Abstrak (AA) memiliki banyak pilihan dan solusi, dapat mengingat dengan baik jika informasi dibuat sesuai kesukaannya, serta seringkali menggunakan cara yang berbeda dalam melakukan sesuatu.²⁶ Setiap orang memiliki gaya berpikir yang berbeda-beda sehingga tentunya juga memiliki cara berpikir yang berbeda-beda.

Berdasarkan hasil penelitian Dedy dan Abdul Rahman menyatakan bahwa dengan mengetahui proses berpikir siswa, guru dapat melacak letak dan jenis kesalahan yang dilakukan siswa. Kesalahan yang dilakukan siswa dapat dijadikan sumber informasi belajar dan pemahaman bagi siswa. Hal ini sangat penting dalam proses pembelajaran karena tingkat pemahaman dan pengetahuan seseorang bergantung pada bagaimana mereka menerima dan memproses informasi yang diberikan.²⁷ Hal ini juga dapat diterapkan untuk mengetahui proses berpikir mahasiswa.

Bertolak dari uraian di atas, peneliti merasa perlu untuk mengadakan penelitian tentang “**Analisis Penalaran Matematis Mahasiswa dalam Melakukan Pembuktian Menggunakan Induksi Matematika Ditinjau dari Gaya Berpikir Model Gregorc**”.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana penalaran matematis mahasiswa yang memiliki gaya berpikir sekuensial konkret dalam melakukan pembuktian menggunakan induksi matematika?

²⁴Olivia Nindy Alisa, Skripsi: “*Strategi Mental Computation Siswa Bergaya Belajar Random dalam Menyelesaikan Soal Aritmatika Sosial di MI Ma’arif Sambiroto*”, (Surabaya: UIN Sunan Ampel Surabaya, 2016), h. 6.

²⁵Bobbi Deporter dan Mike Hernacki, Op. Cit., h.130.

²⁶Olivia, Op. Cit., h. 6.

²⁷Dedy Setyawan dan Abdul Rahman, “Eksplorasi Proses Konstruksi Pengetahuan Matematika Berdasarkan Gaya Berpikir”, *Jurnal Sainsmat*, 2:2, (September, 2013), h. 151

2. Bagaimana penalaran matematis mahasiswa yang memiliki gaya berpikir sekuensial abstrak dalam melakukan pembuktian menggunakan induksi matematika?
3. Bagaimana penalaran matematis mahasiswa yang memiliki gaya berpikir acak konkret dalam melakukan pembuktian menggunakan induksi matematika?
4. Bagaimana penalaran matematis mahasiswa yang memiliki gaya berpikir acak abstrak dalam melakukan pembuktian menggunakan induksi matematika?
5. Permasalahan-permasalahan apa saja yang dihadapi oleh masing-masing mahasiswa yang memiliki gaya berpikir model Gregorc dalam melakukan pembuktian menggunakan induksi matematika?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian dalam penelitian ini adalah :

1. Untuk mendeskripsikan penalaran matematis mahasiswa yang memiliki gaya berpikir sekuensial konkret dalam melakukan pembuktian menggunakan induksi matematika.
2. Untuk mendeskripsikan penalaran matematis mahasiswa yang memiliki gaya berpikir sekuensial abstrak dalam melakukan pembuktian menggunakan induksi matematika.
3. Untuk mendeskripsikan penalaran matematis mahasiswa yang memiliki gaya berpikir acak konkret dalam melakukan pembuktian menggunakan induksi matematika.
4. Untuk mendeskripsikan penalaran matematis mahasiswa yang memiliki gaya berpikir acak abstrak dalam melakukan pembuktian menggunakan induksi matematika.
5. Untuk mengetahui permasalahan-permasalahan yang dihadapi oleh masing-masing mahasiswa yang memiliki gaya berpikir model Gregorc dalam melakukan pembuktian menggunakan induksi matematika.

D. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi Mahasiswa

Mahasiswa dapat mengetahui tipe gaya berpikir yang dimilikinya dalam memproses informasi. Selain itu, sebagai bahan intropeksi diri untuk mengetahui dan meningkatkan proses bernalar dalam melakukan pembuktian matematika salah satunya dengan menggunakan induksi matematika.

2. Bagi Dosen

Dosen dapat mengetahui tentang penalaran matematis mahasiswa dari masing-masing gaya berpikir yang dimiliki mahasiswa dalam melakukan pembuktian menggunakan induksi matematika. Melalui informasi tersebut, diharapkan dosen dapat merancang pembelajaran matematika sesuai dengan gaya berpikir mahasiswa yang berbeda.

3. Bagi Peneliti Lain

Sebagai bahan rujukan untuk penelitian yang berkaitan dengan penalaran matematis, Pembuktian dengan induksi matematika dan gaya berpikir. Selain itu sebagai landasan dalam rangka untuk menindak lanjuti peneleitian ini dengan ruang lingkup yang lebih luas.

E. Batasan Penelitian

Untuk menjaga fokus penelitian ini, maka peneliti merasa perlu untuk membatasi masalah dalam penelitian ini. Adapun batasan penelitian ini yaitu pokok bahasan yang dijadikan penelitian ini adalah Induksi Matematika yang difokuskan pada pembuktian dengan menggunakan prinsip induksi matematis.

F. Definisi Operasional

Untuk menghindari kesalahan penafsiran pada penelitian ini, maka penulis merasa perlu memberikan penjelasan bebrapa istilah yang digunakan dalam penulisan ini, yaitu:

1. Analisis adalah suatu aktivitas yang memuat sejumlah kegiatan seperti mengurai, membedakan, memilah sesuatu untuk digolongkan dan dikelompokkan kembali menurut kriteria tertentu kemudian dicari kaitannya dan ditafsirkan maknanya.

2. Penalaran matematis adalah suatu proses berpikir mengenai permasalahan matematika untuk menarik kesimpulan yang benar berdasarkan pada beberapa pernyataan matematika yang kebenarannya telah dibuktikan sebelumnya. Adapun indikator penalaran matematis yaitu: (a) Mengajukan dugaan; (b) Menyusun pembuktian dengan menggunakan induksi matematika; (c) Memberikan alasan terhadap kebenaran solusi; (d) Menarik kesimpulan dari pernyataan; (e) Memeriksa kesahihan suatu argumen.
3. Gaya berpikir merupakan cara mengelola dan mengatur informasi yang diperoleh individu dalam pikirannya.
4. Gaya berpikir model Gregorc merupakan gaya berpikir yang diperkenalkan oleh Anthony Gregorc. Gregorc mengelompokkan gaya berpikir kedalam empat kelompok yang meliputi gaya berpikir Sekuensial Konkret (SK), gaya berpikir Sekuensial Abstrak (SA), gaya berpikir Acak Konkret (AK), dan gaya berpikir Acak Abstrak (AA).
5. Permasalahan merupakan sesuatu hal yang dianggap sulit dan dapat menghalangi individu dalam membuktikan pernyataan matematika yang terbukti benar atau tidak.