

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Kemampuan Representasi Matematika

National Council of Teacher Mathematics (NCTM) merekomendasikan lima kompetensi utama yang harus dimiliki siswa ketika belajar matematika. Kelimanya adalah pemecahan masalah (*problem solving*), komunikasi (*communication*), koneksi (*connections*), penalaran dan pembuktian (*reasoning and proof*), serta representasi (*representation*). Pada awalnya representasi masih dipandang sebagai bagian dari komunikasi matematika. Namun, karena disadari bahwa representasi matematika merupakan salah satu hal yang selalu muncul ketika anak mempelajari matematika pada semua tingkat pendidikan, maka representasi selanjutnya dipandang sebagai suatu komponen yang layak mendapatkan perhatian serius. Dengan demikian representasi matematika perlu mendapat penekanan dan dimunculkan dalam proses pembelajaran matematika di sekolah. Oleh karena itu, di dalam pembelajaran matematika, kemampuan mengungkapkan ide atau gagasan matematika dan merepresentasikan gagasan atau ide matematis merupakan salah satu hal yang harus dilalui oleh setiap orang yang sedang belajar matematika.¹

Terdapat beberapa definisi representasi matematis yang dikemukakan oleh para ahli. Jones & Knuth mendefinisikan representasi matematis sebagai bentuk pengganti dari situasi masalah yang digunakan untuk menemukan solusi. Contoh, suatu masalah dapat direpresentasikan dengan obyek, gambar, kata-kata, atau

¹ In hi Abdullah. Makalah Seminar Nasional Pendidikan Matematika: “Peningkatan Kemampuan Representasi Matematika Siswa SMP Melalui Pembelajaran Kontekstual yang Terintegrasi dengan Soft Skill” (Yogyakarta: UNY (diakses 20 Maret 2013)), 3.

simbol matematika. Steffe, Weigel, Schultz, Waters, Jooijner, & Reijs mengungkapkan bahwa representasi matematika merupakan proses pengembangan mental yang sudah dimiliki seseorang yang terungkap dan divisualisasikan dalam berbagai model matematika.² Menurut Cai, Lane, dan Jakabcsin representasi matematis adalah cara yang digunakan seseorang untuk mengemukakan jawaban atau gagasan matematika.³

Menurut Goldin representasi adalah suatu konfigurasi (bentuk atau susunan) yang dapat menggambarkan, mewakili, atau melambangkan sesuatu dalam suatu cara. Sedangkan Downs menyebutkan bahwa representasi merupakan konstruksi matematika yang dapat menggambarkan aspek-aspek konstruksi matematika lainnya. Dalam hal ini, di antara dua buah konstruksi matematika haruslah terdapat suatu keterkaitan sehingga satu sama lain tidak saling bebas. Bahkan suatu konstruksi saling memberi peran penting untuk membentuk konstruksi yang lainnya. NCTM mengungkapkan beberapa hal berikut: (a) proses representasi melibatkan penerjemah masalah atau ide ke dalam bentuk baru, (b) proses representasi termasuk perubahan diagram atau model fisik ke dalam simbol-simbol atau kata-kata, dan (c) proses representasi juga dapat digunakan untuk menerjemahkan atau menganalisis masalah verbal guna membuat maknanya menjadi jelas.⁴

² Khanifah Nur Rofiqoh, Skripsi: “Peningkatan Kemampuan Representasi Matematika Siswa kelas VI MI Mambaul Ulum dengan Menggunakan Pendekatan Realistic Mathematics Education (RME)” (Malang: Universitas Negeri Malang, FMIPA, Agustus 2009), 33.

³ Cahyani, 2007 diakses dari http://repository.upi.edu/operator/upload/s_d0151_0601945_chapter2.Pdf, pada tanggal 6 Maret 2012

⁴ Jaenudin, Skripsi: “Pengaruh Pendekatan Konstektual terhadap Kemampuan Representasi Matematik Beragam Siswa SMP” (UPI (diakses 12 April 2013)), 6

Dari uraian di atas terdapat kesamaan dalam mendefinisikan representasi matematis, yaitu adanya penggambaran ide matematika ke dalam model matematika. Sehingga dapat disimpulkan bahwa representasi matematis merupakan ungkapan-ungkapan, penggambaran, penerjemahan dari ide matematika yang ditampilkan siswa sebagai upaya memperoleh kejelasan makna dari masalah yang dihadapinya sebagai model atau pengganti dari situasi masalah untuk menemukan solusi. Suatu masalah dapat direpresentasikan melalui gambar, kata-kata, tabel, diagram, benda konkret, simbol matematika, atau bentuk-bentuk matematika lainnya.

Representasi tidak hanya merujuk pada hasil atau produk yang diwujudkan dalam bentuk konfigurasi atau konstruksi baru, tetapi juga melibatkan proses berpikir yang dilakukan untuk menangkap dan memahami konsep, operasi, atau hubungan-hubungan matematik lainnya dari suatu konfigurasi. Dengan demikian proses representasi matematika dapat dibedakan menjadi dua tahap, yaitu secara internal dan eksternal.⁵

Representasi internal merupakan proses berpikir tentang ide-ide matematika yang memungkinkan pikiran seseorang bekerja atas dasar ide tersebut. Pada intinya representasi internal sangat berkaitan dengan proses mendapatkan kembali pengetahuan yang telah diperoleh dan disimpan dalam ingatan serta relevan dengan kebutuhan untuk digunakan ketika diperlukan. Proses tersebut sangat terkait erat dengan pengkodean pengalaman masa lalu. Proses representasi internal ini tentu tidak bisa diamati secara kasat mata dan tidak dapat dinilai secara langsung karena merupakan aktivitas mental dalam pikiran seseorang.⁶

Sedangkan representasi eksternal adalah hasil perwujudan dalam menggambarkan apa-apa yang dikerjakan

⁵ Ibid, halaman 7

⁶ Ibid, halaman 7

siswa secara internal atau representasi internal. Hasil perwujudan ini dapat diungkapkan baik secara lisan, tulisan dalam bentuk kata-kata, simbol, ekspresi atau notasi matematika, gambar, grafik, diagram, tabel, atau objek fisik berupa alat peraga.⁷

Hiebert dan Carpenter, juga membagi representasi menjadi dua bagian yakni representasi eksternal dan internal. Representasi eksternal, dalam bentuk bahasa lisan, symbol tertulis, gambar atau objek fisik. Sementara itu berfikir tentang gagasan matematika maka mengharuskan representasi internal. Representasi internal (representasi mental) tidak bisa secara langsung diamati karena merupakan aktivitas mental dan otak.⁸

Dari uraian tersebut, terlihat bahwa interaksi antara representasi internal dan representasi eksternal terjadi secara timbal balik ketika seseorang mempelajari matematika. Dengan demikian jika siswa memiliki kemampuan membuat representasi, siswa telah mempunyai alat-alat dalam meningkatkan keterampilan komunikasi matematikanya yang akan berpengaruh terhadap peningkatan pemahaman matematikanya.⁹

Schnotz membagi representasi eksternal dalam dua kelas yang berbeda yaitu representasi *descriptive* dan *depictive*. Representasi *descriptive* terdiri atas simbol yang mempunyai struktur sembarang dan dihubungkan dengan isi yang dinyatakan secara sederhana dengan makna dari suatu konvensi, yakni teks, sedangkan representasi *depictive* termasuk tanda-tanda *ikonik* yang dihubungkan dengan isi

⁷ Ibid, halaman 8

⁸ In hi Abdullah, Op. Cit., hal 4

⁹ Jaenudin, Op. Cit., hal 8

yang dinyatakan melalui fitur struktural yang umum secara konkret atau pada tingkat yang lebih abstrak.¹⁰

Kalathil dan Sherin dalam studinya melaporkan bahwa ada tiga fungsi representasi eksternal yang dihasilkan siswa dalam belajar matematika. (1) Representasi digunakan untuk memberikan informasi kepada guru mengenai bagaimana siswa berpikir mengenai suatu konteks atau ide matematika. (2) Representasi digunakan untuk memberikan informasi tentang pola dan kecenderungan diantara siswa. (3) Representasi digunakan oleh guru dan siswa sebagai alat bantu dalam proses pembelajaran.¹¹

Lebih lanjut Gagatsis dan Elia mengatakan bahwa untuk siswa kelas 1, 2 dan 3 sekolah dasar, representasi dapat digolongkan menjadi empat tipe, yaitu representasi verbal (tergolong representasi *descriptive*), gambar informational, gambar *decorative*, dan garis bilangan (tergolong representasi *depictive*). Perbedaan antara gambar informational dan gambar *decorative* adalah pada gambar *decorative*, gambar yang diberikan dalam soal tidak menyediakan setiap informasi pada siswa untuk menemukan solusi masalah, tetapi hanya sebagai penunjang atau tidak ada hubungan langsung kepada konteks masalah. Gambar informational menyediakan informasi penting untuk penyelesaian masalah atau masalah itu didasarkan pada gambar.¹²

Shield & Galbraith menyatakan bahwa siswa dapat mengkomunikasikan penjelasan-penjelasan mereka tentang strategi matematika atau solusi dalam bermacam cara, yaitu

¹⁰ Kartini, Jurnal Pendidikan Matematika: “Peranan Representasi dalam Pembelajaran Matematika”(Yogyakarta: UNY (diakses 20 Maret 2013)), 4.

¹¹ Ibid, halaman 7

¹² Ibid, halaman 5

secara simbolis (numerik dan/atau simbol aljabar), secara verbal, dalam diagram, grafik, atau dengan tabel data.¹³

Lesh, Post dan Behr membagi representasi yang digunakan dalam pendidikan matematika dalam lima jenis, yaitu representasi objek dunia nyata, representasi konkret, representasi simbol aritmatika, representasi bahasa lisan atau verbal dan representasi gambar atau grafik. Di antara kelima representasi tersebut, tiga yang terakhir lebih abstrak dan merupakan tingkat representasi yang lebih tinggi dalam memecahkan masalah matematika. Kemampuan representasi bahasa atau verbal adalah kemampuan menerjemahkan sifat-sifat yang diselidiki dan hubungannya dalam masalah matematika ke dalam representasi verbal atau bahasa. Kemampuan representasi gambar atau grafik adalah kemampuan menerjemahkan masalah matematik ke dalam gambar atau grafik. Sedangkan kemampuan representasi simbol aritmatika adalah kemampuan menerjemahkan masalah matematika ke dalam representasi rumus aritmatika.¹⁴

Dari beberapa penggolongan representasi tersebut dapat ditarik suatu kesimpulan bahwa pada dasarnya representasi dapat digolongkan menjadi (1) representasi visual (gambar, diagram grafik, atau tabel), (2) representasi simbolik (pernyataan matematik/notasi matematik, numerik/symbol aljabar) dan (3) representasi verbal (teks tertulis/kata-kata). Penggunaan semua jenis representasi tersebut dapat dibuat secara lengkap dan terpadu dalam pengujian suatu masalah yang sama atau dengan kata lain representasi matematik dapat dibuat secara beragam (multiple representasi).¹⁵

Multiple Representation (representasi beragam) merupakan bagian proses representasi matematika yang

¹³ Ibid, halaman 6

¹⁴ Ibid, halaman 6

¹⁵ Ibid, halaman 6

dibuat secara beragam. Representasi beragam dapat juga dipandang sebagai salah satu ketrampilan kunci komunikasi atau aspek proses koneksi. Keterampilan representasi matematika beragam dapat dilatihkan kepada siswa melalui penyajian materi ataupun soal-soal yang dikemas secara kontekstual. Hal ini bertujuan untuk memicu siswa agar menggunakan kembali ataupun mengaitkan masalah-masalahnya dengan pengetahuan yang telah diperoleh sebelumnya. Swafford dan Langrall mengungkapkan bahwa dengan menggunakan representasi yang berbeda untuk pemecahan suatu masalah akan memberikan suatu keuntungan bagi siswa. Keuntungan tersebut adalah penerapan representasi beragam dalam bentuk representasi apapun akan menyebabkan siswa perlu membuat kaitan antara representasi dengan konteks masalah serta antara suatu representasi dengan representasi lainnya.¹⁶

Gagatsis dan Elia melaporkan bahwa empat representasi, yaitu representasi verbal, gambar informasional, gambar dekoratif, dan garis bilangan memberikan pengaruh yang signifikan pada kemampuan pemecahan soal matematika siswa. Hal ini sesuai dengan pernyataan Brenner, bahwa proses pemecahan masalah yang berhasil tergantung pada keterampilan-keterampilan representasi masalah termasuk membuat dan menggunakan representasi matematika dalam kata, grafik, tabel, persamaan, manipulasi penyelesaian dan simbol. Selain itu, Gagatsis dan Elia melaporkan model pembelajaran yang menggunakan keempat representasi dan faktor kemampuan umum siswa dalam memecahkan masalah lebih baik dari pada model belajar yang hanya menggunakan salah satu kemampuan representasi dalam memecahkan masalah. Hal ini sesuai dengan proses pemecahan masalah yang berhasil tergantung pada keterampilan-keterampilan representasi masalah

¹⁶ Jaenudin. Op. Cit., hal 9

termasuk membuat dan menggunakan representasi matematika dalam kata, grafik, tabel, persamaan, manipulasi penyelesaian dan simbol.¹⁷

Representasi yang dimunculkan oleh siswa merupakan ungkapan-ungkapan dari gagasan-gagasan atau ide-ide matematika yang ditampilkan siswa dalam upaya untuk mencari suatu solusi dari masalah yang sedang dihadapinya. Adapun standar representasi yang ditetapkan *National Council of Teacher of Mathematics* (NCTM) untuk program pembelajaran dari pra-taman kanak-kanak sampai kelas 12 adalah representasi harus memungkinkan siswa untuk: (1) membuat dan menggunakan representasi untuk mengatur, mencatat, dan mengkomunikasikan ide-ide matematika, (2) memilih, menerapkan, dan menerjemahkan antar representasi matematika untuk memecahkan masalah, (3) menggunakan representasi untuk memodelkan dan menginterpretasikan fenomena fisik, sosial, dan matematika.¹⁸

Dari aspek teori belajar, pengembangan daya representasi didasarkan pada pandangan Vygotsky, bahwa perkembangan kognitif siswa sangat dipengaruhi antara aktivitas individu dengan lingkungan luar atau interaksi.¹⁹ Teorinya membahas diperolehnya skemata, yaitu skema tentang bagaimana seseorang merepresentasi lingkungannya dalam tahapan-tahapan perkembangan, saat seseorang memperoleh cara baru dalam mempresentasikan informasi secara mental. Piaget membagi skema yang digunakan anak untuk memahami dunianya melalui empat periode utama

¹⁷ Kartini. Op. Cit., hal 7

¹⁸ Ibid , halaman 4

¹⁹ Jurnal Pendidikan Dasar, Vol.9 No.1, Maret 2008 *Pembudayaan Pendekatan Open-Ended Problem Solving dalam Pengembangan Daya Representasi Matematik Pada Siswa Sekolah Menengah*. Diakses dari <http://isjd.pdii.lipi.go.id/admin/jurnal/91082329.pdf> pada tanggal 6 juni 2013

seiring penambahan usia, yaitu: (1) Tahapan Sensori Motor (usia 0 – 2 tahun). Selama perkembangan dalam periode sensori-motor yang berlangsung sejak anak lahir sampai usia 2 tahun, intelegensi yang dimiliki anak masih primitive. Artinya masih didasarkan pada perilaku terbuka.²⁰ (2) Tahapan Pra-operasional (usia 2 – 7 tahun). Pada tahap pra-operasional, anak telah memiliki penguasaan sempurna mengenai objek permanen (ketetapan adanya benda).²¹ Pemikiran pra operasi dalam teori Piaget adalah prosedur melakukan tindakan secara mental terhadap objek-objek. Dalam tahapan ini, anak belajar menggunakan dan merepresentasikan objek dengan gambaran dan kata-kata. Pemikirannya masih bersifat egosentris. Anak dapat mengklasifikasikan objek menggunakan satu ciri. Dalam tahapan ini, anak mengembangkan keterampilan berbahasanya. Mereka mulai merepresentasikan benda-benda dengan kata-kata dan gambar. (3) Tahapan Konkrit Operasional (usia 7 – 11/12 tahun). Tahapan ini muncul antara usia 7 sampai 12 tahun dan mempunyai ciri berupa penggunaan logika yang memadai. (4) Tahapan Formal Operasional (usia 11 tahun sampai dewasa). Pada usia 11 anak memasuki masa remaja. Dalam perkembangan kognitif tahap akhir ini seorang remaja telah memiliki kemampuan mengkoordinasikan dua ragam kemampuan kognitif, yakni kapasitas menggunakan hipotesis dan kapasitas menggunakan prinsip-prinsip abstrak.²²

Implikasi teori Piaget dalam pembelajaran matematika yaitu berkaitan dengan belajar konstruktif dan peran representasi konkrit. Dalam representasi konkret, Piaget berpendapat bahwa seorang anak dapat berpikir

²⁰ Muhibbin Syah, Psikologi Belajar(Jakarta, 1990), 28

²¹ Ibid, halaman 28

²² Ibid, halaman 33

secara operasional jika berinteraksi dengan keberadaan benda dan situasi tertentu.²³

B. Indikator Representasi Matematis

Banyak bentuk representasi diajarkan secara eksplisit di sekolah-sekolah, terutama dalam matematika dan ilmu pengetahuan. Siswa belajar bagaimana membangun dan menginterpretasikan tabel, grafik, persamaan, dan bentuk-bentuk representasi teknis karena merupakan alat penting untuk berkomunikasi dan penalaran tentang konsep dan informasi dalam matematika, sains, dan domain lainnya.²⁴

Namun, representasi teknis sering diajarkan seolah-olah mereka berakhir dalam diri mereka. Belajar membuat grafik dan menulis persamaan dan menafsirkan dengan benar menjadi penting bukan untuk memahami dan mengkomunikasikan konsep tetapi untuk mendapatkan skor tinggi pada tes. Di bawah tekanan untuk menyelesaikan kurikulum yang ditentukan, guru sering merasa bahwa tidak ada cukup waktu mengajar siswa untuk apa representasi dan mengapa bentuk yang berguna dan efektif.²⁵

Perubahan yang banyak dianjurkan dalam matematika dan ilmu pendidikan adalah lebih menekankan pada siswa belajar untuk menerapkan apa yang mereka pelajari untuk kegiatan mereka bekerja, berpikir, dan bersosialisasi, baik di dalam maupun di luar sekolah. Dengan cara berpikir ini, bentuk-bentuk representasi adalah alat yang siswa dapat belajar untuk digunakan sebagai sumber daya dalam berpikir dan berkomunikasi.²⁶

Setiap siswa mempunyai cara yang berbeda untuk mengkonstruksikan pengetahuannya. Dalam hal ini, sangat

²³ Study literatur. UPI. hal 34

²⁴ James G. Greeno and Rogers P. Hall. "Learning with and about Representational Forms". The Phi Delta Kappan, vol 78, No 5. 1997, diakses 20 Oktober 2010, 362

²⁵ Ibid, halaman 362

²⁶ Ibid, halaman 362

memungkinkan bagi siswa untuk mencoba berbagai macam representasi dalam memahami suatu konsep. Selain itu representasi juga berperan dalam proses penyelesaian masalah matematis, seperti: (1) representasi visual yang dimunculkan siswa berupa diagram, grafik, tabel dan gambar dapat digunakan untuk menyajikan kembali data dari suatu representasi dan untuk menyelesaikan masalah. (2) representasi persamaan atau ekspresi matematika dapat digunakan untuk membuat persamaan atau model matematika dari representasi lain yang diberikan. (3) sedangkan representasi kata-kata atau teks tertulis dapat digunakan siswa untuk membuat situasi masalah berdasarkan data yang diberikan, menuliskan interpretasi dari suatu representasi dan menyusun cerita yang sesuai dengan representasi yang disajikan.²⁷

Berdasarkan uraian tersebut, indikator yang digunakan dalam menilai kemampuan representasi matematis siswa adalah seperti pada Tabel 2.1.²⁸

Tabel 2.1 Indikator Representasi Matematis

No.	Representasi	Bentuk-Bentuk Operasional
1	Representasi Visual: a) Diagram, Grafik, atau tabel.	<ul style="list-style-type: none"> Menyajikan kembali data atau informasi dari suatu representasi ke representasi diagram, grafik, atau tabel. Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah.
	b) Gambar	<ul style="list-style-type: none"> Membuat gambar pola-pola geometri.

²⁷

http://repository.upi.edu/operator/upload/s_d0151_0601945_chapter2.pdf, diakses 9 september 2013

²⁸Mudzakkir(2006:47),http://repository.upi.edu/operator/upload/s_d0151_0601945_chapter2.pdf, diakses 14 Maret 2012

		<ul style="list-style-type: none"> • Membuat gambar bangun geometri untuk memperjelas masalah
2	Persamaan atau ekspresi matematis	<ul style="list-style-type: none"> • Membuat persamaan atau model matematika dari representasi lain yang diberikan. • Penyelesaian masalah yang melibatkan ekspresi matematis.
3.	Kata-kata atau teks tertulis	<ul style="list-style-type: none"> • Membuat situasi masalah berdasarkan data yang diberikan. • Menuliskan interpretasi dari suatu representasi. • Menuliskan langkah-langkah penyelesaian masalah matematis dengan kata-kata. • Menyusun cerita yang sesuai dengan representasi yang disajikan. • Menjawab soal dengan menggunakan kata-kata atau teks tertulis.

Adapun dalam penelitian ini, indikator kemampuan representasi matematis yang diamati pada siswa adalah: (1) representasi visual, yaitu menggunakan representasi visual (diagram) untuk menyelesaikan masalah, (2) persamaan ekspresi matematis, yaitu penyelesaian masalah yang melibatkan ekspresi matematis, (3) kata-kata atau teks tertulis, meliputi: membuat situasi masalah berdasarkan data-data yang diberikan dan menjawab soal dengan menggunakan kata-kata tertulis.