

BAB II

KAJIAN TEORI

A. Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika

Kesalahan siswa adalah gejala dari penyakit yang mungkin penyakit serius atau lebih dari satu penyakit.¹² Sukirman mengatakan bahwa kesalahan merupakan penyimpangan terhadap hal-hal yang benar yang sifatnya sistematis, konsisten, maupun insidental pada daerah tertentu. Kesalahan yang sistematis dan konsisten terjadi disebabkan oleh tingkat penguasaan materi yang kurang pada siswa. Sedangkan kesalahan yang bersifat insidental adalah kesalahan yang bukan merupakan akibat dari rendahnya tingkat penguasaan materi pelajaran, melainkan oleh sebab lain misalnya: kurang cermat dalam membaca untuk memahami maksud soal, kurang cermat dalam menghitung atau bekerja secara tergesa-gesa karena merasa diburu waktu yang tinggal sedikit.¹³

Adapun kesalahan-kesalahan dalam menyelesaikan soal matematika, yaitu: ^(a) Kesalahan dalam memahami soal, yang terjadi jika siswa salah dalam menemukan hal yang diketahui, ditanyakan dan tidak dapat menuliskan apa yang dikehendaki; ^(b) Kesalahan dalam menggunakan rumus, yang terjadi jika siswa tidak mampu mengidentifikasi rumus atau metode apa yang akan digunakan atau diperlukan dalam

¹² John K. Lannin dkk, "How students view the general nature of their errors", *Educ Stud Math* (2007) 66:43–59

¹³ Sukirman, *Identifikasi Kesalahan-Kesalahan yang Diperbuat Siswa Kelas III SMP pada setiap Aspek Penguasaan Bahan Pelajaran Matematika*. (Malang: tesis tidak dipublikasikan, 1985), h.16

menyelesaikan soal; (c) Kesalahan dalam operasi penyelesaiannya, yang terjadi jika siswa salah dalam melakukan perhitungan ataupun; (d) Kesalahan dalam menyimpulkan, yang terjadi jika siswa tidak memperhatikan kembali apa yang ditanyakan dari soal dan tidak membuat kesimpulan dari hasil perhitungannya, karena siswa beranggapan bahwa hasil perhitungannya merupakan penyelesaian dari permasalahan yang ada.¹⁴

Karim Nakii mengklasifikasikan tiga jenis kesalahan dalam menyelesaikan soal matematika yaitu: (a) Kesalahan konsep, yang dibuat oleh siswa karena menafsirkan konsep-konsep, rumus-rumus, operasi-operasi atau salah dalam penerapannya; (b) Kesalahan operasi, yang dibuat siswa karena salah melakukan operasi hitung/aljabar dan sifat-sifatnya; (c) Kesalahan ceroboh, yang dibuat siswa karena kealpaan, namun pada dasarnya siswa tersebut mengetahui cara penyelesaiannya.¹⁵ Sedangkan Ashlock mengklasifikasikan kesalahan perhitungan dalam menyelesaikan soal matematika ke dalam tiga kategori dasar, yakni (a) operasi yang salah, di mana siswa menggunakan operasi yang tidak sesuai ketika mencoba memecahkan masalah matematika, (b) salah komputasi atau fakta, di mana siswa menggunakan operasi yang sesuai tetapi membuat kesalahan yang melibatkan beberapa fakta dasar, dan (c) salah algoritma, di mana siswa menggunakan operasi

¹⁴ Elly Arliani, "Kesalahan Siswa ...", h. 3-4

¹⁵ Basuki Rachmat, *Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika dan Tindak Lanjutnya*, (Bandung: Tesis tidak diterbitkan, UPI, 2000), h. 8-9

yang sesuai tetapi membuat bukan sejumlah kesalahan fakta dalam satu atau lebih langkah penerapan strategi atau memilih strategi yang salah.¹⁶

Menurut uraian di atas, maka letak kesalahan pada penelitian ini dikategorikan sebagai berikut: (a) Kesalahan dalam memahami soal, siswa dikatakan melakukan kesalahan memahami soal apabila siswa tidak mampu menentukan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal atau siswa mampu memahami soal, tetapi belum menangkap informasi yang terkandung dalam pertanyaan, sehingga siswa tidak dapat mengerjakan soal dan menemukan penyelesaiannya; (b) Kesalahan dalam menggunakan rumus, siswa dikatakan melakukan kesalahan dalam menggunakan rumus apabila siswa telah memahami soal yang diberikan akan tetapi siswa tidak mampu mengidentifikasi operasi atau metode apa yang akan digunakan atau diperlukan dalam menyelesaikan soal yang diberikan; (c) Kesalahan dalam operasi penyelesaiannya, siswa dikatakan melakukan kesalahan dalam operasi penyelesaiannya apabila siswa telah mampu mentransformasikan soal akan tetapi tidak mengetahui prosedur yang dibutuhkan untuk mengerjakan operasi atau metode secara benar dan akurat dan (d) Kesalahan ceroboh, siswa dikatakan melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal matematika dikarenakan siswa lupa konsep, rumus ataupun operasi yang akan digunakannya untuk menyelesaikan soal matematika.

¹⁶ Ketterline-Geller, L. R & Yovanoff, P, “*Diagnostic assessments ...*, h. 4-5

1. Faktor-faktor Penyebab Kesalahan

Untuk mengetahui faktor penyebab kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal cerita dapat diketahui dari kesalahan yang dibuatnya. Sutawijaya mengatakan faktor penyebab kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal cerita, dapat digolongkan menjadi beberapa bagian yaitu siswa, guru, fasilitas yang digunakan dalam proses belajar mengajar dan lingkungan.¹⁷

Faktor penyebab kesalahan dapat dilihat dari faktor penyebab kesulitan belajar siswa. Soedjadi menyatakan penyebab kesulitan belajar siswa secara umum dapat dibedakan yaitu faktor kognitif dan non kognitif.¹⁸ Hubungan antara kesalahan dengan kesulitan sangat erat dan saling mempengaruhi satu sama lain. Kesalahan dan kesulitan merupakan dua hal yang berbeda dan sangat erat kaitannya, bahkan sulit untuk menentukan apakah kesulitan yang menyebabkan kesalahan atau kesalahan yang menyebabkan kesulitan.¹⁹

Faktor-faktor penyebab kesalahan bila ditinjau dari kesulitan dan kemampuan belajar siswa diuraikan sebagai berikut: (a) Kurangnya penguasaan bahasa sehingga menyebabkan siswa kurang paham terhadap permintaan soal. Yang dimaksud kurang paham terhadap permintaan soal adalah siswa tidak tahu yang akan dia kerjakan setelah dia memperoleh informasi dari soal namun terkadang siswa juga tidak tahu apa informasi yang berguna dari soal karena

¹⁷ Erni Hikmatu, *Identifikasi Kesalahan ...*, h. 12

¹⁸ Titis nur Fitria, "Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita Berbahasa Inggris Pada Materi Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel", (Surabaya: Universitas Negeri Surabaya), h. 4

¹⁹ Erni Hikmatu, *Identifikasi Kesalahan ...*, h. 24-25

terjadi salah penafsiran; (b) Kurangnya pemahaman siswa terhadap materi prasyarat baik sifat, rumus dan prosedur pengerjaan; (c) Kebiasaan siswa dalam menyelesaikan soal cerita misalnya siswa tidak mengembalikan jawaban model menjadi jawaban permasalahan; (d) Kurangnya minat terhadap pelajaran matematika atau ketidakseriusan siswa dalam mengikuti pelajaran; (e) Siswa tidak belajar walaupun ada tes atau ulangan; (f) Lupa rumus yang akan digunakan untuk menyelesaikan soal; (g) Salah memasukkan data; (g) Terselesa- gesa dalam menyelesaikan soal, dan (h) Kurang teliti dalam menyelesaikan soal.

20

Haji menyatakan bahwa faktor-faktor yang menyebabkan siswa mengalami kesulitan belajar sehingga menyebabkan siswa tersebut melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal-soal ada dua segi, yaitu segi kognitif dan segi non kognitif. Segi kognitif meliputi hal-hal yang berhubungan dengan kemampuan intelektual siswa dan cara siswa memproses atau mencerna materi matematika dalam pikirannya. Sedangkan segi bukan kognitif adalah semua faktor di luar hal-hal yang berhubungan dengan kemampuan intelektual seperti sikap, kepribadian, cara belajar, kesehatan jasmani, keadaan emosional, cara mengajar guru, fasilitas-fasilitas belajar, serta suasana rumah.²¹

²⁰ Herdian Dwi Rusdianto, *Analisis Kesalahan Siswa Kelas VII-G SMP Negeri 1 Tulangan Sidoarjo Dalam Menyelesaikan Masalah-Masalah Perbandingan Bentuk Soal Cerita*, (Surabaya : Skripsi tidak diterbitkan, IAIN Sunan Ampel, 2010), h.26

²¹ Syafi'atur Rohmah. *Analisis Kesalahan Siswa Kelas VI MI Al-Ishlah Ketapang Lor Ujung Pangkah Gresik Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Pada Pokok Bahasan Pecahan Desimal*. (Surabaya: Skripsi tidak diterbitkan, IAIN Sunan Ampel, 2010), h. 25

Dari penjelasan di atas, dapat diketahui beberapa faktor penyebab siswa mengalami kesalahan, yaitu berasal dari faktor kognitif dan non kognitif siswa. Faktor kognitif meliputi kemampuan intelektual siswa dalam menyelesaikan soal matematika yang diberikan. Sedangkan faktor non kognitif adalah cara belajar siswa dimana cara belajar siswa dapat dipengaruhi oleh kesiapan, kedisiplinan waktu belajar dan sikap siswa terhadap matematika. Dalam penelitian ini, faktor-faktor penyebab siswa melakukan kesalahan dalam setiap letak kesalahan yang dilakukan yang menyangkut faktor kognitif dan non kognitif digali sejauh mungkin melalui wawancara.

B. Penalaran

Istilah penalaran sebagai terjemahan dari “*reasoning*” yang menurut kamus *The Random House Dictionary* berarti *the act or process of a person who reasons* (kegiatan atau proses menalar yang dilakukan oleh seseorang). Sedangkan *reason* berarti *the mental powers concerned with forming conclusions, judgements or inferences* (kekuatan mental yang berkaitan dengan pembentukan kesimpulan dan penilaian).²² Oleh Keraf istilah penalaran dijelaskan sebagai proses berpikir yang berusaha menghubungkan-hubungkan fakta-fakta atau evidensi-evidensi yang diketahui menuju kepada suatu kesimpulan.²³

²² Mia Usniati, *Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematika Melalui Pendekatan Pemecahan Masalah*, (Jakarta: Skripsi tidak diterbitkan, UIN Syarif Hidayatullah, 2011), h. 17

²³ Fajar Shadiq, “Pemecahan Masalah, ...”, h. 2

Menurut ensiklopedi Wikipedia, penalaran adalah proses berpikir yang bertolak dari pengamatan indera (pengamatan empirik) yang menghasilkan sejumlah konsep dan pengertian. Berdasarkan pengamatan yang sejenis juga akan terbentuk proposisi-proposisi yang sejenis, berdasarkan sejumlah proposisi yang diketahui atau dianggap benar, orang menyimpulkan sebuah proposisi baru yang sebelumnya tidak diketahui. Proses inilah yang disebut menalar.²⁴ Sedangkan Shurter dan Pierce mendefinisikan penalaran sebagai proses pencapaian kesimpulan logis berdasarkan fakta dan sumber yang relevan.²⁵

Penalaran menurut Fajar Shadiq adalah suatu proses atau suatu aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau proses berpikir dalam rangka membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasar pada beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya.²⁶ Adapun Gie mengatakan bahwa penalaran adalah merupakan kelanjutan runtut dari pernyataan yang lain yang diketahui. Pernyataan yang diketahui itu sering disebut dengan pangkal pikir (premis). Sedangkan pernyataan baru yang ditemukan disebut kesimpulan (conclusion).²⁷

²⁴ Dikutip dari <http://id.wikipedia.org/wiki/Penalaran> diakses pada tanggal 17 Juli 2013 pukul 08.50

²⁵ Rahayu Kariadinata, "Menumbuhkan Daya Nalar (*Power Of Reason*) Siswa Melalui Pembelajaran Analogi Matematika", (Infinity Jurnal Ilmiah Program Studi Matematika STKIP Siliwangi Bandung, Vol 1, No.1, Februari 2012), h. 13

²⁶ Fajar Shadiq, "Pemecahan Masalah, ..., h. 2

²⁷ Rahma Hayati Siregar, *Peningkatan Kemampuan Penalaran Formal Matematis dan Sikap Siswa Terhadap Matematika di YPI SMP Hikmatul Fadhilah Medan*, (Medan: Tesis tidak diterbitkan, Universitas Negeri Medan, 2012), h. 18

Dari uraian diatas, yang dimaksud dengan penalaran dalam tulisan ini adalah proses kegiatan berpikir logis untuk menemukan pernyataan baru dengan diketahuinya pernyataan sebelumnya yang nilai kebenarannya telah disepakati.

Secara garis besar penalaran dibagi ke dalam dua jenis, yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif sebagai berikut:

a) *Penalaran Induktif*

Menurut John Stuart Mill, induksi merupakan suatu kegiatan budi, dimana kita menyimpulkan, bahwa apa yang kita ketahui benar untuk kasus-kasus khusus, juga akan benar untuk semua kasus yang serupa dengan yang tersebut tadi untuk hal-hal tertentu.²⁸

Penalaran induktif adalah proses berpikir yang berusaha menghubungkan fakta-fakta atau kejadian-kejadian khusus yang sudah diketahui menuju kepada suatu kesimpulan yang bersifat umum.²⁹ Penalaran induktif berkaitan dengan empiris, bersumber pada empiris atau fakta.³⁰

Menurut R. G Soekadijo, penalaran induksi memiliki ciri-ciri, yaitu *pertama*, premis-premis dari induktif ialah proposisi empirik yang langsung kembali kepada suatu observasi indera atau proposisi dasar (*basic statement*). *Kedua*, konklusi penalaran induktif itu lebih luas daripada apa yang dinyatakan

²⁸ Fajar Shadiq, "Pemecahan Masalah, ..., h. 4

²⁹ Sri Wardhani. *PAKET FASILITASI PEMBERDAYAAN KKG/MGMP MATEMATIKA Analisis SI dan SKL Mata Pelajaran Matematika SMP/MTs untuk Optimalisasi Tujuan Mata Pelajaran Matematika*, (Yogyakarta: Pusat Pengembangan Dan Pemberdayaan Pendidik Dan Tenaga Kependidikan Matematika, 2008), h. 12

³⁰ Jhptump-a-khozinatul, <http://digilib.ump.ac.id/files/disk1/11/jhptump-a-khozinatul-503> tanggal 1 Juni 2013 pukul 08.15 WIB. h. 7

di dalam premis-premisnya. *Ketiga*, konklusi penalaran induktif itu oleh pikiran dapat dipercaya kebenarannya atau dengan perkataan lain memiliki kredibilitas rasional (probabilitas). Probabilitas itu didukung oleh pengalaman, artinya konklusi itu menurut pengalaman biasanya cocok dengan observasi indera, tidak mesti harus cocok. Kebenaran pendapat induksi ditentukan secara mutlak oleh kebenaran fakta.³¹

Kesimpulan umum dari suatu penalaran induktif tidak merupakan bukti, karena aturan umum yang diperoleh ditarik dari pemeriksaan beberapa contoh khusus yang benar, tetapi belum tentu berlaku untuk semua kasus. Kesimpulan tersebut boleh jadi valid (sah) pada contoh yang diperiksa, tetapi bisa jadi tidak dapat diterapkan pada keseluruhan contoh.³² Dengan demikian dalam penalaran induktif dapat menghasilkan suatu kesimpulan yang benar berkenaan dengan contoh khusus yang dipelajari, tetapi kesimpulan tersebut tidak terjamin untuk generalisasi.

Jadi penalaran induktif adalah suatu proses berpikir yang berupa penarikan kesimpulan umum dari hal-hal yang khusus. Contoh siswa mampu melakukan penalaran induktif misalnya siswa mampu menyimpulkan bahwa jumlah sudut dalam suatu segitiga adalah 180° setelah melakukan kegiatan

³¹ Widayanti Nurma Sa'adah, *Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas VII SMP Negeri 3 Banguntapan dalam Pembelajaran Matematika Melalui Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)*, (Yogyakarta: Skripsi tidak diterbitkan, Universitas Negeri Yogyakarta, 2010), h. 14-15

³² Dikutip dari <http://updatekerinci.blogspot.com/2011/12/penalaran-matematika.html> diakses pada tanggal 17 mei 2013 pukul 08.05

memotong tiga sudut pada berbagai bentuk segitiga (lancip, tumpul, siku-siku) kemudian tiga sudut yang dipotong pada tiap segitiga dirangkai sehingga membentuk sudut lurus.³³

b) Penalaran Deduktif

Penalaran deduktif merupakan proses berpikir untuk menarik kesimpulan tentang hal khusus yang berpijak pada hal umum atau hal yang sebelumnya telah dibuktikan (diasumsikan) kebenarannya.³⁴ Penalaran deduktif berkaitan dengan rasionalisme, bersumber pada rasio.³⁵

Deduksi berpangkal dari suatu pendapat umum berupa teori, hukum atau kaedah dalam menyusun suatu penjelasan tentang suatu kejadian khusus atau dalam menarik kesimpulan.³⁶

Penalaran deduktif sebagai bentuk pemikiran yang kesimpulannya muncul secara signifikan setelah ada pernyataan-pernyataan yang disebut premis-premis, dikatakan valid (sah) jika hubungan antara premis-premis menghasilkan kesimpulan atau konklusi. Validitas suatu kesimpulan timbul dari bentuk argumen dan bukan dari kebenaran premis-premis. Argumen deduksi disebut valid (sah), apabila premis-premisnya benar maka kesimpulannya benar dan apabila premisnya salah maka kesimpulannya salah. Bukti deduktif dapat menentukan apakah suatu konjektur (dugaan) yang ditarik melalui intuisi atau

³³ Sri Wardhani, *PAKET FASILITASI ...*, h. 12-13

³⁴ Ibid, h. 12

³⁵ Jhptump-a-khozinatul, ... h. 7

³⁶ Widayanti Nurma Sa'adah, *Peningkatan Kemampuan ...*, h. 14

induktif secara logis konsisten dan apakah itu hanya untuk kasus-kasus tertentu atau kasus yang lebih umum. Penalaran deduktif menjamin kesimpulan yang benar jika premis dari argumennya benar dan argumennya valid atau logis.³⁷

Jadi penalaran deduktif adalah suatu proses berpikir yang berupa penarikan kesimpulan khusus dari hal-hal yang umum. Contoh siswa mampu melakukan penalaran deduktif misalnya siswa mampu melakukan pembuktian bahwa jumlah sudut dalam segitiga itu 180° dengan menggunakan prinsip tentang sifat sudut pada dua garis sejajar yang dipotong oleh garis ketiga (sehadap, berseberangan, sepihak) yang sudah dipelajarinya.³⁸

Menurut Al Krismanto, di dalam mempelajari matematika kemampuan penalaran dapat dikembangkan pada saat siswa memahami suatu konsep (pengertian), atau menemukan dan membuktikan suatu prinsip. Ketika menemukan atau membuktikan suatu prinsip, dikembangkan pola pikir induktif dan deduktif. Siswa dibiasakan melihat ciri-ciri beberapa kasus, melihat pola dan membuat dugaan tentang hubungan yang ada diantara kasus-kasus itu, serta selanjutnya menyatakan hubungan yang berlaku umum (generalisasi, penalaran induktif). Disamping itu siswa juga perlu dibiasakan menerima terlebih dahulu suatu hubungan yang jelas kebenarannya, selanjutnya menggunakan hubungan itu untuk menemukan hubungan-hubungan lainnya (penalaran deduktif).³⁹ Jadi baik penalaran deduktif maupun

³⁷ Dikutip dari <http://updatekerinci.blogspot.com/2011/12/penalaran-matematika.html> diakses pada tanggal 17 mei 2013 pukul 08.05

³⁸ Sri Wardhani, *PAKET FASILITASI ...*, h. 13

³⁹ Widayanti Nurma Sa'adah, *Peningkatan Kemampuan ...*, h. 15

induktif, keduanya amat penting dalam pembelajaran matematika. Akan tetapi dalam penelitian ini penalaran yang akan dikembangkan adalah penalaran deduktif. Hal itu dikarenakan bahwa unsur utama pekerjaan matematika adalah penalaran deduktif yang bekerja atas dasar asumsi, yaitu kebenaran suatu konsep atau pernyataan diperoleh sebagai akibat logis dari kebenaran sebelumnya.⁴⁰ Dalam penerapan penalaran deduktif, membutuhkan berbagai pengetahuan yang dapat mengantarkan dalam menyelesaikan permasalahan yang dihadapi, seperti ingatan, pemahaman dan penerapan sifat, aturan, teorema, aksioma, rumus, dalil, definisi atau hukum.

Sebagai suatu kegiatan berpikir maka penalaran mempunyai ciri-ciri tertentu. Ciri yang pertama ialah adanya suatu pola pikir yang secara luas dapat disebut logika. Kegiatan penalaran merupakan suatu proses berpikir logis, dimana berpikir logis diartikan sebagai kegiatan berpikir menurut suatu pola tertentu. Ciri yang kedua dari penalaran adalah sifat analitik dari proses berpikirnya. Penalaran merupakan suatu kegiatan berpikir yang menyandarkan diri kepada suatu analisis.⁴¹

1. Kemampuan Penalaran Matematis

Salah satu komponen kemampuan matematika menurut NCTM adalah penalaran matematika. Penalaran sebagai salah satu kompetensi dasar matematik disamping pemahaman, komunikasi dan pemecahan masalah. Penalaran juga merupakan proses mental dalam mengembangkan pikiran dari beberapa fakta atau prinsip.

⁴⁰ Fajar Shadiq, "Pemecahan Masalah, ..., h. 5

⁴¹ Jhptump-a-khozinatul, ... h. 7

Penalaran (*reasoning*) merupakan salah satu aspek dari kemampuan berpikir matematik tingkat tinggi dalam kurikulum terbaru, yang dikategorikan sebagai kompetensi dasar yang harus dikuasai para siswa.⁴² Dalam kegiatan pembelajaran, aktivitas matematika merupakan sarana bagi siswa untuk dapat memecahkan suatu permasalahan melalui logika nalar mereka. Melalui aktivitas bernalar siswa dilatih untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru berdasarkan pada beberapa fakta. Sehingga pada saat belajar matematika, para siswa akan selalu berhadapan dengan proses penalaran.

Pada Standar Isi (SI) mata pelajaran matematika untuk satuan pendidikan dasar dan menengah (DIKDASMEN) dimuat uraian dan ketentuan tentang latar belakang, tujuan, ruang lingkup, serta daftar standar kompetensi (SK) dan kompetensi dasar (KD) yang harus dikuasai siswa pada mata pelajaran matematika. Tujuan mata pelajaran matematika diuraikan sama untuk semua satuan pendidikan dikdasmen (SD/MI, SMP/MTs, SMA/MA, SMK/MAK). Salah satu tujuan mata pelajaran matematika di sekolah adalah agar siswa memiliki kemampuan menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika.⁴³

Kemampuan penalaran adalah kemampuan siswa untuk berpikir logis menurut alur kerangka berpikir tertentu. Penalaran dapat juga dikatakan sebagai

⁴² Rahayu Kariadinata, "Menumbuhkan Daya ...", h. 11

⁴³ Sri Wardhani, *PAKET FASILITASI ...*, h. 8

suatu proses berpikir dalam menarik kesimpulan yang berupa pengetahuan. Kemampuan penalaran berarti kemampuan menarik konklusi atau kesimpulan yang tepat dari bukti-bukti yang ada dan menurut aturan-aturan tertentu.⁴⁴ Kemampuan penalaran meliputi: (a) penalaran umum yang berhubungan dengan kemampuan untuk menemukan penyelesaian atau pemecahan masalah; (b) kemampuan yang berhubungan dengan penarikan kesimpulan, seperti pada silogisme, dan yang berhubungan dengan kemampuan menilai implikasi dari suatu argumentasi dan (c) kemampuan untuk melihat hubungan-hubungan, tidak hanya hubungan antara benda-benda tetapi juga hubungan antara ide-ide, dan kemudian mempergunakan hubungan itu untuk memperoleh benda-benda atau ide-ide lain.⁴⁵

Menurut NCTM, standar penalaran yang harus dikuasai siswa sekolah antara lain: (a) mengingat dan menggunakan penalaran deduktif dan induktif; (b) memahami dan menggunakan proses penalaran dengan perhatian tertentu untuk penalaran spasial (tilikan ruang) dan penalaran dengan proporsi dan grafik; (c) membuat dan mengevaluasi konjektur dan argumen matematika; (d) memvalidasi berpikir mereka sendiri dan (e) menyadari kegunaan dan kekuatan penalaran sebagai bagian dari matematika.⁴⁶

⁴⁴ Widayanti Nurma Sa'adah, *Peningkatan Kemampuan ...*, h. 13

⁴⁵ Dikutip dari <http://updatekerinci.blogspot.com/2011/12/penalaran-matematika.html> diakses pada tanggal 17 mei 2013 pukul 08.05

⁴⁶ <http://updatekerinci.blogspot.com/2011/12/penalaran-matematika.html> diakses pada tanggal 17 mei 2013 pada pukul 08.05

Siswa dikatakan mampu melakukan penalaran bila ia mampu menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika. Dalam kaitan itu pada penjelasan teknis Peraturan Dirjen Dikdasmen Depdiknas Nomor 506/C/Kep/PP/2004 tanggal 11 November 2004 tentang rapor pernah diuraikan bahwa indikator siswa memiliki kemampuan dalam penalaran adalah mampu: (a) Mengajukan dugaan; (b) Melakukan manipulasi matematika; (c) Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi; (d) Menarik kesimpulan dari pernyataan; (e) Memeriksa kesahihan suatu argumen; dan (f) Menentukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.⁴⁷

Jadi kemampuan penalaran matematika yang dimaksud adalah kemampuan berpikir menurut alur kerangka berpikir tertentu berdasarkan konsep atau pemahaman yang telah didapat sebelumnya. Kemudian konsep atau pemahaman tersebut saling berhubungan satu sama lain dan diterapkan dalam permasalahan baru sehingga didapatkan keputusan baru yang logis dan dapat dipertanggungjawabkan atau dibuktikan kebenarannya.

C. Analisis Kesalahan

Menurut Davis, kesalahan siswa dalam banyak topik matematika merupakan sumber utama untuk mengetahui kesulitan siswa memahami matematika. Sehingga

⁴⁷ Sri Wardhani, *PAKET FASILITASI ...*, h. 14

analisis kesalahan merupakan suatu cara untuk mengetahui faktor penyebab kesulitan siswa dalam mempelajari matematika.⁴⁸

Analisis kesalahan merupakan suatu proses mereview jawaban siswa guna mengidentifikasi pola-pola ketidak mengertian. Analisis kesalahan berfokus pada kelemahan-kelemahan siswa dan membantu guru mengklasifikasikan kesalahan-kesalahan siswa tersebut.⁴⁹ Menurut kamus besar Bahasa Indonesia, pengertian analisis adalah penyelidikan terhadap suatu peristiwa (karangan, perbuatan dan sebagainya). Analisis mempunyai tujuan untuk mengetahui keadaan yang sebenarnya (sebabnya, duduk perkaranya, dan sebagainya), penguraian suatu pokok atas berbagai bagiannya dan penelaahan bagian itu sendiri serta hubungan antar bagian untuk memperoleh pengertian yang tepat dan pemahaman arti keseluruhan. Kesalahan yang dilakukan siswa perlu dianalisa lebih lanjut, agar kita mendapatkan gambaran tentang kelemahan - kelemahan siswa yang kita tes.⁵⁰

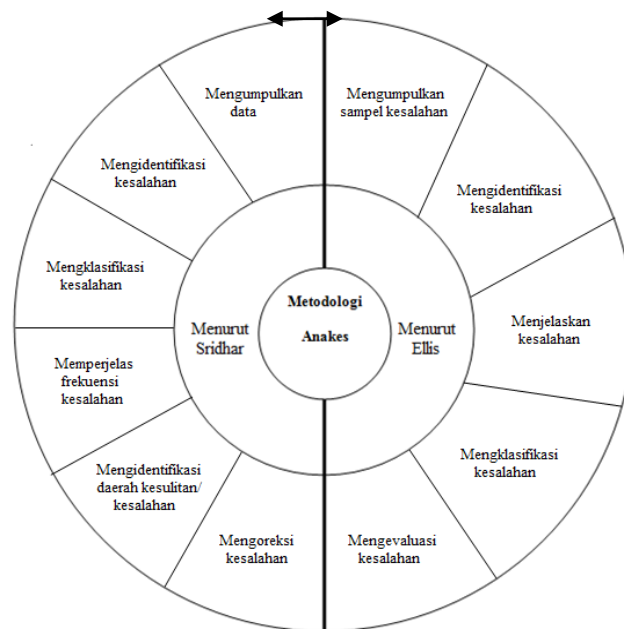
Analisis kesalahan adalah suatu prosedur kerja. Sebagai suatu prosedur kerja, analisis kesalahan mempunyai langkah-langkah tertentu. Langkah-langkah tertentu yang dimaksud disebut dengan metodologi analisis kesalahan. Menurut Ellis, analisis kesalahan adalah suatu prosedur kerja, yang biasa digunakan oleh para peneliti dan guru bahasa, yang meliputi pengumpulan sampel, pengidentifikasian kesalahan yang

⁴⁸ Erni Hikmatu, *Identifikasi Kesalahan ...*, h. 24

⁴⁹ Ketterline-Geller, L. R & Yovanoff, P, “*Diagnostic assesments in mathematics to support instructional decision making*”, (Practical Assesment, Research & Evaluation, 14 (16) 2-11, 2009), h. 4

⁵⁰ Sitti Sahriah, “Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika Materi Operasi Pecahan Bentuk Aljabar Kelas VIII SMP Negeri 2 Malang”, (Malang: Universitas Negeri Malang), h. 3

terdapat dalam sampel, penjelasan kesalahan tersebut, pengklasifikasian kesalahan itu berdasarkan penyebabnya, serta pengevaluasian atau penilaian taraf keseriusan kesalahan itu.⁵¹ Sedangkan Sridhar mengemukakan metodologi analisis kesalahan meliputi, mengumpulkan data, mengidentifikasi kesalahan, mengklasifikasi kesalahan, menjelaskan frekuensi kesalahan, mengidentifikasi daerah kesalahan, dan mengoreksi kesalahan.⁵² Metodologi yang dikemukakan oleh kedua orang ahli ini memiliki persamaan dan perbedaan yang terlihat jelas pada gambar 2.1



Gambar 2.1 Perbandingan metodologi Analisis Kesalahan Ellis dan Sridhar
Sumber: Pengajaran Analisis Kesalahan Berbahasa, Penerbit Angkasa

Dari sumber-sumber tersebut kemudian Tarigan & Tarigan menyusun langkah-langkah kerja baru analisis kesalahan melalui penyeleksian, pengurutan, dan

⁵¹ Henry Guntur Tarigan & Jago Tarigan, *Pengajaran Analisis Kesalahan Berbahasa*, (Bandung: ANGKASA, 2011), h.60-61

⁵² *Ibid*, h. 63

penggabungan. Hasil modifikasi tersebut adalah sebagai berikut: (a) Mengumpulkan data, berupa kesalahan yang dilakukan oleh siswa; (b) Mengidentifikasi dan mengklasifikasikan kesalahan, mengenali dan memilah-milah kesalahan berdasarkan kategori; (c) Memperingatkan kesalahan, mengurutkan letak kesalahan, penyebab kesalahan, dan memberikan contoh yang benar; (d) Menjelaskan kesalahan, menggambarkan letak kesalahan penyebab kesalahan, dan memberikan contoh yang benar; (e) Memperkirakan daerah rawan kesalahan, meramalkan materi yang dipelajari yang berpotensi mendatangkan kesalahan; dan (f) Mengoreksi kesalahan, memperbaiki bila dapat menghilangkan kesalahan melalui penyusunan bahan yang tepat, buku pegangan yang baik, dan teknik pengajaran yang serasi.⁵³

Berdasarkan keterangan diatas maka dalam penelitian ini, analisis kesalahan yang dilakukan adalah:

- a) Mengumpulkan data kesalahan,
- b) Mengidentifikasi dan mengklasifikasikan kesalahan,
- c) Mengoreksi kesalahan.

D. Analisis Kesalahan Untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis

Rendahnya kemampuan siswa dalam memahami soal yang pengerjaannya membutuhkan penalaran merupakan salah satu kesulitan siswa dalam belajar matematika, yang juga merupakan masalah yang umum dimiliki siswa. Analisis

⁵³ Ibid, h. 63-64

kesalahan merupakan salah satu cara untuk mengatasi permasalahan tersebut karena analisis pada hakekatnya merupakan suatu kegiatan berpikir berdasarkan langkah-langkah tertentu.⁵⁴

Analisis kesalahan yang dilakukan oleh para siswa jelas memberikan manfaat tertentu. Dengan menganalisis kesalahannya sendiri memungkinkan siswa untuk memantau pembelajaran dan mengevaluasi kesalahan dalam pemikiran mereka atau kesenjangan dalam pemahaman konseptual mereka.⁵⁵ Pemahaman terhadap kesalahan itu juga menjadi umpan-balik yang sangat berharga bagi pengevaluasian dan perencanaan penyusunan materi dan strategi pengajaran di kelas oleh guru.

Analisis kesalahan yang dilakukan difokuskan langsung pada menganalisis dan membahas kesalahan siswa.⁵⁶ Siswa diperkenalkan terhadap pentingnya analisis kesalahan dan diceritakan bahwa analisis kesalahan memberikan mereka kesempatan dalam memahami dan menguasai materi. Dalam menganalisis siswa diminta untuk mengevaluasi jawabannya, mendiagnosa jawaban yang salah dan menuliskan alasan memilih jawaban yang dituliskannya.⁵⁷ Pada tahap evaluasi, siswa diminta untuk mengoreksi atau mengecek ulang jawaban yang dituliskan. Kemudian pada tahap mendiagnosa jawaban yang salah, siswa diminta untuk menunjukkan jawabannya yang salah menurut pendapatnya. Hal itu secara otomatis akan menunjukkan siswa menyadari kesalahan yang dilakukannya atau tidak. Terakhir menuliskan alasan

⁵⁴ Jhptump-a-khozinatul, ... h. 7

⁵⁵ Bracha Kramarski & Sarit Zoldan, “*Using Errors as Springboards for Enhancing Mathematical Reasoning With Three Metacognitive Approaches*”, (Israel: Bar-Ilan University, 2008), h. 139

⁵⁶ Ibid, h. 138

⁵⁷ Ibid, h. 139

memilih jawabannya yang dituliskan, pada tahap inilah nanti akan menjadi acuan tindakan remedial yang akan dilakukan terhadap kesalahan siswa.

Dalam mengevaluasi jawaban dan mendiagnosa jawaban yang salah kemampuan penalaran siswa akan dilatih dan dikembangkan secara optimal. Sebab dalam melakukan kegiatan analisis kesalahan, siswa akan melibatkan metode berpikir logis dan analitis. Dengan demikian siswa mengetahui kesalahan dalam pemahamannya, memperbaiki pengetahuannya dan bisa membangun sendiri kemampuan penalaran matematisnya. Selain itu siswa tidak akan mudah lupa akan pengetahuannya sendiri dan lebih termotivasi dalam mempelajari matematika.

Jadi karena pentingnya perkembangan kemampuan penalaran matematis siswa, maka analisis kesalahan yang dilakukan siswa dapat menjadi pilihan untuk diterapkan dalam proses pembelajaran matematika, sehingga diharapkan siswa lebih kritis dan memiliki motivasi yang lebih dalam belajar matematika.