STATISTIKA MATEMATIKA I

Buku Perkuliahan Program S-1 **Jurusan PMIPA Prodi PMT**
Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan IAIN Sunan Ampel Surabaya

Penulis:

Maunah Setyawati, M.Si.

Supported by:
Government of Indonesia (GoI) and Islamic Development Bank (IDB)

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

KATA PENGANTAR
REKTOR IAIN SUNAN AMPEL

Merujuk pada PP 55 tahun 2007 dan Kepmendiknas No 16 tahun 2007, Kepmendiknas No. 232/U/2000 tentang Penyusunan Kurikulum Pendidikan Tinggi dan Penilaian Hasil Belajar Mahasiswa; Kepmendiknas No. 045/U/2002 tentang Kurikulum Inti Pendidikan Tinggi; dan KMA No. 353 Tahun 2004 tentang Pedoman Penyusunan Kurikulum Pendidikan Tinggi, IAIN Sunan Ampel akan menerbitkan buku perkuliahan sebagai upaya pengembangan kurikulum dan peningkatan profesionalitas dosen.

Untuk mewujudkan penerbitan buku perkuliahan yang berkualitas, IAIN Sunan Ampel bekerjasama dengan *Government of Indonesia* (GoI) dan *Islamic Development Bank* (IDB) telah menyelenggarakan *Training on Textbooks Development* dan *Workshop on Textbooks* bagi Dosen IAIN Sunan Ampel. Training dan workshop tersebut telah menghasilkan 25 buku perkuliahan yang menggambarkan komponen matakuliah utama pada masing-masing jurusan/prodi di 5 fakultas.

Buku perkuliahan yang berjudul Statistika Matematika I merupakan salah satu di antara 25 buku tersebut yang disusun oleh dosen pengampu mata kuliah Statistika Matematika I program S-1 Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Tarbiyah IAIN Sunan Ampel sebagai panduan pelaksanaan perkuliahan selama satu semester. Dengan terbitnya buku ini diharapkan perkuliahan dapat berjalan secara aktif, efektif, kontekstual dan menyenangkan, sehingga dapat meningkatkan kualitas lulusan IAIN Sunan Ampel.

Kepada *Government of Indonesia* (GoI) dan *Islamic Development Bank* (IDB) yang telah memberi *support* atas terbitnya buku ini, tim

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

fasilitator dan tim penulis yang telah berupaya keras dalam mewujudkan penerbitan buku ini, kami sampaikan terima kasih. Semoga buku perkuliahan ini bermanfaat bagi perkembangan pembudayaan akademik di IAIN Sunan Ampel Surabaya.

Rektor
IAIN Sunan Ampel Surabaya

Prof. Dr. H. Abd. A'la, M.Ag.
NIP. 195709051988031002

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

PRAKATA

Puji syukur kita panjatkan kepada Allah SWT. Berkat karunia-Nya, buku perkuliahan **Statistika Matematika I** ini bisa hadir sebagai salah satu *supporting system* penyelenggaraan program S-1 Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Kegururan IAIN Sunan Ampel Surabaya.

Buku perkuliahan **Statistika Matematika I** memiliki fungsi sebagai salah satu sarana pembelajaran pada mata kuliah Statistika Matematika I. Secara rinci buku ini memuat beberapa paket penting yang meliputi; *1) Istilah Percobaan, Ruang Sampel dan Kejadian dalam Statistika; 2) Titik Sampel; 3) Peluang; 4) Peluang Bersyarat; 5) Peubah Acak dan Distribusi Peluang Diskret; 6) Distribusi Peluang Kontinu dan Distribusi Empiris; 7) Distribusi Peluang Gabungan; 8) Rataan Peubah Acak; 9) Varian dan Kovarian; 10) Distribusi Peluang Peubah Acak Diskret (Seragam, Binomial dan Multinomial); 11) Distribusi Peluang Peubah Acak Diskret (Hipergeometri dan Poisson); 12) Distribusi Peluang Peubah Acak Diskret (Binomial Negatif dan geometri).*

Akhirnya, kami mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya kepada *Government of Indonesia* (GoI) dan *Islamic Development Bank* (IDB) yang telah memberi *support* penyusunan buku ini, kepada semua pihak yang telah turut membantu dan berpartisipasi demi tersusunnya buku perkuliahan Statistika Matematika I ini. Kritik dan saran dari para pengguna dan pembaca kami tunggu guna penyempurnaan buku ini.

Terima Kasih.

Tim Penulis

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

DAFTAR ISI

PENDAHULU

Halaman Judul i

Kata Pengantar ii

Prakata iv

Daftar Isi v

Satuan Acara Perkuliahan vii

ISI PAKET

Paket 1: Istilah Percobaan, Ruang Sampel dan Kejadian dalam Statistika 1

Paket 2: Titik Sampel..... 12

Paket 3: Peluang; 23

Paket 4: Peluang Bersyarat 30

Paket 5: Peubah Acak dan Distribusi Peluang Diskret..... 41

Paket 6: Distribusi Peluang Kontinu dan Distribusi Empiris ... 52

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Paket 7: Distribusi Peluang Gabungan 62

Paket 8: Rataan Peubah Acak 77

Paket 9: Varian dan Kovarian..... 88

Paket 10: Distribusi Peluang Peubah Acak Diskret (Seragam, Binomial dan Multinomial).....100

Paket 11: Distribusi Peluang Peubah Acak Diskret (Hipergeometri dan Poisson).....112

Paket 12: Distribusi Peluang Peubah Acak Diskret (Binomial Negatif dan geometri).....127

PENUTUP

Sistem Evaluasi dan Penilaian 142

Daftar Pustaka.....145

CV Tim Penulis 147

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Satuan Acara Perkuliahan

A. Pengantar Identitas

1. Data Pribadi

Nama Dosen	: Maunah Setyawati, M.Si.
Pangkat/Golongan	: Lektor / IIIc
Alamat Kantor	: Jurusan Pendidikan Matematika (PMT) Fakultas Tarbiyah IAIN Sunan Ampel Surabaya Jl. A. Yani 117 surabaya
Alamat Rumah	: Jl Kapas Baru XI no 96 surabaya HP. 085648061094 Email maunah-iain@yahoo.com
Tempat Konsultasi	: Ruang Jurusan PMT
Jam Konsultasi	: Di luar jam kuliah dengan waktu yang disepakati

2. Matakuliah

Nama Matakuliah	: Statistika Matematika 1
Kelompok MK	: MKKA Matematika
Program Studi	: Pendidikan Matematika
Bobot/Semester	: 3 sks / III
Hari/Ruang	: Selasa/ Gedung B201 dan 202
Kelas/Waktu	: A / 07.30-10.00 B / 10.00-12.30

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

B. DISKRIPSI MATAKULIAH DAN URGENSI MATAKULIAH

Mata kuliah Statistika Matematika I ini berisi tentang ruang sampel dan macam-macam menghitung titik sampelnya, fungsi peluang beserta macam-macamnya, aturan Bayes, fungsi distribusi peluang peubah acak diskret maupun kontinu, distribusi peluang gabungan, rataan peubah acak baik diskret maupun kontinu beserta contoh-contohnya, varians dan kovarian serta teorema Chebyshep

Matakuliah Statistika Matematika I sangat penting, karena matakuliah ini merupakan dasar dari ilmu statistik yang antara lain berisi dasar-dasar pembentukan suatu distribusi. Penguasaan terhadap matakuliah ini menjadi sangat penting, karena akan digunakan pada matakuliah lain seperti Statisika Matematika II, Statistika Terapan, Statistika research dan matakuliah lainnya.

C. KOMPETENSI

No.	Kompetensi Dasar	Indikator Kompetensi
1.	Memahami pengertian Percobaan, kejadian dan ruang sampel beserta macam-macamnya	▪ Mendeskripsikan pengertian percobaan ▪ Mendeskripsikan pengertian ruang sampel. ▪ Menentukan ruang sampel suatu percobaan. ▪ Mendiskripsikan pengertian kejadian dalam ststistika. ▪ Mengopersikan suatu kejadian
2.	Memahami prinsip-prinsip untuk menghitung banyaknya titik sampel.	▪ Menghitung titik sampel dari suatu percobaan menggunakan prinsip perkalian, ▪ Menghitung titik sampel dari suatu percobaan menggunakan prinsip permutasi . ▪ Menghitung titik sampel dari suatu

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

		percobaan menggunakan prinsip kombinasi. ▪ Membedakan masalah yang dapat diselesaikan dengan prinsip perkalian, permutasi, atau kombinasi.
3.	Memahami pengertian fungsi peluang beserta macam-macamnya	▪ Menjelaskan pengertian fungsi peluang. ▪ Memberikan contoh fungsi peluang. ▪ Membedakan fungsi peluang dari fungsi yang lain. ▪ Membuktikan beberapa sifat peluang. ▪ Menjelaskan pengertian bobot, dan menentukan bobot masing-masing kejadian. ▪ Menentukan peluang suatu kejadian.
4.	Memahami pengertian peluang bersyarat	▪ Menjelaskan pengertian peluang bersyarat. ▪ Menggunakan aturan peluang bersyarat dalam menyelesaikan masalah. ▪ Menjelaskan kejadian saling bebas dari peluang bersyarat ▪ Menggunakan aturan perkalian dari peluang bersyarat dalam menyelesaikan masalah
5.	Memahami aturan Bayes	▪ Menentukan peluang suatu kejadian bersyarat dengan proses stokastik berhingga. ▪ Membuktikan aturan Bayes. ▪ Menggunakan aturan Bayes untuk menyelesaikan masalah.
6.	Memahami Peubah Acak dan distribusi peluang.	▪ Mendeskripsikan pengertian Peubah acak ▪ Menjelaskan distribusi peluang diskret ▪ Menjelaskan distribusi peluang kontinu ▪ Menjelaskan distribusi empiris ▪ Menjelaskan distribusi peluang gabungan ▪ Menjelaskan bebas statistic berkaitan dengan distribusi peluang gabungan.
7.	Memahami Harapan Matematika	▪ Menjelaskan rataan peubah acak ▪ Menjelaskan varians dan kovarinas ▪ Menjelaskan rataan dan varians dari kombinasi linier peubah acak

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

		▪ Menjelaskan Teorema Chebyshev
8.	Memahami beberapa distribusi peluang diskret	▪ Menjelaskan pengertian distribusi binomial. ▪ Membuktikan sifat-sifat distribusi binomial. ▪ Menjelaskan pengertian distribusi Poisson. ▪ Membuktikan sifat-sifat distribusi Poisson. ▪ Menjelaskan pengertian distribusi Geometri. ▪ Membuktikan sifat-sifat distribusi Geometri. ▪ Menjelaskan pengertian distribusi binomial negatif. ▪ Membuktikan sifat-sifat distribusi binomial negatif. ▪ Menjelaskan pengertian distribusi Hipergeometri. ▪ Membuktikan sifat-sifat distribusi Hipergeometri.

D. TIME LINE PERKULIAHAN

NO	TIME LINE	MATERI	KEGIATAN PERKULIAHAN
1	Minggu ke-1	Introduction to statistika matematika 1	• Ceramah seputar materi, bahan-bahan yang akan dipergunakan • Tanya Jawab • Diskusi tentang kontrak belajar
2.	Minggu ke-2	Pegertian Percobaan, kejadian dan ruang sampel	• Mahasiswa diminta membaca uraian materi pada resume buku yang sudah dibuat dosen. • Mahasiswa diminta membuat pertanyaan yang belum dipahami

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

			• Dosen memulai pelajaran dengan menjawab pertanyaan dari mahasiswa • Dosen mengajak diskusi
3.	Minggu ke-3	Menghitung titik sampel dari suatu percobaan menggunakan prinsip perkalian.	• Mahasiswa dikelompokkan menjadi 6 kelompok • Kel-1 dan kel-2 membuat makalah tentang prinsip perkalian, kel 3 dan kel-4 membuat makalah tentang prinsip permutasi, kel-5 dan kel-6 membuat makalah tentang prinsip kombinasi • Pada pertemuan ini, makalah yang sama dipilih satu dari kel-1 dan kel-2 untuk mempresentasikan, sedang kelompok yang lain memberi tanggapan. • Dosen memberi penguatan
4.	Minggu ke-4	Menghitung titik sampel dari suatu percobaan menggunakan prinsip permutasi dan kombinasi	• Melanjutkan pertemuan minggu ke-3 dengan prinsip pembelajaran yang sama
5.	Minggu ke-5	Pengertian fungsi peluang beserta macam-macamnya	• Dosen membagi makalah dan mahasiswa diminta membaca • Dosen meminta mahasiswa secara berpasangan untuk mendiskusikan makalah yang sudah dibaca • Perwakilan mahasiswa mempresentasikan dan mahasiswa yang lain memberi tanggapan. • Dosen memberi penguatan dan terakhir dosen memberi pengayaan
6.	Minggu ke-6	Peluang Bersyarat	• Dosen memulai kuliah dengan memberikan soal

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

			• Mahasiswa diminta mencari penyelesaiannya • Mahasiswa dikelompokkan untuk mendiskusikan hasil pemikirannya. • Perwakilan mahasiswa mempresentasikan dan mahasiswa yang lain member tanggapan • Dosen memberi penguatan materi dan memberi tugas minggu depan untuk membuat makalah tentang aturan bayes
7	Minggu ke-7	Aturan Bayes	• Dosen mengadakan curah pendapat • Dosen memberi penguatan dan terakhir dosen memberi soal sebagai entuk pengayaan
8.	Minggu ke-8	UTS	
9.	Minggu ke-9	Peubah acak dan distribusi peluang	• Mahasiswa dikelompokkan menjadi 6 kelompok • Mahasiswa diminta membuat makalah, untuk kel-1 tentang peubah acak, kel 2 tentang distribusi peluang diskret, kel-3 tentang distribusi peluang kontinu, kel-4 tentang distribusi empiris, kel-5 tentang distribusi peluang gabungan dan kel-6 tentang bebas statistik. • Pada pertemuan ini, makalah dari kel-1, kel-2 dan kel-3 yang mempresentasikan, sedang kelompok yang lain memberi tanggapan. • Dosen memberi penguatan

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

10	Minggu ke-10	Peubah acak dan distribusi peluang	• Melanjutkan pertemuan minggu ke-9 dengan prinsip pembelajaran yang sama, hanya kel yang mempresentasikan adalah kelompok sisa.
11	Minggu ke-11	Harapan Matematika (Rataan Peubah acak, Varians dan kovarians)	• Curah pendapat • Dosen memberi penguatan
12	Minggu ke-12	Harapan Matematika (Rataan Peubah acak, Varians dan kovarians)	• Curah pendapat tentang materi kemarin sebagai bentuk pendalam • Dosen memberi penguatan
13	Minggu ke-13	Harapan Matematika (Kombinasi linier dan Teorema Chebyshev)	• Dosen melakukan curah pendapat • Dosen memberi penguatan
14	Minggu ke-14	Distribusi peluang diskret (Dist. Uniform, Binomial dan multinomial)	• Mahasiswa dikelompokkan menjadi 6 kelompok • Mahasiswa diminta membuat makalah, untuk kel-1 dan kel-2 tentang distribusi uniform, binomial dan multinomial kel-3 dan kel-4 tentang distribusi peluang hipergeometri, binomial negatif, kel-5 dan kel-6 tentang distribusi peluang Geometrid dan Poisson. • Pada pertemuan ini, makalah yang sama dipilih satu dari kel-1 dan kel-2 untuk mempresentasikan, sedang kelompok yang lain memberi tanggapan. • Dosen memberi penguatan
15	Minggu ke-15	▪ Distribusi peluang diskret	• Melanjutkan pertemuan

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

		(Hipergeometri,Binomial negative, geometri dan Poisson)	minggu ke-13 dengan prinsip pembelajaran yang sama
16	Minggu ke-16	▪ UAS	•

E. LITERATUR

No	Judul Buku	Pengarang	Penerbit
1.	Ilmu Peluang dan Statistik untuk Insinyur dan Ilmuwan	Ronald E Walpole	Bandung ITB
2.	Analisis Regresi	Draper & Smith	Gramedia Pustaka Utama Jakarta
3.	Hamang Abdul	Metode Statistika	Graha Ilmu Yogyakarta
4.	Ronald J Wannacot & Thomas H Wannacot	Pengantar Statistika jilid 1	Erlangga Jakarta
5.	Spigel M.R & I Nyoman S	Statistik	Erlangga Jakarta

F. EVALUASI PERKULIAHAN

1. Bentuk Evaluasi

Evaluasi hasil perkuliahan meliputi beberapa komponen, diantaranya adalah:

- Ujian tengah semester, materi yang akan diujikan meliputi materi pekuliahan pada pertemuan pertama sampai pertemuan ketujuh (Bobot 20%)
- Ujian akhir semester, materi yang akan diujikan meliputi materi perkuliahan pada petemuan kedelapan sampai pertemuan keempatbelas (Bobot 40%)

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

- Tugas adalah makalah yang dipresentasikan pada diskusi kelas yang telah direvisi dan diserahkan palinh akhir pada saat UAS (Bobot 30%)
- Performan adalah aspek penilaian yang meliputi kehadiran,performan pada proses diskusi kelas dan personaliti (Bobot 10%)

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

2. Instrumen Evaluasi

LEMBAR OBSERVASI PERFORMAN

No	Indikator	Penilaian				
1.	Diskusi Kelas 1. Kemampuan menyampaikan ide 2. Kemampuan menyampaikan argumentasi pada saat menjawab pertanyaan 3. Sikap pada saat menyampaikan ide dan menjawab pertanyaan 4. Kerjasama antar anggota kelompok					
2.	Makalah 1. Sistematika pembahasan 2. Ruang lingkup pembahasan 3. Kakuratan pendefinisian konsep 4. Keakuratan memberi contoh konsep					
3.	Personaliti 1. Kemampuan bernalar 2. Kedisiplinan 3. Performansi berpakaian 4. Refleksi akhlak					

Surabaya, 1 Maret 2013

Mengetahui,
Ketua Jurusan PMT

Dosen Pengampu

Drs. A. Saepul Hamdani, M. Pd.
NIP. 196507312000031002

Maunah Setyawati, M.Si.
NIP. 197411042008012008

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Paket 1
ISTILAH PERCOBAAN, RUANG SAMPEL DAN KEJADIAN DALAM STATISTIKA

Pendahuluan

Pada paket ini, difokuskan pada istilah yang akan banyak digunakan dalam materi-materi berikutnya. Istilah dalam statistika tentunya sangat berbeda dengan istilah yang biasa digunakan oleh mahasiswa dalam kehidupan sehari-hari, sehingga perlu disampaikan secara detail dan mendalam. Paket 1 ini, sangat penting karena memang sangat berkaitan dengan paket-paket berikutnya. Jika mahasiswa tidak paham dengan istilah-istilah yang akan digunakan pada paket-paket berikutnya, maka bisa dipastikan mahasiswa akan tidak paham terus.

Dalam paket 1 ini, mahasiswa diberikan pemahaman pengertian percabaan, ruang sampel dan kejadian, menentukan ruang sampel sederhana dari suatu kejadian, melakukan operasi kejadian dalam ststiatika melalui tanya jawab dan diskusi. Dengan bahan bacaan yang sudah disediakan dosen meminta mahasiswa membaca kemudian mahasiswa diminta membuat daftar pertanyaan. Dosen memulai pelajaran dengan membahas pertanyaan yang diberikan mahasiswa. Kemudian untuk lebih memperkuat pemahaman mahasiswa berkaitan dengan materi ini, dosen memberi latihan soal yang diselesaikan secara berkelompok dengan diskusi. Dan dengan dikuasainya paket ini, diharapkan mahasiswa akan mudah mempelajari paket-paket selanjutnya.

Penyiapan media pembelajaran sangat penting pada paket ini. Perkuliahan pada paket ini memerlukan LCD dan laptop sebagai media yang mempermudah pembelajaran dan menghemat waktu. Selain itu diperlukan juga spidol, kertas plano untuk menulis hasil diskusi dan lembar kertas HVS kosong untuk menulis pertanyaan.

Rencana Pelaksanaan Perkuliahan

Kompetensi Dasar

Memahami pengertian Percobaan, kejadian dan ruang sampel beserta macam-macamnya

Indikator

1. Mendeskripsikan pengertian percobaan,
2. mendeskripsikan pengertian ruang sampel,
3. menentukan ruang sampel sederhana suatu percobaan,

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

4. mendiskripsikan pengertian kejadian dalam ststistika dan
5. mengopersikan suatu kejadian

Waktu

3 x 50 menit

Materi Pokok

1. Percobaan dalam statistika
2. Ruang Sampel
3. Kejadian dalam statistika
4. Operasi dengan Kejadian

Kegiatan Perkuliahan

Kegiatan Awal (15 menit)

1. Brainstorming tentang pengertian percobaan, kejadian dan ruang sampel dengan menyajikan beberapa slide.
2. Penjelasan tentang pentingnya paket ini.

Kegitan Inti (110 menit)

1. Dosen membagikan bahan bacaan kepada mahasiswa beserta satu lembar kertas HVS kosong.
2. Dosen meminta mahasiswa membaca bacaan tersebut, kemudian meminta mereka untuk membuat daftar pertanyaan yang belum dipahami
3. Dosen menjelaskan materi dengan berdasarkan dari daftar pertanyaan mahasiswa yang terbanyak.
4. Kemudian, dosen membagi mahasiswa dalam kelompok-kelompok yang berisi ± 4- 5 orang dan dosen memberi latihan soal yang harus didiskusikan penyelesaiannnya.
5. Dosen meminta perwakilan mahasiswa untuk mempresentasikan hasil diskusinya.
6. Dosen memberi penguatan.

Kegitan Penutup (10 menit)

1. Dosen mengulas kembali metri yang sudah diberikan.
2. Mahasiswa diminta membuat rangkumannya

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Tindak Lanjut (15 menit)

Dosen membagi mahasiswa menjadi 8 kelompok untuk diberi tugas dan dikirim ke-email maximal 2 hari sebelum kuliah sebagai berikut:

Kel 1 dan kel 5 : membuat makalah beserta power pointnya berkaitan dengan menghitung titik sampel dari suatu percobaan menggunakan prinsip perkalian

Kel 2 dan kel 6 : membuat makalah beserta power pointnya berkaitan dengan menghitung titik sampel dari suatu percobaan menggunakan prinsip permutasi

Kel 3 dan kel 7: membuat makalah beserta power pointnya berkaitan dengan menghitung titik sampel dari suatu percobaan menggunakan prinsip kombinasi.

Kel 4 dan kel 8: membedakan masalah yang dapat diselesaikan dengan prinsip perkalian, permutasi, atau kombinasi beserta power pointnya.

Bahan dan Alat

1. LCD
2. Laptop
3. Power point
4. Bahan bacaan
5. Kertas HVS
6. Kertas plano
7. Spidol

Uraian Materi:

Percobaan, Ruang Sampel dan Kejadian dalam Statistika

1. Percobaan dalam Statistika

Dalam dunia statistika, pekerjaan seperti melempar mata uang logam, melempar dadu, mengambil kartu dari seperangkat kartu bridge, dan sebagainya akan sering kita jumpai. Pekerjaan tersebut dalam statistika disebut percobaan.

Dalam statistika digunakan istilah percobaan untuk menyatakan tiap proses yang menghasilkan data mentah

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Berikut ini beberapa contoh percobaan dalam statistika:

1. Pada percobaan melempar mata uang logam, hasil yang muncul adalah *sisi gambar* (*G*) atau *sisi angka* (*A*).
2. Pada percobaan melempar sebuah dadu bermata enam, hasil yang muncul adalah sisi mata dadu 1, 2, 3, 4, 5, atau 6.
3. Pada percobaan memilih hari dalam satu minggu, hasil yang muncul adalah hari Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat, Sabtu, atau Minggu.

2. Ruang Sampel

Dalam Montgomery (2004 ; 17) *h*impunan semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan disebut ruang sampel

Dalam literatur yang lain disebutkan pengertian ruang sampel atau yang biasa disebut ruang contoh merupakan himpunan dari semua hasil yang mungkin pada suatu percobaan atau kejadian. Ruang sampel suatu percobaan dapat dinyatakan dalam bentuk diagram pohon atau tabel.

Ronald E. Walpole dalam bukunya Pengantar Statistika edisi ketiga menyebutkan setiap kemungkinan hasil dalam suatu ruang sampel disebut unsur atau anggota ruang sampel atau biasa disebut titik sampel.

Penulisan dari ruang sampel dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut:

1. Jika banyaknya titik sampel itu berhingga (bisa dihitung), maka kita bisa mendaftarnya dengan menggunakan koma untuk memisahkan setiap unsur dan menutupnya dengan dua kurung kurawal sehingga ruang sampel bagi percobaan pelemparan sekeping uang logam bisa dituliskan sebagai S = { A, G} dengan A menyatakan hasil angka, sedangkan G menyatakan gambar.

Gambar 1.1 Kepingan Uang Logam

2. Jika banyaknya titik sampel itu tak terhingga (tak dapat dihitung) maka bisa dinyatakan melalui sebuah pernyataan atau yang dikenal sebagai notasi pembangun himpunan.
   Contoh :

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Bila kemungkinan hasil percobaan berupa himpunan kota-kota di dunia yang di huni oleh lebih dari satu juta penduduk, maka ruang sampelnya bisa dituliskan sebagai berikut :
S = {x/x adalah kota berpenduduk lebih dari satu juta jiwa}
yang dibaca S adalah himpunan semua x dan x adalah kota berpenduduk lebih dari satu juta jiwa.

Ruang Sampel suatu Percobaan

Setiap kemungkinan hasil dalam ruang sampel disebut unsur atau anggota ruang sampel, atau lebih sering disebut titik sampel

Perhatikan percobaan pelemparan sebuah dadu mempunyai 6 sisi. Jika bila kita mengacu pada bilangan yang muncul maka ruang sampelnya adalah

S_1 = {1,2,3,4,5,6}..... contoh 1

tetapi bila kita melihat pada hasil bilangan yang muncul berupa genap atau ganjil, maka ruang sampelnya menjadi

S_2 = {genap,ganjil}..... contoh 2

Contoh 1 memperlihatkan kenyataan bahwa lebih dari satu ruang sampel yang dapat digunakan untuk menjelaskan hasil dari suatu percobaan. Dalam hal ini, S_1 mengandung informasi lebih banyak daripada S_2. Bila kita mengetahui unsur atau anggota S_1 mana yang muncul, maka kita dapat mengatakan dengan pasti anggota S_2 yang muncul tetapi pengetahuan tentang anggota S_2 yang muncul tidak cukup membantu untuk mengetahui anggota S_1 mana yang muncul. Jadi secara umum lebih baik bila yang kita ambil sebagai ruang sampel adalah himpunan yang mengandung paling banyak informasi mengenai hasil-hasil percobaan tersebut.

Contoh yang lain dalam menentukan titik sampel dengan menggunakan diagram pohon yaitu suatu percobaan pelemparan sekeping uang logam sebanyak tiga kali maka akan ada delapan titik sampel yang dihimpun dalam ruang sampel sebagai berikut :

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Maka ruang sampelnya adalah :
S = {AAA, AAG, AGA, AGG, GAA, GAG, GGA, GGG}

Ruang sampel suatu percobaan bisa juga bisa disajikan dalam bentuk tabel, seperti pada contoh berikut,percobaan pelemparan mata uang sebanyak dua kali :

Mata UangLogam	**A**	**G**
A	(AA)	(AG)
G	(GA)	(GG)

Titik sampel: (AA), (AG), (GA), (GG)
Ruang sampel (S): {(AA), (AG), (GA), (GG)}

3. Kejadian dalam Statistika

Pengertian kejadian dalam statistika adalah himpunan bagian dari ruang sampel.

Suatu kejadian yang anggota-anggotanya semua titik sampel disebut **kejadian pasti**. Sedangkan suatu kejadian yang merupakan himpunan kosong disebut **kejadian mustahil**.

Bila suatu kejadian dapat dinyatakan sebagai sebuah himpunan yang hanya terdiri dari sati titik sampel maka kejadian itu disebut **kejadian sederhana**. Sedangkan **kejadian majemuk** adalah kejadian yang dpat dinyatakan sebagai gabungan beberapa kejadian sederhana. **Ruang Kosong atau Ruang Nol** adalah himpunana bagian ruang sampel yang tidak satupun mengandung satupun anggota. Kejadian ini diberi lambang khusus ∅.

Contoh kejadian sederhana :

Kejadian munculnya angka pada percobaan pelemparan dua keping mata uang dapat dinyatakan sebagai Y = {AA} yang merupakan himpunan bagian dari ruang sampel S = {AA, AG, GA, GG}

Contoh kejadian majemuk :

Kejadian B menarik sebuah kartu merah dari sekotak kartu *bridge* merupakan kejadian majemuk, karena B = {*hear,diamond*}.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

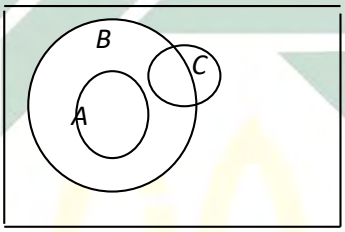
Contoh ruang nol :

B = {x/x adalah faktor bukan prima dari 11 selain 1} maka kejadian B adalah kejadian Ruang Nol karena faktor dari 11 adalah 11 dan 1, 11 adalah bilangan prima.

Hubungan antara kejadian dan Ruang Sampel padanannya dapat digambarkan dengan diagram Venn sebagai mana contoh berikut ini:
Seseorang yang menarik sebuah kartu *bridge* dari kelompok 52 kartu dimana terdapat kejadian

A : kartu *jack, queen,* atau *king diamond* yang ditarik.
B : kartu merah yang ditarik
C : kartu *As* yang ditarik

Untuk menggambarkan kejadian di atas, diagram Venn berikut ini adalah gambarannya



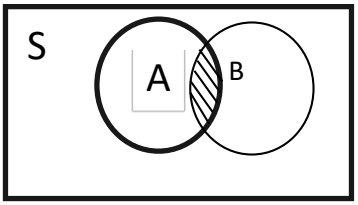
Gambar 1.2. Ruang Sampel dan Kejadiannya

4. Operasi suatu Kejadian

a. Irisan Dua Kejadian

Irisan dua kejadian *A* dan *B* adalah kejadian yang mengandung semua unsur pesekutuan kejadian *A* dan *B*

Irisan dua kejadian *A* dan *B* dilambangkan dengan $A \cap B$. Unsur-unsur dalam himpunan $A \cap B$ merupakan anggota dari *A* dan *B* yang sama. Unsur–unsur itu dapat dirinci ataupun di definisikan menurut kaidah $A \cap B = \{x|x \in A \text{ dan } x \in B\}$ dengan $\in$ berarti anggota atau termasuk dalam
Gambar :



digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Gambar 1.3. Irisan kejadian A dan kejadian B

Contoh :

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $B = \{2, 4, 6, 8\}$ maka $A \cap B = \{2, 4\}$

b. Kejadian Saling Terpisah

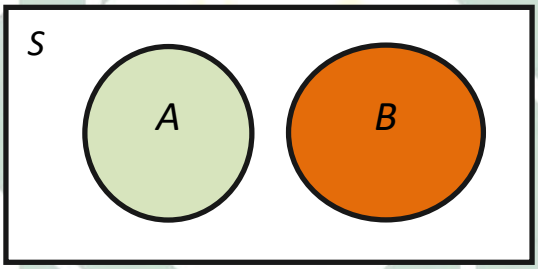
Dua kejadian A dan B dikatakan saling terpisah bila $A \cap B = \emptyset$; artinya A dan B tidak memiliki unsur persekutuan (unsur yang sama)

.

Contoh :

$A = \{a, b, c, d\}$ dan $B = \{1, 2, 3\}$ maka $A \cap B = \emptyset$

Gambar :



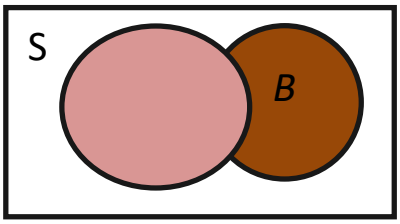
Gambar 1.4. Kejadian *A* dan kejadian *B* Saling Terpisah

c. Gabungan Dua Kejadian

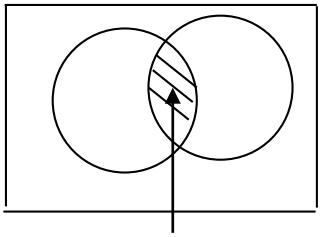
Gabungan dua kejadian A dan B adalah kejadian yang mencakup semua unsur atau anggota A atau B atau keduanya dengan dengan tidak mengulang unsur yang sama

Gabungan dua kejadian A dan B dilambangkan dengan $A \cup B$. Kaidahnya adalah $A \cup B = \{x/x \in A \text{ atau } x \in B\}$

Gambar :



digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id



Gambar 1.5. Gabungan Kejadian *A* dan kejadian *B*

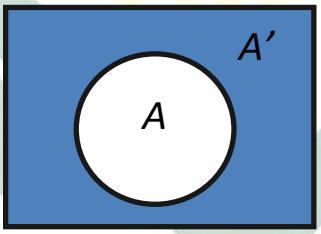
Contoh :

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $B = \{2, 4, 6, 8\}$ maka $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$

d. Komplemen Suatu Kejadian

Komplemen suatu kejadian *A* relatif terhadap *S* adalah himpunan semua anggota *S* yang bukan anggota *A*.

Kita lambangkan komplemen *A* ini dengan *A'*. Anggota *A'* dapat didaftarkan atau didefinisikan menurut kaidah $A' = \{x/x \in S$ dan $x \in A\}$.



Gambar 1.6. Komplemen Kejadian *A*

Contoh :

S = {buku, pensil, bolpoin, sepatu, seragam}

Jika A = {buku, pensil, bolpoin}

Maka A' = {sepatu, seragam}

Contoh Soal

1. Pada sebuah perusahaan ada dua jabatan yang lowong, yaitu Kepala Bagian dan Kepala Subbagian. Jika yang memenuhi syarat untuk mengisi lowongan itu ada dua pria (P_1 dan P_2) dan ada dua wanita (W_1 dan W_2), maka tulislah:

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

a. ruang sampelnya
b. kejadian A yang menyatakan Kepala Bagian diisi oleh pria, dan
c. kejadian B yang menyatakan bahwa hanya tepat satu jabatan yang diisi oleh pria.

Pembahasan

Diketahui 2 posisi akan diisi oleh 2 pria ($P1$ dan $P2$) dan 2 wanita ($W1$ dan $W2$). Sehingga titik sampelnya ditulis dalam pasangan berurutan (x, y) dengan x anggota $\{P1, P2, W1, W2\}$ jabatan sebagai Kepala Bagian dan y anggota $\{P1, P2, W1, W2\}$ jabatan sebagai Kepala Subbagian, dengan $x \neq y$ (diasumsikan tidak diperbolehkan satu orang menjabat 2 posisi).

a. $S = \{(P1, P2), (P2, P1), (P1, W1), (W1, P1), (P1, W2), (W2, P1), (P2, W1), (W1, P2), (P2, W2), (W2, P2), (W1, W2), (W2, W1)\}$; $n(S) = 12$.
b. Kejadian A menyatakan Kepala Bagian diisi oleh pria, sehingga kita ambil titik-titik sampel yang posisi pertama dari pasangan berurutannya diisi oleh $P1$ atau $P2$, yaitu $A = \{(P1, P2), (P2, P1), (P1, W1), (P1, W2), (P2, W1), (P2, W2)\}$; $n(A) = 6$.
c. Kejadian B menyatakan bahwa hanya tepat satu jabatan yang diisi oleh pria, sehingga kita ambil titik-titik sampel yang salah satu dari $P1$ atau $P2$ muncul, serta $P1$ dan $P2$tidak muncul secara bersama-sama, yaitu B = $\{(P1, W1), (W1, P1), (P1, W2), (W2, P1), (P2, W1), (W1, P2), (P2, W2), (W2, P2)\}$; $n(B) = 8$.

2. Jika kita menghimpun nama-nama hari dalam seminggu, dan mengelompokkan hari yang diawali huruf S pada himpunan A dan mengelompokkan hari yang terdiri dari lima huruf pada himpunan B, maka tentukan :
   a. Ruang sampel
   b. Irisan dua kejadian A dan B
   c. Gabungan dua kejadian A dan B
   d. Komplemen dari A

Pembahasan

a. S = {Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat, Sabtu, Minggu)
b. A = {Senin, Selasa, Sabtu} B = {Senin, Kamis, Jumat, Sabtu}
   A ∩ B = {Senin, Sabtu}
c. A ∪ B = {Senin, Selasa, Kamis, Jum'at, Sabtu}
d. A' = {Rabu, Minggu}

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Latihan Soal

1. Daftarkan semua anggota ruang sampel berikut ini:
   a) Himpunan bilangan bulat antara 1 dan 50 yang habis dibagi 8
   b) Himpunan S={x|x^2+ 4x - 5=0}.
   c) Himpunan semua hasil percobaan bila sekeping mata uang logam dilemparkan sampai sisi angka muncul atau sisi gambar tiga kali.
   d) Himpunan $S = \{x|x\ adalah\ benua\}$
   e) Himpunan $S = \{x|2x - 40\ dan\ x < 1\}$

2. Sebuah percobaan melemparkan 2 dadu satu biru dan satu kuning dan yang dicatat adalah kedua bilangan yang muncul. Bila x adalah hasil dari dadu hijau dan y hasil dari dadu merah tuliskan ruang sampel S.
   a) Dengan mendaftarkan semua unsurnya dalam bentuk xy,
   b) Dengan menggunakan catatan pembangun himpunan
3. Sebuah percobaan menanyai 3 ibu rumah tangga yang diambil secara acak mengenai apakah mereka menggunakan detergen *X.* Jika jawaban mereka ditulis menggunakan huruf *Y* untuk jawaban 'ya' dan T untuk jawaban 'tidak', maka tentukan :
   a) Daftar ruang sampel untuk percobaan tersebut
   b) Daftar unsur-unsur kejadian *A* bahwa sekurang-kurangnya ada dua ibu yang mengaku menggunakan detergen *X*
   c) Definisi kejadian yang himpunannya adalah {*TTT, YTT, TYT, TTY, YTT, TYY, YYT*}
4. Bila diketahui S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, A = {2, 4, 7, 9}, B = {1, 3, 5, 7, 9}, C = {2, 3, 4, 5}, D = {1, 6, 7}
   a) $A' \cup C$
   b) $(C' \cap D) \cup B$
   c) $S \cap B'$
   d) $A \cap C \cap D'$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Paket 2
TITIK SAMPEL

Pendahuluan

Pada paket ini, berisi tentang bagaimana menghitung titik sampel dari suatu percobaan. Pada paket ini, mahasiswa akan diajak mempelajari bagaimana mendapatkan titik sampel dengan rumus atau teori-teori. Paket ini menjadi sangat penting karena penguasaan materi pada paket ini menjadi landasan mahasiswa untuk dapat menentukan peluang maupun distribusi yang akan dipelajari pada pada paket-paket berikutnya.

Dalam paket ini, terdiri atas materi menghitung titik sampel dengan menggunakan kaidah perkalian, permutasi dan juga kombinasi serta aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari. Perkuliahan diawali dengan dosen menunjukkan bebarapa slide yang berkaitan dengan masalah sehari-hari yang dipecahkan dengan kaidah perkalian, permutasi maupun kombinasi, dosen membandingkan penyelesaiannya dengan menggunakan metode pencacahan, sehingga mahasiswa merasa kemudahannya jika menggunakan rumus kaidah perkalian, permutasi dan juga kombinasi. Kemudian dosen meminta mahasiswa untuk mempresentasikan makalah yang sudah ditetapkan kemarin pada tiap-tiap kelompok dengan aturan jika kel yang ditunjuk presentasi, maka kelompok yang lain sebagai pembanding. Akhir pembelajaran dosen memberi penguatan

Penyiapan media pembelajaran sangat penting pada paket ini. Perkuliahan pada paket ini memerlukan LCD dan laptop sebagai media yang mempermudah pembelajaran dan menghemat waktu. Selain itu diperlukan juga spidol.

Rencana Pelaksanaan Perkuliahan

Kompetensi Dasar

Memahami prinsip-prinsip untuk menghitung banyaknya titik sampel.

Indikator

1. Menghitung titik sampel dari suatu percobaan menggunakan prinsip perkalian,
2. menghitung titik sampel dari suatu percobaan menggunakan prinsip permutasi,
3. menghitung titik sampel dari suatu percobaan menggunakan prinsip kombinasi dan

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

4. Membedakan masalah yang dapat diselesaikan dengan prinsip perkalian, permutasi, atau kombinasi.

Waktu

3 x 50 menit

Materi Pokok

1. Kaidah Perkalian,
2. Permutasi,
3. Kombinasi

Kegiatan Perkuliahan

Kegiatan Awal (20 menit)

1. Dosen menanyakan "Bagaimana tugasnya, apa yang menjadi kendala waktu menyelesaikannya?"
2. Dosen memberikan gambaran dengan memberikan soal-soal sederhana yang bisa dihitung dengan mencacah kemudian dosen juga memperlihatkan dengan menghitung menggunakan rumus.

Kegitan Inti (120 menit)

1. Dosen memilih kel-1 atau kel-5 untuk mewakili presentasi malakalahnya (makalah yang dipilih untuk presentasi adalah makalah yang dianggap paling lengkap, berkualitas secara isi, variasi permasalahan yang ditampilkan beragam)
2. Kelompok lain diminta memperhatikan, mengkritisi dan menanyakan jika ada hal-hal yang perlu ditanyakan.
3. Dosen memberi penguatan
4. Dosen memilih kel-2 atau kel-6 untuk mewakili presentasi malakalahnya (makalah yang dipilih untuk presentasi adalah makalah yang dianggap paling lengkap, berkualitas secara isi, variasi permasalahan yang ditampilkan beragam)
5. Kelompok lain diminta memperhatikan, mengkritisi dan menanyakan jika ada hal-hal yang perlu ditanyakan.
6. Dosen memberi penguatan
7. Dosen memilih kel-3 atau kel-7 untuk mewakili presentasi malakalahnya (makalah yang dipilih untuk presentasi adalah makalah yang dianggap paling lengkap, berkualitas secara isi, variasi permasalahan yang ditampilkan beragam)
8. Kelompok lain diminta memperhatikan, mengkritisi dan menanyakan jika ada hal-hal yang perlu ditanyakan.
9. Dosen memberi penguatan
10. Dosen memilih kel-4 atau kel-8 untuk mewakili presentasi malakalahnya (makalah yang dipilih untuk presentasi adalah

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

makalah yang dianggap paling lengkap, berkualitas secara isi, variasi permasalahan yang ditampilkan beragam)

11. Kelompok lain diminta memperhatikan, mengkritisi dan menanyakan jika ada hal-hal yang perlu ditanyakan.
12. Dosen memberi penguatan

Kegitan Penutup (5 menit)

Dosen meminta pendapat mahasiswa tentang materi pelajaran hari ini, strateginya, dll

Tindak Lanjut (5 menit)

Mahasiswa diminta mempelajari fungsi peluang

Bahan dan Alat

1. LCD
2. Laptop
3. Power point
4. Spidol

Uraian Materi

Kaidah Perkalian, permutasi dan Kombinasi

1. Kaidah Perkalian

Ada beberapa cara untuk menentukan banyak titik sampel, berikut ini ditampilkan beberapa contoh yang dapat dijadikan gambaran.

Misalkan terdapat, dua buah baju yang berwarna putih dan biru serta tiga buah rok yang berwarna merah, kuning, dan hijau. Masalahnya adalah, ada berapa banyak pasangan warna rok dan baju yang dapat disusun?

1) Tabel Silang

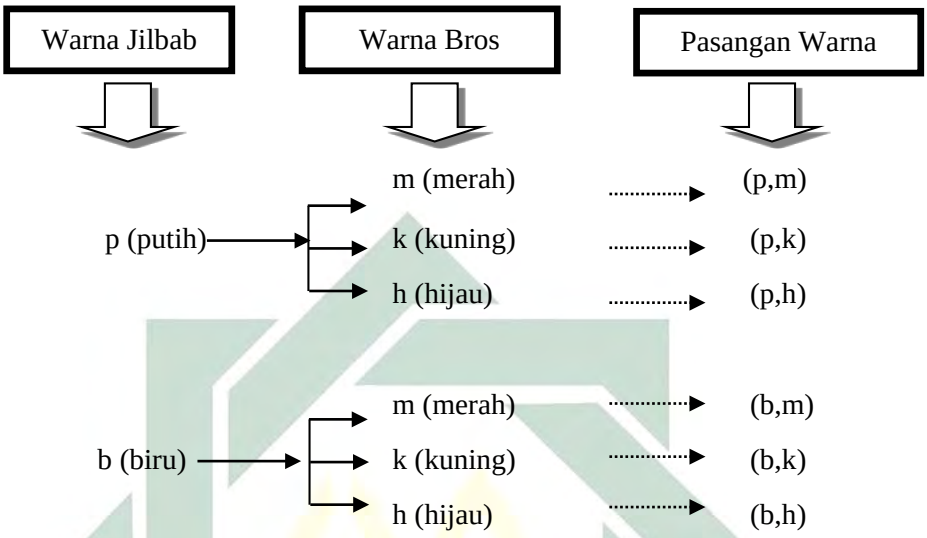
Tabel 2.1 Tabel Silang Warna Bros dan warna Jilbab

Warna Bros / Warna Jilbab	m (merah)	k (kuning)	h (hijau)
p (putih)	(p, m)	(p, k)	(p, h)
b (biru)	(b, m)	(b, k)	(b, h)

Berdasarkan tabel silang diatas, terlihat bahwa ada 6 cara untuk menyusun warna jilbab dan warna bros.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

2) Diagram Pohon



Berdasarkan diagram pohon pada gambar diatas, terlihat bahwa pasangan jilbab dan bros yang dapat disusun ada 6 pasang, yaitu jilbab putih dan bros merah, jilbab putih dan bros kuning, jilbab putih dan bros hijau, jilbab biru dan bros merah, jilbab biru dan bros kuning serta jilbab biru dan bros hijau.

3) Pasangan Terurut

Dari contoh diatas, misalkan himpunan warna jilbab dinyatakan dengan P = {p, b) dan warna bros dinyatakan dengan Q = {m, k, h). maka pasangan terurut dari himpunan p ke himpunan q adalah hasil kali (cros product) antara keduanya.

P x Q = (p, b) X (m, k, h) = {(p, m), (p, k), (p, h), (b, m), (b, k), (b, h)}

Banyak unsur dalam himpunan pasangan terurut P X Q menyatakan banyaknya pasangan warna jilbab dan warna bros yang dapat disusun, yaitu ada 6 macam pasangan warna.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Kaidah Perkalian: bila suatu operasi dilakukan dengan n_1 cara dan bila untuk tiap cara ini operasi kedua dapat dikerjakan dengan n_2 cara, maka kedua operasi itu dapat dikerjakan bersama-sama dengan $n_1.n_2$ cara.

Permasalahan di atas dalam kaidah perkalian dapat diselesaikan sebagaimana berikut banyak warna jilbab ada 2 (putih dan biru), dan banyak warna bros ada 3 (merah, kuning, dan hijau) maka:

2	**3**

Banyak pasangan warna jilbab dan bros yang dapat dibuat ada 2 x 3 = 6 pasangan warna.

2. Permutasi

Suatu susunan yang dapat dibentuk dari suatu kumpulan benda yang diambil sebagian atau seluruhnya.

Macam-macam permutasi:

a. Permutasi dengan Semua Unsur Berbeda

Jika ada n unsur yang berbeda diambil n unsur, maka banyak susunan (permutasi) yang berbeda dari n unsur tersebut adalah $P(n,n) = {}_nP_n$ dibaca permutasi tingkat n dari n unsur.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Misalkan diketahui n buah unsur akan disusun dalam n tempat yang tidak melingkar. Tempat pertama diisi dengan n cara karena ada n unsur. Tempat ke-2 diisi dengan $(n-1)$ cara karena sebuah unsur telah diisikan pada tempat pertama, tempat ke-3 diisi dengan $(n-2)$ cara dan seterusnya sampai tempat ke-$(n-1)$ diisi dengan 2 cara dan tempat ke-n (terakhir) diisi dengan 1 cara. Secara keseluruhan banyak cara untuk membuat susunan (permutasi) yang berbeda adalah:

$$n(n-1)(n-2)\dots 3\cdot 2\cdot 1 = n!$$

b. Permutasi dengan Sebagian Unsur yang Berbeda

Banyak permutasi r unsur yang diambil dari n buah unsur yang berbeda adalah $P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ untuk $r < n$.

$P(n,r)$ dibaca permutasi tingkat r dari n.

Pada sebuah himpunan, banyak permutasi r elemen yang diambil dari n elemen yang berbeda ditulis dengan notasi $P(n,r)$, ${}_nP_r$ atau P_r^n

$$P(n,r) = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\dots\big(n-(r-1)\big)$$

$$P(n,r) = \frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\dots\big(n-(r-1)\big)(n-r)(n-(r+1)\dots 3\cdot 2\cdot 1}{(n-r)\big(n-(r+1)\big)\dots 3\cdot 2\cdot 1}$$

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

c. Permutasi dengan Beberapa Unsur yang Sama

Jika terdapat n objek dengan n_1 merupakan jenis pertama, n_2 merupakan jenis kedua,… dan n_k merupakan jenis ke-k; dengan adanya n objek maka terdapat $n!$ permutasi.

Apabila P adalah banyak permutasi yang berbeda. Jenis pertama mempunyai $n_1!$, jenis kedua mempunyai $n_2!$ dan seterusnya. Berdasarkan kaidah perkalian diperoleh permutasi :

$$P(n_1!\,n_2!\,n_3!\times\dots\times n_k!)$$

Karena banyaknya objek adalah n unsur, maka :

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$P(n_1!\,n_2!\,n_3! \times \ldots \times n_k!) = n!$$

Sehingga :

$$P = \frac{n!}{n_1!\,n_2!\ldots n_k!} \Leftrightarrow \binom{n}{n_1 \cdot n_2 \cdot \ldots \cdot n_k} = \frac{n!}{n_1!\,n_2!\ldots n_k!}$$

dimana :

(i) Unsur yang sama tidak boleh dibedakan, dan

(ii) $n_1 + n_2 + n_2 + \cdots + n_k = n$

d. Permutasi Siklis (Permutasi Melingkar)

Pada permutasi siklis, kita akan menghitung berapa banyak susunan terurut yang mungkin dari sejumlah n objek yang berbeda yang ditempatkan secara melingkar. Pada permutasi siklis tidak diperhitungkan tempat kedudukan benda di lingkaran, yang diperhitungkan adalah posisi satu objek terhadap objek lainnya. Permutasi siklis dinotasikan dengan ${}_nP_{(siklis)}$.

Rumus permutasi siklis = $\boldsymbol{{}_nP_{(siklis)} = (n-1)!}$

Menurut kaidah perkalian, total banyaknya cara menempatkan n objek secara melingkar adalah $(n-1)(n-2)\ldots 2 \cdot 1 = (n-1)!$

Contoh Soal

1. Dari angka 2, 3, 4, 5, 6 akan dibentuk susunan bilangan dengan syarat tidak boleh ada angka yang sama. Berapa banyak susunan yang dapat dibentuk, jika terdiri dari 3 angka?

   Penyelesaian:

   Dengan cara perkalian langsung, pada soal terdapat angka yang jumlahnya 5, kemudian diminta untuk mengisi 3 tempat atau 3 angka.

5	4	3

   Pengisian tabelnya dimualai dari angka 5 sebab banyaknya angka pada soal ada 5. Dari tabel diatas maka dapat diketahui banyaknya angka yang dapat dibentuk ada 5 x 4 x 3 = 60 susunan

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

2. Tentukan banyak permutasi jika dua buah unsur $\{A, B\}$ dipermutasikan dua – dua tiap kelompok!
   Jawab :
   $n = 2 \Rightarrow$ Banyak permutasi adalah $P(2,2) = 2 \cdot 1 = 2$ yaitu :
   A ——— B ———▶ AB
   B ——— A ———▶ BA
3. Berapa banyak kendaraan yang dapat diberikan nomor polisi yang menggunakan lambang 1,2,3 dan ada lambang yang berulang dimana tiap nomor terdiri dari 4 angka?
   Jawab :
   $n = 4$ yaitu $\{1,2,3,4\}$
   $P(4,4) = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$
   Jadi, ada 24 kendaraan
4. Tentukan banyaknya kemungkinan dalam pemilihan presiden dan wakil presiden jika ada lima orang calon!
   Jawab :
   Masalah diatas adalah masalah permutasi 2 objek dari 5 objek maka $n = 5$ dan $r = 2$
   $$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$
   $$P(5,2) = \frac{5!}{(5-2)!}$$
   $$= \frac{5!}{3!}$$
   $$= \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1}$$
   $$= 5 \cdot 4 = 20$$
   Jadi ada 20 kemungkinan.
5. Dengan berapa cara seorang programmer akan membuat password dengan menggunakan 4 huruf dari himpunan huruf $\{A, B, C, D, E, F, G, H\}$, jika satu huruf hanya digunakan sekali?
   Jawab :
   Banyak huruf yang tersedia ada 8 yaitu $\{A, B, C, D, E, F, G, H\}$ dan hanya 4 huruf, maka $n = 8$ dan $r = 4$
   $${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$
   $${}_8P_4 = \frac{8!}{(8-4)!}$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$= \frac{8!}{4!}$$
$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$
$$= 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$$
$$= 1.680$$

Jadi ada 1.680 cara

6. Tentukan permutasi dari unsur $\{a, a, b, b, b, c\}$!
   Jawab :
   Jika $S = \{a, a, b, b, b, c\}$, maka
   $n(S) = 6$ ... (banyak contoh / anggota himpunan S)
   $n(p) = 2$ ... (banyak huruf a)
   $n(q) = 3$ ... (banyak huruf b)
   $n(r) = 1$ ... (banyak huruf c)
   Sehingga, banyakknya permutasi ialah
   $P = \binom{n(S)}{n(p) \cdot n(q) \cdot n(r)}$
   $$= \binom{6}{2 \cdot 3 \cdot 1}$$
   $$= \frac{6!}{2!\,3!\,1!}$$
   $$= \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1}$$
   $$= 6 \cdot 5 \cdot 2$$
   $$= 60$$

7. Dengan berapa cara 9 kue yang berbeda dapat disusun melingkar di atas sebuah meja?
   Jawab :
   ${}_nP_{(siklis)} = (n-1)!$
   ${}_9P_{(siklis)} = (9-1)!$
   $= 8!$
   $= 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$
   $= 40.320$
   Jadi, ada 40.320 cara
8. Raymon, Dina, Riki, Rizal, Rani dan Medhina akan mengadakan sebuah rapat tertutup di suatu meja berbentuk lingkaran. Ada

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

berapa cara berbeda sehingga kedudukan seorang peserta rapat terhadap peserta rapat lainnya berbeda?

Jawab :

Masalah tersebut adalah masalah permutasi siklis dengan $n = 6$.

$$
\begin{aligned}
{}_nP_{(siklis)} &= (n-1)! \\
{}_6P_{(siklis)} &= (6-1)! \\
&= 5! \\
&= 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \\
&= 120
\end{aligned}
$$

Jadi, ada 120 cara

Latihan Soal

1. Berapa banyak kertas yang harus disediakan, jika tiap kertas ditulisi bilangan 3 angka yang dibentuk dari lima angka 1,3,5,7,9. Jika pengulangan diperbolehkan
2. Ada berapa cara pelat mobil pribadi dapat dibuat, jika setiap pelat memuat 2 huruf yang berbeda, serta diikuti 3 angka yang berbeda, dengan angka pertama tidak boleh 0.
3. Hitunglah :
   a. $P(10,4)$
   b. $\frac{8!}{6!}$
   c. $\frac{9!}{5!3!}$
   d. $5! - 4!$
   e. $\frac{11! \times 4!}{5!}$
4. Benar atau salahkah pernyataan berikut ini!
   a. $6! \times 3! = 9!$
   b. $5! - 5! = 0!$
   c. $\frac{7!}{3!} = 4!$
   d. $5! + 3! = 8!$
5. Tentukan banyak permutasi jika tiga buah unsur $\{A, B, C\}$ dipermutasikan tiga – tiga tiap kelompok!
6. Tentukan nilai n pada 10 $P(n, 4) = P(n, 5)!$
7. Dengan berapa cara yang berbeda 7 orang siswa dapat dibagi atas tiga kelompok masing–masing anggotanya 4, 2, dan 1?
8. Menjelang HUT RI yang akan datang di salah satu RT akan dibentuk panitia inti sebanyak 2 orang (terdiri dari ketua dan wakil ketua), calon panitia tersebut ada 6 orang yaitu: a, b, c, d, e, dan f. Ada berapa pasang calon yang dapat duduk sebagai panitia inti tersebut?

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

9. Berapa banyak susunan huruf berbeda yang dapat disusun dari huruf-huruf pada kata *MATEMATIKA* dan *MARILAH*?
10. Ada berapa cara bila 8 orang remaja (s,t,u,v,w,x,y,z) menempati tempat duduk yang akan disusun dalam suatu susunan yang teratur?
11. Ada berapa cara 7 orang yang duduk mengelilingi meja dapat menempati ketujuh tempat duduk dengan urutan yang berlainan?
12. Dalam sebuah keluarga yang terdiri dari seorang ayah, seorang ibu, dan 3 orang anaknya makan bersama dan mengelilingi sebuah meja makan. Berapa banyaknya cara yang berlainan saat mereka dapat duduk, jika:
    a. mereka berpindah-pindah tempat;
    b. ayah dan ibu selalu berdekatan?

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Paket 3
PELUANG

Pendahuluan

Pada paket ini, berisi tentang bagaimana pengertian fungsi peluang, syarat fungsi peluang, sifat-sifat fungsi peluang, bobot suatu kejadian dan peluang suatu kejadian. Pada dasarnya, mahasiswa sudah pernah mendapat materi peluang ketika dibangku sekolah, akan tetapi materi peluang di tingkat sekolah merupakan peluang dari kejadian sederhana yang jujur (yang peluang terjadinya satu titik sampel dengan yang lain adalah sama). Paket ini menjadi sangat penting karena penguasaan materi pada paket ini menjadi landasan mahasiswa untuk dapat menentukan peluang maupun distribusi yang akan dipelajari pada pada paket-paket berikutnya.

Perkuliahan untuk paket ini, diawali dengan dosen memberikan pertanyaan-pertanyaan yang membuat siswa berfikir bahwa menghitung peluang tidak hanya sekedar membagi banyaknya titik sampel dari suatu kejadian tertentu dengan banyaknya titik sampel secara keseluruhan sebagaimana mereka belajar pada waktu di sekolah. Dosen juga memberi pertanyaan-pertanyaan yang berkaitan dengan pemaknaan dari nilai suatu peluang, misalnya berapa peluang besuk kiamat?, berapa peluang mahasiswa ber Ip 4,05, dll. Selanjutnya dosen memberi makalah untuk didiskusikan secara berpasangan kemudian dosen meminta mahasiswa secara perwakilan untuk mempresentasikan hasil diskusinya. Akhir pembelajaran dosen memberi penguatan. Dan untuk mengukur pemahaman dosen memberi latihan soal untuk dikerjakan secara individu.

Penyiapan media pembelajaran sangat penting pada paket ini. Perkuliahan pada paket ini memerlukan LCD dan laptop sebagai media yang mempermudah pembelajaran dan menghemat waktu. Selain itu diperlukan juga spidol.

Rencana Pelaksanaan Perkuliahan

Kompetensi Dasar

Memahami pengertian fungsi peluang beserta macam-macamnya

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Indikator

1.Menjelaskan pengertian fungsi peluang.
2.Memberikan contoh fungsi peluang.
3.Membedakan fungsi peluang dari fungsi yang lain.
4.Membuktikan beberapa sifat peluang.
5.Menjelaskan pengertian bobot, dan menentukan bobot masing-masing kejadian..
6.Menentukan peluang suatu kejadian

Waktu

3 x 50 menit

Materi Pokok

1. Pengertian Peluang
2. Sifat Peluang
3. Beberapa Hukum Peluang

Kegiatan Perkuliahan

Kegiatan Awal (20 menit)

1. Dosen memulai dengan mengingatkan kembali cara menghitung titik sampel
2. Dosen memberi pertanyaan "berapa peluang besuk kiamat?, berapa peluang bahwa setiap manusia pasti mati?, bila sebuah dadu dilatunkan berapa peluang muncul bilangan prima?, bila pada dadu diberati sehingga bilangan ganjil 2x lebih sering muncul berapa peluang munculnya bilangan prima?, dll" yang mengarah pada makna dari suatu peluang

Kegitan Inti (100 menit)

1. Dosen memberikan makalah kepada mahasiswa dan mahasiswa diminta mencermati makalah secara berpasangan.
2. Dosen meminta perwakilan mahasiswa untuk mempresentasikan pemahamannya dari makalah yang dibuat dosen dan mahasiswa yang lain diminta memberi tanggapan.
3. Dosen memberi penguatan

Kegitan Penutup (25 menit)

1. Dosen memberi latihan soal
2. Dosen memeriksa pekerjaan mahasiswa secara acak, untuk kemudian diberi komentar
3. Dosen meminta pendapat mahasiswa tentang materi pelajaran hari ini, strateginya, dll

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Tindak Lanjut (5 menit)

1. Mahasiswa diminta mencari atau membuat soal peluang sebanyak 5 soal beserta penyelesaiannya
2. Mahasiswa diminta mempelajari peluang bersyarat

Uraian Materi

Peluang

1. Pengertian

Peluang suatu kejadian A adalah jumlah dari semua bobot titik sampel pada A dan dinotasikan dengan P(A).

Peluang suatu kejadian A adalah jumlah bobot semua titik sampel yang termasuk A. Jadi $0 \leq P(A) \leq 1$, $P(\varnothing) = 0$, $P(S) = 1$

Istilah lain dari peluang dan kemungkinan adalah probabilitas. Dan secara umum probabilitas adalah peluang akan terjadinya sesuatu. Secara lengkap, definisi probabilitas adalah :*"Probability" is a measure of a likelihood of the occurance of a random event.* Terjemahan bebasnya :*"Probabilitas" ialah suatu nilai yang dipergunakan untuk mengukur tingkat terjadinya suatu kejadian yang acak.*

Ada 3 kata yang harus diketahui dalam mempelajari probabilitas yaitu :

a. Eksperimen, adalah percobaan yang dilakukan untuk mendapatkan beberapa kemungkinan hasil yang terjadi.
b. Hasil (outcome)
c. Kejadian atau peristiwa (event), adalah kumpulan dari beberapa hasil.

Semakin dekat nilai probabilitas kenilai 0, semakin kecil kemungkinan suatu kejadian akan terjadi, sebaliknya semakin dekat nilai probabilitas kenilai 1, semakin besar peluang suatu kejadian akan terjadi.

Dalam literatur yang lain, peluang adalah suatu nilai untuk mengukur tingkat kemungkinan terjadinya suatu peristiwa *(event)* yang hasilnya tidak pasti *(uncertain event)*. Peluang dinyatakan antara 0 (nol) sampai 1 (satu) atau dalam persentase. Peluang 0 menunjukkan

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

peristiwa yang tidak mungkin terjadi, sedangkan peluang 1 menunjukkan peristiwa yang pasti terjadi.

Setiap peristiwa akan mempunyai peluangnya masing-masing, dan peluang terjadinya peristiwa itu akan mempunyai penyebaran yang mengikuti suatu pola tertentu yang disebut dengan distribusi peluang.

Contoh 1

Sebuah mata uang dilantunkan dua kali. Berapakah peluangnya bahwa paling sedikit muncul sekali muka.

Jawab:

RS S = { AA,AG,GA,GG }

Bila mata uang tersebut setangkup, maka tiap hasil mempunyai kemungkinan muncul yang sama, karena itu tiap titik diberi bobot b sehingga 4b = 1 atau b = 1/4.

Bila A menyatakan kejadian paling sedikit satu gambar muncul, maka $P(A)$=3/4

Contoh 2

Suatu dadu diberati sedemikian rupa sehingga kemungkinan muncul suatu bilangan genap dua kali lebih besar daripada kemungkinan muncul suatu bilangan ganjil. Bila K menyatakan kejadian munculnya suatu bilangan yang lebih kecil dari 4 dalam satu lantunan, hitung $P(K)$

Jawab:

S = { 1,2,3,4,5,6 }

Mis bobot ganjil = b

bobot genap = 2b

Jumlah total bobot = 1, maka 3(b) +3(2b) = 1

9b = 1

b = 1/9

K = { 1,2,3 }

$P(K)$ = 1/9 + 2/9 + 1/9 = 4/9

Bobot dapat dipandang sebagai peluang yang berkaitan dengan kejadian sederhana. Bila percobaan itu bersifat sedemikian rupa sehingga tiap titik sampel S berbobot sama, maka peluang suatu kejadian A adalah nisbah (hasil bagi) banyak unsur dalam A dengan banyak unsur S.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Bila suatu percobaan dapat menghasilkan N macam hasil yang berkemungkinan sama, dan bila tepat sebanyak n dari hasil berkaitan dengan kejadian A, maka peluang kejadian A adalah

$$P(A) = \frac{n}{N}$$

Contoh 3

Bila sutu kartu ditarik dari satu kotak kartu *bridge* , Hitunglah peluangnya bahwa kartu itu *heart*

Jawab:

S = 52 kartu

A = { kartu *heart* }

n(A) = 13

Jadi $P(A) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

2. Sifat Peluang

a. Peluang suatu kejadian C adalah jumlah bobot semua titik sampel yang termasuk dalam C. Jadi $0 \leq P(C) \leq 1$, $P(\varnothing) = 0$ dan P(S)=1

b. Bila suatu percobaan dapat menghasilkan N macam hasil yang berkemungkinan sama, dan bila tepat sebanyak n dari hasil bekaitan dengan kejadian C, maka $P(C) = \frac{n}{N}$.

c. Jika P(C) terdefinisi untuk suatu tipe himpunan bagian (subset) dari ruang S dan jika,
   - $P(C) \geq 0$
   - $P(C_1 \cup C_2 \cup C_3.....) = P(C_1) + P(C_2) + P(C_3).....$, dimana $C_{i,j} = 1,2.....$ sehingga $Ci \cap Cj \neq \varnothing$, $i \neq j$
   - $P(S) = 1$

d. Untuk setiap $C \subset S$, $P(C)=1- P(C^c)$

   Bukti :

   Karena $S = C \cup C^c$ dan $C \cap C^c = \varnothing$ berdasarkan definisi 7 b dan c, maka diperoleh

   $1 = P(C) + P(C^c)$

   $P(C) = 1 - P(C^c)$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Jadi $P(C) = 1 - P(C^c)$

e. Peluang himpunan kosong (null) adalah nol, $P(\emptyset) = 0$

Bukti :

Misal $C = \emptyset$, akibatnya

$P(C) = 1 - P(C^c)$

$P(\emptyset) = 1 - P(\emptyset^c)$

$P(\emptyset) = 1 - P(S)$

$P(\emptyset) = 1 - 1$

$P(\emptyset) = 0$

f. Jika C_1 dan C_2 subset dari S sehingga $C_1 \subset C_2$, maka $P(C_1) \leq P(C_2)$.

Bukti:

Pandang $C_2 = C_1 \cup (C_1^c \cap C_2)$ dan $C_1 \cap (C_1^c \cap C_2) = \emptyset$.

Berdasarkan definisi 7 b, diperoleh

$P(C_2) = P(C_1) + P(C_1^c \cap C_2)$.

Akan tetapi, dari i atas diperoleh

$P(C_1^c \cap C_2) \geq 0$

jadi $P(C_2) \geq P(C_1)$.

g. Untuk setiap $C \subset S$, $0 \leq P(C) \leq 1$.

Bukti:

Karena $\emptyset \subset C \subset S$,

Sehingga diperoleh

$P(\emptyset) \leq P(C) \leq P(S)$ atau

$0 \leq P(C) \leq P(S)$

$0 \leq P(C) \leq 1$

3. Beberapa Hukum Peluang

a. Bila A dan B dua kejadian sembarang, maka

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Akibatnya

- Bila A dan B kejadian yang terpisah, maka
  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- Bila $A_1, A_2, \ldots, A_n$ saling terpisah, maka
  $P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n)$

Contoh 4:

Peluang seorang mahasiswa lulus matematika 2/3 dan peluangnya lulus biologi 4/9. Bila peluangnya lulus paling sedikit satu mata kuliah 4/5, berapakah peluangnya lulus dalam kedua matakuliah.

Jawab:

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

M = kejadian lulus matematika
B = kejadian lulus biologi
$P(M) = 2/3$; $P(B) = 4/9$; $P(A \cup B) = 4/5$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$
$= 2/3 + 4/9 - 4/5$
$= 14 / 45$

Contoh 5:

Berapakah peluangnya mendapatkan jumlah 7 atau 11 bila dua dadu dilantunkan.

Jawab:
A = kejadian jumlah 7 muncul : {(2,5);(5,2);(3,4);(4,3);(1,6);(6,1) }
B = kejadian jumlah 11 muncul : { (5,6);(6,5) }
$n(A) = 6$; $n(B) = 2$; $n(S) = 36$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$= 6/36 + 2/36 - 0$
$= 8/36 = 2/9$

b. Bila A dan A' kejadian yang saling berkomplemen, maka

$P(A') = 1 - P(A)$

Contoh 6:

Suatu mata uang setangkup dilantunkan berturut-turut sebanyak 6 kali. Berapa peluangnya paling sedikit sekali muncul muka.

Jawab:
E = kejadian paling sedikit sekali muncul muka
E ={ MBBBBB, BMBBBB, … }
E' = kejadian tidak ada muka yang muncul
E' = { BBBBBB }
$n(E') = 1$; $n(S) = 2^6 = 64$; $P(E') = 1/64$
Jadi $P(E) = 1 - P(E')$
$= 1 - 1/64 = 63/64$

Contoh Soal dan Penyelesaian

1. Suatu dadu diberi pemberat sedemikian rupa hingga terdapat kemungkinan muncul suatu angka ganjil 3 kali lebih besar daripada kemungkinan muncul suatu angka genap. Bila L merupakan kejadian munculnya suatu angka yang lebih besar dari 3 dalam satu lemparan. Hitunglah P(L) !
   Jawab :

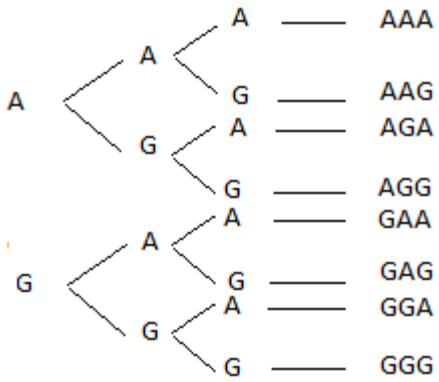
digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Ruang sampel D = {1,2,3,4,5,6}.
Misalkan bobot tiap angka genap b maka bobot tiap angka ganjil adalah 3b.
Karena jumlah semua bobot 1
maka 3b + 3(3b) = 1
12b = 1
b = $\frac{1}{12}$.
Jadi tiap angka genap berbobot $\frac{1}{12}$ sedangkan tiap angka ganjil berbobot $\frac{3}{12}$.
Jadi
L = {4,5,6}
dan
P(L) = $\frac{1}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$

2. Pada contoh no 1 misalkan L adalah kejadian bahwa angka ganjil yang muncul dan M kejadian bahwa bilangan prima yang muncul. Maka tentukanlah P(L ∪ M) dan P(L ∩ M) !
   Jawab :
   Untuk kejadian L = {1, 3, 5}
   kejadian M = {2, 5}.
   P(L ∪ M) = {1, 2, 3, 5} dan P(L ∩ M) = {5}.
   Dengan menggunakan peluang tiap angka genap $\frac{1}{12}$ dan tiap angka ganjil $\frac{3}{12}$. Maka
   P(L ∪ M) = $\frac{3}{12} + \frac{1}{12} + \frac{3}{12} + \frac{3}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$
   Dan P(L ∩ M) = $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

3. Sebuah koin dilemparkan 3 kali. Berapa peluang munculnya paling sedikit gambar dua kali?
   Jawab :

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id



Ruang sampel K = {GGG, GGA, GAG, GAA, AGG, AGA, AAG, AAA}

Apabila koin tersebut dalam keadaan setimbang, maka kemungkinan setiap hasil yang muncul adalah sama. Karena itu setiap titik sampel diberi bobot b sehingga 8b = 1 atau b = $\frac{1}{8}$.

Bila L merupakan kejadian bahwa paling sedikit gambar dua kali muncul, maka

L = {GGG, GGA, GAG, AGG}

dan

P(L) = $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

4. Pada percobaan pelemparan sebuah dadu, tentukan peluang kejadian muncul bilangan ganjil !

   Jawab :

   S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} dan n(S) = 6

   Dan misal kejadian muncul bilangan ganjil adalah G, maka :

   G = {1, 3, 5} dan n(G) = 3

   Jadi, P(G) = $\frac{n(G)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

5. Dari seperangkat kartu bridge diambil sebuah kartu secara acak. Berapakah frekuensi harapan terambil kartu AS, jika pengambilan dilakukan sebanyak 130 kali

   Jawab :

   n(S) = 52

   Misal kejadian muncul kartu As adalah B, maka n(B) = 4

   Jadi, F_r(B) = $\frac{n(B)}{n(S)} \times n = \frac{4}{52} \times 130 = 10$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

6. Terdapat 21 kartu yang diberi nomor secara urut dimulai dari 1, 2, 3, 4, ..., 20, 21. Dimasukkan dalam sebuah kantong. Sebuah kartu diambil secara acak dari kantong tersebut. Berapakah peluang terambilnya kartu bernomor yang habis dibagi 2 dan 4 ?
   Jawab :
   n(S) = 21
   Misal K adalah bilangan diantara 1 sampai 21 yang habis dibagi 2 dan 3, maka K = {6, 12, 18} dan n(K) = 3
   Jadi, P(K) = $\frac{n(K)}{n(S)} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$

7. Dua dadu berwarna merah dan putih dilemparkan secara bersama-sama. Peluang munculnya mata dadu berjumlah delapan adalah ?
   Jawab :

		DADU II					
		1	2	3	4	5	6
D	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
A	2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
D	3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
U	4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
I	5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

   n(S) = 36
   Misal T adalah munculnya mata dadu berwarna merah dan putih yang berjumlah 9,
   T = {(6, 3), (5, 4), (4, 5), (3, 6)}
   n(T) = 4.
   Jadi, P(T) = $\frac{n(T)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

8. Sebuah kantong berisi 100 kartu yang diberi nomor 7 sampai 106. Sebuah kartu diambil secara acak dari kantong itu. Berapa peluang terambilya kartu yang merupakan bilangan kuadrat ?
   Jawab :
   n(S) = 100
   Misal K adalah munculnya kartu yang nomornya merupakan bilangan kuadrat,
   K = {9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100}
   n(K) = 8

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Jadi, P(K) = $\frac{n(K)}{n(S)} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$

9. Pada percobaan lempar undi 3 keping uang logam yang dilakukan sebanyak 280 kali. Berapa frekuensi harapan munculnya 2 angka ?
   Jawab :
   S = {GGG, GGA, GAG, GAA, AGG, AGA, AAG, AAA}
   n(S) = 8
   Misal A adalah munculnya 2 angka, maka A = {GAA, AGA, AAG}
   n(A) = 3.
   Jadi, F_r(A) = $\frac{n(A)}{n(S)} \times n = \frac{3}{8} \times 280$ = 105 kali

4. Sebuah dadu dilemparkan sebanyak 672 kali. Frekuensi harapan munculnya mata dadu yang merupakan bilangan prima adalah sebanyak ?
   Jawab :
   S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} dan n(S) = 6
   Misal D adalah mata dadu yang merupakan bilangan prima,
   D = {2, 3, 5}
   n(D) = 3
   Jadi, F_r(D) = $\frac{n(D)}{n(S)} \times n = \frac{3}{6} \times 672$ = 336 kali

5. Satu dadu diberi pemberat sedemikian rupa sehingga kemungkinan muncul suatu bilangan ≤ 3 tiga kali lebih besar daripada kemungkinan muncul suatu bilangan > 3. Bila T menyatakan kejadian munculnya suatu bilangan yang lebih kecil dari 3 dalam satu lantunan. Hitung P(T) !
   Jawab :
   S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
   Misal bobot bilangan > 3 = b
   bobot bilangan ≤ 3 = 3b
   Jumlah total bobot = 1, maka 3(b) + 3(3b) = 1
   12b = 1, b = $\frac{1}{12}$
   T = {1,2}
   P(T) = $\frac{3}{12} + \frac{3}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Paket 4
PELUANG BERSYARAT

Pendahuluan

Pada paket ini, berisi tentang bagaimana pengertian fungsi peluang bersyarat, kejadian saling bebas dan kaidah Bayes. Dari paket 3 yang sudah dipelajari, kemudian mahasiswa diperkenalkan dengan materi peluang yang lebih komplek dengan harapan wawasan mereka akan materi peluang lebih banyak. Paket ini menjadi sangat penting karena penguasaan materi pada paket ini menjadi landasan mahasiswa untuk dapat menentukan peluang maupun distribusi yang akan dipelajari pada pada paket-paket berikutnya.

Perkuliahan untuk paket ini, diawali dengan dosen memberikan soal-soal yang menantang kepada mahasiswa untuk diselesaikan secara individu. Selanjutnya dosen mengelompokkan mahasiswa 3-4 orang untuk mendiskusikan hasil kerja individu. Dosen meminta mahasiswa secara perwakilan untuk mempresentasikan hasil diskusinya. Akhir pembelajaran dosen memberi penguatan.

Penyiapan media pembelajaran sangat penting pada paket ini. Perkuliahan pada paket ini memerlukan LCD dan laptop sebagai media yang mempermudah pembelajaran dan menghemat waktu. Selain itu diperlukan juga spidol.

Rencana Pelaksanaan Perkuliahan

Kompetensi Dasar

Memahami pengertian peluang bersyarat dan memahami aturan Bayes

Indikator

1. Menjelaskan pengertian peluang bersyarat.
2. Menggunakan aturan peluang bersyarat dalam menyelesaikan masalah.
3. Menjelaskan kejadian saling bebas dari peluang bersyarat
4. Menggunakan aturan perkalian dari peluang bersyarat dalam menyelesaikan masalah
5. Menentukan peluang suatu kejadian bersyarat dengan proses stokastik berhingga.
6. Membuktikan aturan Bayes.
7. Menggunakan aturan Bayes untuk menyelesaikan masalah.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Waktu

3 x 50 menit

Materi Pokok

1. Pengertian Peluang Bersyarat
2. Kaidah Bayes

Kegiatan Perkuliahan

Kegiatan Awal (20 menit)

1. Dosen memulai dengan mengingatkan kembali cara menghitung peluang sederhana maupun yang diberi pembobot.
2. Dosen memotivasi mahasiswa dengan memberikan beberapa gambaran yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan peluang. Misalnya "Jika saya ingin membeli barang di suatu toko yang menurut saya harganya mahal, kemudian hasil survey saya kepada pelayannya menunjukkan dari pengiriman sebanyak 20 diketahui ada yang rusak sebanyak 3 buah, berapa peluang jika saya beli dua barang tersebut dan diketahui keduanya rusak, peluang satu rusak dan peluang tidak ada yang rusak?. Bagimana jika kemarin sudah terjual sebanyak 2 barang, bagaimana dengan peluangnya?"

Kegitan Inti (120 menit)

1. Dosen memberikan soal untuk diselesaikan secara individu
2. Dosen mengelompokkan mahasiswa 3-4 orang untuk mendiskusikan soal yang sudah dikerjakan secara individu.
3. Dosen meminta perwakilan kelompom mahasiswa untuk mempresentasikan pemahamannya dari soal yang dibuat dosen dan mahasiswa yang lain diminta memberi tanggapan.
4. Dosen memberi penguatan

Kegitan Penutup (15 menit)

Dosen meminta pendapat mahasiswa tentang materi pelajaran hari ini, strateginya, dll

Tindak Lanjut (5 menit)

Mahasiswa diminta mencari atau membuat soal peluang bersyarat sebanyak 5 soal beserta penyelesaiannya

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Uraian Materi

Peluang Bersyarat

1. Pengertian Peluang Bersyarat

Peluang bersyarat *P(B/A)* adalah peluang terjadinya suatu kejadian *B*, bila kejadian *A* telah terjadi.

Misalnya pada lantunan dadu tunggal dalam keadaan tidak setimbang dimana *B* kejadian munculnya bilangan kuadrat murni {1,4}. Munculnya bilangan genap 2x lebih besar daripada bilangan ganjil, sehingga didapatkan *P(genap)* = 2/9 dan *P (ganjil)* = 1/9. *P(B)* = 1/9 + 2/9 = 3/9 = 1/3. Sekarang misal diketahui *A* munculnya bilangan > 3, maka *A* { 4,5,6 } yang merupakan himpunan bagian *S.* Untuk menghitung *P(B)* yang relatif terhadap *A*, maka kita harus memberi bobot yang baru bagi unsur *A* yang sebanding dengan peluang semula , yaitu 2(2w)+w =1

5w = 1

w = 1/5

Kejadian *B* ternyata berisi satu titik sampel yaitu 4, sehingga *P(B/A)*= 2/5.

Dapat ditulis *P(B/A)* = $\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{2/9}{5/9} = \frac{2}{5}$

P(A∩B) dan *P(A)* dihitung dari RS asal *S.*

Peluang bersyarat B bila A diketahui dilambangkan dengan P(B/A), didefinisikan sebagai $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ ***dengan P(A) > 0***

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Sehingga berlaku kaidah penggandaan:

Kaidah penggandaan. Bila dalam suatu percobaan kejadian A dan B keduanya dapat terjadi sekaligus, maka

$$P(A \cap B) = P(A).P(B/A)$$

$$P(A \cap B) = P(B).P(A/B)$$

Contoh 1:

Ruang sampel *S* menyatakan orang dewasa yang telah tamat Sarjana di kecamatan kesamben Jombang. Mereka dikelompokkan menurut jenis kelamin dan status pekerjaan sebagai berikut:

	Bekerja *(E)*	Nganggur *(E ')*
Lk/M	460	40
Pr/F	140	260
Total	600	300

Misalkan kita akan mengambil secara acak seorang diantara mereka untuk ditugaskan mempublikasikan wisata di kota tesebut. Hitung peluang terpilih seorang laki-laki dan ia harus berstatus pekerja.

Jawab:

M = yang terpilih laki-laki

E = yang terpilih telah bekerja

$n(S) = 900$; $n(E) = 600$; $n(E \cap M) = 460$

$P(E) = \frac{600}{900} = \frac{2}{3}$; $P(E \cap M) = \frac{460}{900} = \frac{23}{45}$

$$P(M/E) = \frac{P(M \cap E)}{P(E)} = \frac{23/45}{2/3} = \frac{23}{45}.\frac{3}{2} = \frac{11}{15}$$

Contoh 2:

Peluang suatu penerbangan regular berangkat tepat waktu adalah $P(D) = 0{,}83$, peluang penerbangan itu mendarat tepat waktunya $P(A) = 0{,}92$ dan peluang penerbangan itu berangkat dan mendarat tepat pada

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

waktunya $P(D \cap A)$ = 0,78. Hitung peluang bahwa suatu pesawat pada penerbangan itu

a. mendarat pada waktunya bila diketahui pesawat itu berangkat pada waktunya
b. pesawat itu berangkat pada waktunya bila diketahui bahwa pesawat itu mendarat pada waktunya

Jawab:

a. $P(A/D) = \dfrac{P(A \cap D)}{P(D)} = \dfrac{0{,}78}{0{,}83} = 0{,}94$

b. $P(D/A) = \dfrac{P(A \cap D)}{P(A)} = \dfrac{0{,}78}{0{,}92} = 0{,}85$

Contoh 3:

Percobaan pengambilan dua kartu *bridge* berturut-turut dengan pengembalian. Berapakah peluang terambil sebuah *spade* bila pengambilan pertama kartu As.

Jawab:

A = kejadian kartu pertama As

B = kejadian kartu kedua *Spade*

$P(B/A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{1/52}{4/52} = \dfrac{1}{4}$

Contoh 4:

Dalam sebuah kotak berisi 20 sekering, 5 diantaranya rusak. Bila 2 sekering diambil secara acak dan tanpa pengembalian. Berapa peluang sekering yang terambil keduanya rusak. $A \cap B$ dapat kita tafsirkan sebagai A terjadi dan kemudian B terjadi setelah A terjadi

Jawab:

A = kejadian pengambilan pertama sekering rusak

B = kejadian pengambilan kedua sekering rusak

$P(A)$ = 5/20 = 1/4

$P(B)$ = 4/19

$P(A \cap B) = \dfrac{1}{4} . \dfrac{4}{19} = \dfrac{1}{19}$

Bila sekering dari pengambilan pertama dikembalikan kedalam kotak, maka peluang mendapatkan sekering rusak pada pengambilan kedua $P(B)$ sebesar 5/20 = 1 /4, sehingga

$P(B/A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{1/19}{4/19} = \dfrac{1}{4}$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$P(B/A) = P(B)$

Bila $P(B/A) = P(B)$, maka kita dapat mengembangkan di atas sehingga diperoleh kaidah penggandaan khusus.

Kaidah penggandaan khusus. Bila kejadian A dan B bebas, maka
$P(A \cap B) = P(A).P(B)$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A)$$

Dengan kata lain, kejadian A dan B dikatakan bebas, bila
$P(B/A) = P(B)$
$P(A/B) = P(A)$
Bila hal itu tidak dipenuhi, A dan B dikatakan tidak bebas.

Contoh 5:

Selidiki contoh 9, apakah kejadian A dan B adalah dua kejadian yang saling bebas.
Jawab:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1/52}{4/52} = \frac{1}{4} \;;$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/52}{13/52} = \frac{1}{13}$$

Saling bebas jika $P(B/A) = P(B)$ atau $P(A/B) = P(A)$

$$P(B) = \frac{1}{4}; \qquad P(A) = \frac{1}{13}$$

Karena $P(B/A) = P(B)$ dan $P(A/B) = P(A)$, maka dapat dikatakan bahwa kejadian A dan B saling bebas.

Contoh 6:

Suatu kota kecil memiliki satu mobil pemadam dan satu mobil ambulans. Peluang mobil pemadam dapat digunakan pada waktu diperlukan 0,98 dan peluang mobil ambulans tersedia saat diperlukan

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

0,92. Hitung peluang mobil ambulans dan mobil pemadam keduanya tersedia dan siap digunakan

Jawab:

$P(A \cap B) = P(A).P(B)$

$= 0{,}98 \,.\, 0{,}92 = 0{,}9016.$

Contoh 7:

Sebuah kantong (I) berisi kelereng 4 putih dan 3 hitam. Kantong yang kedua (II) berisi kelereng 3 putih da 5 hitam. Satu kelereng diambil dari kantong I dan tanpa dilihat lalu dimasukkan ke dalam kantong II. Berapa peluang mendapatkan kelereng hitam bila diambil satu kelereng dari kantong II

Jawab:

B_I = terambil kelereng hitam dari kantong I

B_{II} = terambil kelereng hitam dari kantong II

W_I = terambil kelereng putih dari kantong I

$P[(B_I \cap B_{II}) \cup (W_I \cap B_{II})] = P(B_I \cap B_{II}) + P(W_I \cap B_{II})$

$= P(B_I)\ P(B_{II} / B_I) + P(W_I)\ P(B_{II} / W_I)$

$= 3/7 \,.\, 6/9 + 4/7 \,.\, 5/9$

$= 28 / 33$

Kaidah penggandaan umum. Jika dalam suatu percobaan, kejadian $A_1, A_2, \ldots, A_k$ dapat terjadi, maka:

$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_k) = P(A_1)\ P(A_2/A_1).P\ (A_3/A_1 \cap A_2) \ldots P\ (A_k/A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_{k-1})$

Jika kejadian-kejadian $A_1, A_2, \ldots, A_k$ *bebas, maka*

$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_k) = P(A_1)P(A_2)P(A_3)\ldots P(A_k)$

Contoh 8:

Tiga kartu *bridge* diambil berturut-turut tanpa pengembalian. Tentukan peluang bahwa kartu yang terambil pertama As merah, yang kedua kartu sepuluh atau *Jack* dan yang ketiga > 3 dan < 7

Jawab:

A_1 = kejadian kartu pertama *As* merah

A_2 = kejadian kartu kedua sepuluh atau *jack*

A_3 = kejadian kartu ketiga >3 dan < 7

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$n(A_1) = 2$; $n(A_2) = 8$; $n(A_3) = 12$

$P(A_1) = \frac{2}{52}$; $P(A_2/A_1). = \frac{8}{51}$; $P(A_3/A_1 \cap A_2) = \frac{12}{50}$

$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)\, P(A_2/A_1).P(A_3/A_1 \cap A_2)$

$$= \frac{2}{52} \quad \frac{8}{51} \quad \frac{12}{50} = \frac{8}{5525}$$

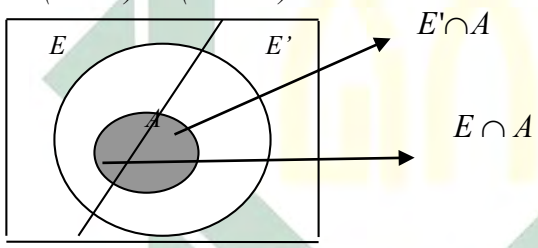
2. Kaidah Bayes

Misal dari contoh diatas (tentang Sarjana di kecamatan Kesamben Jombang) terdapat informasi tambahan, bahwa 36 diantara yang bekerja (*E*) dan 12 diantara yang nganggur *(E ‘)* menjadi anggota balap sepeda. Berapa peluang kejadian *A* bahwa yang terpilih adalah anggota balap sepeda.

Jawab:

A merupakan 2 kejadian yang saling terpisah yaitu $(E \cap A)$ dan $(E' \cap A)$

$A = (E \cap A) \cup (E' \cap A)$



Gambar 4.1 Diagram Venn kejadian A, E dan E ‘

Dengan kaidah yang ada, dapat ditulis :

$P(A) = P(E)\ P(A/E) + P(E')\ P(A/E')$

$P(E) = \frac{600}{900} = \frac{2}{3}$; $P(A/E) = \frac{36}{600} = \frac{3}{50}$

$P(E') = 1 - P(E)$; $P(A/E') = \frac{12}{300} = \frac{1}{25}$

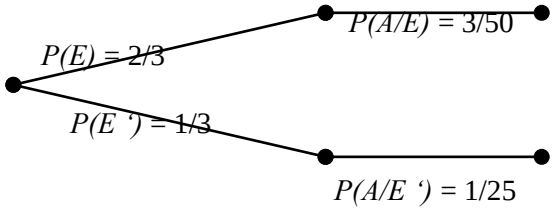
$= 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

Jadi $P(A) = P(E)\ P(A/E) + P(E')\ P(A/E')$

$$= \frac{2}{3}\frac{3}{50} + \frac{1}{3}\frac{1}{25} = \frac{4}{75}$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Dapat digambar dalam diagram pohon



$$P(A) = = \frac{2}{3}\frac{3}{50} + \frac{1}{3}\frac{1}{25} = \frac{4}{75}$$

Secara umum, kasus diatas merupakan penyekatan RS menjadi *k* himpunan bagian yang dapat dinyatakan dengan kaidah peluang total atau kaidah eleminasi.

Peluang total. Bila kejadian-kejadian $A_1, A_2, \ldots, A_k$ suatu himpunan kejadian yang merupakan sekatan RS S dengan $P(A_i) \neq 0$ untuk $i = 1,2,\ldots,k$. Misal B suatu kejadian sembarang dalam S dengan $P(B) \neq 0$. Maka untuk $n = 1,2,\ldots, k$

$$P(A_n / B) = \frac{P(A_n \cap B)}{\sum_{i=1}^{k} P(A_i \cap B)} = \frac{P(A_n)P(B / A_n)}{\sum_{i=1}^{k} P(A_i)P(B / A_i)}$$

Bukti

Dari gambar 4.2 terlihat bahwa kejadian *B* merupakan gabungan dari sejumlah kejadian yang terpisah $B = (A_1 \cap B) \cup (A_2 \cap B) \cup \ldots \cup (A_k \cap B)$

$$P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \ldots + P(A_k \cap B)$$
$$= \sum_{i=1}^{k} P(A_i \cap B)$$

Menurut definisi peluang bersyarat

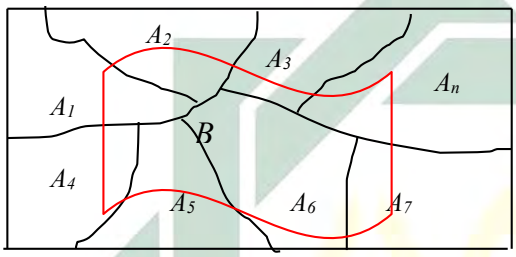
$$P(A_n / B) = \frac{P(A_n \cap B)}{P(B)}$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$= \frac{P(A_n \cap B)}{\sum_{i=1}^{k} P(A_i \cap B)}$$

Sehingga didapatkan pembilang dan penyebut diperoleh bentuk lain

$$P(A_n / B) = \frac{P(A_n)P(B \cap A_n)}{\sum_{i=1}^{k} P(A_i)P(B \cap A_i)}$$



Gambar 4.2. Penyekatan RS *S*

Contoh 9:

Tiga anggota sebuah organisasi telah dicalonkan sebagai ketua. Peluang Tuan Sby terpilih adalah 0,5, peluang Bu Mega 0,2 dan peluang Gus Dur 0,3. Peluang kenaikan iuran anggota 0,8 jika Gus Dur terpilih. Seandainya Bu Mega atau Tuan Sby terpilih, peluang kenaikan iuran anggota masing-masing adalah: 0,4 dan 0,1. Berapakah

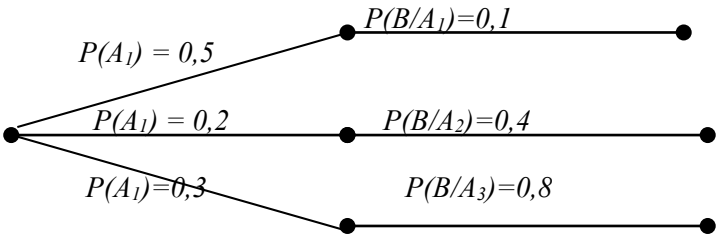
a. Peluang terjadinya kenaikan iuran anggota
b. peluang Bu Mega terpilih jika iuran anggota sudah dinaikkan

Jawab:

A = kejadian iuran anggota naik
B_1 = kejadian Tuan Sby terpilih
B_2 = kejadian Bu Mega terpilih
B_3 = kejadian Gus Dur terpilih

a. $P(A) = P(B_1 \cap A) + P(B_2 \cap A) + P(B_3 \cap A)$
$= P(B_1)\ P(A / B_1) + P(B_2)\ P(A / B_2) + P(B_3)\ P(A / B_3)$
$= (0,5)\ (0,1) + (0,2)\ (0,4) + (0,3)\ (0,8)$
$= 0,37$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id



Untuk menjawab pertanyaan b, dapat digunakan kidah Bayes

$$P(B_2 / A) = \frac{P(B_2)P(A/B_2)}{P(A)}$$

$$= \frac{(0,2).(0,4)}{0,37} = \frac{0,08}{0,37} = \frac{8}{37}$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Paket 5
PEUBAH ACAK DAN DISTRIBUSI PELUANG DISKRET

Pendahuluan

Pada paket ini, berisi tentang bagaimana peubah acak dan distribusi peluang peubah acak diskret atau distribusi peluang diskret. Dari paket 4 yang sudah dipelajari, kemudian mahasiswa diperkenalkan dengan materi ini dengan harapan wawasan mereka akan materi peluang lebih banyak. Paket ini menjadi sangat penting karena penguasaan materi pada paket ini menjadi landasan mahasiswa untuk dapat menentukan distribusi yang akan dipelajari pada pada paket-paket berikutnya.

Perkuliahan untuk paket ini, diawali dengan dosen membagi mahasiswa menjadi 6 kelompok. Kel 1,2 dan 3 mendiskusikan tentang Peubah Acak. Kel 4,5 dan mendiskusikan tentang Distribusi Peluang Diskret. Kemudian dosen meminta mahasiswa melakukan karya kunjung dengan aturan dua orang kel-1 berkunjung ke ke-4, begitu sebaliknya. Dua orang dari kel-2 berkunjung ke kel-5, begitu sebaliknya. Dua orang kel-3 berkunjung ke kel-6, begitu sebaliknya. Mereka diminta menjeaskan hasil diskusinya kepada kelompok lain dan kelompok yang dikunjungi diminta memberi tanggapan. Akhir pembelajaran dosen memberi penguatan.

Penyiapan media pembelajaran sangat penting pada paket ini. Perkuliahan pada paket ini memerlukan LCD dan laptop sebagai media yang mempermudah pembelajaran dan menghemat waktu. Selain itu diperlukan juga spidol.

Rencana Pelaksanaan Perkuliahan

Kompetensi Dasar
Memahami Peubah Acak dan distribusi peluang.

Indikator
1. Mendeskripsikan pengertian Peubah acak
2. Menjelaskan distribusi peluang diskret

Waktu
3 x 50 menit

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Materi Pokok

1. Peubah Acak
2. Distribusi Peluang Diskret

Kegiatan Perkuliahan

Kegiatan Awal (20 menit)

1. Dosen memulai dengan mengingatkan kembali materi minggu lalu
2. Dosen memberikan gambaran materi pada pertemuan hari ini dengan melontarkan pertanyaan dan mahasiswa diminta menyelesaikannya dengan bimbingan dosen. Soal tersebut adalah Jika sebuah dadu dilantunkan berapa peluang muncul satu, dua sampai enam, kemudian dosen meminta mahasiswa menuliskan di papan tulis dengan menggunakan tabel distribusi peluang.

Kegitan Inti (120 menit)

1. Dosen membagi mahasiswa menjadi 6 kelompok
2. Kel 1,2 dan 3 mendiskusikan tentang Peubah Acak. Kel 4,5 dan mendiskusikan tentang Distribusi Peluang Diskret.
3. Dosen meminta mahasiswa melakukan karya kunjung dengan aturan dua orang kel-1 berkunjung ke ke-4, begitu sebaliknya. Dua orang dari kel-2 berkunjung ke kel-5, begitu sebaliknya. Dua orang kel-3 berkunjung ke kel-6, begitu sebaliknya. Mereka diminta menjeaskan hasil diskusinya kepada kelompok lain dan kelompok yang dikunjungi diminta memberi tanggapan.
4. Dosen memberi penguatan

Kegitan Penutup (15 menit)

Dosen meminta pendapat mahasiswa tentang materi pelajaran hari ini, strateginya, dll

Tindak Lanjut (5 menit)

Mahasiswa diminta mahasiswa membuat makalah tentang distribusi peubah acak kontinu

Uraian Materi

Peubah Acak dan Distribusi Peluang Diskret

1. Peubah Acak

Pemilihan terhadap suatu percobaan dari suatu populasi dapat menimbulkan sebarang hasil yang mungkin dapat terjadi. Dengan

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

demikian kita tidak pernah mengetahui unsur sampling yang kita peroleh. Maka, pemilihan secara acak sejumlah n unsur dari suatu populasi sebetulnya terdiri dari sejumlah n percobaan dari suatu percobaan acak. Jadi setiap kali kita memilih sampel acak, maka sama halnya dengan melakukan suatu percobaan acak yang hasilnya merupakan nilai-nilai sampling. Dengan begitu, kita akan memperoleh sejumlah angka kuantitatif bagi tiap hasil.

Sebagai contoh, ruang sampel yang memberi gambaran menyeluruh dari tiap hasil yang mungkin dari percobaan pelemparan mata uang sebanyak empat kali dapat ditulis sebagai berikut :

X = {AAAA, AAAG, AAGA, AGAA, GAAA, GGAA,……., GGGG}

Jika yang diperlukan hanya munculnya gambar maka hasil angka kuantitatif yaitu AAAA= 0 (tidak muncul gambar), AAAG= 1 (muncul gambar 1 kali), GGAA= 2 (muncul gambar 2 kali), GGGA= 3 (muncul gambar 3 kali), GGGG= 4 (muncul gambar 4 kali), dan seterusnya. Bilangan 0, 1, 2, 3, dan 4 merupakan besaran acak yang nilainya ditentukan dari hasil percobaan. Nilai tersebut dapat dipandang sebagai nilai-nilai yag diambil oleh suatu peubah acak tertentu, yang dalam kasus ini menyatakan berapa kali muncul gambar dari pelemparan mata uang sebanyak emapt kali.

Dari penjelasan di atas maka dapat diperoleh :

Peubah acak yaitu suatu fungsi yang mengaitkan suatu bilangan real pada setiap unsur dalam ruang sampel.

Suatu peubah acak akan dinyatakan dengan huruf besar, misalnya X, sedangkan harganya dinyatakan dengan huruf kecil yang berpadanan, misalnya x.

Peubah acak biasanya dinyatakan dengan huruf besar, misalnya X, sedangkan harganya dinyatakan dengan huruf kecil yang berpadanan misalnya x.

Untuk lebih memahami definisi peubah acak, marilah kita berlatih dengan contoh-contoh soal berikut:

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Contoh 1:

Tiga pelajar; Kiki, Luqman dan Mono menitipkan bukunya kepada salah satu teman mereka saat akan mengikuti ujian lisan. Ketika selesai ujian lisan, temannya mengembalikan buku mereka secara acak. Bila Kiki, Luqman dan Mono dalam urutan seperti itu manerima buku dari temannya, maka tulislah titik sampel untuk semua urutan yang mungkin mendapatkan buku tersebut dan kemudian cari nilai u dari U yang menyatakan jumlah urutan yang urut.

Jawab :

Bila K, L dan M menyatakan masing-masing urutan buku milik Kiki, Luqman dan Mono. Maka susunan pengembalian buku yang mungkin dan padanan yang urut (u) adalah:

Ruang Sampel	u
KLM	3
KML	1
LKM	1
LMK	0
MLK	1
MKL	0

Contoh 2:

Dua kelereng diambil satu demi satu tanpa dikembalikan dari suatu kantong berisi 4 kelereng biru dan 3 kelereng merah. Bila Z menyatakan jumlah kelereng biru yang diambil maka nilai z yang mungkin dari peubah acak Z adalah :

Jawab *:*

Ruang Sampel	z
BB	2
BM	1
MB	1
MM	0

Dari kedua contoh diatas ruang sampel mengandung jumlah anggota yang berhingga. Akan tetapi, bila suatu dadu dilantunkan sampai mata dadu 4 muncul maka diperoleh ruang sampel dengan deretan anggota yang tak berhingga dan dapat ditulis sebagai berikut :

S = [E, BE, BBE, BBBE, …]

Dengan E menyatakan munculnya mata dadu 4 dan B menyatakan munculnya mata dadu selain 4. Namun dalam percobaan ini banyaknya unsur dapat disamakan dengan seluruh bilangan bulat sehingga terdapat unsur pertama, kedua, ketiga, dan seterusnya, sehingga dapat dilakukan pencacahan.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Dari percobaan dan penjelasan diatas dapat ditarik suatu definisi yaitu :

Jika suatu ruang sampel mengandung titik yang berhingga banyaknya atau suatu deretan anggotanya yang banyaknya sama dengan banyaknya bilangan bulat maka ruang sampel itu disebut ruang sampel diskret dan peubah acak yang didefinisikan pada ruang sampel tersebut adalah peubah acak diskret

Dalam prakteknya, peubah acak diskret digunakan untuk data yang berupa *cacahan*, misalnya banyaknya produk yang yang cacat, banyaknya kecelakaan per tahun di suatu kota, banyak pegawai yang di PHK. Perhatikan bahwa peubah acak U dan Z dalam contoh soal 1 dan 2, melambangkan data cacahan, U menyatakan banyaknya pasangan buku dan pemiliknya dan Z menyatakan banyaknya kelereng biru yang terambil.

2. Distribusi Peluang Diskrit

Pembahasan selanjutnya yaitu mengenai distribusi peluang diskret. Pada distribusi peluang diskret setiap nilainya dihubungkan dengan peluang tertentu. Misalnya dalam pelemparan uang logam sebanyak 3 kali, peubah acak X yaitu banyaknya angka yang muncul, mendapat nilai 2 dengan peluang 3/8, karena 3 dari 8 hasil yang berkemungkinan sama memberikan dua angka dan satu gambar. Sedangkan untuk contoh soal 1, jika diberi bobot yang sama maka peluang bahwa tidak ada pelajar yang menerima bukunya dengan urutan yang benar, yaitu peluang bahwa U mendapat nilai 0 adalah 2/6= 1/3. Dan untuk kemungkinan nilai u dari peubah acak U dan peluangnya sebagai berikut.

u	0	1	3
$P(U = u)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

Dari tebel di atas perhatikan bahwa u mencapai semua kemungkinan nilai sehingga peluangnya berjumlah 1.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Dari penjelasan diatas dapat disimpulkan definisi sebagai berikut:

Fungsi f(x) adalah suatu fungsi peluang atau distribusi peluang suatu peubah acak diskret X bila untuk setiap hasil x yang mungkin

1. $f(x) \geq 0$
2. $\sum_x f(x) = 1$
3. $P(X=x)=f(x)$

Sering lebih mudah bila semua peluang suatu peubah acak *X* dinyatakan dalam rumus. Rumus seperti itu tentunya merupakan fungsi nilai numerik *x* yang akan dinyatakan dengan *f(x), g(x), r(x)*, dst. Jadi ditulis $f(x) = P(X=x)$.

Contoh 3:

Tentukan distribusi peluang bagi jumlah bilangan bila sepasang dadu di lemparkan

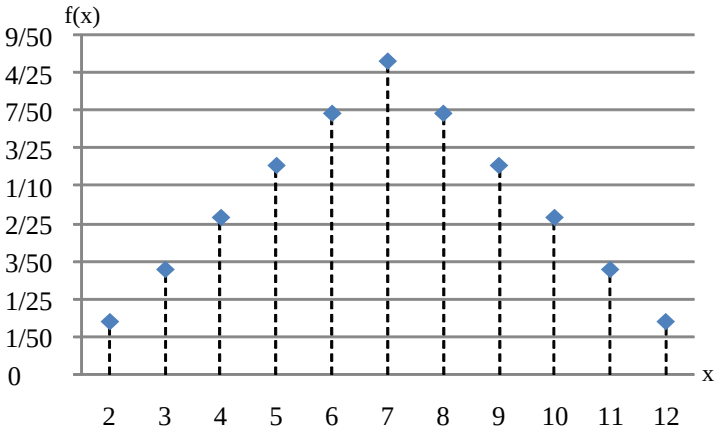
Jawab:

Misalkan X adalah peubah acak yang menyatakan jumlah bilangan dari kedua dadu tersebut. Maka X dapat mengambil sembarang nilai bulat dari 2 sampai 12. Dua dadu dapat mendarat dalam (6)(6) = 36 cara, masing-masing dengan peluang 1/36. P(X=3) = 2/36, karena jumlah 3 hanya dapat terjadi dalam 2 cara. Dengan memperhatikan kemungkinan nila-nilai lainnya, kita akan mendapatkan distribusi peluang dibawah ini:

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X = x)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

Sering kali dapat membantu jika distribusi peluang digambarkan dalam bentuk grafik *(x, f(x))*. Seperti digambarkan dalam gambar di bawah ini untuk contoh soal di atas.

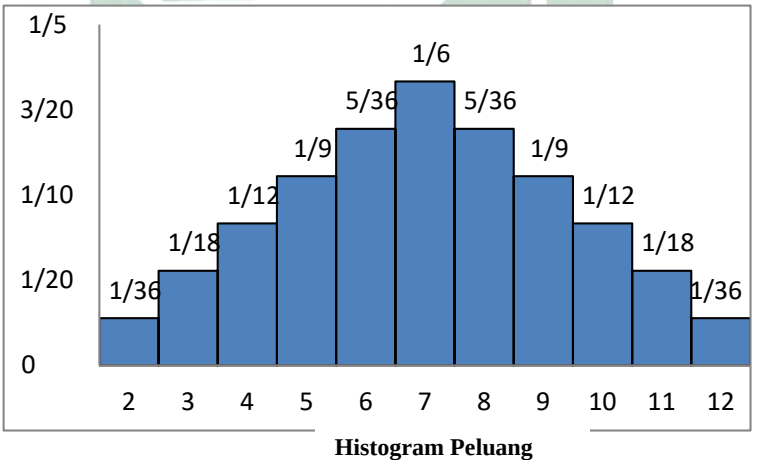
digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id



Gambar 5.1 Diagram Balok

Bila semua titik itu dan sumbu x dihubungkan dengan ririt (garis putus-putus) atau garis tebal maka diperoleh diagram yang disebut **diagram batang atau balok.**

Selain diagram batang atau balok untuk menggambarkan distribusi peluang, ada juga **histogram peluang.** Histogram peluang berbentuk persegi-persegipanjang yang dibuat sedemikian sehingga lebarnya sama, berpusat disetiap nilai x dan tingginya sama dengan nilai peluang yang diberikan oleh *f(x)*.



Gambar 5.2 Histogram Peluang

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Dalam kebanyakan soal diperlukan menghitung peluang bahwa nilai amatan peubah acak X akan lebih kecil atau sama dengan suatu bilangan real x. Bila $F(x) = P(X \leq x)$ untuk setiap bilangan real x, namakan $F(x)$ sebagai distribusi kumulatif tumpukan peubah acak.

Distribusi kumulatif F(x) suatu peubah acak X dengan distribusi peluang f(x) dinyatakan oleh

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t)$$

Untuk lebih jelas akan lihat contoh berikut ini. Untuk peubah acak U, jumlah pasangan yang benar pada contoh soal 1 adalah.

Ruang Sampel	U
KLM	3
KML	1
LKM	1
LMK	0
MLK	1
MKL	0

Dari tabel di atas, dapat dicari kemungkinan nilai u dari U dan peluangnya adalah sebagai berikut.

U	0	1	3
$P(U=u)$	2/6	3/6	1/6

$F(0) = P(X \leq 0) = \sum_{t \leq 0} f(t) = f(0) = 2/6$

$F(1) = P(X \leq 1) = \sum_{t \leq 1} f(t) = f(0) + f(1) = 2/6 + 3/6$

$F(2) = P(X \leq 2) = \sum_{t \leq 2} f(t) = f(0) + f(1) = (1/3) + (1/2) = 5/6$

$F(3) = P(X \leq 3) = \sum_{t \leq 3} f(t) = f(0) + f(1) + f(3) = 2/6 + 3/6 + 1/6$

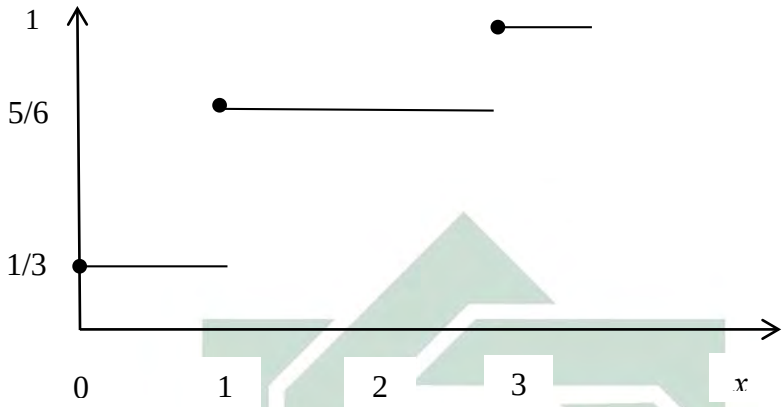
Distribusi kumulatif U diberikan oleh

$$F(u) = \begin{cases} 0 & \text{bila } u < 0 \\ 1/3 & \text{bila } 0 \leq u < 1 \\ 5/6 & \text{bila } 1 \leq u < 3 \\ 1 & \text{bila } u \geq 3 \end{cases}$$

Untuk distribusi kumulatif diskret termasuk dalam fungsi tangga yang diperoleh dari sejumlah titik $(x, f(x))$.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Dari contoh soal diatas dapat digambar distribusi kumutatif diskret sebagai berikut :



Gambar 5.3 Distribusi Kumulatif

Contoh Soal

1. Suatu pengiriman 7 pesawat televisi berisi 2 yang rusak. Sebuah hotel membeli 3 pesawat televisi tersebut dan memilih secarak acak dari pengiriman tersebut. Bila X menyatakan banyaknya pesawat rusak yang dibeli hotel tersebut, nyatakan hasilnya dalam distribusi peluang !

   Jawab :

   Apabila pesawat televisi yang rusak dinyatakan dengan R dan yang tidak rusak dinyatakan dengan B, maka ruang sampel yang mungkin adalah

   S = { RRB,RBR.RBB,BRR,BRB,BBR,BBB }

   Apabila X menyatakan jumlah pesawat televisi yang rusak, maka ruang sampel yang mungkin dan jumlah pesawat televisi rusak yang dibeli adalah sebagai berikut :

Ruang Sampel	x
BBB	0
RBB,BRB,BBR	1
RRB,RBR,BRR	2

   Berdasarkan ruang sampel diatas, maka distribusi peluangnya adalah sebagai berikut :

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

X	P(X=x)
0	1/7
1	3/7
2	3/7

2. Sebuah mata uang dilantunkan 3 kali. Misalkan X menyatakan banyaknya muncul muka. Apakah X suatu peubah acak? Jika iya, tentukanlah ruang dari X!
   Penyelesaian :
   Misalkan T adalah ruang sampel. Maka : T = (MMM, MMB, MBM, BMM, BBM, BMB, MBB, BBB)
   dimana, M = munculnya muka dan B = munculnya belakang

Ruang sampel	x
MMM	3
MMB	2
MBM	2
BMM	2
BBM	1
BMB	1
MBB	1
BBB	0

   Dari tabel diatas, ternyata fungsi x merupakan peubah acak yaitu T ke dalam R. Dan ruang dari X adalah E_x = (0, 1, 2, 3).

3. Sebuah mata uang dilantunkan 3 kali.
   Misalkan : x = banyaknya muncul bagian muka
   y = banyaknya muncul bagian belakang yang didahului oleh munculnya bagian muka.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Tentukan :

a. Ruang dari X
b. Ruang dari Y

Jawab :

a. Dari latihan soal nomer 2 tadi telah didapat ruang dari X, yaitu E_x = (0, 1, 2, 3).
b. Karena :
   Y(MMM) = Y(BBB) = Y(BBM) = Y(BMM) = 0
   Y(MMB) = Y(MBM) = Y(BMB) = 1
   Y(MBB) = 2
   Maka ruang dari Y adalah E_y = (0, 1, 2)

4. Dari sebuah kantong yang berisi 4 kelereng hitam dan 2 kelereng hijau, 3 kelereng diambil secara acak satu demi satu. Dan pada setiap kali kelereng itu dikembalikan ke dalam kantong sebelum dilakukan pengambilan berikutnya. Tentukan distribusi peluang bagi banyaknya kelereng hijau terambil.
   Penyelesaian:
   X = banyak kelereng hijau terambil
   Jika M untuk "hitam" dan H untuk "hijau" maka

X	x
MMM	0
MMH	1
MHM	1
HMM	1
MHH	2
HMH	2
HHM	2
HHH	3

Sehingga diperoleh nilai x = 0, 1, 2 dan 3
n(X) = 8 cara
maka distribusi peluangnya adalah
P(X=0) = 1/8; P(X=1) = 3/8; P(X=2) = 3/8; P(X=3) = 1/8
Dengan jalan yang sama diperoleh distribusi peluang dalam bentuk tabel.

x	0	1	2	3
f(x)	1/8	3/8	3/8	1/8

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Paket 6
DISTRIBUSI PELUANG KONTINU DAN DISTRIBUSI EMPIRIS

Pendahuluan

Pada paket ini, berisi tentang bagaimana peubah acak dan distribusi peluang peubah acak kontinu atau fungsi padat peluang. Dari paket 5 yang sudah dipelajari, kemudian mahasiswa diperkenalkan dengan materi ini dengan harapan wawasan mereka akan materi peluang lebih banyak. Paket ini menjadi sangat penting karena penguasaan materi pada paket ini menjadi landasan mahasiswa untuk dapat menentukan distribusi yang akan dipelajari pada pada paket-paket berikutnya.

Perkuliahan untuk paket ini, diawali dengan dosen membagi mahasiswa menjadi 6 kelompok. Kel 1,2 dan 3 mendiskusikan tentang Distribusi Peluang Kontinu. Kel 4,5 dan 6 mendiskusikan tentang Distribusi Empiris. Kemudian dosen meminta mahasiswa melakukan karya kunjung dengan aturan dua orang kel-1 berkunjung ke ke-4, begitu sebaliknya. Dua orang dari kel-2 berkunjung ke kel-5, begitu sebaliknya. Dua orang kel-3 berkunjung ke kel-6, begitu sebaliknya. Mereka diminta menjeaskan hasil diskusinya kepada kelompok lain dan kelompok yang dikunjungi diminta memberi tanggapan. Akhir pembelajaran dosen memberi penguatan.

Penyiapan media pembelajaran sangat penting pada paket ini. Perkuliahan pada paket ini memerlukan LCD dan laptop sebagai media yang mempermudah pembelajaran dan menghemat waktu. Selain itu diperlukan juga spidol.

Rencana Pelaksanaan Perkuliahan

Kompetensi Dasar
Memahami Peubah Acak dan distribusi peluang.

Indikator
1. Menjelaskan distribusi peluang kontinu
2. Menjelaskan distribusi empiris

Waktu
3 x 50 menit

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Materi Pokok

1. Distribusi Peluang Kontinu
2. Distribusi Empiris

Kegiatan Perkuliahan

Kegiatan Awal (20 menit)

1. Dosen memulai dengan mengingatkan kembali materi minggu lalu
2. Dosen memberikan gambaran materi pada pertemuan hari ini dengan melontarkan pertanyaan dan mahasiswa diminta menyelesaikannya dengan bimbingan dosen.

Kegitan Inti (120 menit)

1. Dosen membagi mahasiswa menjadi 6 kelompok
2. Kel 1,2 dan 3 mendiskusikan tentang Distribusi Peluang Kontinu. Kel 4,5 dan 6 mendiskusikan tentang Distribusi Empiris.
3. Dosen meminta mahasiswa melakukan karya kunjung dengan aturan dua orang kel-1 berkunjung ke ke-4, begitu sebaliknya. Dua orang dari kel-2 berkunjung ke kel-5, begitu sebaliknya. Dua orang kel-3 berkunjung ke kel-6, begitu sebaliknya. Mereka diminta menjelaskan hasil diskusinya kepada kelompok lain dan kelompok yang dikunjungi diminta memberi tanggapan.
4. Dosen memberi penguatan

Kegitan Penutup (15 menit)

Dosen meminta pendapat mahasiswa tentang materi pelajaran hari ini, strateginya, dll

Tindak Lanjut (5 menit)

Mahasiswa diminta mahasiswa membuat makalah tentang distribusi peubah acak kontinu

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Uraian Materi

Distribusi Peluang Kontinu dan Distribusi Empiris

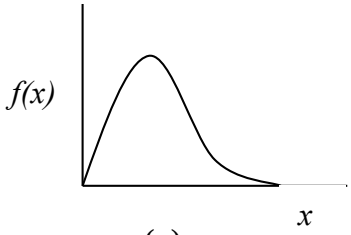
1. Distribusi Peluang Kontinu

Pengertian distribusi peluang kontinu

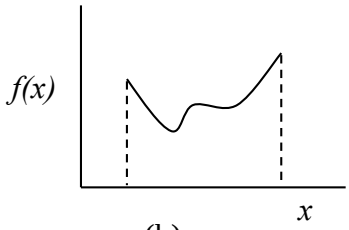
Bila ruang sampel mengandung titik sampel yang tak berhingga banyaknya dan sama banyaknya dengan banyak titik pada sepotong garis, maka ruang sampel itu disebut ruang sampel kontinu, dan peubah acak yang didefinisikan pada ruang sampel tersebut adalah peubah acak kontinu.

Dalam literatur yang lain disebutkan, apabila ada suatu fungsi sebaran yang sama sekali tidak mengandung titik-titik putus, sehingga bentuknya di dalam grafik tidak merupakan fungsi tangga, maka peubah acak yang memiliki fungsi sebaran ini dinamakan peubah acak kontinu.

Suatu peubah acak kontinu mempunyai peluang nol pada setiap titik x, karena itu distribusi peluangnya tidak mungkin disajikan dalam bentuk tabel tapi rumusnya tetap ada. Rumus itu merupakan fungsi nilai-nilai peubah acak kontinu x, sehingga dapat digambarkan sebagai suatu kurva kontinu. Fungsi peluang yang digambarkan oleh kurva ini biasanya disebut fungsi kepekatan peluang, atau lebih singkat lagi fungsi kepekatan. Kebanyakan fungsi kepekatan yang mempunyai penerapan praktis dalam analisis data statistik bersifat kontinu untuk semua nilai x, dan grafiknya mungkin seperti salah satu di antara yang ditunjukkan dalam gambar. Karena luas daerah akan digunakan untuk menyatakan peluang dan peluang itu positif, maka fungsi kepekatan terletak seluruhnya di atas sumbu x.

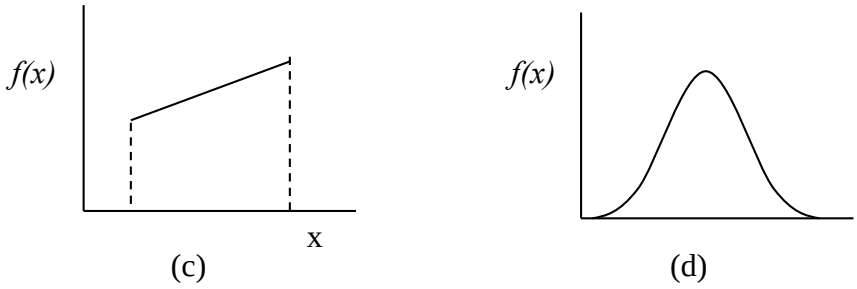


(*a*)

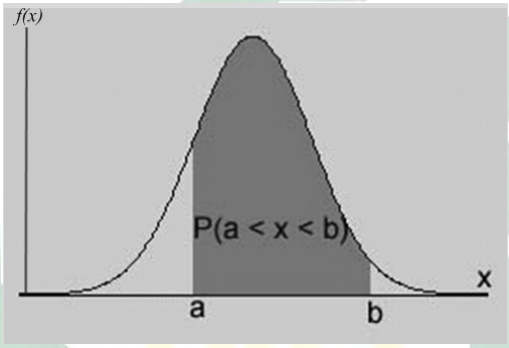


(b)

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id



Gambar 6.1 Bentuk Khas Fungsi Padat



Gambar 6.2 Kurva

Fungsi kepekatan peluang dibuat sedemikian sehingga luas daerah di bawah kurva dan di atas sumbu *x* sama dengan 1. Bila suatu fungsi kepekatan dinyatakan oleh kurva dalam gambar, maka peluang *x* mengambil nilai antar a dan b sama dengan luas daerah yang diarsir di bawah fungsi padat antara absis *x* = a dan *x* = b. menurut kalkulus integral luas ini dinyatakan dengan :

P (a < x < b) = $\int_a^b f\ (x)dx$

fungsi f(x) adalah fungsi padat peluang acak kontinu x, yang didefinisikan di atas himpunan semua bilangan real R, bila :

1. *f(x) ≥ 0 untuk semua x € R*
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ dx = 1$
3. *P(a< X <b)* = $\int_a^b f(x)\ dx$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Contoh 1:

Misalkan bahwa galat suhu reaksi, dalam derajat celsius, pada percobaan laboratorium yang dikontrol merupakan peubah acak X yang mempunyai fungsi padat peluang

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{3} & -1 < x < 2, \\ 0 & \text{,untuk } x \text{ lainnya.} \end{cases}$$

a. Tunjukkan bahwa $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ dx = 1$ terpenuhi.
b. Hitung P($0 < x \leq 1$)

Jawab :

a. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_{-1}^{2} \frac{x^2}{3} dx = \frac{x^3}{9} |_{-1}^{2} = \frac{8}{9} + \frac{1}{9} = 1$.

b. $P(0< X \leq 1) = \int_0^1 \frac{x^2}{3} dx = \frac{x^3}{9}|_0^1 = \frac{1}{9}$.

Untuk distribusi kumulatif didapatkan:

Distribusi kumulatif F(x) suatu PA kontinu X dengan fungsi padat f(x) diberikan oleh : F(x) = P(X ≤x) = $\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$

Sebagai akibat langsung dapat ditulis kedua hasil berikut:

$$P(a < X \leq b) = F(b) - F(a) \quad \text{dan} \quad f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

Bila fungsi turunan ada

Contoh 2:

Carilah F(x) dari fungsi padat pada contoh 1 dan kemudian hitunglah P($0 < X \leq 1$).

Jawab

Untuk $-1 < x < 2$,

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{t^2}{3} dt = \frac{t^3}{9} |_{-1}^{x} = \frac{x^{3+1}}{9}$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Jadi

$$\begin{cases} 0 & x \leq -1 \\ \frac{x^3+1}{9}, & -1 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

P(0 < $X \leq$ 1) = F(1) – F(0) = $\frac{2}{9}$ - $\frac{1}{9}$ = $\frac{1}{9}$

2. Distribusi Empiris

Cara penghitungan peluang tergantung pada pengetahuan tentang distribusi peluang atau fungsi peluang atau fungsi padat peluang. Fungsi peluang untuk kasus diskret dan fungsi padat untuk kasus kontinu merupakan cara menjelaskan distribusi peluang untuk suatu populasi. Sering, dalam suatu percobaan yang menyangkut peubah acak kontinu, fungsi padat *f(x)* tidak diketahui dan karena itu bentuknya dimisalkan. Agar pemilihan *f(x)* tidak terlalu menyimpang, pertimbangan sehat yang didasarkan atas semua informasi yang tersedia digunakan dalam pemilihannya. Data statistik, yang dikumpulkan dalam jumlah amat banyak, akan sangat membantu dalam menelaah bentuk distribusi bila disajikan dalam bentuk gabungan tabel dan grafik yang dinamakan diagram batang dan daun.

Untuk menjelaskan pembuatan diagram batang dan daun, pada tabel di bawah ini diberikan data yang menggambarkan umur 40 baterai mobil yang serupa dibulatkan samai persepuluhan tahun. Baterai itu mendapat garansi 3 tahun.

Tabel 6.1 Umur Batere Mobil

2.2	4.1	3.5	4.5	3.2	3.7	3.0	2.6
3.4	1.6	3.1	3.3	3.8	3.1	4.7	3.7
2.5	4.3	3.4	3.6	2.9	3.3	3.9	3.1
3.3	3.1	3.7	4.4	3.2	4.1	1.9	3.4
4.7	3.8	3.2	2.6	3.9	3.0	4.2	3.5

Pertama-tama, kita pisahkan tiap pengamatan menjadi dua bagian : batang dan daun, sedemikian rupa sehingga batang menyatakan satuan (digit) dimuka tanda desimal dan daun menyatakan bilangan desimal (persepuluhan). Sebagai contoh, untuk bilangan 3,7 angka (digit) 3 menjadi batang dan angka 7 menjadi daun. Keempat batang 1, 2, 3, dan 4, untuk data tadi dituliskan berurutan pada bagian kiri garis tegak ditabel 6.2 ; daunnya dituliskan pada bagian kanan garis bersebelahan dengan batang yang sesuai. Jadi daun 6 dari bilangan 1,6 ditulis disebelah kanan batang 1; daun 5 dari bilangan 2,5 ditulis disebelah

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

kanan batang 2 dan seterusnya. Banyaknya daun tercatat disebelah kanan tiap batang dituliskan dibawah lajur frekuensi.

Tabel 6.2 Diagram batang-dan-daun umur baterai

Batang	Daun	Frekuensi
1	69	2
2	25696	5
3	4318514723628297130097145	25
4	71354172	8

3.

Diagram batang dan daun pada tabel 6.2 berisi hanya empat batang dan karena itu tidak menggambarkan secara baik distribusi data. Untuk memperbaikinya, banyaknya batang pada diagram perlu ditambah. Salah satu cara sederhana memperbaikinya ialah dengan menuliskan tiap batang dua kali pada sebelah kiri garis tegak dan kemudian dituliskan daun 0, 1, 2, 3, dan 4 disebelah kanan batang yang pertama kali muncul dan daun 5, 6, 7, 8, dan 9 disebelah kanan nilai batang yang sama yang kedua (dibawah yang pertama). Diagram batang ganda dan daun yang telah diperbaiki ini diterakan ditabel 6.3, disini batang untuk daun 0 sampai 4 diberi tanda * dan batang untuk daun 5 sampai 9 diberi tanda •.

Tabel 6.3 Diagram batang-ganda-dan-daun baterai mobil

Batang	Daun	Frekuensi
1 •	69	2
2 *	2	1
2 •	5696	4
3 *	431142322130014	15
3 •	8576897975	10
4 *	13412	5
4 •	757	3

Distribusi frekuensi yang datanya dikelompokkan dalam satu kelas atau selang yang berbeda dapat dibuat dengan mudah dengan menghitung

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

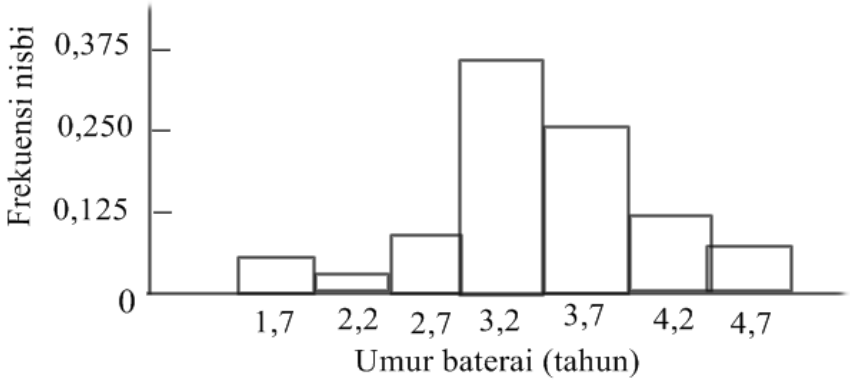
banyaknya daun pada setiap batang dan perhatikan bahwa setiap batang menentukan selang kelas. Ditabel 2.2 batang 1 dengan 2 daun menentukan selang 1,0 - 1,9 yang berisi 2 pengamatan; batang 2 dengan 5 daun menentukan selang 2,0 - 2,9 yang berisi 5 pengamtan; batang 3 dengan 25 daun menentukan selang 3,0 -3,9 yang berisi 25 pengamatan; dan batang 4 dengan 8 daun menentukan selang 4,0 – 4,9 yang berisi 8 pengamatan. Untuk diagram batang ganda dan daum ditabel 2.3, ke 7 batang menunjukkan ke 7 selang kelas 1,5 – 1,9, 2,0 – 2,4, 2,5 – 2,9, 3,0 – 3,4, 3,5 – 3,9, 4,0 – 4,4, 4,5 – 4,9 dengan frekuensi masing-masing 2, 1, 4, 15, 10, 5, dan 3. Bila frekuensi tiap kelas dibagi dengan banyaknya pengamatan maka diperoleh proporsi banyaknya pengamatan disetiap kelas. Tabel yang menerakan frekuensi nisbi disebut distribusi frekuensi nisbi. Distribusi frekuensi nisbi untuk data ditabel 6.1 yang menunjukkan titik tengah tiap selang kelas diberikan ditabel 6.4.

Tabel 6.4 Distribusi Frekuensi Nisbi

Interval	Titik Tengah	Frekuensi	Frekuensi Nisbi
1.5-1.9	1.7	2	0.050
2.0-2.4	2.2	1	0.025
2.5-2.9	2.7	4	0.100
3.0-3.4	3.2	15	0.375
3.5-3.9	3.7	10	0.250
4.0-4.4	4.2	5	0.125
4.5-4.9	4.7	3	0.075

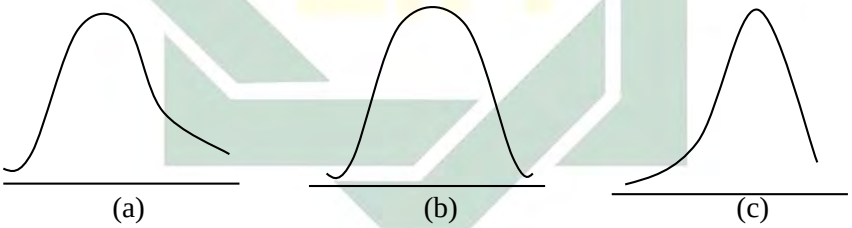
Informasi yang diberikan oleh distribusi frekuensi nisbi dalam bentuk tabel lebih mudah dicernakan bila disajikan dalam grafik. Histogram frekuensi nisbi dibentuk dengan menggunakan titik tengah tiap selang dan frekuensi nisbi padanannya pada gambar 6.1 persis sama dengan cara pembentukan histogram peluang.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id



Gambar 6.1 Histogram frekuensi nisbi

Suatu distribusi dikatakan simetris atau setangkup bila dapat dilipat sepanjang sumbu tegak tertentu sehingga kedua bagian saling menutupi. Distribusi yang tidak setangkup terhadap suatu sumbu tegak dikatakan tak setangkup atau mencong. Distribusi yang terlukis digambar 6.2a disebut mencong kiri karena bagian kanannyalebih landai sedangkan bagian kirinya lebih terjal. Distribusi pada gambar 6.2b setangkup, sedangkan digambar 6.2c mencong kekanan.



Gambar 6.2 Distribusi Peubah Acak Kontinu

Distribusi komulatif *X*, bila *X* menyatakan umur baterai mobil, dapat ditaksir secara geometri dengan menggunakan data pada tabel 2.4. untuk membuat grafik seperti itu, pertama-tama data disusun seperti pada tabel 6.4, suatu distribusi frekuensi komulatif nisbi, kemudian gambarkan semua titik dengan frekuensi komulatif nisbi yang lebih kecil dari tiap batas kelas teratas sebagai ordinat, dan batas kelas teratas sebagai absis seperti pada gambar 6.1**.** F(x) kemudian ditaksir dengan menarik kurva yang licin melalui semua titik tersebut.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Tabel 6.5 Distribusi Frekuensi Komulatif Nisbi dari Umur Baterai

Batas Kelas	Frekuensi komulatif nisbi
Kurang dari 1,45	0,000
Kurang dari 1,95	0,050
Kurang dari 2,45	0,075
Kurang dari 2,95	0,175
Kurang dari 3,45	0,550
Kurang dari 3,95	0,800
Kurang dari 4,45	0,925
Kurang dari 4,95	1,000

Titik persentil, desil, dan kuartil, dapat dibaca dengan mudah dari distribusi kumulatif. Pada gambar 2.4 ririt menunjukkan persentil keduapuluh lima atau kuartil pertama dan desil ketujuh, masing-masing kira-kira pada 3,05, dan 3,70 tahun. Ini berarti bahwa 25% atau seperempat dari semua baterai jenis ini diharapkan berumur kurang dari 3,05 tahun, sedangkan 70% diharapkan berumur tidak lebih dari 3,70 tahun.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Paket 7
DISTRIBUSI PELUANG GABUNGAN

Pendahuluan

Pada paket ini, berisi tentang distribusi peluang gabungan dan juga bagaimana menentukan kejadian bebas statistik dari peluang gabungan. Dari paket 5 maupun 6 yang sudah dipelajari, kemudian mahasiswa diperkenalkan dengan materi ini dengan harapan wawasan mereka akan materi peluang lebih banyak. Paket ini menjadi sangat penting karena penguasaan materi pada paket ini menjadi landasan mahasiswa untuk dapat menentukan distribusi yang akan dipelajari pada pada paket-paket berikutnya.

Perkuliahan untuk paket ini, diawali dengan dosen membagi mahasiswa menjadi 6 kelompok. Kel 1,2 dan 3 mendiskusikan tentang Distribusi peluang gabungan. Kel 4,5 dan 6 mendiskusikan tentang kejadian bebas ststiatik dari peluang gabungan. Kemudian dosen meminta mahasiswa melakukan karya kunjung dengan aturan dua orang kel-1 berkunjung ke ke-4, begitu sebaliknya. Dua orang dari kel-2 berkunjung ke kel-5, begitu sebaliknya. Dua orang kel-3 berkunjung ke kel-6, begitu sebaliknya. Mereka diminta menjeaskan hasil diskusinya kepada kelompok lain dan kelompok yang dikunjungi diminta memberi tanggapan. Akhir pembelajaran dosen memberi penguatan.

Penyiapan media pembelajaran sangat penting pada paket ini. Perkuliahan pada paket ini memerlukan LCD dan laptop sebagai media yang mempermudah pembelajaran dan menghemat waktu. Selain itu diperlukan juga spidol.

Rencana Pelaksanaan Perkuliahan

Kompetensi Dasar
Memahami Peubah Acak dan distribusi peluang.

Indikator
1. Menjelaskan distribusi peluang gabungan
2. Menjelaskan bebas statistic berkaitan dengan distribusi peluang gabungan.

Waktu
3 x 50 menit

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Materi Pokok

1. Distribusi Peluang Gabungan
2. Kejadian bebas statistik dari peluang gabungan

Kegiatan Perkuliahan

Kegiatan Awal (20 menit)

1. Dosen memulai dengan mengingatkan kembali materi minggu lalu
2. Dosen memberikan gambaran materi pada pertemuan hari ini dengan melontarkan pertanyaan dan mahasiswa diminta menyelesaikannya dengan bimbingan dosen.

Kegitan Inti (120 menit)

1. Dosen membagi mahasiswa menjadi 6 kelompok
2. Kel 1,2 dan 3 mendiskusikan tentang Peluang gabungan. Kel 4,5 dan mendiskusikan tentang kejadian bebas ststiatik dari peluang gabungan.
3. Dosen meminta mahasiswa melakukan karya kunjung dengan aturan dua orang kel-1 berkunjung ke ke-4, begitu sebaliknya. Dua orang dari kel-2 berkunjung ke kel-5, begitu sebaliknya. Dua orang kel-3 berkunjung ke kel-6, begitu sebaliknya. Mereka diminta menjeaskan hasil diskusinya kepada kelompok lain dan kelompok yang dikunjungi diminta memberi tanggapan.
4. Dosen memberi penguatan

Kegitan Penutup (15 menit)

Dosen meminta pendapat mahasiswa tentang materi pelajaran hari ini, strateginya, dll

Tindak Lanjut (5 menit)

Mahasiswa diminta membuat resume hasil pembelajaran hari ini dan dosen meminta mahasiswa untuk membuat atau mencari 5 soal beserta penyelesaiannya.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Uraian Materi

Distribusi Peluang Gabungan

1. Distribusi Peluang Gabungan

Dalam banyak keadaan sering kali percobaan melibatkan tidak hanya satu yang diamati, misalnya, pengukuran daya tarik kota Surabaya dapat didasarkan pada objek wisata yang ada, pelayanan yang tersedia, banyaknya wisatawan yang datang, dll. Percobaan yang semacam ini tentunya memerlukan tidak hanya satu variabel tapi banyak variable.

Jika X dan Y perubah acak, maka distribusi peluang yang terjadi secara serentak dari X dan Y dinyatakan sebagai $f(x,y)$. Biasanya $f(x,y)$ dinamakan distribusi peluang gabungan X dan Y.

Jika X dan Y merupakan dua perubah acak diskret yang dapat terjadi secara serentak dinyatakan dengan notasi $f(x,y)$, maka $f(x,y)$ disebut **Fungsi** (atau distribusi) **Massa Gabungan** dari perubah acak X dan Y.

Fungsi $f(x,y)$ adalah distribusi peluang gabungan atau fungsi massa gabungan peubah acak X dan Y bila

1. $f(x,y) \geq 0$ **untuk semua (x,y)**
2. $\sum_x \sum_y f(x,y) = 1$
3. $P(X = x, Y = y) = f(x,y)$ **untuk tiap daerah A di bidang xy,** $P[(X,Y) \in A] = \sum_A \sum f(x,y)$

Contoh 1:

Dua kelereng dipilih secara acak dari sebuah kotak berisi 3 kelereng biru, 2 kelereng merah, dan 3 kelereng hijau. Jika X

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

menyatakan kelereng berwarna biru yang terambil, dan *Y* menyatakan kelereng berwarna merah yang terambil. Tentukan :

1. Fungsi peluang gabungan *f(x,y)*
2. P[(X,Y) ∈ A] jika A daerah {(x,y) | x+y ≤ 1}

Jawab *:*

Pasangan harga-harga *(x,y)* adalah (0,0), (1,1), (2,0), (0,2), (1,0), (0,1)

f(0,0) = peluang terambil 2 kelereng berwarna hijau

f(1,1) = peluang terambil 1 kelereng berwarna biru dan berwarna merah ,dst.

Banyaknya memilih dua kelereng n(S) = $C_2^8 = \frac{8!}{2!6!} = 28$

Banyaknya cara memilih satu hijau dari tiga hijau adalah C_1^3 dan banyaknya cara memilih satu biru dari tiga biru adalah C_1^3. Jadi, banyaknya cara memilih satu biru dan satu hijau adalah $C_1^3.C_1^3$. Sehingga,

f(0,0) = $\frac{C_2^3}{28} = \frac{3}{28}$ *f(0,2)* = $\frac{C_2^2}{28} = \frac{1}{28}$

f(1,1) = $\frac{C_1^3.C_1^2}{28} = \frac{6}{28}$ *f(1,0)* = $\frac{C_1^3.C_1^3}{28} = \frac{9}{28}$

f(2,0) = $\frac{C_2^3}{28} = \frac{3}{28}$ *f(0,1)* = $\frac{C_1^3.C_1^2}{28} = \frac{6}{28}$

1. Fungsi peluang gabungannya adalah

x \ y	0	1	2
0	3/28	6/28	1/28
1	9/28	6/28	
2	3/28		

2. P[X+Y ≤ 1] = P[X=0, Y=0] + P[X=0, Y=1] + P[X=1, Y=0]

$$= f(0,0) + f(0,1) + f(1,0)$$

$$= \frac{3}{28} + \frac{6}{28} + \frac{9}{28}$$

$$= \frac{18}{28} = \frac{9}{14}$$

Bila *X* dan *Y*, perubah acak kontinu, maka *f(x,y)* disebut **fungsi padat gabungan** dari *X* dan *Y* yaitu suatu permukaan yang terletak di atas bidang xy, dan P[(*X,Y*) ∈ *A*] dimana *A* adalah daerah di bidang

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

xy, sama dengan isi silinder kanan yang dibatasi oleh dasar *A* dan permukaan.

Fungsi *f(x,y)* dalam fungsi padat gabungan peubah acak kontinu *X* dan *Y* bila

1. $f(x,y) \geq 0$ **untuk semua (x,y)**
2. $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dx\,dy = 1$
3. $P[(X,Y) \in A] = \iint_A f(x,y)\,dx\,dy$ **untuk tiap daerah *A* di bidang *xy***

Contoh 2:

Pandang fungsi padat gabungan ini

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2}{3}(x+2y) & ,0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & ,\ untuk\ \ x, y\ \ yang\ \ lain \end{cases}$$

a. Tunjukkan bahwa $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dx\,dy = 1$ terpenuhi

b. Hitung P[(*X,Y*) $\in A$] jika *A* daerah {(*x,y*) | 0<*x*< ½, 0 <*y*< ½ }

Jawab:

a. $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dxdy = \int_0^1\int_0^1 \frac{2}{3}(x+2y)\,dxdy$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$= \int_0^1 \int_0^1 \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}y \, dxdy$$

$$= \int_0^1 \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}xy \Big|_0^1 \, dy$$

$$= \int_0^1 \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{3}y \right) - (0) \, dy$$

$$= \int_0^1 \frac{1}{3} + \frac{4}{3}y \, dy$$

$$= \frac{1}{3}y + \frac{2}{3}y^2 \Big|_0^1$$

$$= \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) - (0)$$

$$= \frac{3}{3} = 1$$

b. P[$(X,Y) \in A$] = P($0<x<$ ½, $0<y<$ ½)

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$= \int_0^{1/2}\int_0^{1/2} \frac{2}{3}(x+2y)\,dxdy$$

$$= \int_0^{1/2}\int_0^{1/2} \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}y\,dxdy$$

$$= \int_0^{1/2} \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}xy\Big|_0^{1/2}\,dy$$

$$= \int_0^{1/2} \left(\frac{1}{12} + \frac{2}{3}y\right) - (0)\,dy$$

$$= \int_0^{1/2} \frac{1}{12} + \frac{2}{3}y\,dy$$

$$= \frac{1}{12}y + \frac{1}{3}y^2\Big|_0^{1/2}$$

$$= \frac{1}{24} + \frac{1}{12}$$

$$= \frac{1+2}{24}$$

$$= \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

Bila diketahui distribusi peluang gabungan *f(x,y)* maka kita dapat mencari distribusi peluang *X* saja dan *Y* saja. Kita sebut *g(x)* dan *h(y)* masing-masing sebagai distribusi marginal (pias) dari *X* dan *Y*.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Distribusi marginal (pias) dari *X* sendiri dan *Y* sendiri didefinisikan sebagai

- **Untuk hal diskret**

$$g(x) = \sum_{y} f(x, y)$$

$$h(y) = \sum_{x} f(x, y)$$

- **Untuki hal kontinu**

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)dy$$

$$h(y) = \int^{\infty} f(x, y)dx$$

Contoh 3

Dengan menggunakan contoh 1, tentukan :

a. Distribusi peluang marginal *X*

b. Distribusi peluang marginal *Y*

Jawab:

a. $g(x) = \sum_{y} f(x, y)$

$g(0) = \sum_{y} f(0, y)$

$= f(0,0) + f(0,1) + f(0,2)$

$= \frac{3}{28} + \frac{6}{28} + \frac{1}{28} = \frac{10}{28}$

$g(1) = \sum_{y} f(1, y)$

$= f(1,0) + f(1,1)$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$= \frac{9}{28} + \frac{6}{28} = \frac{15}{28}$$

$$g(2) = \sum_{y} f(2, y)$$

$$= f(2,0)$$

$$= \frac{3}{28}$$

bila disajikan dalam tabel

x	0	1	2
$g(x)$	$\frac{10}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{3}{28}$

b. $h(y) = \sum_{x} f(x, y)$

$$h(0) = \sum_{x} f(x,0)$$

$$= f(0,0) + f(1,0) + f(2,0)$$

$$= \frac{3}{28} + \frac{9}{28} + \frac{3}{28} = \frac{15}{28}$$

$$h(1) = \sum_{x} f(x,1)$$

$$= f(0,1) + f(1,1)$$

$$= \frac{6}{28} + \frac{6}{28} = \frac{12}{28}$$

$$h(2) = \sum_{x} f(x,2)$$

$$= f(0,2)$$

$$= \frac{1}{28}$$

bila disajikan dalam tabel

y	0	1	2
$h(y)$	$\frac{15}{28}$	$\frac{12}{28}$	$\frac{1}{28}$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Contoh 4

Dengan menggunakan contoh 2, tentukan :

a. Distribusi peluang marginal *X*

b. Distribusi peluang marginal *Y*

Jawab:

a. $g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy$

$$= \int_0^1 \frac{2}{3}(x+2y)\,dy$$

$$= \int_0^1 \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}y\,dy$$

$$= \frac{2}{3}xy + \frac{2}{3}y^2 \Big|_0^1$$

$$= \left(\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}\right) - (0)$$

$$= \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{2}{3}(x+1), untuk\ 0 \le x \le 1$$

Dan, *g*(x)=0, untuk x yang lainnya

b. $h(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dx$

$$= \int_0^1 \frac{2}{3}(x+2y)\,dx$$

$$= \int_0^1 \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}y\,dx$$

$$= \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}xy \Big|_0^1$$

$$= \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{3}y\right) - (0)$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{4}{3}y, untuk\ 0 \le y \le 1$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Dan, h(y)=0, untuk y yang lainya

Telah dikemukakan pada bab sebelumnya bahwa nilai x dari peubah acak X menyatakan kejadian yang merupakan himpunan bagian ruang sampel.

Pada pasal tentang peluang bersyarat didapatkan :

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \qquad P(A) > 0$$

dengan A dan B menyatakan kejadian yang ditentukan oleh masing-masing $X=x$, $Y=y$, maka

$$P(Y = y \mid X = x) = \frac{P(X = x, Y = y)}{P(X = x)}$$

$$f(y \mid x) = \frac{f(x, y)}{g(x)}, \quad g(x) > 0$$

bila X dan Y peubah acak diskret.

Dengan cara yang sama akan dapat diketahui fungsi padat peluang bersyarat peubah acak kontinu Y, bila $X=x$ atau $f(y|x)$. Bila kita ingin mencari peluang peubah acak diskret x berada antara a dan b bila diketahui bahwa peubah acak diskret $Y=y$, maka

$P(a < X < b \mid Y = y) = \sum_x f(x \mid y)$, penjumlahan meliputi seluruh nilai X. Dan untuk menentukan peluang peubah acak kontinu X jatuh antara a dan b bila diketahui $Y=y$ adalah:

$$P(a < X < b \mid Y = y) = \int_a^b f(x \mid y)\, dx$$

Contoh 5

Dengan menggunakan contoh 1, hitung $f(x|1)$ dan $P(X=0, Y=1)$

Jawab

Pertama-tama hitung

$$h(1) = \sum_{x=0}^{2} f(x \mid 1)$$

$$= f(0,1) + f(1,1) + f(2,1)$$

$$= \frac{6}{28} + \frac{6}{28} + 0$$

$$= \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$f(x|1) = \frac{f(x,1)}{h(1)}$$

$$= \frac{f(x,1)}{3/7}$$

$$= \frac{7}{3} f(x,1)$$

Jadi, $$f(0|1) = \frac{7}{3} f(0,1) = \left(\frac{7}{3}\right)\left(\frac{6}{28}\right) = \frac{1}{2}$$

$$f(1|1) = \frac{7}{3} f(1,1) = \left(\frac{7}{3}\right)\left(\frac{6}{28}\right) = \frac{1}{2}$$

$$f(2|1) = \frac{7}{3} f(2,1) = \left(\frac{7}{3}\right)(0) = 0$$

Dan, distribusi bersyarat X, bila Y=1 adalah :

x	0	1	2
f(x|1)	1/2	1/2	0

Akhirnya diketahui, $P(X=0, Y=1) = f(0,1) = \frac{1}{2}$

2. Bebas Statistik Berhubungan dengan Distribusi Peluang Gabungan

Bila $f(x|y)$ tidak bergantung pada y, maka $f(x|y)=g(x)$ dan $f(x,y)=g(x).h(y)$. Pembuktiannya adalah :

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$f(x \mid y) = \frac{f(x,y)}{h(y)}$$

$$\Leftrightarrow f(x,y) = f(x \mid y)h(y)$$

$$dalam\ distribusi\ m\arg inal\ g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy, maka$$

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x \mid y)h(y)dy$$

$$Bila\ f(x \mid y)\ tidak\ bergantung\ pada\ y\ maka\ dapat\ ditulis:$$

$$g(x) = f(x \mid y)\int_{-\infty}^{\infty} h(y)dy$$

$$sekarang,\ \int_{-\infty}^{\infty} h(y)dy = 1, karena\ h(y)\ fungsi\ padat\ peluang\ Y. Jadi,$$

$$g(x) = f(x \mid y)$$

$$\Leftrightarrow g(x) = \frac{f(x,y)}{h(y)}$$

$$\Leftrightarrow f(x,y) = g(x)h(y)$$

Bila *f(x|y)* tidak bergantung pada *y*, maka tentunya hasil peubah acak *Y* tidak akan mempengaruhi hasil peubah acak *X*. dengan kata lain, kita sebut bahwa *X* dan *Y* peubah acak bebas.

Misalkan *X* dan *Y* dua peubah acak diskret maupun kontinu dengan fungsi peluang gabungan *f(x,y)* dan distribusi marginal masing-masing *g(x)* dan *h(y)*. Peubah acak *X* dan *Y* dikatakan bebas statistik jika dan hanya jika *f(x,y) = g(x)h(y)*, untuk semua *(x,y)* dalam daerah definisinya.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Untuk peubah acak diskret harus lebih teliti, karena mungkin saja perkalian distribusi marginal sama dengan distribusi peluang gabungan untuk beberapa pasangan *(x,y)*, tetapi tidak untuk semua pasangan tersebut. Bila terdapat satu titik *(x,y)* sehingga *f(x,y)* mempunyai nilai ***f(x,y)*** $\neq$ ***g(x)h(y)***, maka **peubah diskret *X* dan *Y* tidak bebas statistik**.

Semua definisi mengenai peubah acak yang telah dibicarakan dapat diperluas menjadi *n* peubah acak. Misalkan $f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ menyatakan fungsi peluang gabungan peubah acak $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$. Distribusi marginal untuk X_1, pada peubah acak adalah

$$g(x_1) = \sum_{x_2} \ldots \sum_{x_n} f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

Distribusi marginal peubah acak X_1 kontinu adalah:

$$g(x_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \ldots \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, \ldots, x_n)\, dx_1, dx_2, \ldots, dx_n$$

Misalkan $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ peubah acak, diskret maupun kontinu, dengan distribusi peluang gabungan $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ dan distribusi marginal masing-masing $f_1(x_1), f_2(x_2), \ldots, f_n(x_n)$. Peubah acak $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ dikatakan saling bebas statistik jika dan hanya jika

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f_1(x_1), f_2(x_2), \ldots, f_n(x_n)$$

Contoh 6

Misalnya lamanya tahan, dalam tahun, sejenis makanan, kemasan dalam kotak sebelum rusak merupakan peubah acak yang fungsi padatnya berbentuk

$$f(x) = e^{-x}, x > 0$$
$$= 0, untuk\ x\ lainnya$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Misalkan X_1, X_2, dan X_3 menyatakan lamanya tahan tiga kotak dari makanan kemasan ini yang dipilih secara acak dan hitunglah $P(X_1<2,\ 1<X_2<3,\ X_3>2)$.

Jawab

Karena kotak dipilih secara acak (bebas), maka dapat dianggap bahwa peubah acak X_1, X_2, dan X_3 bebas statistik dengan peluang padat gabungan. Misal X_1, X_2, dan X_3 menyatakan umur tahan lama dari tiga kotak makanan.

$$f(x_1, x_2, x_3) = f(x_1) f(x_2) f(x_3)$$
$$= e^{-x_1} e^{-x_2} e^{-x_3}$$
$$= e^{-x_1 - x_2 - x_3}, x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 > 0$$

dan, $f(x_1, x_2, x_3)=0$ untuk nilai yang lainnya.

$$P\left(X_1 < 2,\ 1 < X_2 < 3,\ X_3 > 2\right) = \int_2^{\infty}\int_1^{3}\int_0^{2} e^{-x_1} e^{-x_2} e^{-x_3}\, dx_1 dx_2 dx_3$$
$$= (1 - e^{-2})(e^{-1} - e^{-3})e^{-2}$$
$$= 0,0376$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Paket 8
RATAAN PEUBAH ACAK

Pendahuluan

Pada paket ini, berisi tentang rataan peubah acak beserta sifatnya dan juga harga harapan matematika khusus. Paket ini digunakan untuk menentukan nilai rata-rata dari suatu kejadian dan dikenalkan sedikit berkaiytan dengan varias yang berhubungan dengan harga harapan. Dari paket 7 yang sudah dipelajari, kemudian mahasiswa diperkenalkan dengan materi ini dengan harapan wawasan mereka akan materi peluang lebih banyak. Paket ini menjadi sangat penting karena penguasaan materi pada paket ini menjadi landasan mahasiswa untuk dapat mempelajari paket-paket sesudahnya dengan mudah.

Perkuliahan untuk paket ini, diawali dengan dosen memulai dengan mengingatkan kembali materi minggu lalu, kemudian dosen memberikan gambaran materi pada pertemuan hari ini dengan melontarkan pertanyaan dan mahasiswa diminta menyelesaikannya dengan bimbingan dosen. Kemudian dosen meminta mahasiswa berpasang-pasangan dan dosen memberikan bahan berupa uraian materi, mahasiswa diminta mendiskusikannya secara berpasangan, kemudian Dosen meminta mahasiswa membuat pertanyaan dari uraian materi yang ada, dan dosen mengumpulkan semua pertanyaan mahasiswa. Dosen memulai perkuliahan berdasarkan pada pertanyaan mahasiswa yang terbanyak dengan melontarkan kembali pertanyaan tersebut kepada mahasiswa. Dosen memberi kesempatan kepada mahasiswa untuk memberikan pendapat terkait pertanyaan dari temannya sendiri Akhir pembelajaran dosen memberi penguatan. Pada sesi penutup dosen meminta mahasiswa untuk membuat makalah secara individu yang berkaitan dengan topik minggu depan.

Penyiapan media pembelajaran sangat penting pada paket ini. Perkuliahan pada paket ini memerlukan LCD dan laptop sebagai media yang mempermudah pembelajaran dan menghemat waktu. Selain itu diperlukan juga spidol.

Rencana Pelaksanaan Perkuliahan

Kompetensi Dasar

Memahami Harapan Matematika

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Indikator

1. Menjelaskan rataan peubah acak

Waktu

3 x 50 menit

Materi Pokok

1. Rataan Peubah Acak
2. Sifat harga harapan
3. Harapan matematika khusus

Kegiatan Perkuliahan

Kegiatan Awal (20 menit)

1. Dosen memulai dengan mengingatkan kembali materi minggu lalu
2. Dosen memberikan gambaran materi pada pertemuan hari ini dengan melontarkan pertanyaan dan mahasiswa diminta menyelesaikannya dengan bimbingan dosen.

Kegitan Inti (120 menit)

1. Dosen meminta mahasiswa berpasang-pasangan
2. Dosen memberikan bahan berupa uraian materi dan mahasiswa diminta mendiskusikannya secara berpasangan.
3. Dosen meminta mahasiswa membuat pertanyaan dari uraian materi yang ada.
4. Dosen mengumpulkan semua pertanyaan mahasiswa.
5. Dosen memulai perkuliahan berdasarkan pada pertanyaan mahasiswa yang terbanyak dengan melontarkan kembali pertanyaan tersebut kepada mahasiswa.
6. Dosen memberi kesempatan kepada mahasiswa untuk memberikan pendapat terkait pertanyaan dari temannya sendiri
7. Dosen memberi penguatan

Kegitan Penutup (15 menit)

Dosen meminta pendapat mahasiswa tentang materi pelajaran hari ini, strateginya, dll

Tindak Lanjut (5 menit)

Mahasiswa secara individu diminta membuat makalah yang berkaitan dengan materi varian dan kovarian

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Uraian Materi

Rataan Peubah Acak

1. Rataan Peubah Acak

Nilai harapan atau harapan matematik ini dinyatakan dengan *E(X)*. Rataan atau harga harapan suatu peubah acak dapat diperoleh dengan mengkalikan tiap nilai peubah acak tersebut dengan peluang padanannya dan kemudian menjumlahkan hasilnya. Bila peubahnya kontinu, definisi harapan matematik pada dasarnya sama, yaitu menggantikan penjumlahan dengan integral.

Misalkan X suatu PA dengan distribusi peluang f(x). Nilai harapan X atau harapan matematik X adalah:

$$E(X) = \sum_x x\, f(x), \quad \textbf{\textit{bila X diskret}}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x\, f(x)\, dx, \quad \textbf{\textit{bila X kontinu}}$$

Contoh 1:

Misalkan dua mata uang setangkup dilantun, peubah acak X menyatakan banyaknya muncul muka. Ruang sampel percobaan tersebut adalah :

T = {M M, M B, BM, BB}, dan

P (X = 0) = P (BB) = ¼

P (X = 1) = P (BM) + P (M B) = ½ , dan

P (X = 2) = P (M M) = ¼ ,

Rataan peubah acak X , dapat ditentukan dengan

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

0.¼ + 1. ½ + 2. ¼ = 1, ini disebut dengan Rataan peubah acak X atau rataan distribusi peluang X dan ditulis sebagai μ_x atau cuma μ (dibaca "mu").

Metode yang diuraikan di atas untuk menghitung harapan banyaknya muka per lantunan 2 uang logam menunjukkan bahwa rataan atau nilai harapan setiap peubah acak diskret dapat dihitung dengan mengalikan tiap nilai $x_1, x_2, \ldots, x_n$ dari peubah acak diskret peluang padanannya $f(x_1)$. $f(x_2)$, ..., $f((x_n)$ da kemudian jumlahkan hasilnya. Hasil ini tentunya benar bila peubah acaknya diskret. Bila peubah acaknya kontinu, definisi nilai harapan matematik pada dasarnya masih tetap sama, yaitu dengan mengganti penjumlahan dengan integral.

Contoh 2:

Tentukan nilai harapan banyaknya wanita dalam panitia yang terdiri dari 3 orang dipih secara acak 4 orang wanita dan 3 orang pria !

Jawab

Misalkan X menyatakan banyaknya wanita yang terpilih, maka rumus peluang X adalah : $f(x) = \dfrac{\binom{4}{3}\binom{3}{3-x}}{\binom{7}{3}}$, $x = 0,1,2,3$

Sehingga, $f(0) = \dfrac{1}{35}$; $f(1) = \dfrac{12}{35}$; $f(2) = \dfrac{18}{35}$; dan $f(3) = \dfrac{4}{35}$

Jadi, $E(X) = 0.\ \dfrac{1}{35} + 1.\dfrac{12}{35} + 2 - \dfrac{18}{35} + 3.\dfrac{4}{35} = \dfrac{12}{7} = 1\dfrac{5}{7}$

Ini artinya, bahwa, jika pemilihan tersebut diulang bekali-kali, maka rata-rata wanita terpilih adalah $1\dfrac{5}{7}$ tiap pemilihan.

Contoh 3:

Dalam suatu permainan seeseorang mendapat Rp 5. Bila dalam lantunan 3 uang logam muncul semua muka atau semua belakang, dan membayar Rp 3 bila muncul mukka satu atau dua, berapakah harapan kemenangannya?

Jawab:

Ruang sampel untuk kemungkinan hasil bila 3 uang dilantunkan sekaligus, atau sama saja dengan bila 1 uang dilanun 3 kali, ialah:

T = {MMM, MMB, MBM,BMM, MBB, BMB, BBM, BBB}

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Mudah dipahami bahwa tiap titik sampel berpeluang sama dan masing-masing terjadi dengan peluang 1/8. Cara lain ialah dengan menggunakan aturan perkalian peluang kejadian bebas pada semua unsur *T.* Sebagai contoh:

P(MMB) = P(M)P(M)P(B)

$$= \left[\frac{1}{2}\right]\left[\frac{1}{2}\right]\left[\frac{1}{2}\right] = \frac{1}{8}$$

Peubah acak yang menjadi perhatian ialah *Y,* besarnya kemenangan; dan kemungkinan nilai *Y* ialah Rp 5 bila kejadian E_1 = {MMM, BBB} dan –Rp 3 bila kejadian E_2 = {MMM, MBM, BMM, MBB, BMB, BBM} yang muncul. Karena E_1 dan E_2 terjadi masing-masing dengan peluang ¼ dan ¾, maka:

$$\mu = E(Y) = (5) + (-3)\left(\frac{3}{4}\right) = -1$$

dalam taruhan ini si pemain rata-ratanya akan kalah Rp 1 perlantunan 3 uang logam. Suatu permainan dianggap 'adil' bila si pemain, rata-ratanya, tidak menang atau pun kalah; jadi, bila harapan kemenangannya nol (kekalahan dianggap kemenangan yang negatif).

Contoh 4:

Misalkanlah *X* PA yang menyatakan umur dalam jam sejenis bola lampu. Fungsi padat peluang diberikan oleh :

$$f(x) = \frac{2000}{x^3} \quad , \quad x > 100$$

$$= 0 \quad , \quad \text{untuk } x \text{ lainnya}$$

Hitunglah harapan umur jenis bola lampu tersebut?

Jawab:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\, dx$$

$$= \int_{100}^{x} x \frac{2000}{x^3}\, dx = 20$$

Jadi, jenis bola lampu tersebut dapat diharapkan, rata-ratanya berumur 200 jam.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Misalkanlah X suatu PA dengan distribusi peluang f(x). Nilai harapan fungsi g(x) adalah;

$$E[g(X)] = \sum_x g(x)f(x) \quad \text{, bila X diskret}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx \quad \text{, bila x kontinu}$$

Contoh 5:

Banyaknya mobil *X* yang masuk ke suatu pencuci mobil setiap hari antara pukul 13.00 - 14.00 mempunyai distribusi peluang:

x	4	5	6	7	8	9
P(X=x)	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Misalkan *g(X)* = 2*X*-1 menyatakan upah (dalam ribuan rupiah) para karyawan yang dibayar perusahaan dalam jam tersebut. Cari harapan pendapatan karyawan pada jam tersebut.

Jawab:

Harapan penerimaan para karyawan:

$$E[g(x)] = E(2X-1) = \sum_{X=4}^{9}(2x-1)f(x)$$

$$= (7)(\tfrac{1}{12}) + (9)(\tfrac{1}{12}) + (11)(\tfrac{1}{4}) + (13)(\tfrac{1}{4}) + (15)(\tfrac{1}{6}) + (17)(\tfrac{1}{6})$$

= Rp 12,67

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Contoh 6:

Misalkan X suatu peubah acak dengan fungsi padat

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{3}, & -1 < x < 0 \\ 0, & \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$$

Hitunglah nilai harapan $g(x) = 4X + 3$!

Jawab

$$E(4X + 3) = \int_{-1}^{2} \frac{(4x+3)x^2}{3} dx$$

$$= \frac{1}{3} \int_{-1}^{2} \frac{(4x+3)x^2}{3} dx$$

$$= 8$$

Bila X dan Y PA dengan distribusi peluang gabungan f(x,y), maka nilai harapan fungsi g(x,y) adalah:

$$E[g(X,Y)] = \sum_x \sum_y g(x,y) f(x,y), \quad \textbf{\textit{bila X dan Y diskret}}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x,y) f(x,y) dxdy, \quad \textbf{\textit{bila X dan Y kontinu}}$$

Contoh 7:

Misalkan X dan Y PA dengan distribusi peluang gabungan

y / x	0	1	2
0	3/28	9/28	3/28
1	6/28	6/28	
2	1/28		

Hitunglah nilai harapan $g(X,Y) = XY$

Jawab:

$$E[g(X,Y)] = \sum_x \sum_y g(x,y) f(x,y)$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$= \sum_{x=0}^{2}\sum_{y=0}^{2} xyf(x,y)$$

= (0)(0)3/28 + (0)(1)6/28 + (0)(1)1/28 + (1)(0)9/28 + (1)(1)6/28 + (2)(0)3/28

= 6/28

Contoh 8:

Hitunglah $E\left(\frac{Y}{X}\right)$ untuk fungsi padat

$$f(x,y) = \frac{x(1+3y^2)}{4} \quad , \quad 0 < x < 2 \quad , \quad 0 < y < 1$$

$$= 0 \quad , \text{ untuk } x \text{ lainnya}$$

Jawab:

$$E\left(\frac{Y}{X}\right) = \int_0^1\int_0^2 \frac{y}{x}\,\frac{x(1+3y^2)}{4}\,dxdy = \int_0^1 \frac{y+3y^3}{2}\,dy = \frac{5}{8}$$

2. Sifat Harga Harapan

Bila a dan b konstanta, maka

E(aX +b) = aE(X) +b

Akibat:

1. Bila a = 0, maka *E(b) = b*
2. Bila b = 0, maka *E(aX) = a E(X)*

Nilai harapan jumlah atau selisih dua atau lebih fungsi suatu PA X sama dengan jumlah atau selisih nilai harapan fungsi tersebut, yaitu

E[g(X) ± h(X)] = E[g(X)] ± E [h(X)]

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Contoh 9:

Misalkan suatu PA dengan distribusi peluang sbb;

x	0	1	2	3
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{6}$

Hitunglah harapan $Y = (X-1)^2$

$$E\,[(X-1)^2] = \sum_x (X-1)^2.\ f(x)$$

Dapat ditulis

$$E\,[(X-1)^2] = E\,[(X^2 - 2X + 1)] = E(X^2) - E\,(2X) + E(1)$$

$$E(X^2) = \sum_x x^2 f(x)$$

$$= (0)^2\,\frac{1}{3} + (1)^2\,\frac{1}{2} + (2)^2\ 0 + (3)^2\,\frac{1}{6} = 2$$

$$E(X) = \sum_x x f(x)$$

$$= (0)\,\frac{1}{3} + (1)\,\frac{1}{2} + (2)\ 0 + (3)\,\frac{1}{6} = 1$$

$$E\,[(X-1)^2] = 2 - 2\,E(X) + 1$$

$$= 2 - 2\,.\,1 + 1 = 1$$

Nilai harapan jumlah atau selisih dua atau lebih fungsi suatu PA X dan Y adalah jumlah atau selisih nilai harapan fungsi tersebut, yaitu

$$E[\,g(X,Y) \pm h(X,Y)\,] = E[\,g(X,Y)\,] \pm E\,[\,h(X,Y)\,]$$

Akibat

Bila diambil $g(X,Y) = X$ dan $h(X,Y) = Y$, maka diperoleh

$E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y)$

Misalkanlah X dan Y dua PA yang bebas, maka

$$E(XY) = E(X).\ E(Y)$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Contoh 10:

Misalkanlah X dan Y PA bebas dengan distribusi peluang gabungan

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x(1+3y^2)}{4}, & untuk\ 0 < x < 2,\ 0 < y < 1 \\ 0, & untuk\ x\ lainnya \end{cases}$$

Periksa apakah X dan Y dua PA yang bebas

Jawab:

$$E(X) = \int_0^1 \int_1^2 x.\frac{1+3y^2}{4}\,dx\,dy \quad = \int_0^1 \frac{x^3(1+3y^2)}{12}\,dy$$

$$= \int_0^1 \frac{2(1+3y^2)}{3}\,dy = \frac{4}{3}$$

$$E(Y) = \int_0^1 \int_0^2 y.\frac{x(1+3y^2)}{4}\,dx\,dy$$

$$= \int_0^1 \frac{x^2 y(1+3y^2)}{8}\,dy$$

$$= \int_0^1 \frac{y(1+3y^2)}{2}\,dy = \frac{5}{8}$$

$$E(XY) = \int_0^1 \int_0^2 x.y.\frac{x(1+3y^2)}{4}\,dx\,dy$$

$$= \int_0^1 \frac{x^3.y(1+3y^2)}{12}\,dy$$

$$= \int_2^1 \frac{2y(1+3y^2)}{3}\,dy = \frac{5}{6}$$

Jadi *E(XY) = E(X) E(Y)*

$$\frac{5}{6} = \frac{4}{3}.\frac{5}{8}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5}{6}$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

3. Harapan Matematik Khusus

Bila $g(X) = X^k$, teorema 2.1 menghasilkan nilai harapan yang disebut momen ke-k disekitar titik asal PA X yang dinyatakan $\mu_k^{'}$, jadi

$$\mu_k^{'} = E(X^k) = \sum_x x^k . f(x) \quad , \qquad \text{bila } X \text{ diskret}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x^k . f(x) \quad , \text{ bila } X \text{ kontinu}$$

Untuk $k = 0$, maka $\mu_0^{'} = E(X^0) = E(1) = 1$, karena

$$E(1) = \sum_x f(x) = 1$$

Untuk $k = 1$, maka $\mu_1^{'} = E(X^1) = E(X) = \mu_x = \mu$, karena $k = 1$ merupakan momen pertama disekitar titik asal PA ≡ rataan PA.

Bila $g(X) = (X - \mu)^k$ akan menghasilkan nilai harapan yang disebut momen ke-k disekitar rataan PA X yang dinyatakan μ_k, jadi

$$\mu_k = E[(X - \mu)^k] = \sum_x (x - \mu)^k . f(x) \quad , \qquad \text{bila } X \text{ diskret}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^k . f(x) \quad , \text{ bila } X \text{ kontinu}$$

Untuk $k = 2$; memberikan gambaran penyebaran pengukuran sekitar rataan

$$\mu_2 = E[(X - \mu)^2] = \sigma^2$$

$$\sqrt{\sigma^2} = \sigma = \text{simpangan baku}$$

Untuk lebih lanjut masalah varian ini akan dibahas pada paket 9.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Paket 9
VARIAN DAN KOVARIAN

Pendahuluan

Pada paket ini, berisi tentang varian, sifat-sifat varian serta kovarian. Dari paket 8 yang sudah dipelajari, kemudian mahasiswa diperkenalkan dengan materi ini dengan harapan wawasan mereka akan materi peubah acak lebih banyak. Paket ini menjadi sangat penting karena penguasaan materi pada paket ini menjadi landasan mahasiswa untuk dapat mempelajari materi berikutnya dengan lebih mudah.

Perkuliahan untuk paket ini, diawali dengan, dosen meminta mahasiswa untuk mendiskusikan hasil tulisannya dengan terlebih dahulu dasen membagi mahasiswa menjadi 6 kelompok. Kel 1,2 dan 3 mendiskusikan tentang Varian. Kel 4,5 dan 6 mendiskusikan tentang Kovarian. Kemudian Dosen meminta mahasiswa melakukan karya kunjung dengan aturan dua orang kel-1 berkunjung ke ke-4, begitu sebaliknya. Dua orang dari kel-2 berkunjung ke kel-5, begitu sebaliknya. Dua orang kel-3 berkunjung ke kel-6, begitu sebaliknya. Mereka diminta menjelaskan hasil diskusinya kepada kelompok lain dan kelompok yang dikunjungi diminta memberi tanggapan. Akhir pembelajaran dosen memberi penguatan.

Penyiapan media pembelajaran sangat penting pada paket ini. Perkuliahan pada paket ini memerlukan LCD dan laptop sebagai media yang mempermudah pembelajaran dan menghemat waktu. Selain itu diperlukan juga spidol.

Rencana Pelaksanaan Perkuliahan

Kompetensi Dasar
Memahami Peubah Acak dan distribusi peluang.

Indikator
1. Menjelaskan varians dan kovarinas

Waktu
3 x 50 menit

Materi Pokok
1. Variansi
2. Sifat Varians
3. Kovarian

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Kegiatan Perkuliahan

Kegiatan Awal (20 menit)

1. Dosen memulai dengan mengingatkan kembali materi minggu lalu
2. Dosen memberikan gambaran materi pada pertemuan hari ini dengan melontarkan pertanyaan dan mahasiswa diminta menyelesaikannya dengan bimbingan dosen.

Kegitan Inti (120 menit)

1. Dengan makalah yang dibuat secara individu, dosen meminta mahasiswa untuk mendiskusi hasil tulisannya denga terlebih dahulu dasen membagi mahasiswa menjadi 6 kelompok.
2. Kel 1,2 dan 3 mendiskusikan tentang Varian. Kel 4,5 dan 6 mendiskusikan tentang Kovarian.
3. Dosen meminta mahasiswa melakukan karya kunjung dengan aturan dua orang kel-1 berkunjung ke ke-4, begitu sebaliknya. Dua orang dari kel-2 berkunjung ke kel-5, begitu sebaliknya. Dua orang kel-3 berkunjung ke kel-6, begitu sebaliknya. Mereka diminta menjeaskan hasil diskusinya kepada kelompok lain dan kelompok yang dikunjungi diminta memberi tanggapan.
4. Dosen memberi penguatan

Kegitan Penutup (15 menit)

Dosen meminta pendapat mahasiswa tentang materi pelajaran hari ini, strateginya, dll

Tindak Lanjut (5 menit)

Mahasiswa diminta membuat resume hasil pembelajaran hari ini dan dosen meminta mahasiswa untuk membuat atau mencari 5 soal beserta penyelesaiannya.

Uraian Materi

Variansi dan Kovariansi

1. Variansi

Ukuran keragaman terpenting suatu peubah acak X diperoleh dengan mengambil $g(X) = (X - \mu)^2$. Karena pentingnya dalam statistika maka diberi nama **variansi peubah acak** X atau **variansi distibusi peluang** X dan dinyatakan dengan Var(X) atau lambang, σ_x^2

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

atau cuma σ^2 bila tidak ada keraguan mengenai peubah acak yang dimaksud.

Misalkan *X* peubah acak dengan distribusi peluang *f(x)* dan rataan μ. **Variansi** *X* adalah

Bila *X* diskret

$$\sigma^2 = E[(x-\mu)^2] = \sum_x (x-\mu)^2 f(x)$$

Bila *X* kontinu

$$\sigma^2 = E[(x-\mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)dx$$

Akar positif variansi, σ, disebut *simpangan baku X.*

Besaran x - μ disebut penyimpangan suatu pengamatan dari rataannya. Karena penyimpangan ini dikuadratkan dan kemudian dirata-ratakan, σ^2 akan lebih kecil untuk suatu kelompok nilai x yang dekat ke μ dibandingkan dengan kelompok yang berjauhan dengan μ. Dengan kata lain, jika nilai-nulai x cenderung terkonsentrasi di dekat rataannya, maka variansinya kecil. Sedangkan jika jauh dari rataannya maka variansinya besar.

Contoh 1:

Misalkan peubah acak *X* menyatakan banyaknya mobil yang digunakan untuk keperluan dinas kantor pada setiap hari kerja. Distribusi peluang untuk kantor *A* adalah

x	1	2	3
f(x)	0,3	0,4	0,3

dan untuk kantor *B* adalah

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

x	0	1	2	3	4
f(x)	0,2	0,1	0,3	0,3	0,1

Tunjukkan bahwa variansi distribusi peluang kantor *B* lebih besar dari pada vaariansi kantor *A*.

Jawab:
Untuk kantor *A* diperoleh

$\mu = E(X) = (1)(0,3) + (2)(0,4) + (3)(0,3) = 2,0$

dan

$$\sigma^2 = \sum_{x=1}^{3} (x-2)^2 f(x)$$

$= (1 - 2)^2 (0,3) + (2 - 2)^2 (0,4) + (3 - 2)^2 (0,3) = 0,6$

Untuk kantor *B*,diperoleh

$\mu = E(X) = (0)(0,2) + (1)(0,1) + (2)(0,3) + (3)(0,3) + (4)(0,1) = 2,0$

dan

$$\sigma^2 = \sum_{x=0}^{4} (x-2)^2 f(x)$$

$= (0 - 2)^2 (0,2) + (1 - 2)^2 (0,1) + \ldots + (4 - 2)^2 (0,1)$

$= 1,6$

Jelas, variansi banyaknya mobil yang digunakan untuk keperluan dinas lebih besar untuk kantor *B* daripada untuk kantor *A*.

Variansi peubah acak *X* adalah
$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2$.

Bukti
Untuk hal diskret dapat ditulis

$$\sigma^2 = \sum_{x} (x-\mu)^2 f(x) = \sum_{x} (x^2 - 2\mu x + \mu^2) f(x)$$

$$= \sum_{x} x^2 f(x) - 2\mu \sum_{x} x f(x) + \mu^2 \sum_{x} f(x)$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Karena $\mu = \sum_{x} xf(x)$ menurut definisi dan $\sum_{x} f(x) = 1$

Untuk distribusi peluang diskret, maka

$$\sigma^2 = \sum_{x} x^2 f(x) - \mu^2 = E(X^2) - \mu^2$$

Untuk hal kontinu buktinya langkah demi langkah sama, hanya penjumlahan diganti dengan integral.

Contoh 2:

Misalkan peubah acak *X* menyatakan banyaknya bagian yang cacat dari suatu mesin bila 3 suku cadang disamping dari rantai produksi dan diuji. Berikut adalah distribusi peluang *X*.

x	0	1	2	3
$f(x)$	0,51	0,38	0,10	0,01

hitung σ^2 menggunakan

Jawab

Pertama, hitung

$\mu = (0)(0,51) + (1)(0,38) + (2)(0,01) + (3)(0,01) = 0,61$

sekarang

$E(X^2) = (0)(0,51) + (1)(0,38) + (4)(0,10) + (9)(0,01) = 0,87$

Contoh 3:

Permintaan mingguan Coca Cola, dalam ribuan liter, pada suatu jaringan pemasaran daerah, merupakan peubah acak kontinu *X* dengan fungsi padat peluang . Hitunglah rataan dan variansinya

$$f(x) \begin{cases} 2(x-1), & 1 < x < 2 \\ 0, & \text{untuk x lainnya.} \end{cases}$$

Jawab

$$\mu = E(X) = 2\int_{1}^{2} x(x-1)dx = \frac{5}{3}$$

dan

$$E(x^2) = 2\int_{1}^{2} x^2(x-1)dx = \frac{17}{6}$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$\sigma^2 = \frac{17}{6} - \left[\frac{5}{3}\right]^2 = \frac{1}{18}$$

Pada tahap ini variansi atau simpangan baku hanya berguna dalam membandingkan dua atau lebih distribusi yang sama satuan pengukurannya.

Sekarang variansi peubah acak *X* akan diperluas sehinga mencangkup peubah acak yang berkaitan ddengan *X*. untuk peubah acak *g*(X), variansinya akan dinyatakan dengan $\sigma^2_{g(x)}$ dan dihitung menggunakan teorema berikut.

Misalkan *X* peubah acak dengan distribusi acak dengan distribusi peluang *f*(*x*). Maka variansi peubah acak *g*(*x*) adalah

$$\sigma^2_{g(x)} = \mathrm{E}\left\{\left[\mathrm{g}(X) - \mu_{g(x)}\right]^2\right\} = \sum_{\mathrm{x}} [\mathrm{g}(X) - \mu_{\mathrm{g(x)}}]^2 f(x)$$

jika *X* diskret, dan

$$\sigma^2_{g(x)} = \mathrm{E}\left\{\left[\mathrm{g(X)} - \mu_{\mathrm{g(x)}}\right]^2\right\} = \int_{\infty}^{\infty} [\mathrm{g(X)} - \mu_{\mathrm{g(x)}}]^2 f(x)\, dx$$

jika *X* kontinu

Contoh 4:

Hitung variansi g(*X*) = 2*X* + 3, bila *X* peubah acak dengan distribusi peluang

x	0	1	2	3
f(x)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$

Jawab:

Pertama-tama hitung rataan peubah acak 2*X* + 3.,

$$\mu_{2X+3} = \mathrm{E}(2\mathrm{X} + 3) = \sum_{x=10}^{3} (2x + 3)\, f(x) = 6$$

diperoleh

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$\sigma^2_{2X+3} = E\{[2X + 3) - \mu_{2X+3}]^2\}$$
$$= E\{[2X + 3 - 6]^2\}$$
$$= E(4X^2 - 12X + 9)$$
$$= \sum_{x=0}^{3}(4x^2 - 12x + 9)f(x)$$
$$= 4$$

Contoh 5:

Misalkan *X* peubah acak dengan fungsi padat

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{3}, & -1 < x < 2 \\ 0, & untuk\ x\ lainnya \end{cases}$$

Cari variansi peubah acak g(*X*) = 4*X* + 3.

Jawab:

Di contoh 6 pada paket 8 diperoleh $\mu_{4X+3} = 8$.

$$\sigma^2_{4X+3} = E\{[4X + 3) - 8]^2\}$$
$$= E[(4X - 5)^2]$$
$$= \int_{-1}^{2}(4X - 5)^2 \frac{x^2}{3}\, dx$$
$$= \frac{1}{3}\int_{-1}^{2}(16x^4 - 40x^3 + 25x^2)\, dx = \frac{51}{5}$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

2. Sifat-Sifat Variansi

Misalkan X PA dengan distribusi peluang f(x), maka variansi g(X) adalah

$$\sigma^2_{g(X)} = E[(g(X) - \mu_{g(X)})^2]$$

- ***Bila X suatu PA dan b suatu tetapan (konstanta), maka***

$$\sigma^2_{X+b} = \sigma^2_X = \sigma^2$$

- ***Bila X suatu PA dan a suatu tetapan (konstanta), maka***

$$\sigma^2_{aX} = a^2\sigma^2_X = a^2\sigma^2$$

- ***Bila X dan Y PA dengan distribusi peluang gabungan f(x,y), maka***

$$\sigma^2_{aX+bY} = a^2\sigma^2_X + b^2\sigma^2_Y + 2ab\sigma_{XY}$$

Akibat

1. Bila X dan Y PA yang bebas, maka
   $\sigma^2_{aX+bY} = a^2\sigma^2_X + b^2\sigma^2_Y$
2. Bila X dan Y PA yang bebas, maka
   $\sigma^2_{aX-bY} = a^2\sigma^2_X + b^2\sigma^2_Y$

Contoh 6:

Bila X dan Y PA dengan variansi $\sigma^2_X = 2$, dan $\sigma^2_Y = 4$ dan kovarian σ_{XY} = -2. Carilah variansi PA Z = $3X$ - $4Y$ +8

Jawab:

$$\sigma^2_{3X-4Y+8} = 9\sigma^2_X + 16\sigma^2_Y - 24\sigma_{XY}$$
$$= 9 . 2 + 16. 4 - 24 . (-2)$$
$$= 130$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

3. Kovarian

Bila $g(X,Y) = (X - \mu_X)(Y - \mu_Y)$, dengan $\mu_X = E(X)$. akan memberikan nilai harapan yang disebut *kovariansi X* dan *Y*, dinyatakan dengan lambang σ_{XY} atau kov (X,Y).

$$\sigma_{XY} = kov(X,Y) = E[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)]$$

$$= \sum_x \sum_y (x-\mu_x)(y-\mu_y) f(x,y) \ ,$$

bila *X* diskret

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu_x)(y-\mu_y) f(x,y)\,dxdy \ ,$$

bila *X* kontinu

Kovariansi antara dua peubah acak adalah ukuran sifat asosiasi (hubungan) antara keduanya. Bila nilai *X* yang besar sering berkaitan dengan nilai *Y* yang besar atau nilai *X* yang kecil berkaitan dengan nilai *Y* yang kecil, maka nilai $X - \mu_x$ positif akan sering berkaitan dengan nilai $Y - \mu_y$ yang positif dan nilai negatif $X - \mu_x$ akan sering berkaitan dengan nilai negatif $Y - \mu_y$ jadi $(X - \mu_x)(Y - \mu_y)$ cenderung positif. Sebaliknya bila nilai *X* yang besar berkaitan dengan nilai *Y* yang kecil, $(X - \mu_x)(Y - \mu_y)$ cenderung negatif. Jadi *tanda* kovariansi (+ atau -) menunjukkan apakah hubungan antara dua peubah acak yang berkaitan positif ata negatif.

Kovariansi dua peubah acak *X* dan *Y* dengan rataan, masing-masing, μ_x dan μ_y diberikan oleh

$\sigma_{XY} = E(XY) - \mu_x \mu_y$

Bukti

Untuk hal diskret dapat ditulis

$$\sigma_{XY} = \sum_x \sum_y (x-\mu_X)(y-\mu_Y) f(x,y)$$

$$= \sum_x \sum_y (xy - \mu_X y - \mu_Y x + \mu_X \mu_Y) f(x,y)$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$\sum_x \sum_y xyf(x,y) - \mu_X \sum_x \sum_y yf(x,y) - \mu_Y \sum_x \sum_y xf(x,y) +$$

$$+\mu_X \mu_Y \sum_x \sum_y f(x,y)$$

Karena $\mu_X = \sum_x \sum_y xf(x,y)$ dan $\mu_Y = \sum_x \sum_y yf(x,y)$ dan $\sum_x \sum_y f(x,y) = 1$

$\sigma_{XY} = E(XY) - \mu_x \mu_y - \mu_x \mu_y + \mu_x \mu_y$

$= E(XY) - \mu_x \mu_y$

Contoh 7:

Misalkan *X* = jumlah ballpoint warna biru dan *Y* = jumlah ballpoint warna merah. Bila dua ballpoint diambil secara acak dari kotak, distribusi peluang gabungannya yaitu:

f(x,y)	*x=0*	*x=1*	*x=3*	*h(y)*
y=0	$\frac{2}{28}$	$\frac{9}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{15}{28}$
y=1	$\frac{3}{14}$	$\frac{3}{14}$		$\frac{3}{7}$
y=2	$\frac{1}{28}$			$\frac{1}{28}$
g(x)	$\frac{5}{14}$	$\frac{15}{18}$	$\frac{3}{28}$	1

Hitunglah kovariansi dari *X* dan *Y*

Jawab:

$$E(XY) = \sum_{x=0}^{2} \sum_{y=0}^{2} x.y\ .f(x,y) = \frac{6}{28}$$

$$E(X) = \sum_{x=0}^{2} \sum_{y=0}^{2} x.f(x,y)$$ INGAT ….. $\sum_y f(x,y) = g(x)$

$$= \sum_{x=0}^{2} x.g(x)$$

= (0) 10/28 + (1) 15/28 + (2) 3/28 = 3 /4

$$E(Y) = \sum_{x=0}^{2} \sum_{y=0}^{2} y.f(x,y)$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$= \sum_{y=0}^{2} y.h(y)$$

= (0) 15/28 + (1) 12/28 + (2) 1/28 = 1 /2

Jadi $\sigma_{XY} = E(XY) - E(X)E(Y)$

= 6/28 - (3 /4) . (1 /2)

= -9/36

Contoh 8:

Misalkan PA *X* dan *Y* mempunyai fungsi padat peluang gabungan

$f(x,y) = 2$, $0 < x < y$, $0 < y < 1$

= 0 , untuk *x* yang lainnya

Hitung σ_{XY}

Jawab:

$$E(XY) = \int_0^1 \int_0^y x.\, y.2\, dxdy = \frac{1}{4}$$

$$E(X) = \int_0^1 \int_0^y x.\, 2\, dxdy = \frac{1}{3}$$

$$E(Y) = \int_0^1 \int_0^y y.2\, dxdy = \frac{2}{3}$$

Jadi σ_{XY} = 1/ 4 + (1/3)(2/3) = 1/36

<u>Latihan soal:</u>

1. Misalkan *X* PA yang menyatakan umur dalam jam sejenis bola lampu. Fungsi padat peluang diberikan oleh:
   $$,f(x) = \begin{cases} \frac{2000}{x^3}, & x > 100 \\ 0, & untuk\ x\ lainnya \end{cases}$$
   Hitunglah harapan umur jenis bola lampu tersebut!
2. Hitung variansi *X* bila *X* menyatakan banyaknya kimiawan dalam panitia 3 orang yang dipilih secara acak dari 4 kimiawan dan 3 biolog!
3. Misalkan PA *X* dan *Y* mempunyai fungsi padat peluang gabungan
   $$f(x,y) = \begin{cases} 2, & 0 < x < y, \quad 0 < y < 1 \\ 0, & untuk\ x\ yang\ lainnya \end{cases}$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Hitung σ_{XY}

Jawab:

1. $E(X) = \int_{\infty}^{\infty} xf(x)\,dx$

$$= \int_{100}^{x} x.\frac{2000}{x^3}dx = 200$$

2. Misalkan X menyatakan banyaknya wanita yang terpilih, maka distribusi peluang X adalah : $f(x) = \dfrac{\binom{4}{3}\binom{3}{3-x}}{\binom{7}{3}}$, x = 0,1,2,3

Sehingga, $f(0)=\frac{1}{35}$; $f(1)=\frac{12}{35}$; $f(2)=\frac{18}{35}$; dan $f(3)=\frac{4}{35}$

Jadi, $E(X)$ = 0. $\frac{1}{35}+1.\frac{12}{35}+2-\frac{18}{35}+3.\frac{4}{35}=\frac{12}{7}=1\frac{5}{7}$

$E(X) = \mu^2 = \frac{12}{7}$

$E(X^2) = \sum_{x} x^2.f(x)$

$= (0)^2.\frac{1}{35} + (1)^2.\frac{12}{35} + (2)^2\cdot\frac{18}{35} + (3)^2.\frac{4}{35} = \frac{24}{7}$

$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2$

$= \frac{24}{7} - \left(\frac{12}{7}\right)^2 = \frac{24}{49}$

3. $E(XY) = \int_0^1\int_0^y x.y.dxdy = \frac{1}{14}$

$E(X) = \int_0^1\int_0^y x.2\,dxdy = \frac{1}{3}$

$E(Y) = \int_0^1\int_0^y y.2\,dxdy = \frac{2}{3}$

Jadi $\sigma_{XY} = \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{36}$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Paket 10
DISTRIBUSI PELUANG PEUBAH ACAK DISKRIT
(Seragam, Binomial dan Multinomial)

Pendahuluan

Pada paket ini, berisi tentang distribusi peluang peubah acak diskret yaitu distribusi seragam, binomial dan multinomial. Dari paket yang sudah dipelajari, kemudian mahasiswa diperkenalkan dengan materi ini dengan harapan wawasan mereka akan materi peubah acak lebih banyak. Paket ini menjadi sangat penting karena penguasaan materi pada paket ini menjadi landasan mahasiswa untuk dapat mempelajari materi berikutnya dengan lebih mudah.

Perkuliahan untuk paket ini, diawali dengan, Dosen membagi kelompok menjadi 6 kelompok, kemudian Dosen memberikan makalah. Untuk kelompok 1 dan 2 diminta mendiskusikan distribusi seragam, kel 3 dan 4 mendiskusikan distribusi binomial, dan kel 5 dan 6 mendiskusikan distribusi multinomial.Dosen meminta perwakilan mahasiswa untuk mempresentasikan hasil diskusinya dan kelompok yang lain memberi tanggapan. Akhir pembelajaran dosen memberi penguatan.

Penyiapan media pembelajaran sangat penting pada paket ini. Perkuliahan pada paket ini memerlukan LCD dan laptop sebagai media yang mempermudah pembelajaran dan menghemat waktu. Selain itu diperlukan juga spidol.

Rencana Pelaksanaan Perkuliahan

Kompetensi Dasar
Memahami distribusi peluang peubah acak diskret.

Indikator
1. Menjelaskan distribusi peluang seragam
2. Menjelaskan distribusi peluang binomial
3. Menjelaskan distribusi peluang multinomial

Waktu
3 x 50 menit

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Materi Pokok
1. Distribusi Seragam
2. Distribusi binomial
3. Distribusi multinomial

Kegiatan Perkuliahan
Kegiatan Awal (20 menit)
1. Dosen memulai dengan mengingatkan kembali materi minggu lalu
2. Dosen memberikan gambaran materi pada pertemuan hari ini dengan melontarkan pertanyaan dan mahasiswa diminta menyelesaikannya dengan bimbingan dosen.

Kegitan Inti (120 menit)
1. Dosen membagi kelompok menjadi 6 kelompok.
2. Dosen memberikan makalah.
3. Untuk kelompok 1 dan 2 diminta mendiskusikan distribusi seragam, kel 3 dan 4 mendiskusikan distribusi binomial, dan kel 5 dan 6 mendiskusikan distribusi multinomial.
4. Dosen meminta perwakilan mahasiswa untuk mempresentasikan hasil diskusinya dan kelompok yang lain memberi tanggapan.
5. Dosen memberi penguatan

Kegitan Penutup (15 menit)

Dosen meminta pendapat mahasiswa tentang materi pelajaran hari ini, strateginya, dll

Tindak Lanjut (5 menit)

Mahasiswa diminta membuat resume hasil pembelajaran hari ini dan dosen meminta mahasiswa untuk membuat makalah secara individu dengan aturan yang nomer absen ganjil membuat makalah tentang distribusi hipergeometri dan nomer absen genap membuat makalah tentang distribusi poisson.

Uraian Materi

Distribusi Seragam, Binomial dan Multinomial

1. Distribusi Seragam (*Uniform*)

Distribusi peluang diskret yang paling sederhana ialah yang semua PA nya mempunyai peluang yang sama. Distribusi peluang yang semacam ini disebut distribusi seragam atau *uniform*.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Bila PA X mendapat harga $x_1, x_2, \ldots, x_k$ dengan peluang yang sama, maka distribusi seragam diskret diberikan oleh:

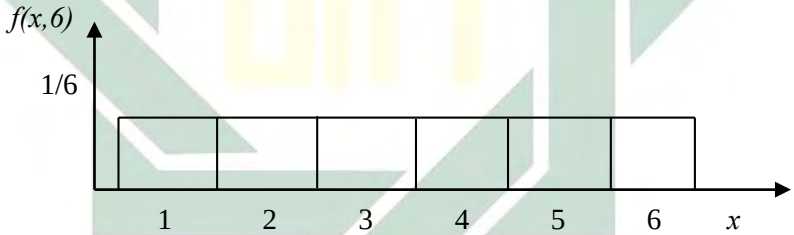
$$f(x,k) = \frac{1}{k}, \qquad x = x_1, x_2, \ldots, x_k$$

Notasi $f(x,k)$ dipakai sebagai pengganti $f(x)$ untuk menunjukkan bahwa distribusi seragam tersebut bergantung pada parameter k.

Contoh 1:

Bila sebuah dadu dilantunkan, tiap elemen RS S = { 1,2,3,4,5,6, } muncul dengan peluang 1/6. Jadi merupakan distribusi peluang seragam dengan $f(x,6)$ = 1/6, x = 1,2,3,4,5,6.

Histogram distribusi seragamakan selalu berbentuk persegi panjang dengan fungsi yang sama. Untuk contoh 1 didapatkan sebagai berikut:



Gambar 10.1 Distribusi Seragam

Rataan dan variansi distribusi seragam f(x,k) adalah

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i}{k} \quad \textbf{dan} \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} (x_i - \mu)^2}{k}$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Bukti:

$$\mu = E(X) = \sum_{i=1}^{k} x_i f(x_i;k) = \sum_{i=1}^{k} x_i . \frac{1}{k} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i}{k}$$

$$\sigma^2 = E[(X-\mu)^2] = \sum_{i=1}^{k} (x_i - \mu)^2 f(x_i;k)$$

$$= \sum_{i=1}^{k} (x_i - \mu)^2 \frac{1}{k}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} (x_i - \mu)^2}{k}$$

Contoh 2:

Dari contoh 1, tentukan μ dan σ^2

Jawab:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i}{k} = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = 3{,}5$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} (x_i - \mu)^2}{k} = \frac{(1-3{,}5)^2 + (2-3{,}5)^2 + \ldots + (6-3{,}5)^2}{6} = \frac{35}{12}$$

2. Distribusi Binomial

Distribusi Binomial disebut pula distribusi Bernoulli, ditemukan oleh James Bernoulli, adalah suatu distribusi teoritis yang menggunakan variabel random diskrit (variabel yang hanya memiliki nilai tertentu, nilainya merupakan bilangan bulat dan asli tidak berbentuk pecahan) yang terdiri dari dua kejadian yang berkomplementer seperti sukses-gagal, baik-cacat, siang-malam, dan sebagainya.

Distribusi Binomial adalah suatu distribusi probabilitas yang dapat digunakan bilamana suatu proses sampling dapat diasumsikan sesuai dengan proses Bernoulli. Misalnya, dalam perlemparan sekeping uang logam sebanyak 5 kali, hasil setiap ulangan mungkin muncul sisi gambar atau sisi angka. Begitu pula, bila kartu diambil berturut-turut,

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

kita dapat memberi label "berhasil" bila kartu yang terambil adalah kartu merah atau ”gagal” bila yang terambil adalah kartu hitam. Ulangan-ulangan tersebut bersifat bebas dan peluang keberhasilan setiap ulangan tetap sama, yaitu sebesar 0,5.

Jika p merupakan probabilitas dari suatu kejadian yang akan terjadi pada sebarang percobaan tunggal (disebut probabilitas sukses) dan $q = 1 - p$ adalah probabilitas yang gagalterjadi dalam sebarang percobaan tunggal (disebut probabilitas kegagalan) maka probabilitas yang akan terjadi adalah tepat x kali dalam n percobaan (yaitu x sukses dan $n - x$ kegagalan akan berlangsung). Banyaknya sukses, $(p) = x$ dan banyak gagal, $(q) = n - x$, dengan salah satu susunan yang paling sederhana adalah:

$$\underbrace{ppp\ldots p}_{x}\quad\underbrace{qqq\ldots q;}_{n-x}$$

Susunan tersebut hanyalah salah satu dari sekian kemungkinan. Secara keseluruhan susunan sukses(p) dan gagal(q) adalah membentuk permutasi n unsure dimana hanya ada dua jenis yaitu unsure p sebanyak x dan unsur q sebanyak n-x, sehingga secara keseluruhan membentuk

$$\frac{n!}{x!\,(n-x)!} = C_x^n$$

Misalkan pada percobaan Bernoulli pengamatan difokuskan pada banyaknya sukses yang terjadi ketika percobaan Bernouli itu diulang sebanyak n kali. Dicari fungsi kepadatan peluang dari peubah acak yang menggambarkan banyaknya sukses yang terjadi.Dari sebanyak n ulangan percobaan Bernoulli, jelaslah bahwa banyaknya sukses berkisar dari 0 (tidak ada sama sekali), sampai maksimum n (semuanya sukses). Akan dicari berapa peluang untuk masing-masing peluang tersebut. Misalkan banyaknya sukses adalah x.

Percobaan binomial ialah percobaan yang memenuhi persyaratan berikut:

1. Percobaan terdiri atas n usaha yang berulang
2. Tiap usaha memberi hasil yang dapat ditentukan dengan *sukses* dan *gagal*
3. Peluang *sukses* dinyatakan dengan p dan tidak berubah dari usaha satu ke yang berikutnya
4. Tiap usaha bebas dengan usaha lainnya.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Pandang suatu percobaan pengambilan 3 jeruk secara acak dari satu truk, diperiksa dan kemudian yang cacat dan yang tidak cacat dipisahkan. Cacat dianggap sukses. Banyaknya sukses merupakan PA yang harganya 0 s/d 3.

Hasil yang mungkin

Hasil	CCC	CCT	CTC	TCC	TTC	TCT	CTT	TTT
X	3	2	2	2	1	1	1	0

Misal terdapat informasi, bahwa jumlah cacat sebesar 25%, maka
P(TCT) = (3/4).(1/4).(3/4) = 9/64
Peluang untuk kemungkinan hasil yang lain (distribusi peluang *X*) adalah

X	0	1	2	3
f(x)	27/64	27/64	9/64	1/64

Banyaknya sukses X dalam n usaha suatu percobaan binomial disebut Peubah Acak binomial

Distribus peluang peubah binomial *X* disebut distribusi binomial dan dinyatakan dengan *b(x;n,p),* karena nilainya tergantung banyaknya usaha (*n*), peluang sukses (*p*). Pada contoh diatas, dimana *X* banyaknya cacat maka

P(X=2)=f(2)= $b(2;3,1/4)= 9/24$

Bila suatu usaha binomial dapat menghasilkan sukses dengan peluang *p* dan gagal *q = 1- p* , maka distribusi peluang PA binomial *X*, yaitu banyaknya sukses dalam *n* usaha bebas adalah :

$$b(x;n,p) = C_x^n . p^x (1-q)^{n-x} \qquad \mathbf{x = 0,1,\ldots,n}$$

Perhatikan bila *n* = 3 dan *p* = ¼ , distribusi peluang *X* yaitu banyaknya yang cacat dapat ditulis sebagai

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$b(x;3,1/4) = C_x^3.(1/4)^x(3/4)^{3-x} \qquad x = 0,1,2,3$$

Yaitu suatu cara penyajian yang lain dari distribusi peluang *X* kasus di atas.

Contoh 3:

Suatu suku cadang dapat menahan uji gelombang tertentu dengan peluang ¾ . Hitunglah peluang tepat dua dari empat suku cadang yang diuji tidak akan rusak.

Jawab:

$n = 4$; $p = ¾$

X = suku cadang yang tidak akan rusak / tahan goncangan

$$b(2;4,3/4) = C_2^4.(3/4)^2(1/4)^2$$

$$= \frac{4!}{2!2!}.\frac{3^2}{4^4} = \frac{27}{128}$$

Pada beberapa soal, kita akan menghadapi perhitungan $P(X<a)$ atau $P(a \le X \le b)$, untuk masalah tersebut dapat dilihat pada tabel binomial dengan ukuran sampel 5,10,15 dan 20 dengan p=0,1 s/d p = 0,9.

Contoh 4:

Seorang penderita penyakit tertentu pempunyai peluang 0,4 untuk sembuh. Bila diketahui ada 15 orang yang telah mengidap penyakit tersebut. Berapakah peluang:

1. Paling sedikit 10 akan sembuh
2. Antara 3 s/d 8 sembuh
3. Tepat 5 sembuh

Jawab:

X = banyaknya yang sembuh

$n = 15$; $p = 0,4$

Dengan menggunakan tabel binomial:

1. $P(X \ge 10) = 1 - P(X<10)$

$$= 1 - [P(X=0) + P(X=1) + \ldots + P(X=9)]$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^{9} b(x;15, 0,4)$$

$$= 1 - 0,9662 = 0,0338$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

2. $P(3 \le X \le 8) = \sum_{x=3}^{8} b(x;15, 0,4)$

$= \sum_{x=0}^{8} b(x;15, 0,4) - \sum_{x=0}^{2} b(x;15, 0,4)$

$= 0,9050 - 0,0271 = 0,8779$

3. $P(X=5) = b(5; 15, 0,4)$

$= \sum_{x=0}^{5} b(x;15, 0,4) - \sum_{x=0}^{4} b(x;15, 0,4)$

$= 0,4032 - 0,2173 = 0,1859$

Distribusi binomial b(x; n, p) mempunyai rataan dan variansi

$\mu = np$ ***dan*** $\sigma^2 = npq$

3. Distribusi Multinomial

Bila suatu usaha tertentu dapat menghasilkan k macam hasil E_1, E_2,, ..., E_k dengan peluang p_1, p_2, ... , p_k, maka distribusi peluang acak X_1, X_2, ,...,X_k, yang menyatakan terjadinya E_1, E_2,, ..., E_k dalam n usaha bebas ialah

$$f(x_1, x_2, ,\ldots,x_k ; p_1, p_2, \ldots , p_k,, n) = \binom{n}{x_1, x_2, \ldots, x_k} . p_1^{x_1} . p_2^{x_2} \ldots . p_k^{x_k}$$

dengan $\sum_{i=1}^{k} x_i = n$; $\sum_{i=1}^{k} p_i = 1$; $\binom{n}{x_1, x_2, \ldots, x_k} . = \frac{n!}{x_1!\, x_2!\ldots x_k!}$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Contoh 5:

Bila dua dadu dilantunkan enam kali, berapakah peluang mendapat jumlah 7 atau 11 muncul dua kali, sepasang bilangan yang sama muncul satu kali, dan pasangan lainnya tiga kali

Jawab:

Misal E_1 = kejadian munculnya jumlah 7 atau 11

E_2 = kejadian munculnya sepasang bilangan yang sama

E_1 = kejadian munculnya bukan jumlah 7 atau 11 atau sepasang bilangan yang sama

$n(S) = 36$; $x_1 = 2$; $x_2 = 1$; $x_3 = 3$

$E_1 =$ { (1,6),(6,1),(2,5),(5,2),(3,4),(4,3),(5,6),(6,5) }

$n(E_1) = 8$; $P(E_1) = 2/9$

$E_2 =$ { (1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6) }

$n(E_2) = 6$; $P(E_2) = 1/6$

$E_3 = n(S) - n(E_1) - n(E_3) = 36 - 8 - 6 = 22$; $P(E_3) = 22/36 = 11/18$

$$F(2,1,3\ ;\ 2/9,\ 1/6,\ 11/8,\ 6) = \binom{6}{2,1,3}.(2/9)^2.(1/6).(11/8)^3$$

$$= \frac{6!}{2!1!3!}.\frac{2^2}{9_2}.\frac{1}{6}.\frac{11^2}{18^3} = 0{,}1127$$

Contoh-contoh yang lain:

1. Kepala bagian produksi PT SAMSUNG melaporkan bahwa rata - rata produksi televisi yang rusak setiap kali produksi adalah sebesar 15 %. Jika dari total produksi tersebut diambil secara acak sebanyak 4 buah televisi, berapakah perhitungan dengan nilai probabilitas 2?
   Jawab:
   p (rusak) = 0,15,

   q (baik) = 0,85,
   $x = 2$,
   $n = 4$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Rumus :

$b(x;n,p) = C_x^n . p^x (1-q)^{n-x}$

b (x = 2 ; 4 ; 0,12) = $C_2^4 (0{,}15)^2 (0{,}85)^{4-2}$

= 0,0975

2. Sebuah dadu dilemparkan keatas sebanyak 4 kali. Tentukan probabilitas dari peristiwa berikut :
   a). Mata dadu 5 muncul 1 kali
   b). Mata dadu genap muncul 2 kali
   c). Mata dadu 2 atau 6 muncul sebanyak 4 kali.
   Jawab:
   a) Karena dadu memiliki 6 sisi, yaitu 1, 2, 3, 4, 5, 6, sehingga setiap sisi memiliki probabilitas 1/6. Jadi, probabilitas untuk mata 1 adalah 1/6, sehigga :
   p=1/6; q=5/6; n=4; x=1 (muncul 1 kali)
   P(X=1) = $C_1^4 (1/6)^1 (5/6)^{4-1}$
   = $4(1/6)^1 (5/6)^3$
   = 0,386

   b) Mata dadu genap ada 3, yaitu 2,4, dan 6, sehingga :
   p = 3/6 = 1/2; q = 1/2; n = 4; x = 2
   P(X=2) = $C_2^4 (1/2)^2 (1/2)^{4-2}$
   = $C_2^4 (1/2)^2 (1/2)^2$
   = 0,375
   c) Muncul mata dadu 2 atau 6 sebanyak 4 kali, sehngga :
   p = 2/6; q = 2/3; n = 4; x = 4
   P(X=4) = $C_4^4 (1/3)^4 (2/3)^{4-4}$
   = $1(1/3)^4 (2/3)^0$
   = 0,0123

3. Probabilitas seorang bayi tidak di imunisasi polio adalah 0,2 (p). Pada suatu hari di Puskesmas "X" ada 4 orang bayi. Hitunglah peluang dari bayi tersebut 2 orang belum imunisasi polio. Jadi, di dalam kejadian binomial ini dikatakan b (x=2, n=4, p=0,2)
   Jawab:
   Katakanlah bayi tersebut A,B,C,D. Dua orang tidak diimunisasi mungkin adalah A&B, A&C, A&D, B&C, B&D, C&D.
   Rumus untuk b (x,n,p) adalah:

   $b(x;n,p) = C_x^n . p^x (1-q)^{n-x}$

   P (x) = $C_x^n . p^x (1-q)^{n-x}$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$= C_2^4.0,2^2(0,8)^{4-2}$
$= 0,154$

4. Probabilitas sebuah komponen mobil tidak rusak ketika dijatuhkan adalah ¾. Berapakah probabilitasnya ada 2 dari 4 komponen yg dijatuhkan akan tidak rusak?
   Jawab:
   Misal kita definisikan "sukses" = tidak rusak, probabilitas "sukses", p=3/4.
   Jadi probabilitas "gagal, q= 1-3/4 = ¼. Total percobaan ada n=4, jumlah yg tidak rusak, "sukses", x=2. Jadi probabilitas 2 dari 4 komponen yg dijatuhkan tidak rusak diberikan oleh:

$$b(x=2;n=4,p=3/4) = C_x^n.p^x.q^{n-x}$$
$$= C_2^4.(\tfrac{3}{2})^2.(\tfrac{1}{4})^{4-2}$$
$$= \frac{4!}{2!(4-2)!}\frac{9}{16}\frac{1}{16}$$
$$= \frac{27}{128}$$

5. Di dalam suatu wadah terdapat 3 bola putih dan 3 bola hijau. Akan dilakukan pengambilan bola sebanyak 4 kali. Berapa probabilitas akan terambil bola hijau sebanyak 2 kali dari 4 kali pengambila ini?
   Jawab:
   Sukses (x) = 2
   n = 4,
   p = 3/6 = ½
   b(x=2;n=4,p=1/2) = $\frac{4!}{2!1!}.(\frac{1}{2})^2.\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$
   jadi probabilitas akan terambil bola hijau sebanyak 2 kali dari 4 kali pengambilan adalah ¾

6. Suatu ruangan aula yang besar memiliki 3 lampu merah dan 5 lampu putih. Saklar dari lampu-lampu itu disususn secara acak. Seseorang ingin menyalakan lampu dan aka menekan saklar sebanyak 4 kali. Berapa probabilitas ia menyalakan 2 lampu merah dari 4 kali ia menyalakan lampu?
   Jawab:
   Sukses (x) = 2
   n = 4,
   p = 3/5

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

b(x=2;n=4,p=3/5) = $\frac{4!}{2!2!} . (\frac{3}{8})^1 . \left(\frac{5}{8}\right)^2 = 0{,}88$

jadi probabilitas ia menyalakan 2 lampu merah dari 4 kali ia menyalakan lampu adalah 0,88.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Paket 11
DISTRIBUSI PELUANG PEUBAH ACAK DISKRIT
(Hipergeometri dan Poisson)

Pendahuluan

Pada paket ini, berisi tentang distribusi peluang peubah acak diskret yang lain, yaitu distribusi hipergeometri dan poisson. Dari paket yang sudah dipelajari, kemudian mahasiswa diperkenalkan dengan materi ini dengan harapan wawasan mereka akan materi distribusi peubah acak lebih banyak. Paket ini menjadi sangat penting karena penguasaan materi pada paket ini menjadi landasan mahasiswa untuk dapat mempelajari materi berikutnya dengan lebih mudah.

Perkuliahan untuk paket ini, diawali dengan Dosen membagikan makalah dan mahasiswa mencermati makalah kemudian mendiskusikannya secara berpasangan. Dosen meminta mahasiswa membuat pertanyaan kemudian Dosen memulai menjelaskan materi dengan membahas pertanyaan dari mahasiswa. Dosen melibatkan mahasiswa dalam menyelesaikan pertanyaan-pertanyaan dari mahasiswa. Akhir pembelajaran dosen meminta mahasiswa membuat resume hasil pembelajaran hari ini dan dosen juga meminta mahasiswa untuk membuat makalah secara individu dengan aturan yang nomer absen ganjil membuat makalah tentang distribusi binomial negatif dan nomer absen genap membuat makalah tentang distribusi geometri untuk persiapan pertemuan berikutnya.

Penyiapan media pembelajaran sangat penting pada paket ini. Perkuliahan pada paket ini memerlukan LCD dan laptop sebagai media yang mempermudah pembelajaran dan menghemat waktu. Selain itu diperlukan juga spidol.

Rencana Pelaksanaan Perkuliahan

Kompetensi Dasar
Memahami distribusi peluang peubah acak diskret.

Indikator
1. Menjelaskan distribusi peluang hipergeometri
2. Menjelaskan distribusi peluang poisson

Waktu
3 x 50 menit

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Materi Pokok
1. Distribusi hipergeometri
2. Distribusi poisson

Kegiatan Perkuliahan
Kegiatan Awal (20 menit)
1. Dosen memulai dengan mengingatkan kembali materi minggu lalu
2. Dosen memberikan gambaran materi pada pertemuan hari ini dengan melontarkan pertanyaan dan mahasiswa diminta menyelesaikannya dengan bimbingan dosen.

Kegitan Inti (120 menit)
1. Dosen membagikan makalah.
2. Mahasiswa mencermati makalah dan mendiskusikannya secara berpasangan.
3. Dosen meminta mahasiswa membuat pertanyaan.
4. Dosen memulai materi dengan membahas pertanyaan dari mahasiswa.
5. Dosen melibatkan mahasiswa dalam menyelesaikan pertanyaan-pertanyaan dari mahasiswa
6. Dosen memberi penguatan

Kegitan Penutup (15 menit)

Dosen meminta pendapat mahasiswa tentang materi pelajaran hari ini, strateginya, dll

Tindak Lanjut (5 menit)

Mahasiswa diminta membuat resume hasil pembelajaran hari ini dan dosen meminta mahasiswa untuk membuat makalah secara individu dengan aturan yang nomer absen ganjil membuat makalah tentang distribusi binomial negatif dan nomer absen genap membuat makalah tentang distribusi geometri.

Uraian Materi

Distribusi Hipergeometri dan Distribusi Poisson

1. Distribusi Hipergeometri

Distribusi hipergeometrik sangat erat kaitannya dengan distribusi binomial. Perbedaan antara distribusi hipergeometrik dengan distribusi binomial terletak pada cara pengambilan sampelnya. Macam penggunaan distribusi hipergeometrik amat mirip dengan binomial. Kita memerlukan perhitungan peluang untuk banyaknya pengamatan yang jatuh dalam kelompok tertentu. Untuk kasus distribusi binomial diperlukan kebebasan antara usaha. Akibatnya, bila binomial

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

diterapkan, misalnya, pada sampling dari sejumlah barang (sekotak kartu, sejumlah barang produksi), sampling harus dikerjakan dengan pengembalian setiap barang setelah diamati. Di pihak lain, distribusi hipergeometrik tidak memerlukan kebebasan dan didasarkan pada sampling tanpa pengembaliaan.

Penggunaan distribusi hipergeometrik terdapat di banyak bidang, terbanyak pada penerimaan sampel, penguji elektronik, dan pengebdalian mutu. Tentunya, dalam banyak bidang ini pengujian dilakukan terhadap barang yang diuji yang mengakibatkan, pada akhirnya, barang yang diuji tersebut menjadi rusak, jadi tidak dapat dikembalikan. Sampling harus dikerjakan tanpa pengembalian. Pada paragraph berikut sebuat contoh sederhana menggunakan kartu bridge digunakan untuk menggambarkan hal tersebut.

Misalkan ada N benda yang terdiri atas k benda yang akan diberi nama sukses sedangkan sisanya N-k diberi nama gagal. Umumnya yang ingin dicari ialah peluang memilih x sukses dari sebanyak k yang tersedia dan n-k gagal dari sebanyak N-k yang tersedia, bila sampel acak ukuran n diambil dari N benda. Ini dikenal dengan percobaan hipergeometrik.

Suatu percobaan hipergeometrik memiliki sifat berikut:

1. Sampel acak ukuran n diambil dari N benda.
2. Sebanyak k benda dapat diberi nama sukses sedangkan sisanya N-k diberi nama gagal.

Banyaknya keberhasilan X dalam suatu percobaan hipergeometrik disebut **peubah acak hipergeometrik.** Dengan demikian, distribusi peluang bagi peubah acak hipergeometrik disebut **distribusi hipergeometrik.**

Distribusi peluang PA hipergeomatrik X disebut hipergeometrik dan akan dinyatakan dengan $h(x\ ;\ N,\ n,\ k)$, karena nilainya tergantung atas sampel ukuran n yang diambil dari himpunan N benda, k diantaranya bernama sukses.

Contoh 1:

Suatu panitia 5 orang akan dipilih secara acak dari 3 kimiawan dan 5 fisikawan. Hitung distribusi peluang banyaknya kimiawan dalam panitia tersebut?

Jawab:

X= banyaknya kimiawan dalam panitia

$$\mathrm{P}(X=0)=h(0;8,5,3)=\frac{\binom{3}{0}\binom{5}{5}}{\binom{8}{5}}=\frac{1}{56}$$

$$\mathrm{P}(X=1)=h(1;8,5,3)=\frac{\binom{3}{1}\binom{5}{4}}{\binom{8}{5}}=\frac{15}{56}$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$P(X = 2) = h(2; 8, 5, 3) = \frac{\binom{3}{2}\binom{5}{3}}{\binom{8}{5}} = \frac{30}{56}$$

$$P(X = 3) = h(3; 8, 5, 3) = \frac{\binom{3}{3}\binom{5}{2}}{\binom{8}{5}} = \frac{10}{56}$$

Berikut distribusi hipergeometrik menggunakan table:

X	0	1	2	3
H(x; 8,5,3)	$\frac{1}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{30}{56}$	$\frac{10}{56}$

Distribusi peluangnya diberikan oleh rumus:

$$h(x; 8, 5, 3) = \frac{\binom{3}{x}\binom{5}{5-x}}{\binom{8}{5}} \qquad , x = 0, 1, 2, 3$$

Dari contoh diatas, banyaknya macam sampel ukuran *n* yang dapat diambil dari *N* benda ialah $\binom{N}{n}$. Sampel ini dianggap berkemungkinan sama. Ada sebanyak $\binom{k}{x}$cara memilih *x* sukses dari sebanyak *k* yang tersedia, dan untuk tiap cara ini dapat dipilih *n-x* gagal dalam $\binom{N-k}{n-x}$cara. Jadi semuanya ada $\binom{k}{x}\binom{N-k}{n-x}$ macam sampel dari $\binom{N}{n}$ sampel yang mungkin diambil.

Distribusi peluang PA hipergeometrik *X,* yaitu banyaknya sukses dalam sampel acak ukuran *n* yang diambil dai *N* benda yang mengandung *k* bernama sukses dan *N-k* bernama gagal ialah :

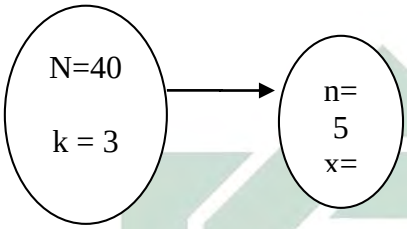
$$h(x; N, n, k) = \frac{\binom{k}{x} \cdot \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad , \qquad x = 0,1,2,\ldots,n$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Contoh 2:

Suatu kotak berisi 40 suku cadang dikatakan dapat diterima, bila mengandung paling banyak 3 yang cacat. Suatu kotak akan ditolak bila sampel acak ukuran 5 suku cadang yang terpilih mengandung satu yang cacat. Berapakah peluang mendapatkan tepat satu yang cacat dalam sampel bila kotak tersebut mengandung 3 suku cadang yang cacat?

Jawab:



$$h(1; 40, 5, 3) = \frac{\binom{3}{1}\binom{37}{4}}{\binom{40}{5}} = 0{,}3011$$

Contoh 3:

Sebuah anggota komite terdiri dari 5 orang, di mana 3 adalah wanita dan 2 laki-laki. Misalkan 2 orang dari anggota komite tersebut dipilih untuk mewakili delegasi dalam sebuah konvensi/ pertemuan,

(i) Berapakah probabilitas bahwa dari pemilihan secara acak didapat 2 orang wanita?

(ii) Berapakah probabilitas dari 2 orang yang terpilih adalah 1 laki-laki dan 1 wanita?

Jawab:

(i) *N=5, n=2, k=3, x=2*

$$h(2, 5, 2, 3) = \frac{\binom{3}{2}\binom{5-3}{2-2}}{\binom{5}{2}}$$

$$= \frac{\binom{3}{2}\binom{2}{0}}{\binom{5}{2}}$$

$$= \frac{\frac{3!}{2!\,1!}\frac{2!}{0!\,2!}}{\frac{5!}{2!\,3!}}$$

$$= \frac{3}{10}$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$= 0{,}3$

Jadi, probabilitas 2 orang terpilih adalah 0,3

(ii) *N=5, n=2, k=3, x=1*

$$h(1,5,2,1) = \frac{\binom{3}{1}\binom{5-3}{2-1}}{\binom{5}{2}}$$

$$= \frac{\binom{3}{1}\binom{2}{1}}{\binom{5}{2}}$$

$$= \frac{\frac{3!}{1!\,2!}\frac{2!}{1!\,1!}}{\frac{5!}{2!\,3!}}$$

$$= \frac{3.2}{10}$$

$$= \frac{6}{10}$$

$= 0{,}6$

Jadi, probabilitas terpilih 1 orang

Rataan dan variansi distribusi hipergeometrik h(x; N, n, k) adalah

$$\mu = \frac{nk}{N} \textbf{ dan } \sigma^2 = \frac{N-n}{N-1}.n.\frac{k}{N}\left(1-\frac{k}{N}\right) = n.p.q$$

Bukti

Tuliskan

$$E(X) = \sum_{x=0}^{n} x\frac{\binom{k}{n}\binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

$$= k\sum_{x=1}^{n}\frac{(k-1)!}{(x-1)!}\cdot\frac{\binom{N-k)}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$= k \sum_{x-1}^{n-1} \frac{\binom{k-1}{y}\binom{N-k}{n-1-y}}{\binom{N}{n}}$$

Ambillah $y = x$-1, maka bentuk di atas menjadi

$$E(X) = k \sum_{y=0}^{n-1} \left(\frac{\binom{k-1}{y}\binom{N-k}{n-1-y}}{\binom{N}{n}} \right)$$

Karena

$$\binom{N-k}{n-1-y} = \binom{(N-1)-(k-1)}{n-1-y}$$

Dan

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!\,(N-n)!} \frac{N}{n} \binom{N-1}{n-1}$$

Maka

$$E(X) = \frac{nk}{N} \sum_{y=0}^{n-1} \frac{\binom{k-1}{y}\binom{(N-1)-(k-1)}{n-1-y}}{\binom{N-1}{n-1}} = \frac{nk}{N}$$

Karena penjumlahan menyatakan jumlah seemua peluang dalam percobaan hipergeometri bila *n-1* benda dipilih secara acak dari *N-1, k-1* diantaranya bernama sukses.

Variasinya dapat dicari melalui langkah yanag sma seperti diatas.

$$E[X(X-1)] = \frac{k(k-1)n(n-1)}{N(N-1)}$$

Sekarang, menurut Teorema variansi peubah acak

$$\begin{aligned}
\sigma^2 &= E(X^2) - \mu^2 \\
&= E[X(X-1)] + \mu - \mu^2 \\
&= \frac{k(k-1)n(n-1)}{N(N-1)} + \frac{nk}{N} - \frac{n^2k^2}{N^2} \\
&= \frac{nk(N-k)(N-n)}{N^2(N-1)}
\end{aligned}$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$= \frac{N-n}{N-1} \cdot n \cdot \frac{k}{N}\left(1-\frac{k}{N}\right)$$

Contoh 4:

Suatu kotak berisi 40 suku cadang dikatakan dapat diterima, bila mengandung paling banyak 3 yang cacat. Suatu kotak akan ditolak bila sampel acak ukuran 5 suku cadang yang terpilih mengandung satu yang cacat. Cari rataan variasi perubahan acak pada soal tersebut, dan gunakan teorema Chebyshev untuk menafsirkan selang $\mu \pm 2\sigma$!

Jawab

Karena contoh diatas merupakan percobaan hipergeometrik dengan *N=40, n=5*, dan *k=3*, maka menurut teorema Rataan dan variansi distribusi hipergeometrik diperoleh

$$\mu \frac{(5)(3)}{40} = \frac{3}{8} = 0{,}375$$

Dan

$$\sigma^2 = \left(\frac{40-5}{39}\right)(5)\left(\frac{3}{40}\right)\left(1-\frac{3}{40}\right) = 0{,}3113$$

Ambil akar 0,3113 maka diperoleh $\sigma = 0{,}558$. Jadi selang yang ditanyakan adalah 0,375$\pm$ (2)(0,558), atau dari -0,741 sampai 1,491. Teorema Chebyshev menyatakan bahwa banyaknya suku cadang cacat yang terambil akan jatuh antara -0,741 dan 1,491 bila 5 suku cadang dipilih secara acak dari kotak berisi 40 suku cadang, 3 diantaranya cacat. Yaitu, tiga perempat dari seluruh sampel ukuran 5 suku cadang yang mungkin diambil mengandung kurang dari 2 yang cacat.

Bila *n* kecil dibandingkan dengan *N* maka peluang tiap penarikan hanya akan berubah sedikit. Jadi pada dasarnya percobaan adalah binomial dan dapat menghampiri distribusi hipergeometriknya dengan menggunakan distribusi binomial dengan *p= k/ N*. Rataan dan variansi dapat pula dihampiri dengan rumus.

$$\mu = np = \frac{nk}{N}$$

$$\sigma^2 = npq = n.\frac{k}{N}\left(1-\frac{k}{N}\right)$$

Bila rumus ini dibandingkan dengan rumus teorema rataan dan variansi distribusi hipergeometrik maka terlihat bahwa rataannya sama sedangkan variansinya berbeda sebesar faktor koreksi *(N-n)/ (N-1)*. Besaran ini dapat diabaikan bila *n* cukup kecil dibandingkan dengan *N*.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Contoh 5:

Suatu pabrik ban melaporkan bahwa dari pengiriman sebanyak 5000 ban ke suatu took tertentu terdapat 1000 yang cacat. Bila seseorang membeli 10 ban ini secara acak dari took tersebut, berapakah peluangnya mengandung tepat 3 yang cacat?

Jawab:

Karena *n=10* cukup kecil dibandingkan dengan *N=5000* maka peluangnya dapat dihampiri dengan menggunakan distribusi binomial. Peluang mendapat satu ban yang cacat 1000/5000=0,2. Jadi, peluang mendapat tepat 3 ban yang cacat.

h(3; 5000, 10, 1000) = b (3; 10, 0,2)

$=\sum_{x=0}^{3} b(x; 10, 0{,}2) - \sum_{x=0}^{2} b(x; 10, 0{,}2)$

= 0,8791-0,6778

= 0,2013

Distribusi hipergeometrik dapat diperluas untuk menangani kasus bila *N* benda dapat dikelompokkan dalam *k* sel $A_1, A_2, \dots, A_k$ dengan $a_1$benda dalam sel pertama, a_2 benda dalam sel kedua, …, a_k benda dalam sel ke k. Sekarang ingin diketahui peluang suatu sampel ukuran n yang berisi x_1 benda dari sel A_1, x_2 benda dari A_2, …, x_k benda dari A_k. Nyatakanlan peluang ini dengan

f($x_1, x_{2,}, \dots, x_k;\ a_1, a_2, \dots, a_k, N, n$).

Untuk memperoleh rumus umum, perhatikan bahwa jumlah seluruh sampel ukuran *n* yang dapat dibuat dari *N* benda masih tetap $\binom{N}{n}$. Ada $\binom{a_1}{x_1}$ cara memilih x_1 benda dari sel A_1, dan untuk setiap cara ini terdapat$\binom{a_2}{x_2}$ cara memilih x_2 benda dari A_2. Jadi, untuk memilih x_1 benda dari A_1 dan x_2 benda dari A_2 dapat dilakukan dalam $\binom{a_1}{x_1}\binom{a_2}{x_2}$ cara. Dengan meneruskan cara ini, untuk memilih *n* benda yang terdiri atas x_1 dari A_1, x_2 dari A_2 , …, x_k dari A_k dapat dilakukan dalam $\binom{a_1}{x_1}\binom{a_2}{x_2}, \dots, \binom{a_k}{x_k}$ cara.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Distribusi peluang yang dinyatakan sekarang dapat didefinisikan sebagai berikut.

Bila N benda dapat dikelompokkan dalam k sel $A_1, A_2, \ldots, A_k$ masing-masing berisi $a_1, a_2, \ldots, a_k$ benda maka distribusi peluang peubah acak $X_1, X_2, \ldots, X_k$ yang menyatakan banyaknya benda (anggota) yang terambil dari $A_1, A_2, \ldots, A_k$ dalam suatu sampel acak ukuran n adalah

$$f(x_1, x_{2,}, \ldots, x_k;\ a_1, a_2, \ldots, a_k, N, n) = \frac{\binom{a_1}{x_1}\binom{a_2}{x_2}\ldots\binom{a_k}{x_k}}{\binom{N}{n}}$$

Dengan,

$$\sum^{k} x_i = n\ , \qquad \sum^{k} a_i = N$$

2. Distribusi Poisson

Dalam teori probabilitas dan statistika, distribusi Poisson adalah distribusi probabilitas diskret yang menyatakan peluang jumlah peristiwa yang terjadi pada periode waktu tertentu apabila rata-rata kejadian tersebut diketahui dan dalam waktu yang saling bebas sejak kejadian terakhir. Distribusi Poisson juga dapat digunakan untuk jumlah kejadian pada interval tertentu seperti jarak, luas, atau volume

Menurut Walpole (1995), distribusi poisson adalah distribusi peluang acak poisson x yang menyatakan banyaknya sukses yang terjadi dalam suatu selang waktu atau daerah tertentu. Bilangan x yang menyatakan banyaknya hasil percobaan dalam suatu percobaan poisson disebut peubah acak poisson dan sebaran peluangnya disebut sebaran poisson. Nilai-nilai peluangnya hanya bergantung pada μ, yaitu rata rata banyaknya hasil percobaan yang terjadi selama selang waktu atau daerah yang diberikan.

Ada beberapa ciri untuk menentukan data tersebut temasuk dalam kriteria distribusi Poisson. Adapun ciri-ciri tersebut:

a. banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam suatu interval waktu atau suatu daerah tertentu tidak bergantung pada

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

banyaknya hasil percobaan yang terjadi pada interval waktu atau daerah lain yang terpisah

b. probabilitas terjadinya hasil percobaan selama suatu interval waktu yang singkat atau dalam suatu daerah yang kecil, sebanding dengan panjang interval waktu atau besarnya daerah tersebut dan tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi di luar interval waktu atau daerah tersebut

c. probabilitas lebih dari satu hasil percobaan yang terjadi dalam interval waktu yang singkat atau dalam daerah yang kecil dapat diabaikan

Selain itu, distribusi Poisson banyak digunakan dalam hal berikut:

a. menghitung probabilitas terjadinya peristiwa menurut satuan waktu, ruang atau isi, luas, panjang tertentu, seperti menghitung probabilitas dari:
   - banyaknya penggunaan telepon per menit atau banyaknya mobil yang lewat selama 5 menit di suatu ruas jalan,
   - banyaknya bakteri dalam satu tetes atau 1 liter air,
   - banyaknya kesalahan ketik per halaman sebuah buku, dan
   - banyaknya kecelakaan mobil di jalan tol selama minggu pertama bulan Oktober

b. menghitung distribusi binomial apabila n besar (n > 30) dan p kecil (p < 0,1).

Distribusi peluang PA poisson X yang menyatakan banyaknya sukses yang terjadi dalam suatu selang waktu atau daerah tertentu diberikan oleh.

$$p(x: \mu) = \frac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!} \quad , x = 0,1,2,\ldots$$

Contoh 6:

Dua ratus penumpang telah memesan tiket untuk sebuah penerbangan luar negeri. Jika probabilitas penumpang yang telah mempunyai tiket tidak akan datang adalah 0,01 maka berapakah peluang ada 3 orang yang tidak datang?

Jawab:

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Diketahui : n = 200, p = 0,01, x = 3

μ = n . p = 200 . 0,01 = 2

p(x:μ) = $\frac{e^{-\mu}.\mu^{x}}{x!}$

= $\frac{2{,}71828^{-2}.2^{3}}{3!}$

= 0,1804 atau 18,04 %

Contoh Soal yang lain

1. Sebuah tim peneliti beranggotakan 6 orang yang dipilih dari 10 orang yang terdiri dari 6 orang laki-laki dan 4 orang wanita. Bila X menyatakan banyaknya wanita yang terpilih sebagai anggota tim peneliti.
   a. Hitunglah rata-rata dan ragam wanita dalam tim tersebut!
   b. Tidak lebih dari 2 orang wanita!
   Jawab:
   Dengan menggunakan sebaran hipergeometrik untuk n = 6, N = 10, k = 4, dan x = 0, 1, 2, 3, 4.
   a) Rata-rata (μ) =
      P(x=0) = h(0;10,6,4) =
      P(x=1) = h(1;10,6,4) =
      P(x=2) = h(2;10,6,4) =
      P(x=3) = h(3;10,6,4) =
      P(x=4) = h(4;10,6,4) =
      P(x = < 4) = 0,0047 + 0,1142 + 0,4285 + 0,3809 + 0,0714 = 0,9997
   b) P(x < 2) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2)
      P(x=0) = h(0;10,6,4) =
      P(x=1) = h(1;10,6,4) =
      P(x=2) = h(2;10,6,4) =
      P(x = < 2) = 0,0047 + 0,1142 + 0,4285 = 0,5474
      Jika dari seperangkat kartu bridge diambil 5 kartu secara acak tanpa pemulihan, berapa peluang diperoleh 3 kartu hati?
      N = 52 n = 5 k = 13 x = 3

2. Dari 10 pengemudi motor, 3 orang mengemudikan motor merk "S", 4 orang memggunakan motor merk "Y" dan sisanya mengemudikan motor merk "H". Jika secara acak diambil 5 orang, berapa peluang 1 orang mengemudikan motor merk "S", 2 orang merk "Y" dan 2 orang merk "H"?
   Jawab :

   $a_1 = 3, a_2 = 4, a_3 = 3,$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 2,$
N=10, dan *n=5*, peluang yang dicari adalah

$$f(1,2,2;3,4,3,10,5) = \frac{\binom{3}{1}\binom{4}{2}\binom{3}{2}}{\binom{10}{5}} = \frac{3}{14}$$

3. Dalam suatu kotak terdapat 5 bola yang terdiri dari 2 bola Merah, 2 bola Biru dan 1. buah Putih. Berapa peluang terambil 2 bola Merah, dari 4 kali pengambilan yang dilakukan secara acak dengan pemulihan?

   Jawab :

   Soal a diselesaikan dengan Distribusi Peluang binomial :

   p = 2/5 = 0.40
   n=4
   x=2
   h(2; 4,0.40) = 0.16 (lihat Tabel atau gunakan rumus Binomial)

4. Sebuah kotak berisi 5 bola merah, 4 bola putih, dan 3 bola biru. Jika bola yang telah diambil tidak dikembalikan ke dalam kotak. Tentukan peluang bahwa dari 6 bola yang diambil secara acak dengan cara ini, 3 diantaranya berwarna merah, 2 adalah putih,dan 1 biru.

   Jawab :

   $a_1 = 5, a_2 = 4, a_3 = 3,$
   $x_1 = 3, x_2 = 2, x_3 = 1,$
   N=5+4+3=12, dan *n=6*, peluang yang dicari adalah

$$f(3,2,1;5,4,3,6) = \frac{\binom{5}{3}\binom{4}{2}\binom{3}{1}}{\binom{12}{6}}$$

5. Jika rata–rata kedatangan μ = 72 setiap jam, berapakah peluang dari x = 4 kedatangan dan t = 3 menit? Gunakan proses poisson!

   Jawab:

   Diketahui : μ = 72 kedatangan setiap jam atau 72 / jam
   maka 1 jam atau 60 menit adalah unit waktunya
   berarti 3 menit adalah 3 / 60 = 1 / 20 unit waktu
   maka t = 1 / 20
   x = 4

$$p(x{:}\mu) = \frac{e^{-\mu.t}.(\mu.t)^x}{x!}$$

$$= \frac{2{,}71828^{-72.(\frac{1}{20})}.(72.\frac{1}{20})^4}{4!}$$

= 0,191 atau 19,1 %

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

6. Sebuah konveksi pakaian menggunakan 20 mesin jahit. Probabilitas sebuah mesin jahit mengalami dan memerlukan perbaikan adalah 0,02. Tentukan probabilitas dari 3 mesin yang akan mengalami gangguan dan memerlukan perbaikan!

   Jawaban:

   Diketahui : n = 20

   p = 0,02

   x = 3

   p(x:μ) = $\frac{e^{-\mu}.\mu^{x}}{x!}$

   p(x = 3) = $\frac{2,71828^{-0,4}.0,04^{3}}{3!}$

   = 0,0072 atau 0,72 %

7. Sebuah toko alat-alat listrik mencatat rata-rata penjualan lampu R 40 W setiap hari 5 buah. Jika permintaan akan lampu tersebut mengikuti distribusi Poisson, berapa probabilitas untuk penjualan berikut?

   a) 0 lampu R

   b) 3 lampu R

   Jawaban:

   Diketahui : μ = 5

   a) p(x:μ) = $\frac{e^{-\mu}.\mu^{x}}{x!}$

   p(x = 0) = $\frac{2,71828^{-5}.5^{0}}{0!}$

   = 0,00674 atau 0,674 %

   b) p(x:μ) = $\frac{e^{-\mu}.\mu^{x}}{x!}$

   p(x = 3) = $\frac{2,71828^{-5}.5^{3}}{3!}$ = 0,14 atau 14 %

8. Dari 1000 orang mahasiswa 2 orang mengaku selalu terlambat masuk kuliah setiap hari, jika pada suatu hari terdapat 5000 mahasiswa, berapa peluang ada lebih dari 3 orang yang terlambat?

   Jawaban;

   Diketahui : p = 2/1000 = 0,002

   n = 5000

   x > 3

   λ = n × p = 0,002 × 5000 = 10

   p(x > 3:10) = 1 - poisson (x ≤ 3)

   = 1 -

   [poisson(0:10)+poisson(1:10)+poisson(2:10)+poisson(3:10)

   = 1 - [0,0000 + 0,0005 + 0,0023]

   = 1 – 0,0028

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

= 0,9972 atau 99,72 %

9. Diketahui probabilitas untuk terjadi shock pada saat imunisasi dengan vaksinasi meningitis adalah 0,0005. Kalau di suatu kota jumlah orang yang dilakukan vaksinasi sebanyak 4000. Hitunglah peluang tepat tiga orang akan terjadi shock!

   Jawaban:

   Diketahui : n = 4000

   p = 0,0005

   μ = n.p

   = 4000.0,0005

   = 2

   p(x:μ) = $\frac{e^{-\mu}.\mu^{x}}{x!}$

   p(x = 3) = $\frac{2{,}71828^{-2}.2^{3}}{3!}$

   = 0,1804 atau 18,04 %

10. Dalam suatu penelitian persediaan barang diketahui bahwa permintaan rata-rata dari gudang terhadap suatu barang tertentu 5 kali dalam sehari. Berapa peluang pada suatu hari tertentu barang tersebut?

    a) Kurang dari 5 kali

    b) Lebih dari 5 kali

    c) Tidak diminta sama sekali

    Bila λt = 5.

    Jawaban:

    a) p(x < 5) =

    $$\frac{2{,}71828^{-5}.5^{0}}{0!}+\frac{2{,}71828^{-5}.5^{1}}{1!}+\frac{2{,}71828^{-5}.5^{2}}{2!}+\frac{2{,}71828^{-5}.5^{3}}{3!}+\frac{2{,}71828^{-5}.5^{4}}{4!}$$

    = 0,4405 atau 44,05 %

    b) p(x > 5) = 1 – $\sum_{x=0}^{5} p(x,5)$

    = 1 – 0,616

    = 0,384 atau 38,4 %

    c) p(0,5) = 0,0067 atau 0,67 %

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Paket 12
DISTRIBUSI PELUANG PEUBAH ACAK DISKRIT
(Binomial Negatif dan Geometri)

Pendahuluan

Pada paket ini, berisi tentang distribusi peluang peubah acak diskret yang lain yaitu distribusi binomial negatif dan geometri. Dari paket yang sudah dipelajari, kemudian mahasiswa diperkenalkan dengan materi ini dengan harapan wawasan mereka akan materi peubah acak lebih banyak. Paket ini menjadi sangat penting karena penguasaan materi pada paket ini menjadi landasan mahasiswa untuk dapat mempelajari materi berikutnya dengan lebih mudah.

Perkuliahan untuk paket ini, diawali dengan, Dosen membagi kelompok menjadi 6 kelompok. Untuk kelompok 1,2 dan 3 diminta mendiskusikan distribusi binomial negatif, kel 4,5 dan 6 mendiskusikan distribusi geometri Dosen meminta perwakilan mahasiswa untuk mempresentasikan hasil diskusinya dan kelompok yang lain memberi tanggapan. Akhir pembelajaran dosen memberi penguatan.

Penyiapan media pembelajaran sangat penting pada paket ini. Perkuliahan pada paket ini memerlukan LCD dan laptop sebagai media yang mempermudah pembelajaran dan menghemat waktu. Selain itu diperlukan juga spidol.

Rencana Pelaksanaan Perkuliahan

Kompetensi Dasar
Memahami distribusi peluang peubah acak diskret.

Indikator
1. Menjelaskan distribusi peluang Binomial negatif
2. Menjelaskan distribusi peluang Geometri

Waktu
3 x 50 menit

Materi Pokok
1. Distribusi binomial negatif
2. Distribusi geometri

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Kegiatan Perkuliahan

Kegiatan Awal (20 menit)

1. Dosen memulai dengan mengingatkan kembali materi minggu lalu
2. Dosen memberikan gambaran materi pada pertemuan hari ini dengan melontarkan pertanyaan dan mahasiswa diminta menyelesaikannya dengan bimbingan dosen.

Kegitan Inti (120 menit)

1. Dosen membagi kelompok menjadi 6 kelompok.
2. Untuk kelompok 1,2 dan 3 diminta mendiskusikan distribusi binomial negatif, kel 4,5 dan 6 mendiskusikan distribusi geometri
3. Dosen meminta perwakilan mahasiswa untuk mempresentasikan hasil diskusinya dan kelompok yang lain memberi tanggapan.
4. Dosen memberi penguatan

Kegitan Penutup (15 menit)

Dosen meminta pendapat mahasiswa tentang materi pelajaran hari ini, strateginya, dll

Tindak Lanjut (5 menit)

Mahasiswa diminta membuat resume hasil pembelajaran hari ini dan dosen meminta mahasiswa membuat soal beserta penyelesaiannya sebanyak minimal 5 soal.

Uraian Materi

Distribusi Binomial Negatif dan Geometri

1. Distribusi Binomial Negatif

Pandanglah suatu percobaan yang sifat-sifatnya sama dengan yang tertera pada percobaan binomial, kecuali bahwa disini usaha diulang sampai tercapai sejumlah sukses tertentu, jadi sebagai ganti mencari peluang x sukses dalam n usaha, bila n tertentu, kita ingin mencari peluangnya bahwa sukses ke-k terjadi usaha ke-x. Percobaan semacam ini **disebut percobaan binomial negatif.**

Sebagai ilustrasi, pandanglah penggunaan semacam obat yang diketahui 60% manjur untuk mengobati sejenis penyakit. Penggunaan obat tersebut dianggap sukses bila menyembuhkan si penderita sampai taraf tertentu. Ingin diketahui peluang penderita kelima yang sembuh merupakan orang ketujuh yang menerima obat tersebut selama minggu tertentu. Nyatakanlah sukses dengan S dan kegagalan dengan G, maka SGSSSGS merupakan suatu kemungkinan urutan mencapai hasil tertentu, yang terjadi dengan peluang $(0,6)(0,4)(0,6)(0,6)(0,6)(0,4)(0,6)= (0,6)^5\ (0,4)^2$. Semua urutan yang

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

mungkin dapat ditulis dengan menyusun G dan S, kecuali yang terakhir, yang haruslah merupakan sukses yang kelima. Jumlah semua urutan yang mungkin sama dengan banyaknya cara memisahkan keenam usaha yang pertama menjadi 2 kelompok, yang pertama mengandung 2 gagal sedangkan yang kedua mengandung 4 sukses. Ini dapat dikerjakan dalam $\binom{6}{4}$ = 15 cara yang berlainan. Jadi, bila X menyatakan hasil yang membuahkan sukses yang kelima, maka:

$P(X=7) = \binom{6}{4} (0,6)^5 (0,4)^2 = 0,1866$.

Banyaknya usaha X untuk menghasilkan hasil sukses dalam suatu percobaan binomial negatif disebut Peubah Binomial Negatif

Karena peluangnya bergantung pada banyaknya sukses yang diinginkan dan peluang sukses dalam usaha tertentu maka peluangnya akan dinyatakan dengan lambang b*($x;k,p$).untuk mendapatkan rumus umum untuk b*($x;k,p$), pandanglah peluang mendapat suatu sukses pada usaha ke x yang didahului oleh k-1 sukses dan x-k gagal dalam suatu urutan tertentu.karena tiap usaha bebas dari usaha lainnya, peluang yang berpadanan dengan tiap hasil dapat diperkalikan. Tiap sukses terjadi dengan peluang p dan gagal dengan peluang q =1-p. Jadi, peluang untuk suatu urutan tertentu yang berakhir dengan sukses, ialah $p^{k-1}q^{x-k}p=p^kq^{x-k}$. Banyaknya titik sampel dalam percobaan yang berakhir dengan sukses, sesudah terjadi k-1 sukses dan x-k gagal dalam urutan sembarang, sama dengan banyaknya cara memisahkan x-1 usaha menjadi dua kelompok, masing-masing beranggota k-1 sukses dan x-k gagal. Semuanya $\binom{x-1}{k-1}$ cara, masing-masing saling terpisah dan terjadi dengan peluang yang sama, yaitu p^kq^{x-k}. Rumusan umum diperoleh dengan pemperkalikan p^kq^{x-k} dengan $\binom{x-1}{k-1}$.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Bila usaha yang saling bebas dilakukan berulang kali menghasilkan sukses gengan peluang *p* sedangkan gagal dengan peluang *q = 1-p*, maka distribusi peluang PA *x*, yaitu banyaknya usaha yang berakhir tepat pada sukses ke-k diberikan oleh

$$b^*(x : k , p) = \binom{x-1}{k-1} p^k q^{n-k} \qquad , x = k , k+1 , k+2 ,\ldots$$

Suatu percobaan disebut percobaan Binomial negatif jika memenuhi syarat:

a. Usaha diulangi sampai terjadi sejumlah sukses tertentu
b. Tiap usaha memberikan hasil yang dapat ditentukan saling sukses atau gagal
c. Peluang sukses yang dinyatakan dengan P, tidak berubah dari usaha yang satu ke usaha yang berikutnya
d. Tiap usaha bebas dengan usaha yang lainnya.
e.

Distribusi binomial negative mempunyai Ekspektasi Matematika (HarapanMatematis) danVarians :

$$\textbf{Harapan Matematis} = \mathbf{E(X)} = \frac{\mathbf{X}}{\mathbf{p}}$$

$$\textbf{Varians} = \mathbf{Var(X)} = \boldsymbol{\sigma}^2 = \frac{\mathbf{X(1-p)}}{\mathbf{p^2}}$$

Contoh 1:

Carilah peluang seseorang yang melantunkan tiga uang logam sekaligus akan mendapat semua angka atau semua gambar untuk kedua kalinya pada lantunan ke-5

Jawab.

1	2	3	4	5

Salah satu AAA atau GGG

AAA atau GGG

Antara kotak no 1 sampai 4, juga ada satu kotak yang berisi AAA atau GGG sedangkan kotak lainnya (sebanyak tiga kotak) berisi selain AAA atau GGG

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Pada pelantunan tiga uang logam kemungkinan yang muncul sebagai berikut:

x	AAA ,	AAG , AGA , GAA ,	GGA , GAG , AGG ,	GGG
v	0	1	2	3

distribusi peluang sebagai berikut:

X	0	1	2	4
x	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

P(AAA atau GGG) = $p(x = 0) + p(x = 3)$

$$= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Sehingga kita dapat menggunakan distribusi binomial negatif

Dengan $x = 5$, $k = 2$ dan $p = \frac{1}{4}$

$$b^*(5, 2, \frac{1}{4}) = \binom{4}{1}\left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^3$$

$$= \frac{4!}{1!3!} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{9}{16}$$

$$= \frac{27}{256}$$

Contoh 2:

Uang logam, dengan muka A dan G, di tos beberapa kali sampai keluar 2 (dua) A. Jika p = 0,5 dan r = 2, Berapa peluang yang di perlukan :

a) Jika di tos 2 kali
b) Jika di tos 3 kali

Jawab :

Misalkan banyaknya tos yang di perlukan adalah X, maka X berdistribusi binomial negatif dengan $p = \frac{1}{2}$ dan r = 2 dan di tanyakan P(X = 2) dan P(X = 3). Jadi,

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$P(x) = \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r}$

$P(2) = \binom{2-1}{2-1} (0,5)^2 (1-0,5)^0$

$= 0,25$

$P(3) = \binom{3-1}{2-1} (0,5)^2 (1-0,5)^1$

$= 2 \times 0,25 \times 0,5$

$= 0,25$

Jadi peluang di perlukan 2 tos dan 3 tos masing-masing 0,25.

Contoh 3:

Probabilitas campuran beton yang tidak rusak ketika di jatuhkan adalah ¾, berapa probabilitasnya ada 2 dari 4 campuran beton yang di jatuhkan tidak rusak?

Jawab

Di misalkan yang sukses adalah beton yang tidak rusak

Jadi probabilitas yang sukses (p) = ¾

Dan probabilitas yang gagal (q)= 1- ¾ = ¼

Jadi probabilitas 2 dari 4 campuran beton yang di jatuhkan tidak rusak adalah

$b(x=2, k=4, p=¾) = \binom{k}{x} P^x q^{k-x}$

$= \binom{4}{2} \left(\frac{3}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^{4-2}$

$= \frac{4!x9}{2!(4-2)!X16x16}$

$= \frac{27}{128}$

Contoh 4:

Di dalam sebuah kolam terdapat 30 ikan Patin dan 20 ikan Nila, jika diambil 10 ekor ikan satu persatu (setelah diambil dilepaskan kembali), berapa peluang terambil ikan Patin yang ke 2 pada pengambilan yang ke 5.

Jawab:

$b(x;k;p) = {}_{x-1}C_{k-1}\, p^k q^{x-k}$

Dimana : $x = 5$; $k = 2$; $p = 30/50$; $q = 20/50$

Sehingga $b(5;2;3/5) = {}_{5-1}C_{2-1} (3/5)^2 (2/5)^3 = 0,092$

Jadi peluang terambil ikan Patin yang ke-2 pada pengambila yang ke-5 adalah 0,092 atau 9,2%.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Contoh 5:

Pada suatu daerah gondok endemis probabilitas seseorang terkenastruma adalah 12%. Jika dilaksanakan pemeriksaan 48 orang penduduk yang diambil seccara acak, berapa probabilitas orang ke 5 yang diperiksamerupakan orang ke 3 yang menderita struma?

Jawab:

Diketahui :

p= 12%= 0,12 (peluang penderita struma)

q=88%=0,88 (peluang tidak menderita struma)

k=3

X merupakan banyaknya penduduk yang diperiksayang diperkirakan menderita struma

P(X=k) = $C_{k-1}^{x-1} p^k q^{x-k}$

P(X=5) =$C_2^4 p^3 q^2$ =6(0,12)^3(0,88)^2≅8,03x10^{-3}≅0,803%

Jadi probabilitas orang ke-5 yang diperiksa merupakan orang ke-3 yang menderita struma adalah 8,03x10^{-3} atau sekitar 0,803%.

2. Distribusi Geometri

Pandang hal khusus dari distribusi binominal negative, yaitu bila k = 1; dalam hal ini diperoleh distribusi peluang banyaknya usaha yang diperlukan untuk mendapatkan satu keberhasilan. Sebagai contoh: misalnya melemparkan satu uang logam sampai sisi muka muncul, misalnya ingin dicari peluang mendapat muka pertama kali pada lemparan ke- x, contoh lainnya tentang kejadian lulus dari ujian kenaikan tingkat. Kita akan terus mengikuti ujian berkali-kali jika belum berhasil lulus. Tetapi sekali saja kita dinyatakan lulus, maka selesai lah sudah proses nya. Distribusi binomial negative menyusut menjadi $b^*(x;\ 1,\ p) = pq^{x-1}$, untuk x = 1, 2, 3, …,karena urutan semua suku ini membentuk deret geometrik, maka biasanya hal khusus ini disebut distribusi geometrik dan dinyatakan dengan $g(x;\ p$

Apabila sebuah mata uang dilambungkan 10 kali.Hasil lambungan dikatakan *sukses* jika muncul sisi muka (M).andaikan dari 10 kali lambungan tersebut, lambungan pertama sampai ke enamnya diperoleh kejadian gagal dan baru lambungan ke tujuh diperoleh kejadian sukses. Distribusi kemungkinan untuk mendapatkan kejadian sukses ke k pada percobaan ke- x didefinisikan:

$$b^*(x;\ k,\ p) = C\binom{x-1}{k-1} .\ p^k .\ (1-p)^{x-k}$$

Jika diharapkan k = 1 maka:

$b^*(x;\ k,\ p) = C\binom{x-1}{1-1} .\ p .\ (1-p)^{x-1}$

$= p\ .(1-p)^{x-1}$

$= p\ .q^{x-1}$untuk$x$ = 1, 2, 3, …

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Adakalanya dalam percobaan Bernoulli yang diamati adalah banyaknya percobaan yang terjadi sampai muncul satu (1) *s.* tentu saja percobaan yang dilakukan menggunakan asumsi bahwa dia diulang secara saling bebas. Misalkan untuk munculnya satu *s* diperlukan sebanyak *x* percobaan. Maka pada kondisi ini :

1. Paling tidak diperlukan satu percobaan, tetapi tidak ada batasan maximum banyaknya percobaan yang akan menghasilkan satu *s.* jadi $x \in R_x = \{1,2,\ldots\}$
2. Hasil terakhir adalah *s*, sedangkan hasil sebelumnya adalah *g,* sehingga dapat digambarkan sebagai

   g g g … g *s* :
3. Total peluang pada saat itu adalah $p\,(1\text{-}p)^{x-1} = pq^{x-1}$

   Peubah acak yang memenuhi kondisi diatas dikatakan berdistribusi geometri dengan parameter *p*.

Bila usaha saling bebas dan dilakukan berulang kali menghasilkan sukses dengan peluang *p* dan gagal dengan peluang *q = 1 – p*, maka distrubusi peluang PA *x* yaitu banyaknya usaha yang berakhir pada sukses yang pertama, diberikan oleh $g\,(x : p) = pq^{x-1}$ $x = 1,2,3\ldots..$

Sebagai suatu distribusi probabilitas, distribusi geometrik juga mempunyai nilai harapan (harapan matematis) dan varians

nilai harapan:

$$E\,(X) = \frac{1}{p}$$

variansi:

$$\text{Var}\,(X) = \frac{1-p}{p^2}$$

Contoh 6:

Dalam proses produksi diketahui bahwa rata – rata 1 diantara 100 butir hasil produksi cacat. Berapa peluang memeriksa 5 butir dan baru menemukan yang cacat pada yang ke lima.

Jawab

Gunakan distribusi geometrik dengan $x = 5$, $p = 0{,}01$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$$g(5 : 0{,}01) = (0{,}01)(0{,}99)^4$$
$$= 0{,}0096$$

Contoh 7:

Hitunglah peluang bahwa seseorangyang melemparkan sekeping koin yang setimbang, memerlukan 4 lantunan sampai diperolehnya sisi G.

Jawab :

dengan menggunakan distribusi geometric dengan x = 4, p = ½ dan q=1-½ = 1/2 , maka diperoleh :

$$g(x : p) = pq^{x-1}$$
$$g(4 : ½) = ½(½)^3$$
$$= \frac{1}{16}$$

Contoh 8:

Suatu tes hasil pengelasan logam meliputi proses pengelasan sampai suatu patahan terjadi. Pada jenis pengelasan tertentu, patahan terjadi 80% disebabakan oleh logam itu sendiri dan 20% penyinaran pada pengelasan. Beberapa hasil pengelasan di tes. Misalkan X adalah banyak tes yang dilakukan sampai ditemukan patahan pertama pada hasil pengelasan. Hitung peluang pada tes ketiga ditemukan patahan pertama!

Jawab :

dengan menggunakan distribusi geometric dengan x = 3, p =0,2 dan q=1- 0,2 = 0,8 , maka diperoleh :

$$g(x : p) = pq^{x-1}$$
$$g(3 : 0.2) = 0.2(0.8)^2$$
$$=0.128$$

Contoh 9:

Pada waktu sibuk suatu sentral telepon hampir mencapai batas daya sambungnya, sehingga orang tidak mendapat sambungan. Ingin diketahui banyaknya usaha yang diperlukan agar mendapat sambungan. Misalkan p = 0,05 peluang mendapat sambungan selama waktu sibuk. Kita ingin mencari peluang bahwa diperlukan 5 usaha agar sambungan berhasil.

Jawab :

Dengan menggunakan distribusi geometric dengan x = 5, p = 0,05 dan q= 1-0,05= 0,95 , maka diperoleh :

$$g(x : p) = pq^{x-1}$$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$g(5 : 0{,}05) = (0{,}05)(0{,}95)^4$
$= 0{,}041$

Contoh 10:

Dari suatu eksperimen diperoleh hasil bahwa probabilitas seekor kucing betina melahirkan kucing jantan adalah 35%. Tentukan harapan lahirnya kucing jantan untuk pertama!

Jawab: kejadian sukses adalah kejadian lahirnya kucing jantan maka $p = 35\% = 0{,}035$
Sehingga:

$$E(x) = \frac{1}{p}$$

$$E(x) = \frac{1}{35}$$
$$= 2{,}875$$
$$= 3$$

Contoh 11:

Dua dadu dilempar bersama-sama. Tentukan harapan matematis dan varians dari kejadian munculnya mata dadu kembar untuk pertama kali!

Jawab: ruang sampel untuk kejadian sukses: {(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)}

Jadi $p = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$q = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

- $E(x) = \frac{1}{P}$
  $= \frac{1}{\frac{1}{6}}$
  $= 6$
- $\mathrm{Var}(x) = \frac{1-p}{p^2}$
  $= \frac{q}{p^2}$
  $= \frac{\frac{5}{6}}{\left(\frac{1}{6}\right)^2}$
  $= \frac{5}{6} \times 36$
  $= 30$

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Contoh yang lain:

1. Seorang peneliti tengah menginokulasi beberapa tikus putih dengan menyuntikkan virus yang menyerang metabolisme pencernaan sampai ia memperoleh 3 ekor tikus putih terserang penyakit tersebut. Bila probabilitas terjangkit penyakit itu adalah 25%, berapa probabilitas bahwa dalam percobaan itu diperlukan 10 ekor tikus?
   Jawab:
   b.(3 : 10 : 0.25) = (9 2) $(0.25)^3$. $(0.75)^7$
   = 9! / 2! (9 – 2)! . 0.0156 . 0.1335
   = 36 . 0.0156 . 0.1335
   = 0.075
   Jadi probabilitas diperlukannya 10 ekor tikus putih untuk 3 ekor tikus yang terserang penyakit adalah 0.075 atau 7.5%.

2. Menurut hasil penelitian ahli sosiologi, kurang lebih 800 dari 1000 wanita tidak setuju dengan praktik poligami yang dilakukan para suami. Bila hasil penelitian ini benar, hitunglah probabilitas bahwa pada suatu hari tertentu, wanita ke empat yang diwawancarai adalah wanita ke empat yang tidak menyetujui poligami?
   Jawab
   Diketahui: p = 800 / 1000, x = 4 dan n = 4
   b . (4 : 4 : 8/10) = (3 3) . 8/103 2/100
   = 1 . 0.4096 . 1
   = 0.4096
   Jadi, probabilitasnya wanita ke empat yang diwawancarai merupakan wanita keempat yang tidak setuju dengan poligami adalah adalah 41% .

3. Seorang peneliti tengah menginokulasi beberapa tikus putih dengan menyuntikkan virus yang menyerang metabolism pencernaan sampai ia memperoleh 3 ekor tikus putih terserang penyakit tersebut. Bila probabilitas terjangki tpenyakit itu adalah 25%, berapa probabilitas bahwa dalam percobaan itu diperlukan 10 ekor tikus?
   Jawab:
   x = 3, n = 10, p = 25 %, q = 75 %
   b*(x ; n , p) = (n-1, x-1).(p)^{x}.(q)$^{n-x}$
   b*(3 ; 10 , 0.25) = (10-1,3-1) $(0.25)^3$. $(0.75)^7$
   = (9, 2) $(0.25)^3$. $(0.75)^7$
   = 9! / 2!.(9 – 2)! .0.0156 . 0.1335
   = 36 .0.0156 . 0.1335
   = 0.075

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Jadi, probabilitas diperlukannya 10 ekor tikus putih untuk 3 ekor tikus yang terserang penyakit adalah 0.075 atau 7.5%.

4. Menurut hasil penelitian ahli sosiologi, kurang lebih 800 dari 1000 wanita tidak setuju dengan praktik poligami yang dilakukan para suami. Bila hasil penelitian ini benar, hitunglah probabilitas bahwa pada suatu hari tertentu, wanita keempat yang diwawancarai adalah wanita keempat yang tidak menyetujui poligami.

   Jawab :

   p = 800 / 1000, x = 4 dan n = 4

   b . (4 ; 4 , 8/10) = (4-1,4-1) . $(80/100)^3.(20/100)^{3-3}$

   = (3,3) . $(80/100)^3.(20/100)^{3-3}$

   = 3!/3!.(3-3)! $(4/5)^3.(1/5)^0$

   = 1 .0.4096 . 1

   = 0.4096

   = 41 %

   Jadi, probabilitasnya wanita keempat yang diwawancarai merupakan wanita keempat yang tidak setuju dengan poligami adalah 41%.

5. Seseorang maksimum melakukan ujian SIM adalah 3 kali dalam sebulan, jika probabilitas seseorang lulus dalam sebuah ujian SIM adalah 0,4. Tentukan probabilitas seseorang baru lulus pada ujian terakhirnya.

   Jawab:

   p = 0,4, q = 1 – p = 1 – 0,4 = 0,6, x = 3, n = 3

   b*(x;n,p) = (n-1, x-1).$(p)^x$ $(q)^{n-x}$

   = (3-1,3-1).$(0,4)^3.(0.6)^{3-3}$

   = (2,2).$(0,4)^3.(0,6)^0$

   = 1.0,064.1

   = 0,064

   = 64 %

   Jadi, Probabilitas seseorang baru lulus SIM pada ujian terakhirnya adalah 64 %.

6. Carilah peluang bahwa seseorang yang melantunkan tiga uang logam sekaligus akan mendapat semuanya muka atau semuanya belakang untuk kedua kalinya pada lantunan kelima.

   (Ronald E Walpole dan Raymond H Myers)

   Jawab :

   Dengan menggunakan distribusi binomial negative untuk x = 4, k = 2, dan p = $\frac{1}{4}$ diperoleh

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

b* $\left(5; 2.\frac{1}{4}\right)$ $= \binom{4}{1}\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^3$

$= \frac{4!}{1!3!} \cdot \frac{3^3}{4^5}$

$= \frac{27}{257}$

7. Uang logam, dengan muka A dan G, di tos beberapa kali sampai keluar 2 (dua) A. Jika p = $\frac{1}{4}$ dan r = 4, Berapa peluang yang di perlukan :
   a. Jika di tos 4 kali
   b. Jika di tos 6 kali

Jawab :

Misalkan banyaknya tos yang di perlukan adalah X, maka X berdistribusi negative binomial dengan p = $\frac{1}{4}$ dan r = 4 dan di tanyakan p (X = 4) dan p (X = 6).

Jadi,

P (x) $= \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r}$

P (4) $= \binom{4-1}{4-1} (0,25)^4 (1- 0,25)^0$

$= \binom{3}{3}$ x 0,004 x 1

$= \frac{3!}{3!(3-3)!}$ x 0,004

$= \frac{3!}{3!0!}$ x 0,004

$= \frac{3!}{3!}$ x 0,004

= 1 x 0,004

= 0,004

= 0,4 %

P (6) $= \binom{6-1}{4-1} (0,25)^4 (1-0,25)^2$

$= \binom{5}{3}$ x 0,004 x 0, 56

$= \frac{5!}{3!(5-3)!}$ x 0,004 x 0,56

$= \frac{5!}{3!2!}$ x 0,004 x 0,56

$= \frac{5.4.3!}{3!2!}$ x 0,004 x 0,56

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

$= \frac{20}{2.1}$ x 0,004 x 0,56
= 10 x 0,004 x 0,56
= 0,02
= 2%

Jadi peluang di perlukan 4 tos adalah 0,4% dan 6 tos adalah 2%.

8. Sebuah kartu diambil dari satu set kartu bridge secara acak. Kemudian kartu dikembalikan lagi. Tentukan probabilitas terambilnya kartu As pertama kali pada pengambilan ke- 10. (1 pak kartu ada 52 kartu, 4 diantaranya kartu As)!

   Jawab:
   kejadian sukses adalah terambilnya kartu As

   Dengan menggunakan distribusi geometric dengan x = 10, p $=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$ dan q= 1-$\frac{1}{13}=\frac{12}{13}$, maka diperoleh :

   $g(x: p) = pq^{x-1}$
   $g(10: \frac{1}{13}) = \frac{1}{13}\left(\frac{12}{13}\right)^9$
   = 0,0374

9. Pada suatu kelas matematika yang terdiri atas 15 siswa, 5 diantaranya berkacamata. Satu siswa dipanggil secara random, kemudian disuruh masuk kelas lagi, pada pemanggilan keberapa diharapkan mendapatkan siswa yang berkacamata?

   Jawab: nilai harapan: E(x)$=\frac{1}{p}$
   $= \frac{1}{\frac{5}{15}}$
   $= \frac{15}{5}$
   = 3

10. Seorang Pemabuk pulang ke rumah. Dia Memiliki 5 Buah kunci pada gelang kunci yang selalu dibawanya. Dia Memilih secara acak satu kunci dan mencoba membuka pintu dengan kunci itu sampai ditemukan kunci yang tepat. Misalkan dia terlalu mabuk sehingga sehingga mungkin saja memilih kunci yang berulang untuk dicoba. Berapa Peluang dia sukses menemukan kunci yang tepat pada usaha ke-7?
    Jawab:

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Dengan menggunakan distribusi geometric dengan x = 7, p = 1/5 dan q = 1-1/5= 4/5 diperoleh

$g(x: p) = pq^{x-1}$

$g(7 : 1/5) = (1/5)\ (4/5)^6$

$= 0.0524288 = 0.05$

dari suatu eksperimen diperoleh hasil bahwa probabilitas seekor kelinci betina melahirkan kelinci jantan adalah 35%. Tentukan harapan lahirnya kelinci jantan untuk pertama!

Jawab: kejadian sukses adalah kejadian lahirnya kelinci jantan maka

$p = 35\% = 0{,}035$

$E(x) = \frac{1}{35}$

$= 2{,}875$

≈ 3

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

SISTEM EVALUASI DAN PENILAIAN

A. Proses Penilaian Perkuliahan

Pengambilan nilai dalam mata kuliah Statistika Matematika I ini menggunakan Sistem Evaluasi Penilaian sebagaimana dalam Buku Panduan Penyelenggaraan Pendidikan UIN Sunan Ampel Tahun 2013 yang terdiri atas 4 macam penilaian:

1. Ujian Tengah Semester (UTS)

   UTS dapat dilaksanakan setelah mahasiswa menguasai minimal 6 paket I bahan perkuliahan (paket 1–6) . Materi UTS diambil dari pencapaian indikator pada tiap-tiap paket. Bentuk soal dapat berupa pilihan ganda, essay, atau perpaduan antara keduanya. Waktu ujian 1 jam perkuliahan (100 menit). Komponen dan jumlah soal diserahkan kepada Dosen pengampu matakuliah dengan skor maksimal 100.

2. Tugas

   Tugas merupakan produk (hasil kreatifitas) mahasiswa dari keunggulan potensi utama yang ada dalam dirinya. Hasil kreatifitas dapat disusun secara individual atau kelompok yang bersifat *futuristik* dan memberi manfaat bagi orang lain (bangsa dan negara). Petunjuk cara mengerjakan tugas secara lebih rinci diserahkan kepada Dosen pengampu. Skor tugas mahasiswa maksimal 100.

3. Ujian Akhir Semester (UAS)

   UAS dapat dilaksanakan setelah mahasiswa menguasai minimal 6 paket II bahan perkuliahan (paket 7–12). Materi UAS diambil dari pencapaian indikator pada tiap-tiap paket. Bentuk soal dapat berupa pilihan ganda, essay, atau perpaduan antara keduanya. Waktu ujian 1 jam perkuliahan (100 menit). Komponen dan jumlah soal diserahkan kepada Dosen pengampu matakuliah dengan skor maksimal 100.

4. *Performance*

   Performance, merupakan catatan-catatan keaktifan mahasiswa dalam mengikuti perkuliahan mulai pertemuan pertama hingga pertemuan terakhir antara 14–16 pertemuan. Dosen dapat memberi catatan pada setiap proses perkuliahan kepada masing-masing mahasiswa dengan

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

mengamati: (1) ketepatan waktu kehadiran dalam perkuliahan, (2) penguasaan materi (3) kualitas ide/respon terhadap materi yang dikaji, dan lain-lain (Dosen dapat menambah hal-hal lain yang perlu diamati).

Dosen merekap seluruh catatan selama perkuliahan, dan memberi penilaian performance pada masing-masing mahasiswa dengan skor maksimal 100.

Dosen dapat mengcopy absen perkuliahan, untuk memberi catatan-catatan penilaian *performance* atau membuat format sendiri. Catatan penilaian *performance* tidak diperkenankan langsung di dalam absen perkuliahan mahasiswa.

B. Nilai Matakuliah Akhir Semester

Nilai matakuliah akhir semester adalah perpaduan antara Ujian Tengah Semester (UTS) 20%, Tugas 30 %, Ujian Akhir Semester (UAS) 40 %, dan Performance 10 %.

Nilai matakuliah akhir semester dinyatakan dengan angka yang mempunyai status tertentu, sebagaimana dalam tabel berikut.

Angka Interval Skor (skala 100)	Skor (skala 4)	Huruf	Keterangan
91 – 100	4,00	A+	Lulus
86 – 90	3,75	A	Lulus
81 – 85	3,50	A-	Lulus
76 – 80	3,25	B+	Lulus
71 – 75	3,00	B	Lulus
66 – 70	2,75	B-	Lulus
61 – 65	2,50	C+	Lulus
56 – 60	2,25	C	Lulus
51 – 55	2,00	C-	Tidak Lulus
40 – 50	1,75	D	Tidak Lulus
< 39	0	E	Tidak Lulus

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

Keterangan:

a. Nilai huruf C- dan D pada matakuliah akhir semester harus diulang dengan memprogram kembali pada semester berikutnya
b. Nilai huruf C dan C+ boleh diperbaiki dengan ketentuan harus memprogram ulang dan nilai huruf semula dinyatakan hangus/gugur
c. Rumus menghitung nilai matakuliah (NMK) akhir semester:

$$NMK = \frac{(NUTSx20)+(NTx30)+(NUASx40)+(NPx10)}{100}$$

NMK = Nilai Matakuliah
NUTS = Nilai Ujian Tengah Semester
NT = Nilai Tugas
NUAS = Nilai Ujian Akhir Semester
NP = Nilai Performance

d. NMK bisa dihitung apabila terdiri dari empat komponen SKS, yaitu: UTS, Tugas, UAS, dan performance. Apabila salah satu kosong (tidak diikuti oleh mahasiswa), maka nilai akhir tidak bisa diperoleh, kecuali salah satunya mendapat nol (mahasiswa mengikuti proses penilaian akan tetapi nilainya nol), maka nilai akhir bisa diperoleh.
e. Nilai akhir matakuliah, ditulis nilai bulat ditambah 2 angka di belakang koma. Contoh: 3,21. 2,80, dst.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

DAFTAR PUSTAKA

Boediono dan Wayan Koster. 2011. *Teori dan Aplikasi Statistika dan Probabilitas.* Bandung: PT Remaja Rosdakarya.

Dajan, Anto, 1986.*Pengantar Metode Statistik Jilid I.* Jakarta : Pustaka LP3ES

Furqon, 1997. *Statistika Terapan Untuk Penelitian*. Bandung : Alfabeta

Hakim, Abdul. 2001. *Statistika Deskriptif untuk Ekonomi dan Bisnis*. Yogyakarta: Ekonisia.

Harinaldi, 2005.*Prinsip-Prinsip Statistik Untuk Teknik dan Sains*. Jakarta : Erlangga

Hasan, Iqbal. 1999. *Pokok-Pokok Materi Statistik 1*. Jakarta: Bumi Aksara.

Irianto, Agus. *Konsep Dasar dan Aplikasinya*. Jakarta: Kencana, 2009.

Lungan,Richard. *Aplikasi Statistika & Hitung Peluang*.Yogyakarta: Graha Ilmu,2006.

Mangkuatmodjo, Soegyarto. 1997. *Pengantar Statistik*. Jakarta: PT Rineka Cipta.

Riyanto Yatim, Dr. 2007. *Metodologi Penelitian Pendidikan kualitatif dan kuantitatif.* Unesa University Press. Surabaya

Saefuddin, Asep, dkk. *Statistika Dasar.* Jakarta: Grasindo, 2009.

Saleh, Samsubar. 1990. *Statistik Deskriptip.* Yogyakarta: UPP AMP YKPN.

Soepeno, Bambang, 1997.*Statistik Terapan Dalam Penelitian Ilmu-Ilmu Sosial dan Pendidikan*. Jakarta : PT. Rineka Cipta

Sudjana. *Metoda Statistika*. Bandung: Tarsito, 2005.

Supranto, J. Sampling untuk Pemeriksaan. Jakarta: UI-Press, 1992

Supranto, J. *Stastitika dan Sistem Informasi untuk Pimpinan.* Jakarta: Erlangga, 1992.

Supranto, J. *Staistika Teori dan Aplikasi*. Jakarta: Erlangga, 2001.

Spiegel, Murray, dkk. *Statistika Edisi Kedua.*Bandung: Erlangga, 1988.

Walpole , Ronald E. 1995. *Pengantar Statistika*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

http://bahasa.kompasiana.com/2012/01/06/makna-kata-statistika-dan-statistik-apa-bedanya-425317.html

http://definisipengertian.com/2012/pengertian-definisi-statistik-menurut-para-ahli/

http://kelompok3statistik.blogspot.com/2013/04/makalah-perbedaan-statistik-dan.html

http://endhi-pujiana.blogspot.com/2013/01/pengertian-data-statistik-penggolongan.html

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id

RIWAYAT HIDUP PENULIS

Maunah Setyawati, M.Si. Lahir di Jombang pada tanggal 4 Nopember 1974. Lulus S1 MIPA Statistika Universitas Brawijaya Malang tahun 1999 dan menyelesaikan S2 dengan spesialisasi Statistika di Institut Teknologi Sepuluh Nopember pada tahun 2006. Sejak Tahun 2000 sampai sekarang aktif dalam lembaga analis data pada "Klinik Angka" di Jombang. Tahun 2000-2003 pernah bekerja pada perusahaan asing milik Jepang PT. OTSUKA Lawang Malang Indonesia. Sejak tahun 2003-2009 menjadi guru di SMK Raden Patah kota Mojokerto, dan dari tahun 2007 hingga sekarang menjadi staf pengajar di Fakultas Tarbiyah Jurusan Pendidikan Matematika Institut Agama Islam Negeri (IAIN) Sunan Ampel Surabaya. Penulis juga aktif sebagai narasumber dalam beberapa pelatihan Statistika di lingkungan IAIN Sunan Ampel.

digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id digilib.uinsby.ac.id