

**PROFIL PENALARAN KOMBINATORIAL SISWA
MADRASAH TSANAWIYAH DALAM MENYELESAIKAN
SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA**

SKRIPSI

DISUSUN OLEH:
FAIQOTUL MUFARROHAH
(NIM: D74214057)



**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN IPA
PRODI PENDIDIKAN MATEMATIKA
AGUSTUS 2018**

PERSETUJUAN PEMBIMBING SKRIPSI

Skripsi oleh:

Nama : Faiqotul Mufarrohah

NIM : D74214057

Judul : Profil Penalaran Kombinatorial Siswa Madrasah Tsanawiyah (MTs) dalam Menyelesaikan Soal Olimpiade Matematika.

Ini telah diperiksa dan disetujui untuk diujikan.

Surabaya, 23 Juli 2018

Pembimbing 1,

Pembimbing 2,



Dr. Siti Lailiyah, M.Si
NIP. 198409282009122007



Yuni Arrifadah, M.Pd.
NIP. 197306052007012048

PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI

Skripsi oleh **Faiqotul Mufarrohah** ini telah dipertahankan di depan

Tim penguji Skripsi
Surabaya, 25 Juli 2018

Mengesahkan Fakultas Tarbiyah dan Keguruan
Universitas Islam Negeri Sunan Ampel Surabaya



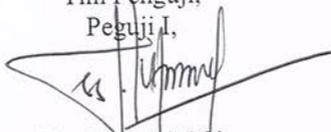
Dekan,


Prof. Dr. H. Ali Mas'ud, M.Ag. M.Pd.I

NIP. 196301231993031002

Tim Penguji,

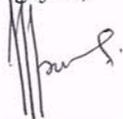
Penguji I,



Dr. Sutini, M.Si

NIP. 197701032009122001

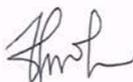
Penguji II,



Maunah Setyawati, M.Si.

NIP. 197411042008012008

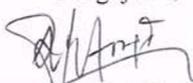
Penguji III,



Dr. Siti Lailivah, M.Si

NIP. 198409282009122007

Penguji IV,



Yuni Arrifadah, M.Pd.

NIP. 197306052007012048

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Faiqotul Mufarrohah
NIM : D74214057
Jurusan/Program Studi : PMIPA/Pendidikan Matematika
Fakultas : Tarbiyah dan Keguruan

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar tulisan saya, dan bukan merupakan plagiasi baik sebagian atau seluruhnya.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat di buktikan bahwa skripsi ini hasil plagiasi, baik sebagian atau seluruhnya, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut sesuai ketentuan yang berlaku.

Surabaya,

Yang Membuat Pernyataan,



Faiqotul Mufarrohah
NIM: D74214057



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
PERPUSTAKAAN

Jl. Jend. A. Yani 117 Surabaya 60237 Telp. 031-8431972 Fax.031-8413300
E-Mail: perpustakaan@uinsby.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika UIN Sunan Ampel Surabaya, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Faiqotul Mufarrohan
NIM : 074214057
Fakultas/Jurusan : Tarbiyah dan Keguruan / PMIPA
E-mail address : faiqotulmufarrohan28@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah :

Sekripsi Tesis Desertasi Lain-lain (.....)
yang berjudul :

Profil Penalaran kombinatorial siswa Madrasah tsanawiyah dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika

beserta perangkat yang diperlukan (bila ada). Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (database), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di Internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini yang saya buat dengan sebenarnya.

Surabaya, 13 Agustus 2018

Penulis

(Faiqotul mufarrohan)
nama terang dan tanda tangan

Profil Penalaran Kombinatorial Siswa Madrasah Tsanawiyah dalam Menyelesaikan Soal Olimpiade Matematika

**Oleh:
Faiqotul Mufarrohah**

ABSTRAK

Penalaran kombinatorial adalah salah satu kemampuan penalaran matematis siswa untuk menentukan sistematika pemecahan masalah dengan mengombinasikan seluruh alternatif jawaban menggunakan konsep dan materi yang berkaitan dengan masalah tersebut. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui gambaran terperinci mengenai penalaran kombinatorial siswa madrasah tsanawiyah dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika.

Penelitian ini adalah penelitian deskriptif menggunakan pendekatan kualitatif. Penelitian ini dilaksanakan di MTs Assaadah I Bungah Gresik pada semester Genap tahun ajaran 2017/2018. Pengambilan subjek menggunakan teknik *proposive sampling*. Subjek dalam penelitian ini terdiri dari 4 siswa SMP di bawah naungan bimbingan olimpiade matematika. Instrumen yang digunakan berupa soal tes tertulis penalaran kombinatorial dan pedoman wawancara.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa siswa (MTs) di bawah naungan bimbingan olimpiade matematika yang memiliki kemampuan matematika tinggi, tidak semuanya mampu memenuhi semua tahapan penalaran kombinatorial.

Kata Kunci: Penalaran Kombinatorial, Menyelesaikan soal olimpiade matematika

DAFTAR ISI

SAMPUL DALAM	ii
PERSETUJUAN PEMBIMBING SKRIPSI	iii
PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI	iv
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	v
MOTTO	vi
HALAMAN PERSEMBAHAN	vii
ABSTRAK	ix
KATA PENGANTAR	x
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR GAMBAR	xvi
DAFTAR LAMPIRAN	xvii

BAB I PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah.....	1
B. Rumusan Masalah.....	4
C. Tujuan Penelitian	4
D. Manfaat Penelitian	4
E. Batasan Penelitian.....	5
F. Definisi Operasional	5

BAB II KAJIAN PUSTAKA

A. Penalaran Kombinatorial.....	6
1. Penalaran	6
2. Penalaran Kombinatorial	7
a. Pengertian Penalaran Kombinatorial	7
b. Model Penalaran Kombinatorial	9
c. Tahapan Penalaran Kombinatorial.....	13
B. Penyelesaian Soal Olimpiade Matematika 1	5

C. Hubungan Penalaran Kombinatorial dengan Soal Olimpiade matematika.....	18
---	----

BAB III METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian.....	21
B. Waktu dan Tempat Penelitian	21
C. Subjek Penelitian	22
D. Teknik Pengumpulan Data.....	24
1. Tes Tertulis	24
2. Wawancara	24
E. Instrumen Penelitian	25
1. Lembar Tes Tertulis	25
2. Pedoman Wawancara	28
F. Teknik Analisis data	29
1. Analisis Data Tes Tertulis	29
2. Analisis Data Wawancara.....	30
G. Prosedur Penelitian	33
1. Tahap Persiapan.....	33
2. Tahap Pelaksanaan	34
3. Tahap Analisis Data	34
4. Tahap Penyusunan Laporan Penelitian.....	34

BAB IV HASIL PENELITIAN

A. Penalaran Kombinatorial Siswa Madrasah Tsanawiyah dalam Menyelesaikan Soal Olimpiade Matematika.....	36
1. Deskripsi Data Subjek S_1	36
2. Analisis Data Subjek S_1	43
3. Deskripsi Data Subjek S_2	45
4. Analisis Data Subjek S_2	53
5. Deskripsi Data Subjek S_3	56
6. Analisis Data Subjek S_3	62
7. Deskripsi Data Subjek S_4	65

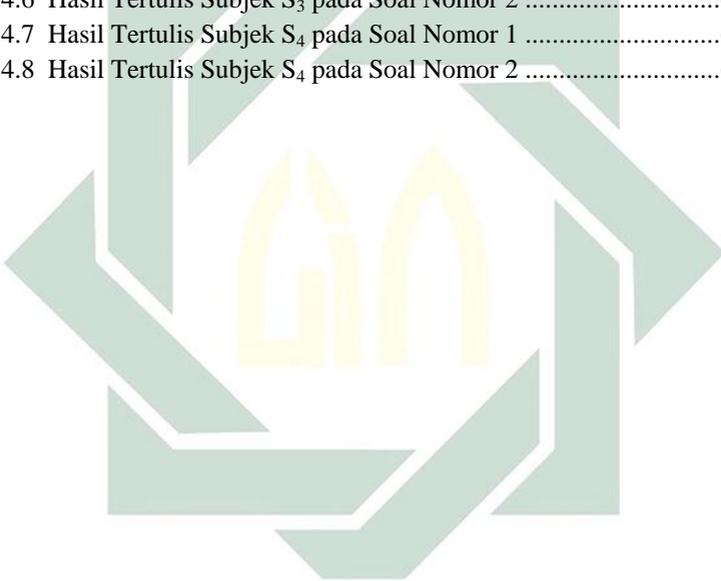
8. Analisis Data Subjek S_4	71
B. Kesimpulan Penalaran Kombinatorial Siswa Madrasah Tsanawiyah dalam Menyelesaikan Soal Olimpiade Matematika	73
BAB V PEMBAHASAN	
A. Profil Penalaran Kombinatorial Siswa Madrasah Tsanawiyah dalam Menyelesaikan soal olimpiade matematika	76
B. Diskusi Hasil Penelitian	79
C. Kelemahan Penelitian	79
BAB V PENUTUP	
A. Simpulan	81
B. Saran	81
DAFTAR PUSTAKA	83

DAFTAR TABEL

Tabel	Halaman
3.1 Jadwal Pelaksanaan Penelitian	22
3.2 Data Subjek Penelitian	23
3.3 Indikator-indikator Pencapaian dalam Tes Tertulis Penalaran Kombinatorial	26
3.4 Daftar Validator Instrumen Penelitian	29
3.5 Tahapan dan Indikator Pencapaian Penalaran Kombinatorial....	32
4.1 Hasil Analisis Data Subjek S_1	43
4.2 Hasil Analisis Data Subjek S_2	53
4.3 Hasil Analisis Data Subjek S_3	66
4.4 Hasil Analisis Data Subjek S_4	71
4.5 Kesimpulan Penalaran Kombinatorial dalam Menyelesaikan Soal Olimpiade Matematika.....	74

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
2.1 Model Penalaran Kombinatorial	10
4.1 Hasil Tertulis Subjek S_1 pada Soal Nomor 1	36
4.2 Hasil Tertulis Subjek S_1 pada Soal Nomor 2	40
4.3 Hasil Tertulis Subjek S_2 pada Soal Nomor 1	46
4.4 Hasil Tertulis Subjek S_2 pada Soal Nomor 2	50
4.5 Hasil Tertulis Subjek S_3 pada Soal Nomor 1	59
4.6 Hasil Tertulis Subjek S_3 pada Soal Nomor 2	62
4.7 Hasil Tertulis Subjek S_4 pada Soal Nomor 1	65
4.8 Hasil Tertulis Subjek S_4 pada Soal Nomor 2	68



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran A (Instrumen Penelitian)

- A.1. Soal Tes Penalaran Kombinatorial
- A.2. Kisi-kisi Tes Penalaran Kombinatorial
- A.3. Kunci Jawaban Tes Penalaran Kombinatorial
- A.4. Pedoman Wawancara Penalaran Kombinatorial

Lampiran B (Hasil Penelitian)

- B.1. Hasil Tes Tertulis Penalaran Kombinatorial

Lampiran C (Lembar Validasi)

- C.1. Lembar validasi Tes Tertulis
- C.2. Lembar validasi Wawancara

Lampiran D (Surat-surat)

- D.1. Surat izin penelitian
- D.2. Surat keterangan telah melakukan penelitian
- D.3. Surat tugas dosen pembimbing
- D.4. Kartu konsultasi
- D.5. Biografi penulis

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Ilmu dan teknologi berkembang sangat pesat pada era globalisasi saat ini. Salah satu ilmu yang berkembang adalah ilmu matematika. Perkembangan ilmu matematika harus di iringi dengan berkembangnya kemampuan siswa dalam mempelajari matematika. Kemampuan siswa dalam mempelajari matematika harus terus menerus dilatih¹. Hal tersebut bertujuan agar kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika tidak tertinggal dan mampu bersaing di era globalisasi.

Salah satu aspek terpenting dalam upaya menyelesaikan masalah matematika adalah penalaran². Ball dan Bass menyatakan bahwa penalaran merupakan keterampilan dasar dalam matematika yang digunakan untuk mencapai beberapa tujuan, misalnya digunakan untuk menemukan ide-ide dan prosedur dalam matematika, juga dapat digunakan untuk membangun pengetahuan yang telah di pahami tetapi terlupakan³. Penalaran berkaitan dengan bagaimana seseorang menarik kesimpulan-kesimpulan tertentu dari ide-ide dan prosedur dalam matematika baik secara langsung maupun tidak langsung.

Inhelder dan Piaget menyatakan bahwa terdapat lima macam jenis penalaran, yaitu 1) penalaran proporsional, 2) pengontrolan variabel, 3) penalaran probabilitas, 4) penalaran korelasional, dan 5) penalaran kombinatorial⁴. Dalam penelitian ini, hanya terfokus pada penalaran kombinatorial yang dapat

¹ Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*, (Malang: UM Press, 2003), 19

² Siti Lailiyah, T. Nusantara, Sa'dijah, dan E. B. Irawan, "Proses berpikir versus penalaran matematika", In *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, (April, 2015), 1018

³ Deborah Loewenberg Ball – Hyman Bass, *Making Mathematics reasonable in school*, (Michigan: University of Michigan Press, 2003), 28

⁴ Inhelder, B. - Piaget, J., *The Growth of Logical Thinking: from Childhood to Adolescence*, (New York: Basic Books, Inc., 1958)

digunakan siswa dalam menyelesaikan soal matematika. Penalaran kombinatorial ini berkaitan dengan cara berpikir siswa dalam menggabungkan beberapa alternatif jawaban.

Grauman berpendapat bahwa penalaran kombinatorial adalah alat untuk memecahkan masalah matematis siswa⁵. Titik berat dalam penalaran kombinatorial adalah bagaimana siswa dapat menemukan sistematis pemecahan masalah dengan benar, dan dapat mengevaluasi apakah pemecahan masalah tersebut sudah valid atau tidak. Dahar menyatakan bahwa penalaran kombinatorial adalah kemampuan siswa untuk mempertimbangkan seluruh alternatif jawaban dalam memecahkan suatu masalah tertentu, menggunakan seluruh kombinasi materi yang berkaitan dengan masalah tersebut⁶. Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa, penalaran kombinatorial adalah salah satu kemampuan penalaran matematis siswa untuk menemukan sistematis pemecahan masalah dengan menggabungkan seluruh alternatif jawaban menggunakan konsep dan materi yang berkaitan dengan masalah tersebut.

Hasil penelitian Mani Rezaie dan Zahra Gooya menyatakan bahwa terdapat empat tahap pemahaman penalaran kombinatorial siswa⁷. Keempat tahap tersebut antara lain: 1) investigasi beberapa kasus, 2) membuat seluruh alternatif jawaban dari beberapa kasus atau soal, 3) menggeneralisasikan seluruh alternatif jawaban dari soal-soal tersebut, dan 4) menyelesaikan soal kombinatorial lainnya serta memahami definisi penalaran kombinatorial. Dibutuhkan pelatihan penalaran kombinatorial secara bertahap untuk meningkatkan kemampuan siswa dalam memanipulasi beragam konsep dan teknik kombinatorial dalam menyelesaikan masalah matematika.

Mani Rezaie dan Zahra Gooya dalam penelitiannya mengungkapkan bahwa, penalaran kombinatorial merupakan

⁵ Grauman, *General aims of mathematics education explained with examples in geometry teaching*, (Palermo: The Mathematics Educatoins into 21 Century Project, 2002)

⁶ R. W. Dahar, *Teori-teori Belajar*, (Jakarta: Erlangga, 1998), 52

⁷ Mani Rezaie – Zahra Gooya, “What do I mean by combinatorial thinking?”, (Procedia social and behavioral science, 2011), 124-126

cara berpikir khusus dalam pembelajaran konsep kombinatorik dengan mengkaji literatur-literatur tertentu⁸. Dalam hal ini, materi kombinatorik merupakan materi tidak rutin yang di ajarkan guru di dalam kelas⁹. Oleh karena itu, dibutuhkan strategi dan cara berpikir khusus dalam menyelesaikannya. Salah satu jenis soal matematika yang membutuhkan strategi dan cara berpikir khusus dalam menyelesaikannya adalah soal olimpiade matematika.

Yohanes dalam penelitiannya membuktikan bahwa, soal olimpiade matematika selalu menyajikan soal-soal non rutin yang jarang ditemui oleh siswa¹⁰. Berdasarkan hal tersebut, dalam menyelesaikan soal non rutin siswa harus memiliki cara berpikir khusus dan strategi-strategi tertentu dalam menyelesaikannya. Tetapi pada kenyataannya tidak banyak siswa memiliki kemampuan tersebut dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika.

Fakta menunjukkan bahwa siswa di Indonesia kurang memiliki kemampuan dalam menyelesaikan soal-soal olimpiade matematika, salah satu penyebabnya adalah siswa tidak terbiasa untuk berpikir aktif dalam menyelesaikan soal-soal non rutin¹¹. Siswa cenderung terpaku pada satu alternatif jawaban dan kurang memikirkan alternatif lain dalam menyelesaikan soal olimpiade. Melalui sistem pengajaran olimpiade yang baik, siswa diharapkan dapat meningkatkan keterampilannya dalam menyelesaikan soal olimpiade¹². Dalam hal ini, setiap individu memiliki proses dan cara penyelesaian yang berbeda satu sama lain.

⁸Ibid, Halaman 122

⁹ Mardiyana, Dkk., “Peningkatan Kompetensi Guru Matematika MTs Kota Surakarta dalam Pembinaan Olimpiade Matematika Nasional”, (Paper presented at Seminar matematika dan pendidikan matematika, FKIP UNS, 2016)

¹⁰ Rudi Santoso Yohanes, “Upaya Meningkatkan Kemampuan Memecahkan Masalah Matematika Tim Olimpiade Matematika MTs Negeri 01 Madiun dengan Menggunakan Model Pemecahan Masalah Polya”, (Paper Presented at Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY, 2016),143.

¹¹ Ibid,

¹² Fatma Reni Pulungan, “Pengaruh Pengajaran Model Olimpiade Fisika terhadap Hasil Belajar Siswa Kelas X SMA Negeri 1 Medan”, *Jurnal Pendidikan Fisika*,1: 1, (Juni, 2012), 61.

Berdasarkan uraian di atas, terlihat adanya keterkaitan antara penalaran kombinatorial dengan kemampuan siswa dalam memanipulasi alternatif jawaban soal olimpiade, sehingga peneliti terdorong untuk mengadakan penelitian dengan judul “Profil penalaran kombinatorial siswa madrasah tsanawiyah dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika.”

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas, disusun pertanyaan penelitian sebagai berikut:
Bagaimana profil penalaran kombinatorial siswa madrasah tsanawiyah dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diberikan sebelumnya, penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan Profil penalaran kombinatorial siswa madrasah tsanawiyah dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika.

D. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Dapat menambah kekayaan ilmu, khususnya dalam bidang pendidikan matematika mengenai profil penalaran kombinatorial siswa madrasah tsanawiyah dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika.
2. Dapat memberikan kontribusi informasi bagi siswa dalam menyelesaikan soal olimpiade menggunakan tahapan penalaran kombinatorial.
3. Dapat menjadi sumber referensi bagi guru dalam memahami lebih dalam tentang profil penalaran kombinatorial siswa madrasah tsanawiyah dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika.
4. Dapat menjadi referensi bagi peneliti lain untuk mengembangkan penelitian tentang profil penalaran kombinatorial siswa dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika.

E. Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya pembahasan dalam penelitian ini, maka dirasa perlu untuk membatasi masalah penelitian. Batasan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Soal olimpiade yang digunakan adalah soal dengan materi kombinatorik tingkat MTs.
2. Penelitian ini terbatas pada siswa MTs di bawah bimbingan olimpiade matematika.

F. Definisi Operasional

Untuk menghindari penafsiran yang berbeda terhadap istilah-istilah yang digunakan dalam penelitian ini, maka istilah yang perlu didefinisikan sebagai berikut:

1. Profil adalah gambaran alami dan utuh tentang sesuatu atau seseorang berupa gambar atau kata-kata yang memberikan informasi yang bermanfaat
2. Penalaran adalah suatu proses berpikir untuk menarik kesimpulan baik secara deduktif atau induktif dengan cara menghubungkan fakta-fakta yang relevan dengan pertanyaan tersebut.
3. Penalaran kombinatorial adalah salah satu kemampuan penalaran matematis siswa untuk menemukan sistematika pemecahan masalah dengan mengombinasikan seluruh alternatif jawaban menggunakan konsep dan materi yang berkaitan dengan masalah tersebut.
4. Penyelesaian soal olimpiade adalah strategi yang digunakan untuk menyelesaikan soal-soal non rutin yang tidak disajikan dalam pembelajaran.
5. Soal olimpiade matematika adalah soal non rutin yang memuat banyak konsep dan prosedur matematika dan membutuhkan strategi tertentu dalam menyelesaikannya.

BAB II

KAJIAN TEORI

A. Penalaran Kombinatorial

1. Penalaran

Depdiknas menjelaskan bahwa penalaran adalah cara berpikir logis dalam mengembangkan pikiran dari beberapa fakta atau prinsip¹. Penalaran juga dapat disebut pola Berpikir tinggi yang mencakup kemampuan Berpikir secara logis dan sistematis². Fajar shadiq mengungkapkan bahwa penalaran merupakan suatu kegiatan, suatu proses, atau suatu aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat pernyataan baru yang benar berdasarkan beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan³. Untuk meningkatkan aktivitas berpikir, siswa dapat dibiasakan untuk memecahkan masalah matematika.

Keraf menjelaskan bahwa penalaran adalah sebuah proses berpikir untuk menarik kesimpulan dengan menghubungkan fakta-fakta yang telah diketahui⁴. Sulaiman mendefinisikan penalaran sebagai sebuah proses berpikir divergen yang bertujuan untuk menghasilkan banyak kemungkinan jawaban atas pertanyaan yang sama⁵. Tujuan dari penalaran adalah untuk menarik kesimpulan secara deduktif dari prinsip-prinsip tertentu atau secara induktif dari bukti-bukti tertentu⁶. Dalam hal ini, penalaran berkaitan dengan bagaimana siswa dapat menarik kesimpulan atau menentukan jawaban dari

¹ Depdiknas, Kamus Besar Indonesia Pusat Bahasa Edisi IV, (Jakarta: Gramedia Utama, 2008), 95

² Nita Putri Utami, Mukhni, Jazwinarti, "Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas XI IPA SMAN 2 Painan Melalui penerapan Pembelajaran *Think Pair Square*", Jurnal Pendidikan Matematika, 3:1, (2014), 8

³ Fadjar Shadiq, *Kemahiran Matematika*, (Yogyakarta: Departemen Pendidikan Nasional, 2009)

⁴ Fadjar Shadiq, "Pemecahan masalah, penalaran dan komunikasi", (paper presented at Diklat Instruktur atau pengembangan matematika, 2004)

⁵ Sulaiman, dkk., "A Review Of Different Types Of Thinking In Fostering Students Intelligent", *Journal of Eksplanasi*, 5:2, (Oktober, 2010)

⁶ Robert J. Stenverg, *Psikologi Kognitif Edisi Keempat*, (Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2008), 410

pertanyaan melalui premis-premis baik secara langsung atau tidak langsung.

Berdasarkan beberapa uraian di atas, maka dapat disimpulkan bahwa penalaran adalah suatu proses berpikir untuk menarik kesimpulan baik secara deduktif atau induktif dengan cara menghubungkan fakta-fakta yang relevan dengan pertanyaan tersebut. Inhelder dan Piaget menyatakan bahwa terdapat lima macam jenis penalaran, yaitu 1) penalaran proporsional, 2) pengontrolan variabel, 3) penalaran probabilitas, 4) penalaran korelasional, dan 5) penalaran kombinatorial⁷. Dalam penelitian ini, hanya terfokus pada penalaran kombinatorial yang dapat digunakan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Penalaran kombinatorial ini berkaitan dengan cara berpikir siswa dalam mengombinasikan beberapa alternatif jawaban.

2. Penalaran Kombinatorial

a. Pengertian Penalaran Kombinatorial

Inhelder dan Piaget mengungkapkan bahwa penalaran kombinatorial adalah kemampuan siswa untuk mempertimbangkan seluruh alternatif yang mungkin pada suatu situasi tertentu.⁸ Sejalan dengan pemikiran Inhelder dan Piaget, Attila dan Beno mendefinisikan penalaran kombinatorial sebagai proses berpikir dengan cara mengonstruks penyelesaian yang kompleks dari beberapa hal atau elemen yang secara langsung berhubungan dengan masalah tersebut.⁹ Lawson menjelaskan bahwa penalaran kombinatorial merupakan kemampuan berpikir dalam memecahkan masalah dengan menggabungkan beberapa faktor kemudian menyimpulkannya sebagai hasil penggabungan¹⁰. Anak saat memecahkan suatu masalah akan menggunakan

⁷ Inhelder - B. Piaget, J., *The Growth of Logical Thinking: from Childhood to Adolescence*, (New York: Basic Books, Inc., 1958)

⁸ Ibid.

⁹ Attila Pasztor – Beno Csapo, *Improving Combinatorial Reasoning Through Inquiry-Based Science Learning*, (paper Presented at Center for Research on Learning and instruction, 2012)

¹⁰ Erman Suherman, *Evaluasi Pembelajaran Matematika*, (Bandung: JICA UPI, 2003)

seluruh kombinasi atau faktor yang ada kaitannya dengan masalah tersebut.

Berhubungan dengan Lawson, Grauman dalam penelitiannya mengungkapkan bahwa pemikiran kombinatorial adalah aspek khusus dari pemikiran matematis¹¹. Dalam hal ini, siswa harus menggunakan pemikiran kombinatorial mereka dalam menemukan sistematika untuk memastikan bahwa semua kemungkinan penyelesaian telah dibahas. Di sisi lain, Hacking telah berbicara tentang metode penalaran baru mengenai pemikiran geometris dan kombinatorial yang mencakup bukti, memberikan tingkat kekuatan penjas yang sepenuhnya baru¹². Kajian literatur terkait dalam pemikiran kombinatorial memberi kepastian bahwa terdapat kebutuhan untuk penelitian lebih lanjut dalam pengajaran dan pembelajaran kombinatorik sebagai bagian yang menarik dari kurikulum matematika sekolah dan universitas.

Penalaran kombinatorial adalah seni menghitung, menyajikan pengantar yang jelas dan komprehensif mengenai konsep dan metodologi awal kombinasi¹³. Dalam hal ini, kapasitas penalaran kombinatorial sangat penting untuk penalaran hipotetis-deduktif, yang beroperasi dengan menggabungkan dan mengevaluasi kemungkinan penyelesaian di setiap situasi.

Dari beberapa penjelasan di atas, maka dapat disimpulkan bahwa penalaran kombinatorial adalah salah satu kemampuan penalaran matematis siswa untuk menentukan sistematika pemecahan masalah dengan mengombinasikan seluruh alternatif jawaban menggunakan konsep dan materi yang berkaitan dengan masalah tersebut.

¹¹ Grauman, *General aims of mathematics education explained with examples in geometry teaching*, (Palermo: The Mathematics Educatoins into 21 Century Project, 2002)

¹² Hacking, I., "On the historical roots of scientific reason", (Paper presented at the Experience and Truth Conference, 2007).

¹³ Richard A. Brualdi, *Introductory Combinatorics*, (Pearson Education Press, 2012)

b. Model Penalaran Kombinatorial

Dewasa ini, siswa mengalami banyak sekali kesulitan dalam mengerjakan soal matematik¹⁴. Hal ini dikarenakan soal matematik yang semakin kompleks dan sulit untuk dikerjakan siswa. Batanero dalam penelitiannya mengungkapkan bahwa materi kombinatorik merupakan materi yang kompleks dan sulit diselesaikan oleh siswa¹⁵. Untuk mengatasi hal tersebut, maka dibutuhkan identifikasi masalah apa yang dialami siswa dan faktor-faktor apa saja yang mempengaruhi kesulitan siswa tersebut.

Selain mengidentifikasi masalah apa yang dialami siswa dalam menyelesaikan masalah, dibutuhkan model untuk mengetahui bagaimana siswa menggabungkan ide-ide dari penyelesaian masalah tersebut. Model tersebut adalah model penalaran kombinatorial¹⁶. Model penalaran kombinatorial adalah analisis konseptual kegiatan siswa yang berkaitan dengan perhitungan kombinatorial¹⁷. Tujuan dari model penalaran kombinatorial adalah untuk menguraikan cara-cara bagaimana siswa berpikir kombinatorial dalam menyelesaikan masalah.

Dalam hal ini, Elise Lockwood mendefinisikan model penalaran kombinatorial meliputi ide penyelesaian masalah berupa rumus atau formula, proses penyelesaian masalah, dan hubungan antara rumus dan proses penyelesaian masalah¹⁸. Ide penyelesaian masalah atau rumus penyelesaian masalah adalah sebuah ide matematis yang menghasilkan beberapa nilai numerik. Dalam hal ini, ide yang digunakan bisa berupa kombinasi operasi numerik. Ide penyelesaian masalah dapat di

¹⁴ Elise Lockwood, "A Model of students combinatorial thinking", (Paper presented at the journal of mathematic behavior, 2013)

¹⁵ C. Batanero, V. Navarro-Pelayo, J. Godino, "effect of the implicit combinatorial model on combinatorial reasoning in secondary school pupils", (Paper presented at Educational studies in mathematics, 1997), 188

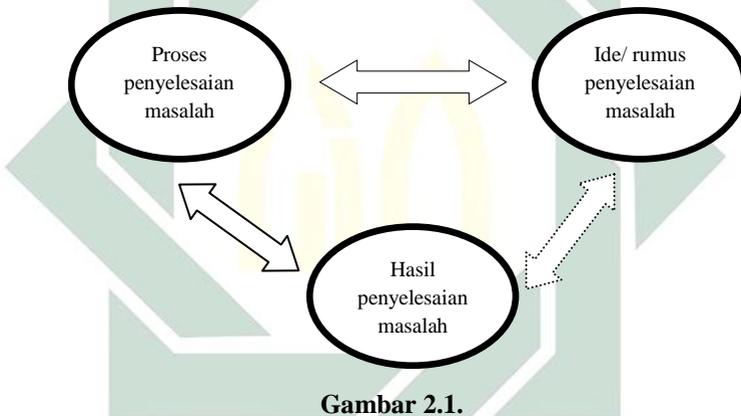
¹⁶ Ibid,

¹⁷ P. W. Thomson, "conceptual analysis of mathematical ideas: some spadeworks at the foundations of mathematics educational", (paper presented at the annual meeting of the international group of the psychology of mathematics educations, 2008)

¹⁸ Elise Lockwood, Loc cit., hal. 252

kombinasikan dengan ide lain, tetapi tetap berbeda dari bentuk yang satu dengan bentuk yang lain.

Formula yang digunakan untuk menyelesaikan masalah kombinatorial membutuhkan beberapa langkah-langkah atau prosedur penyelesaian. Tucker menjelaskan bahwa ide penyelesaian masalah kombinatorial merupakan penggabungan dari beberapa rumus dan rumus tersebut dapat digunakan untuk menyelesaikan beberapa masalah dengan konten yang sama¹⁹. Penggabungan dari beberapa formula tersebut kemudian akan mengacu pada penyelesaian masalah yang sama. Berikut gambar hubungan antara model penalaran kombinatorial²⁰:



Gambar 2.1.
Model penalaran kombinatorial

Dapat dilihat dari gambar 2.1, terdapat hubungan antara ide yang digunakan dalam menyelesaikan masalah dengan proses penyelesaian masalah. Elisa lockwood dalam penelitiannya menjelaskan bahwa hubungan antara ide dengan proses penyelesaian merupakan proses bernalar yang dimiliki masing-masing siswa²¹. Siswa memiliki pemikirannya sendiri dalam menyelesaikan masalah khususnya masalah

¹⁹ A. Tucker, *Applied Combinatorics (4th eda.)*, (New York: John Wiley & Sons, 2002)

²⁰ Elise Lockwood, Loc cit., Halaman. 254

²¹ Ibid.

kombinatorial. Di samping itu, dalam proses penyelesaian masalah siswa dapat mengeksplorasi kemampuannya dalam memanipulasi rumus yang digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut²². Hal ini bertujuan agar siswa dapat dengan mudah mengungkapkan ide-ide dalam menyelesaikan berbagai masalah.

Penelitian Elisa lockwood mengidentifikasi bahwa siswa dalam melakukan proses perhitungan akan memilih sendiri rumus apa yang akan dipakai dalam menyelesaikan masalah tersebut²³. Hal ini dapat dibuktikan Elisa Lockwood dengan memberikan sebuah pertanyaan kombinasi, yaitu misalkan “dalam sebuah ujian terdapat 10 pertanyaan dan 5 pertanyaan wajib dijawab. Ada berapa banyak cara memilih 5 pertanyaan untuk dijawab jika harus menjawab dengan tepat 2 dari 5 pertanyaan pertama?”. Dalam konteks masalah tersebut, terdapat beberapa penyelesaian masalah. Rumus penyelesaian masalah dapat mewakili proses yang lebih spesifik. Dalam hal ini, siswa akan memilih 2 dari 5 pertanyaan, kemudian memilih 3 dari lima pertanyaan. Siswa dapat memilih jawaban sesuai dengan pemikiran mereka sendiri, sehingga seluruhnya dapat menjadi proses yang berhubungan dengan penalaran kombinatorial.

Dalam arah yang berlawanan, siswa dapat mengonseptualisasikan sebuah proses perhitungan yang menghasilkan rumus lain. Jika siswa ingin menghitung 5 pertanyaan yang wajib dijawab dari 10 pertanyaan maka siswa dapat menggunakan sebuah rumus untuk melakukan perhitungan tersebut. Dalam hal ini, siswa dapat mempertimbangkan angka berapa yang menempati posisi pertama, kemudian mempertimbangkan angka yang menempati posisi kedua dan seterusnya. Dengan menggunakan operasi hitung perkalian maka dapat ditemukan jawaban dari

²² Nur Rokhima-Harina Fitriyani, “PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA SISWA MTS DITINJAU DARI KECERDASAN INTRAPERSONAL”, (paper presented at Seminar Nasional Pendidikan, Sains dan Teknologi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Muhammadiyah Semarang), 273

²³ Ibid.

pertanyaan tersebut. Berdasarkan pernyataan tersebut, maka terdapat hubungan antara proses penyelesaian masalah dengan rumus penyelesaian masalah. Proses penyelesaian masalah yang menghasilkan rumus seperti di atas seringkali menjadi alternatif terakhir dalam menyelesaikan masalah²⁴. Hal tersebut digunakan jika siswa menyelesaikan masalah yang rumit dan membutuhkan angka yang besar.

Dalam proses penyelesaian masalah terdapat lebih dari satu rumus atau ide dalam menyelesaikan masalah. Sebaliknya, terdapat rumus yang digunakan beberapa kali dalam proses penyelesaian masalah. Oleh karena itu, setiap siswa memiliki pemikirannya sendiri dalam memecahkan masalah²⁵. Siswa dalam menyelesaikan masalah seperti masalah kombinasi, memiliki tahapan penyelesaian sendiri yang berbeda dengan siswa lain. Siswa dapat memilih rumus yang berbeda untuk melakukan penyelesaian soal kemudian menghasilkan proses penyelesaian yang berbeda pula. Siswa juga dapat melakukan proses penyelesaian yang berbeda dan akan menghasilkan rumus yang berbeda pula. Hal tersebut bergantung pada pemikiran siswa dalam menyelesaikan soal.

Dalam proses penyelesaian dan rumus penyelesaian yang berbeda-beda tersebut, siswa pada akhirnya akan menghasilkan penyelesaian yang sama. Terdapat banyak sekali kombinasi jawaban atau penyelesaian dalam menyelesaikan sebuah masalah. Rumus penyelesaian yang berbeda tersebut akan menghasilkan proses penyelesaian yang berbeda juga²⁶. Hal tersebut dapat menjadi salah satu pelatihan bagi siswa agar tidak hanya menyelesaikan masalah dengan satu jalan saja, tetapi bisa menggunakan dua jalan yaitu berawal dari rumus kemudian mengarah pada proses penyelesaian dan dari proses penyelesaian mengarah ke rumus.

²⁴ Ibid. Halaman 235

²⁵ Ibid. halaman 255-256

²⁶ Ibid, halaman 255

Selanjutnya adalah hubungan antara hasil penyelesaian dengan proses penyelesaian dan rumus dalam menyelesaikan masalah. Hasil dari penyelesaian masalah dipengaruhi oleh kemampuan siswa dalam memproses sebuah masalah²⁷. Berdasarkan hal tersebut, maka hasil penyelesaian masalah dengan proses penyelesaian masalah sangat berhubungan erat. Hasil penyelesaian tidak akan didapatkan jika tidak terdapat proses penyelesaian masalah, begitu juga proses penyelesaian tidak akan selesai jika belum terdapat hasil. Dalam hal ini, proses penyelesaian masalah membutuhkan rumus-rumus atau ide-ide penyelesaian masalah di dalamnya sehingga dapat menghasilkan sebuah hasil penyelesaian.

c. Tahapan Penalaran Kombinatorial

Dalam penalaran kombinatorial terdapat beberapa tahap. Mani Rezaie dan Zahra Gooya menjelaskan pada penelitiannya, terdapat empat tahapan dari penalaran kombinatorial tersebut yaitu²⁸:

1. Investigasi beberapa kasus, upaya pertama siswa dalam mengatasi masalah ini adalah menemukan beberapa alternatif solusi dari sebuah kasus dengan menggunakan prinsip multiplikasi. Pada tahap ini, siswa diminta untuk bertanya kepada diri mereka sendiri bahwa, bagaimana mereka yakin telah menghitung semua alternatif jawaban dari kasus tersebut. Jawaban atas pertanyaan ini membawa ke tahap kedua.
2. Bagaimana saya yakin bahwa saya telah menghitung semua kasus?. Pada tingkat ini, siswa mengambil satu langkah lebih jauh dan mencoba meyakinkan dirinya bahwa mereka memang telah menghitung semua kasus. Dalam melakukan ini, siswa memaparkan

²⁷ Kusumawati, N., "Pengaruh Kemampuan Komunikasi dan Pemecahan Masalah Matematika terhadap Hasil Belajar Siswa dengan Pembelajaran Realistic Mathematic Education (RME)", (Pekalongan: Delta Jurnal Ilmiah Pendidikan, 2013)

²⁸ Mani Rezaie, Zahra Gooya, "What do I mean by combinatorial thinking?", (Procedia social and behavioral science, 2011), 124-126

masalah dan memikirkannya secara lebih sistematis. Pada tahap ini siswa diminta untuk memaparkan satu persatu alternatif jawaban yang dia temukan dari soal tersebut.

3. Menggeneralisasikan seluruh alternatif jawaban dari soal tersebut. Banyak siswa merasa puas untuk menghitung beberapa kasus pertama dan kemudian memastikan bahwa mereka memang telah menghitung semua kasus. Namun, hanya ada sedikit siswa yang menganggap kepastian ini hanyalah langkah pertama menuju situasi yang lebih rumit dan lebih abstrak dimana mereka berusaha secara sistematis menghasilkan penyelesaian dari semua kasus. Tujuan dari tahap ini adalah untuk melihat bagaimana siswa dapat menggeneralisasi masalah penghitungan dan seberapa jauh mereka bisa melakukannya. Dalam tahap ini, siswa diminta untuk menarik kesimpulan secara umum berdasarkan beberapa alternatif jawaban yang mereka peroleh.
4. Mengubah masalah tersebut menjadi masalah kombinasi lain sebagai strategi pemecahan masalah yang berguna. Polya menyarankan agar kita mengubah masalah menjadi masalah lain bahkan di bidang matematika yang berbeda dan menyelesaikannya dalam konteks yang sama dan kemudian mengambil kembali masalah tersebut ke dalam konteks aslinya dan menyelesaikannya. Pada tahap ini, siswa diminta menguji kebenaran kesimpulan yang siswa buat dari tahap ketiga dengan menerapkannya pada masalah yang berbeda namun dengan konteks penyelesaian atau solusi yang sama.

Mani Rezaie dan Zahra Gooya menyatakan bahwa siswa menjadi lebih kompeten dalam memanipulasi berbagai teknik jawaban dan kombinasi jawaban dalam menyelesaikan masalah²⁹. Siswa beralih secara sistematis dari satu tahap ke tahap yang lain. Hal ini akan mempermudah siswa dalam

²⁹ Ibid.

menyelesaikan soal-soal yang membutuhkan banyak strategi dan cara khusus dalam menyelesaikannya.

B. Penyelesaian Soal Olimpiade Matematika

Krulik dan Rudnik mendefinisikan penyelesaian/pemecahan masalah sebagai suatu usaha siswa dalam menemukan solusi dari masalah menggunakan pengetahuan, keterampilan, dan pemahaman dari materi yang berhubungan dengan masalah tersebut³⁰. Robert L. Solo menjelaskan bahwa penyelesaian masalah adalah suatu pemikiran yang terarah secara langsung untuk menemukan solusi dari sebuah masalah yang spesifik³¹. Sedangkan Tatag Yuli Eko Siswono berpendapat bahwa penyelesaian soal adalah suatu proses atau upaya individu untuk mengatasi kendala ketika suatu jawaban atau metode jawaban belum tampak jelas³². Berdasarkan beberapa definisi tersebut di atas, maka penyelesaian masalah adalah suatu proses berpikir siswa secara terarah untuk menentukan solusi penyelesaian dari permasalahan.

Cara penyelesaian soal yang didapat oleh siswa merupakan hasil dari pengetahuan dan pengalaman yang dimiliki siswa tersebut terkait dengan soal yang ingin diselesaikannya³³. Oleh karena itu, siswa di tuntut untuk memperdalam pemahamannya tentang matematika khususnya materi-materi yang di butuhkan dalam penyelesaian soal. Dalam menyelesaikan soal matematika, siswa diminta untuk menyelesaikan berbagai jenis soal salah satunya adalah soal non rutin. Soal non rutin adalah soal yang memuat banyak

³⁰ Stephen Krulik - Jesse A. Rudnick, *The New Sourcebook For Teaching Reasoning and Problem Solving in Elementary School*, (Boston: Temple University, 1995)

³¹ Robert L. Solo, *Cognitive Psychology*, (MA: Allyn and Bacon, 1995), 408

³² Tatag Yuli Eko Siswono, *Model Pembelajaran Matematika Berbasis Pengajaran Dan Pemecahan Masalah Untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif*, (Surabaya: UNESA Press, 2008)

³³ Siti Mawaddah – Hana Anisah, “Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Pada Pembelajaran Matematika dengan Menggunakan Model Pembelajaran Generatif (*Generative Learning*) di MTS”, *Jurnal Pendidikan matematika*, 3:2, (Oktober, 2015), 167

konsep dan prosedur matematika dalam menyelesaikannya³⁴. Dalam hal ini, soal non rutin sering kali memiliki penyelesaian yang tidak jelas.

Soal non rutin sangat penting untuk dipelajari selain untuk meningkatkan prestasi belajar matematika, soal non rutin juga merupakan sarana untuk melatih siswa menggunakan nalarnya, berpikir kreatif dan mengembangkan intuisi³⁵. Salah satu jenis soal yang memiliki penyelesaian non rutin adalah soal olimpiade. Soal olimpiade bertujuan untuk mengukur tingkat kepehaman siswa dalam memahami materi yang diajarkan³⁶. Di samping untuk mengukur tingkat kepehaman siswa, soal olimpiade juga dapat digunakan untuk melatih siswa dalam menerapkan konsep yang telah dipelajarinya. Selain itu, siswa juga dapat lebih aktif dalam menyelesaikan dan menganalisis khususnya soal-soal olimpiade. Namun, Yohanes dalam penelitiannya mengungkapkan bahwa sebagian besar siswa tidak dapat menyelesaikan soal non rutin tersebut³⁷. Hal ini disebabkan oleh kurangnya kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal-soal non rutin, juga langkah-langkah yang digunakan oleh siswa dalam menyelesaikan soal tersebut tidak sistematis dan sering memberikan penyelesaian yang kurang jelas.

Adapun faktor-faktor penyebab munculnya masalah siswa yang kurang mampu dalam menyelesaikan soal olimpiade adalah³⁸:

1. Siswa belum terbiasa (kurang latihan) menghadapi soal-soal yang tidak rutin. Soal-soal tidak rutin juga jarang dijumpai dalam pembelajaran matematika di sekolah.

³⁴ D. Jamawi Afgani, *Materi Pokok Analisis Kurikulum Matematika*, (Jakarta: Universitas Terbuka Press, 2011)

³⁵ Ibid.

³⁶ Fatma Reni Pulungan, “Pengaruh Pengajaran Model Olimpiade Fisika terhadap Hasil Belajar Siswa Kelas X SMA Negeri 1 Medan”, *Jurnal Pendidikan Fisika*, 1: 1, (Juni, 2012), 58.

³⁷ Rudi Santoso Yohanes, “Upaya Meningkatkan Kemampuan Memecahkan Masalah Matematika Tim Olimpiade Matematika MTS Negeri 01 Madiun dengan Menggunakan Model Pemecahan Masalah Polya”, (Paper Presented at Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY, 2016), 144

³⁸ Ibid.

2. Pembinaan olimpiade secara kontinu (sepanjang tahun) nampaknya belum berjalan dengan efektif. Kesibukan guru sehingga tidak mempunyai waktu untuk melakukan pembinaan olimpiade, serta masalah biaya merupakan faktor penyebab utama, mengapa pembinaan secara intensif baru dilakukan menjelang pelaksanaan olimpiade, sehingga hasilnya kurang efektif.
3. Siswa tidak terbiasa menjawab soal secara lengkap dan menggunakan langkah-langkah yang sistematis. Salah satu penyebabnya adalah sistem evaluasi yang tidak menuntut penggunaan langkah-langkah yang sistematis dalam memecahkan masalah. Bentuk soal pilihan ganda juga dapat menjadi penyebab siswa tidak terbiasa menggunakan langkah-langkah yang sistematis dalam menjawab soal matematika.

Berdasarkan faktor-faktor penyebab kesulitan siswa tersebut, maka dibutuhkan pengajaran dengan metode olimpiade yang baik agar siswa dapat meningkatkan kemampuannya dalam menyelesaikan soal-soal olimpiade³⁹. Tujuan dari pengajaran menggunakan metode olimpiade adalah untuk membentuk bibit-bibit unggul siswa yang dapat mewakili sekolahnya di ajang olimpiade. Selain itu, diharapkan siswa dapat mengembangkan kemampuan kreatif mereka dalam memahami dan menyelesaikan soal olimpiade. Salah satu kegiatan olimpiade yang rutin diikuti oleh setiap siswa-siswi sekolah disetiap kabupaten/kota adalah olimpiade matematika⁴⁰.

Olimpiade matematika merupakan salah satu cara untuk mengukur kemajuan dan mengetahui posisi mutu pendidikan khususnya bidang studi matematika suatu sekolah

³⁹ Fatma Reni Pulungan, "Pengaruh Pengajaran Model Olimpiade Fisika terhadap Hasil Belajar Siswa Kelas X SMA Negeri 1 Medan", *Jurnal Pendidikan Fisika*, 1: 1, (Juni, 2012), 61

⁴⁰ Tanti Jumaisyaroh Siregar, "Pembinaan Olimpiade Matematika Siswa MTS Swasta NAMIRA ISLAMIC SCHOOL MEDAN", *Jurnal Pengabdian Masyarakat*, 1:1, (Mei, 2017), 10

di suatu daerah⁴¹. Olimpiade matematika selalu menyajikan soal-soal yang non rutin, yaitu soal yang jarang atau belum pernah di jumpai oleh siswa⁴². Untuk menyelesaikan soal yang tidak rutin, siswa harus menggunakan strategi tertentu. Strategi dalam menyelesaikan soal-soal yang tidak lazim dan jarang diajarkan di sekolah-sekolah⁴³. Hal ini karena terbiasanya menyajikan soal-soal matematika dalam bentuk pilihan ganda atau menyajikan soal yang tidak boleh menyimpang dari kurikulum. Dampak pemberian soal seperti ini adalah daya nalar siswa kurang terlatih dan menjadikan siswa kurang berprestasi dalam ajang olimpiade khususnya olimpiade matematika.

C. Hubungan Penalaran Kombinatorial dengan Soal Olimpiade Matematika

Penalaran adalah suatu proses berpikir untuk menarik kesimpulan baik secara deduktif atau induktif dengan cara menghubungkan fakta-fakta yang relevan dengan pernyataan tersebut. Dalam hal ini, Inhelder dan Piaget mengelompokkan penalaran menjadi lima jenis, salah satunya adalah penalaran kombinatorial⁴⁴. Mani Reziae dan Zahra Gooya dalam penelitiannya mengungkapkan bahwa, penalaran kombinatorial merupakan cara berpikir khusus dalam pembelajaran konsep kombinatorik dengan mengkaji literatur-literatur tertentu⁴⁵. Dalam hal ini, materi kombinatorik merupakan materi tidak rutin yang di ajarkan guru di dalam kelas⁴⁶. Oleh karena itu,

⁴¹ I. Wahyudi – W. B. Kawuwung, “Pembinaan olimpiade matematika pada guru bidang studi matematika sekolah menengah atas di kota Jayapura”, *Jurnal Pengabdian Papua*, 1:2, (Oktober 2016)

⁴² Rudi Santoso Yohanes, “Upaya Meningkatkan Kemampuan Memecahkan Masalah Matematika Tim Olimpiade Matematika MTS Negeri 01 Madiun dengan Menggunakan Model Pemecahan Masalah Polya”, (Paper Presented at Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY, 2016),143.

⁴³ Ibid.

⁴⁴ Inhelder - B. Piaget, J., *The Growth of Logical Thinking: from Childhood to Adolescence*, (New York: Basic Books, Inc., 1958)

⁴⁵ Ibid, Halaman 122

⁴⁶ Mardiyana, Dkk., “Peningkatan Kompetensi Guru Matematika MTS Kota Surakarta dalam Pembinaan Olimpiade Matematika Nasional”, (Paper presented at Seminar matematika dan pendidikan matematika, FKIP UNS, 2016)

dibutuhkan strategi dan cara khusus dalam menyelesaikan soal non rutin tersebut.

Soal non rutin adalah soal yang memuat banyak konsep dan prosedur matematika dalam menyelesaikannya⁴⁷. Dalam hal ini, soal – soal non rutin tidak di sajikan dalam pembelajaran di kelas. Soal-soal non rutin biasanya di sajikan dalam pembinaan khusus, seperti pembinaan olimpiade. Soal olimpiade matematika seringkali menyajikan soal-soal non rutin dan jarang ditemui oleh siswa. Hal ini dibuktikan oleh Yohanes dalam penelitiannya bahwa soal olimpiade matematika selalu menyajikan soal-soal yang tidak rutin dan dalam penyelesaiannya dibutuhkan strategi tertentu.⁴⁸ Siswa tidak menggunakan penyelesaian yang logis dalam menyelesaikan soal-soal non rutin seperti soal olimpiade matematika tersebut.

Berbicara tentang soal olimpiade matematika, terdapat empat materi dari beberapa materi matematika yang digunakan materi soal dalam soal olimpiade matematika⁴⁹. Salah satu jenis materinya adalah materi kombinatorik. Materi kombinatorik merupakan materi yang memiliki tingkat kesulitan yang cukup tinggi untuk diselesaikan dibandingkan dengan materi matematika yang lain. Oleh karena itu, dibutuhkan strategi khusus dalam menyelesaikan soal dengan materi tersebut.

Diketahui bahwa penalaran kombinatorial merupakan salah satu jenis penalaran yang mengkaji materi tertentu khususnya materi kombinatorik. Sedangkan materi kombinatorik merupakan salah satu klasifikasi materi yang biasa disajikan dalam soal non rutin seperti soal olimpiade matematika⁵⁰. Berdasarkan hal tersebut, maka dapat diketahui salah satu penalaran yang cocok dalam mengatasi soal non rutin

⁴⁷ D. Jamawi Afgani, *Materi Pokok Analisis Kurikulum Matematika*, (Jakarta: Universitas Terbuka Press, 2011)

⁴⁸ Rudi Santoso Yohanes, “Upaya Meningkatkan Kemampuan Memecahkan Masalah Matematika Tim Olimpiade Matematika MTS Negeri 01 Madiun dengan Menggunakan Model Pemecahan Masalah Polya”, (Paper Presented at Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY, 2016), 144

⁴⁹ https://id.wikipedia.org/wiki/Olimpiade_Matematika_Internasional diakses pada tanggal 6 Maret 2018

⁵⁰ Ibid.

seperti soal olimpiade matematika adalah penalaran kombinatorial. Penyelesaian soal seperti soal olimpiade matematika membutuhkan strategi tertentu dalam menyelesaikannya, karena soal olimpiade matematika selalu menyajikan permasalahannya dengan rumit dan menggunakan banyak prosedur. Dalam hal ini, siswa dapat mengeksplor sendiri prosedur apa yang akan mereka gunakan untuk menyelesaikan soal olimpiade tersebut.

Dengan menggunakan penalaran kombinatorial, siswa dapat mencari seluruh alternatif jawaban dari sebuah pertanyaan kemudian siswa dapat mengkombinasi jawaban tersebut menjadi satu jawaban yang pasti⁵¹. Siswa tidak dibatasi dengan materi tertentu dalam mengerjakan soal olimpiade. Siswa bebas menggunakan materi apa saja yang berhubungan dengan soal yang akan dijawab dalam proses berpikir mereka, sehingga mereka dapat dengan mudah mencari jawaban dari penyelesaian soal olimpiade matematika tersebut.

Selain itu, salah satu faktor siswa kurang memiliki kemampuan dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika adalah siswa tidak terbiasa menjawab soal secara lengkap dan menggunakan langkah-langkah yang sistematis⁵². Dengan pelatihan penalaran kombinatorial siswa dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika, siswa dapat menyelesaikan masalah tersebut. Diketahui bahwa pada tahapan kedua penalaran kombinatorial, siswa diminta untuk menyelesaikan soal dengan jawaban yang sistematis⁵³. Pada tahap ini, siswa dituntut untuk lebih rinci dan lebih teliti dalam menyelesaikan soal khususnya soal olimpiade matematika. Sehingga dapat mengurangi kesalahan siswa dalam menghitung penyelesaian soal olimpiade matematika.

⁵¹ Mani Rezaie, Zahra Gooya, "What do I mean by combinatorial thinking?", (Procedia social and behavioral science, 2011), 126

⁵² Rudi Santoso Yohanes, "Upaya Meningkatkan Kemampuan Memecahkan Masalah Matematika Tim Olimpiade Matematika MTS Negeri 01 Madiun dengan Menggunakan Model Pemecahan Masalah Polya", (Paper Presented at Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY, 2016), 144

⁵³ Mani Rezaie, Zahra Gooya, Loc. Cit

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian, maka jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Penelitian deskriptif adalah penelitian yang menghasilkan data deskriptif berupa kata-kata tertulis atau lisan dari orang-orang atau perilaku yang dapat diamati¹. Sedangkan kualitatif dipandang sebagai gambaran kompleks, meneliti kata-kata, laporan terinci dari pandangan responden dan melakukan studi pada situasi yang alami². Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan profil penalaran kombinatorial siswa MTs dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika.

B. Waktu dan Tempat Penelitian

1. Waktu Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada tanggal 15 sampai 16 Mei 2018. Tabel 3.1. menunjukkan jadwal pelaksanaan tes tertulis penalaran kombinatorial dan wawancara dengan subjek penelitian.

¹ Lexy J Moleong, "Metodologi Penelitian Kualitatif", (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2008), 3.

² Noor Juliansyah, "Metode Penelitian", (Jakarta: Kencana Prenada Media Group, 2012), 34.

Tabel 3.1.
Jadwal Pelaksanaan Penelitian

No.	Kegiatan	Tanggal
1.	Permohonan izin penelitian kepada Kepala Sekolah MTs Assaadah I Bungah Gresik	20 Maret 2018
2.	Tes tertulis penalaran kombinatorial 1 dan wawancara	15 Mei 2018
3.	Tes tertulis penalaran kombinatorial 2 dan wawancara	16 Mei 2018

2. Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan di MTs Assaadah I yayasan pondok pesantren qomarudin Bungah Gresik Semester Genap Tahun Ajaran 2017-2018 . MTs Assaadah I merupakan sebuah lembaga pendidikan yang dinaungi pondok pesantren, dimana 45% dari siswanya merupakan siswa yang juga mondok di pesantren qomarudin. MTs Assaadah I juga memiliki kelas pelatihan olimpiade yang diikuti beberapa siswa yang memang sudah dipilih oleh guru mata pelajaran matematika untuk dipersiapkan mengikuti ajang olimpiade matematika di berbagai *event*.

C. Subjek Penelitian

Subjek dalam penelitian ini dipilih menggunakan teknik *Purposive sampling*. Sugiono menjelaskan bahwa *Purposive sampling* adalah teknik penentuan subjek dengan beberapa pertimbangan tertentu³. Arikunto dalam bukunya menjelaskan bahwa syarat-syarat yang harus dipenuhi dalam penentuan sampel berdasarkan tujuan tertentu adalah sebagai berikut⁴:

³ Sugiono, "Memahami Penelitian kualitatif", (Bandung: ALFABETA, 2012), 126

⁴ S. Arikunto, "Prosedur penelitian suatu pendekatan praktik", (Jakarta: PY. RINEKA CIPTA, 2010), 183

1. Pengambilan subjek harus didasarkan atas ciri-ciri, sifat-sifat atau karakteristik tertentu yang merupakan ciri-ciri pokok populasi
2. Subjek yang diambil sebagai subjek penelitian benar-benar merupakan subjek yang paling banyak mengandung ciri-ciri yang terdapat pada populasi

Maka berdasarkan hal tersebut di atas, peneliti mengambil subjek pada penelitian dengan memilih 4 dari 6 siswa MTs Assaadah I yayasan pondok pesantren Qomaruddin Bungah Gresik di bawah naungan bimbingan olimpiade. Pemilihan 4 dari 6 siswa MTs di bawah naungan bimbingan olimpiade ini berdasarkan saran dan pertimbangan dari guru matematika sekaligus pembina olimpiade matematika di MTs Assaadah. Di samping itu, pemilihan subjek penelitian juga berdasarkan kemampuan siswa tersebut dalam menguasai materi soal yang akan diberikan. Tidak ada batasan kelas dalam penelitian ini, penelitian ini hanya di batasi oleh siswa yang di bawah bimbingan olimpiade matematika. Tabel 3.2. menunjukkan data subjek penelitian.

Tabel 3.2.
Data Subjek Penelitian

No	Inisial Siswa	Kode Subjek
1.	ARA	S ₁
2.	AABA	S ₂
3.	MAH	S ₃
4.	MJW	S ₄

Selain itu, peneliti juga mempertimbangkan kemampuan komunikasi siswa dalam mengemukakan jalan pikirannya secara lisan maupun tulisan. Hal tersebut bertujuan untuk mempermudah peneliti dalam memperoleh hasil penalaran kombinatorial siswa MTs dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika.

Adapun kriteria subjek yang akan diteliti yaitu sebagai berikut:

1. Subjek yang akan diteliti merupakan siswa MTs Assaadah I Bungah Gresik
2. Subjek yang akan diteliti merupakan siswa kelas VII-IX MTs Assaadah I Bungah Gresik
3. Subjek yang akan diteliti dapat berkomunikasi dengan baik
4. Subjek yang akan diteliti bersedia untuk dijadikan subjek penelitian.

D. Teknik Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data yang digunakan untuk memperoleh data profil penalaran kombinatorial siswa madrasah tsanawiyah dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika adalah sebagai berikut:

1. Tes Tertulis

Tes tertulis dalam penelitian ini adalah tes penyelesaian soal olimpiade matematika. Tes ini bertujuan untuk mengumpulkan data tertulis mengenai profil penalaran kombinatorial siswa dalam menyelesaikan soal olimpiade materi kombinatorik. Tes ini diujikan kepada 4 subjek yang telah dipilih oleh peneliti.

2. Wawancara

Wawancara dalam penelitian ini adalah wawancara berbasis tugas. Wawancara berisi pertanyaan-pertanyaan yang membantu mengungkap hasil penyelesaian soal olimpiade yang sedang diselesaikan. Ketika siswa mengerjakan soal tes olimpiade wawancara dilakukan tidak hanya untuk memverifikasi jawaban yang telah dituliskan, tetapi juga untuk mendapatkan informasi baru yang mungkin tidak diperoleh di lembar jawaban tes masalah olimpiade karena tidak semua yang dipikirkan siswa mampu dituliskan. Hal ini mungkin bisa terungkap saat wawancara. Wawancara dilakukan kepada 4 subjek yang telah dipilih.

E. Instrumen Penelitian

Instrumen penelitian merupakan alat atau fasilitas yang digunakan oleh peneliti dalam mengumpulkan data dan informasi yang dibutuhkan agar pekerjaannya lebih mudah dan hasilnya lebih baik, dalam arti lebih cermat, lengkap dan sistematis sehingga lebih mudah diolah⁵. Dalam penelitian ini instrumen yang digunakan adalah sebagai berikut:

1. Lembar tes tertulis

Instrumen pertama yang digunakan dalam penelitian ini adalah tes tertulis soal olimpiade matematika. Soal tes olimpiade matematika berupa dua soal uraian. Soal pertama berisikan 2 butir pertanyaan (Tahap 1 – tahap 3), dan soal kedua berisikan 1 butir pertanyaan (Tahap 4) Soal uraian dirancang agar memudahkan peneliti untuk mengetahui ide-ide dan langkah-langkah yang ditempuh oleh siswa dalam menyelesaikan soal secara mendalam. Tabel 3.3. menunjukkan indikator pencapaian penalaran kombinatorial yang termuat pada tes tertulis penalaran kombinatorial.

⁵ Suharsimi Arikunto, *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktik*. (Jakarta: Rineka Cipta, 2006), 151.

Tabel 3.3.
Indikator-Indikator Pencapaian Dalam Tes Tertulis Penalaran Kombinatorial

Tahap	No. Indikator Penalaran Kombinatorial	Tahapan Penalaran Kombinatorial	Indikator Pencapaian	Soal Nomor
1	1	Investigasi beberapa kasus	Menentukan beberapa alternatif jawaban dari soal olimpiade yang berkaitan dengan materi kombinatorik	1.a
2	2	Memastikan kebenaran alternatif jawaban dengan menunjukkan satu persatu solusi yang didapat secara sistematis	Mengamabarkan seluruh alternatif jawaban dari soal olimpiade yang berkaitan dengan materi kombinatorik	1.a
3	3	Menggeneralisasikan seluruh alternatif jawaban dari soal	Menentukan rumus yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal olimpiade yang berkaitan dengan materi kombinatorik	1.b
4	4	Menguji	Menyelesaikan	2

		kebenaran kesimpulan yang diperoleh dengan menerapkannya ke soal yang berbeda namun dengan konteks penyelesaian yang sama.	soal olimpiade yang berkaitan dengan materi kombinatorik dengan menggunakan rumus yang diperoleh sebelumnya	
--	--	--	---	--

Sebelum tes olimpiade matematika digunakan untuk mengumpulkan data, terlebih dahulu dilakukan validasi. Karena instrumen yang valid berarti alat ukur yang digunakan untuk mendapatkan data (mengukur) itu valid⁶. Valid berarti instrumen dapat digunakan untuk mengukur apa yang seharusnya diukur⁷. Kriteria kevalidannya adalah apabila 3 orang validator memberikan minimal nilai B. Pada penelitian ini, instrumen divalidasi oleh 2 dosen pendidikan matematika dan 1 guru matematika dan pembina olimpiade matematika di MTs Assaadah I Bungah Gresik.

Pada proses validasi oleh validator pertama, instrumen dinyatakan valid dengan perbaikan. Dalam hal ini, perbaikan dilakukan pada kalimat soal tes tertulis penalaran kombinatorial nomor 1 dan 2. Sedangkan proses validasi oleh validator kedua, instrumen juga dinyatakan valid dengan perbaikan. Validator kedua menyarankan untuk mengganti soal tes penalaran kombinatorial dengan soal cerita kontekstual, tetapi tidak merubah konteks dari

⁶ Sugiyono, *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif dan R & D* (Bandung: Alfabeta, 2012), 121.

⁷ Ibid.

soal. Kemudian sebelum digunakan untuk penelitian di MTs Assaadah I Bungah Gresik, instrumen divalidasi kembali oleh guru matematika sekaligus pembina olimpiade. Pada proses validasi instrumen dengan guru matematika, beliau menyatakan soal layak digunakan untuk penelitian. Tetapi terdapat sedikit perbaikan pada indikator soal penalaran kombinatorial.

Setelah dilakukan revisi, maka instrumen tes soal olimpiade matematika dapat diberikan kepada 4 subjek yang sudah dipilih berdasarkan kemampuan siswa tersebut dalam menyelesaikan soal olimpiade (Lampiran C.1).

2. Pedoman wawancara

Instrumen kedua dalam penelitian ini berupa pedoman wawancara. Pedoman wawancara ini dibuat untuk acuan wawancara dalam mengumpulkan data berupa kata-kata hasil wawancara tentang penalaran kombinatorial siswa dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika. Pedoman wawancara bersifat terstruktur dengan tujuan menemukan masalah secara terbuka, maksudnya subjek diajak mengemukakan pendapat dan ide-idenya secara langsung berkaitan dengan penyelesaian soal olimpiade matematika yang telah diberikan.

Instrumen pedoman wawancara ini dibuat dengan memperhatikan hasil kajian teori tentang penalaran kombinatorial siswa dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika, sehingga dijadikan pedoman dalam menyusun pertanyaan. Sebelum pedoman wawancara digunakan untuk mengumpulkan data, terlebih dahulu dilakukan validasi. Seperti pada proses validasi tes tertulis, validasi pedoman wawancara juga di validasi oleh 2 dosen pendidikan matematika dan 1 guru matematika dan pembina olimpiade matematika di MTs Assaadah Bungah Gresik. Pada proses validasi dengan validator pertama, validator menambahkan beberapa kalimat pada pertanyaan yang akan diajukan kepada subjek dan menghapus pertanyaan yang dirasa sama maksudnya dengan pertanyaan lain. Kemudian untuk validator kedua dan

ketiga mengatakan bahwa pertanyaan wawancara sudah layak untuk diajukan kepada subjek penelitian.

Setelah divalidasi, dilakukan perbaikan berdasarkan saran dan pendapat validator agar pedoman wawancara yang dibuat memenuhi kriteria layak, valid, dan dapat digunakan untuk mengungkap penalaran kombinatorial siswa dalam memecahkan masalah olimpiade matematika (Lampiran C.2). Validator dalam penelitian ini terdiri dari dua orang dosen pendidikan matematika UIN Sunan Ampel Surabaya, serta seorang guru matematika dan pembina olimpiade di sekolah MTs Assaadah I yayasan pondok pesantren qomaruddin Bungah Gresik. Berikut adalah nama validator dalam penelitian ini:

Tabel 3.4.
Daftar Validator Instrumen Penelitian

No	Nama Validator	Jabatan
1.	Ahmad Lubab, M.Si	Dosen Pendidikan Matematika UIN Sunan Ampel Surabaya
2.	Aning Wida Yanti, S.Si, M.Pd	Dosen Pendidikan Matematika UIN Sunan Ampel Surabaya
3.	Choirul Anam, S.Pd.	Guru Matematika MTs Assaadah I Bungah Gresik

F. Teknik Analisis Data

1. Analisis data tes tertulis

Data yang diperoleh melalui tes tertulis berupa tes soal olimpiade dalam penelitian ini merupakan data kualitatif sehingga tidak memerhatikan hasil skor yang diperoleh oleh siswa. Hasil analisis data berupa gambaran penalaran kombinatorial siswa yang digunakan dalam menyelesaikan soal olimpiade. Hasil analisis data

didasarkan pada ketercapaian setiap langkah-langkah penalaran kombinatorial dan juga didukung dengan hasil wawancara terstruktur kepada setiap subjek penelitian.

2. Analisis data wawancara

Analisis data hasil wawancara diperlukan untuk memperkuat hasil analisis tes tertulis. Pada penelitian ini, analisis data wawancara dilakukan dengan mengacu pada model analisis menurut Miles dan Huberman. Analisis data dilakukan secara berkelanjutan dan meliputi empat macam kegiatan yaitu: klarifikasi data, reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan⁸. Dalam penelitian ini teknik analisis data yang digunakan adalah sebagai berikut:

a. Klarifikasi data

Klarifikasi data ini bertujuan untuk menggolongkan dan mengorganisasikan informasi yang diperoleh dilapangan sesuai dengan fokus penelitian.

b. Reduksi Data

Mereduksi data dalam hal ini adalah peneliti menyederhanakan data, membuang keterangan yang berulang-ulang atau tidak penting, memberikan keterangan tambahan, dan menerjemahkan ungkapan bahasa setempat ke dalam bahasa Indonesia. Pereduksian di sini disesuaikan dengan kebutuhan peneliti untuk mengungkap penalaran kombinatorial siswa. Data yang diperoleh dari wawancara dituangkan secara tertulis dengan cara:

- 1) Memutar hasil rekaman dan video berulang kali agar dapat ditulis dengan

⁸ Miles Matthew B – Huberman Michel A., “*Qualitative data analysis, A Sourcebook of ne methods*”, (London: Sage Publication, Baverly Hills, 1984)

tepat apa yang telah dijelaskan oleh subjek

- 2) Menranskrip semua penjelasan yang dituturkan subjek selama wawancara serta memberikan kode berbeda untuk masing-masing subjek. Adapun cara pengkodean dalam tes hasil wawancara telah peneliti susun sebagai berikut:

P : Pewawancara/peneliti

S : Subjek penelitian

a.b.c : Kode Digit setelah P dan S. Digit pertama menyatakan subjek ke-a, a=1,2,3,4. Digit kedua menyatakan tahap penalaran kombinatorial ke-b, b=1,2,3,4. Digit ketiga menyatakan pertanyaan dan jawaban ke-c, c=1,2,3,.....

Contoh:

P_{1.1.1}: Pewawancara untuk subjek S₁. Penalaran kombinatorial level 1. dan pertanyaan pertama

S_{1.2.3}: Subjek S₁. Penalaran kombinatorial tahap 2. dan jawaban atau respon ke-3

- 3) Memeriksa ulang kebenaran hasil transkrip tersebut dengan melihat atau memutar hasil rekaman dan video saat wawancara dari alat perekam beberapa kali untuk mengurangi kesalahan penulisan transkrip.

c. Menyajikan data

Setelah data direduksi, maka langkah selanjutnya adalah menyajikan data dalam bentuk teks naratif. Pada masing-masing siswa, dilihat penalaran kombinatorial yang muncul dan bagaimana dasar penalaran itu muncul saat penyelesaian

soal olimpiade matematika. Penyajian data dilakukan sebagai berikut:

- 1) Menyajikan data hasil wawancara yang diberikan kemudian melakukan pemeriksaan data untuk menentukan kekonsistenan informasi yang diberikan subjek penelitian sehingga diperoleh data penelitian yang valid.
- 2) Membahas data hasil wawancara yang telah valid untuk mendeskripsikan profil penalaran kombinatorial siswa MTs dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika.

d. Penarikan Kesimpulan

Penarikan kesimpulan pada penelitian ini dilakukan dengan mendeskripsikan dan menganalisis tahapan penalaran kombinatorial siswa. Tabel 3.4. menunjukkan tahapan penalaran kombinatorial dan indikator pencapaian penalaran kombinatorial.

Tabel 3.5.

Tahapan dan Indikator Pencapaian Penalaran Kombinatorial

Tahap	Tahapan Penalaran Kombinatorial	Indikator Pencapaian
1	Investigasi beberapa kasus	Menentukan beberapa alternatif jawaban dari soal olimpiade yang berkaitan dengan materi kombinatorik
2	Memastikan kebenaran alternatif jawaban dengan menunjukkan satu persatu solusi yang didapat secara sistematis	Menggambarkan seluruh alternatif jawaban dari soal olimpiade yang berkaitan dengan materi kombinatorik
3	Menggeneralisasikan	Menentukan rumus yang dapat

	seluruh alternatif jawaban dari soal	digunakan untuk menyelesaikan soal olimpiade yang berkaitan dengan materi kombinatorik
4	Menguji kebenaran kesimpulan yang diperoleh dengan menerapkannya ke soal yang berbeda namun dengan konteks penyelesaian yang sama.	Menyelesaikan soal olimpiade yang berkaitan dengan materi kombinatorik dengan menggunakan rumus yang diperoleh sebelumnya

G. Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari empat tahap, yaitu :

1. Tahap Persiapan

Kegiatan dalam tahap persiapan meliputi:

- a. Meminta izin kepada kepala sekolah MTs Assaadah I untuk melakukan penelitian di sekolah tersebut.
- b. Meminta izin kepada guru mata pelajaran matematika dan Pembina olimpiade untuk melakukan penelitian.
- c. Membuat kesepakatan dengan guru mata pelajaran dan Pembina olimpiade matematika meliputi:
 - 1) 4 siswa yang dipilih untuk subjek penelitian
 - 2) Waktu yang digunakan untuk penelitian
- d. Memilih soal olimpiade yang sesuai dengan tujuan pelaksanaan penelitian, soal olimpiade matematika yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah soal olimpiade matematika materi kombinatorik.

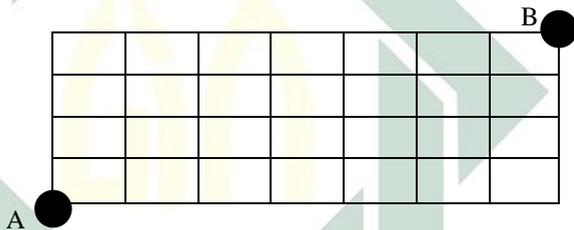
- e. Mempersiapkan dan menyusun instrumen penelitian meliputi:
 - 1) Lembar tes tertulis
 - 2) Pedoman wawancara
 - f. Validasi instrumen tes tertulis dan pedoman wawancara oleh dosen pendidikan matematika dan guru mata pelajaran sekaligus pembina olimpiade matematika.
2. Tahap Pelaksanaan
- Kegiatan dalam tahap pelaksanaan meliputi:
- a. Pemberian tes soal olimpiade matematika materi kombinatorik. Soal tersebut terdiri dari 2 soal uraian. Selama proses pengerjaan tes oleh subjek, peneliti bertindak sebagai pengawas.
 - b. Memilih empat subjek penelitian berdasarkan kemampuannya dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika.
 - c. Melakukan wawancara, selama wawancara peneliti menelusuri langkah-langkah siswa dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika.
 - d. Melakukan dokumentasi, dokumentasi dilakukan selama siswa mengerjakan tes tertulis dan saat dilakukan tes wawancara oleh peneliti dengan menggunakan alat perekam dan video.
3. Tahap Analisis Data
- Pada tahap ini, peneliti menganalisis data setelah data terkumpul dengan menggunakan analisis deskriptif kualitatif. Analisis data meliputi analisis hasil tes tertulis soal olimpiade matematika dan analisis data wawancara.
4. Tahap penyusunan laporan penelitian
- Pada tahap ini, peneliti menyusun laporan akhir penelitian berdasarkan data dan analisis data. Hasil yang diharapkan adalah memperoleh profil penalaran kombinatorial siswa MTs dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika.

BAB IV

HASIL PENELITIAN

Pada bab IV dalam penelitian ini, peneliti memaparkan mengenai deskripsi data tentang profil penalaran kombinatorial siswa dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika. Data dari penelitian ini diperoleh dari tes tertulis penalaran kombinatorial siswa dan hasil wawancara terhadap empat subjek penelitian. Keempat subjek penelitian tersebut merupakan siswa MTs Assaadah I Bungah Gresik di bawah naungan bimbingan olimpiade. Masalah yang disajikan peneliti untuk mengungkap penalaran kombinatorial siswa adalah sebagai berikut:

1. Sebuah benda akan digerakkan dari titik A (0,0) ke titik B (7,4) seperti di bawah ini:



- a. Berdasarkan koordinat di atas, temukan jalan mana saja yang dapat dilalui titik A untuk menuju ke titik B, jika benda tersebut hanya dapat bergerak ke kanan dan ke atas !
 - b. Berapa banyak cara benda tersebut dapat mencapai titik B dari titik A?
2. Diketahui sebuah grid berukuran 4×6 . Sebutkan ada berapa banyak cara terpendek titik A (1,1) menuju titik I (5,3) namun harus melalui titik L (4,2) kemudian titik D (4,3)?

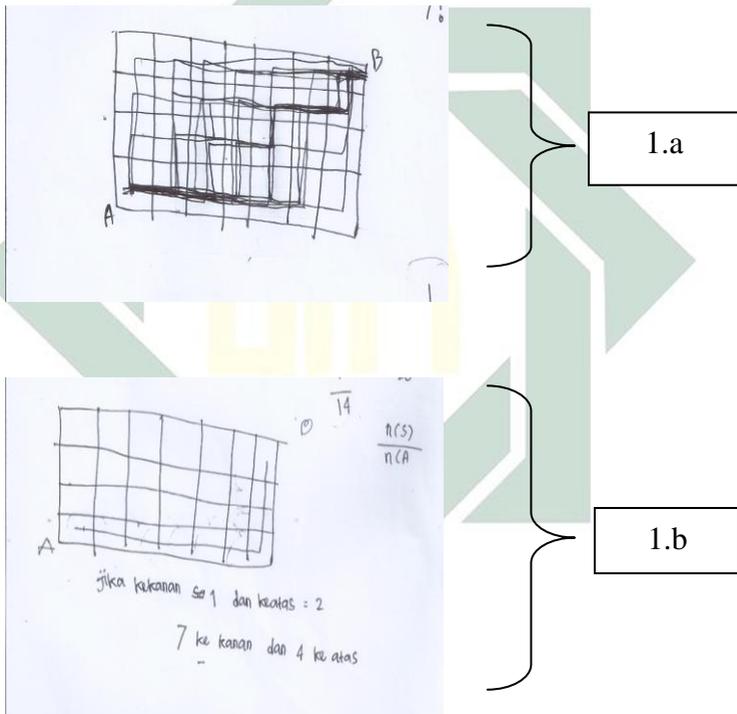
Pada bagian ini dideskripsikan dan dianalisis data hasil penelitian penalaran kombinatorial pada setiap subjek dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika.

A. Penalaran Kombinatorial Siswa Madrasah Tsanawiyah dalam Menyelesaikan Soal Olimpiade Matematika

1. Deskripsi Data Subjek S₁

Berikut ini adalah jawaban tertulis dan hasil wawancara subjek S₁ pada tes tertulis penalaran kombinatorial.

a) Soal nomor 1



Gambar 4.1.
Hasil Tertulis Subjek S₁ pada Soal Nomor 1

Gambar 4.1. menunjukkan hasil jawaban tertulis subjek S_1 pada tes tertulis penalaran kombinatorial soal nomor 1. Untuk soal nomor 1.a subjek S_1 menggambarkan banyaknya jalan yang ia ketahui. Berdasarkan jawaban subjek S_1 , subjek S_1 dapat menggambarkan 16 cara titik A untuk menuju ke titik B. Terlihat bahwa, subjek S_1 menggambarkan seluruh jawaban yang diketahui pada satu grid yang sama.

Setelah membaca perintah soal nomor 1.b. subjek S_1 mencoba menyelesaikan dengan menggunakan rumus peluang. Peneliti sebelumnya juga memberikan arahan untuk memberikan kode pada setiap langkah yang diambil. Terlihat pada jawaban subjek S_1 , subjek S_1 memisalkan jika langkah ke kanan dimisalkan dengan angka 1 dan angka 2 untuk langkah ke atas. Subjek S_1 menggambarkan 1 cara dari 16 cara yang digambarkan sebelumnya, kemudian subjek menghitung langkah yang dilakukan pada cara tersebut. Menurut jawaban subjek S_1 pada gambar 4.1, terdapat 7 langkah ke kanan dan 4 langkah ke atas. Terlihat pada jawaban tersebut, subjek S_1 mencoba untuk menyelesaikan soal dengan rumus umum peluang yaitu $\frac{n(a)}{n(s)}$ dan memperoleh jawaban $\frac{2}{14}$ kemudian dibagi 2 menjadi $\frac{1}{7}$.

Berdasarkan jawaban tertulis subjek S_1 dilakukan wawancara untuk mendalami jawaban subjek S_1 . Berikut merupakan cuplikan hasil wawancara subjek S_1 pada soal nomor 1:

- P_{1.1.1}: Setelah membaca soal nomor 1, apakah Anda dapat memahami apa yang dimaksud?
- S_{1.1.1}: Iya
- P_{1.1.2}: Apa maksud dari soal nomor 1.a?
- S_{1.1.2}: Diminta untuk menghitung berapa banyak jalan yang dapat dilewati
- P_{1.1.3}: Berapa banyak yang dapat dilewati?

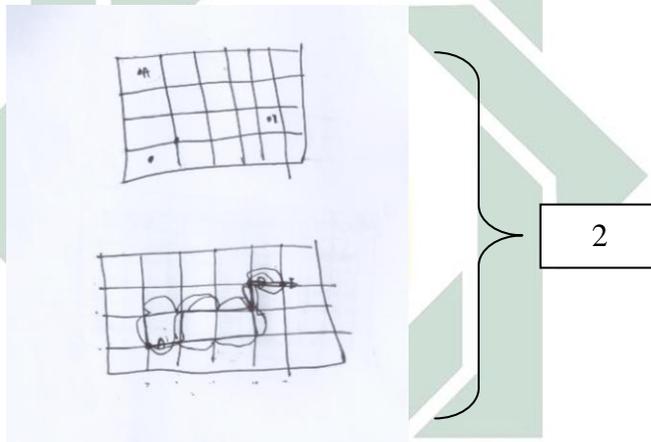
- S_{1.1.3}: 2
 P_{1.1.4}: Apakah Anda yakin hanya 2 jalan? Setiap kotak dari grid tersebut bisa dipakai semuanya
- S_{1.1.4}: Oh, 6 sih
 P_{1.2.5}: Yakin hanya 6 cara? Coba gambarkan ke-6 jalan yang telah Anda sebutkan tadi
- S_{1.2.5}: Sudah
 P_{1.2.6}: Apakah tidak ada jalan yang dapat dilalui lagi ?
- S_{1.2.6}: Ada
 P_{1.2.7}: Bisakah Anda menunjukkan semua cara yang dapat dilalui sesuai dengan yang Anda ketahui?
- S_{1.2.7}: Ada 16 jalan
 P_{1.2.8}: Apakah Anda yakin hanya 16 jalan yang dapat dilalui?
- S_{1.2.8}: Iya
 P_{1.3.9}: Kemudian silahkan baca soal nomor 1.b
- S_{1.3.9}: Sudah
 P_{1.3.10}: Apa maksud dari soal nomor 1.b?
 S_{1.3.10}: Diminta untuk mencari banyak cara benda tersebut bergerak dari titik A ke titik B
- P_{1.3.11}: Silahkan dibaca kembali syarat pada soal nomor 1.a?
 S_{1.3.11}: Syaratnya harus berjalan ke kanan dan ke atas saja
- P_{1.3.12}: Kalau misalnya setiap langkah tersebut dimisalkan, bagaimana?
 S_{1.3.12}: Maksudnya?
 P_{1.3.13}: Misalnya untuk langkah ke kanan kamu misalkan angka 1 dan untuk langkah ke atas kamu misalkan 2, apakah Anda bisa menghitung seluruh cara yang dapat dilalui?

- S_{1.3.13}: Oh iya, sudah
 P_{1.3.14}: Dari pemisalan tersebut menurut Anda, cara apa yang dapat digunakan untuk menentukan jawaban dari soal tersebut?
 S_{1.3.14}: Pakai rumus peluang
 P_{1.3.15}: Kenapa pakai rumus peluang?
 S_{1.3.15}: Karena mencari peluang banyaknya cara yang dapat dilewati
 P_{1.3.16}: Apakah Anda yakin dengan menggunakan rumus peluang dapat menemukan jawaban dari soal tersebut?
 S_{1.3.16}: Iya
 P_{1.3.17}: Apakah mungkin jawaban dari soal nomor 1.b adalah $\frac{1}{14}$ cara?
 S_{1.3.17}: Tidak
 P_{1.3.18}: Lalu kira-kira pakai rumus apa yang dapat menyelesaikan soal tersebut?
 S_{1.3.18}: Tidak tahu
 P_{1.3.19}: Apakah sebelumnya Anda pernah mendengar rumus permutasi?
 S_{1.3.19}: Belum pernah
 P_{1.3.20}: Sebelumnya pernah menemukan soal ini di soal olimpiade yang pernah kamu ikuti?
 S_{1.3.20}: Belum pernah

Berdasarkan transkrip wawancara tes tertulis penalaran kombinatorial oleh subjek S₁ pada soal nomor 1.a, subjek S₁ dapat menyebutkan 6 jalan yang dapat dilalui oleh benda dari titik A untuk menuju titik B (S_{1.1.4}). Subjek S₁ mengatakan bahwa tidak hanya 6 jalan saja yang dapat dilalui, kemudian subjek S₁ menggambarkan 6 jalan yang disebutkan sebelumnya dan ditambah lagi dengan 10 jalan yang dapat dilalui benda tersebut untuk menuju ke titik B dari titik A (S_{1.2.7}).

Menurut subjek S_1 soal nomor 1.b dapat diselesaikan dengan menggunakan rumus peluang, karena yang ditanya adalah peluang banyaknya cara yang dapat dilalui sebuah benda dari titik A ke titik B ($S_{1.3.15}$). Kemudian peneliti memberikan solusi berupa pemisalan pada setiap langkah yang diambil. Tetapi subjek S_1 tidak bisa menemukan rumus yang cocok dengan pemisalan tersebut sehingga tidak dapat menyelesaikan soal yang diberikan ($S_{1.3.18}$).

a) Soal nomor 2



Gambar 4.2.
Hasil Tertulis Subjek S_1 pada Soal Nomor 2

Gambar 4.2. menunjukkan hasil jawaban dari subjek S_1 pada tes tertulis penalaran kombinatorial soal nomor 2. Menurut subjek S_1 untuk menjawab soal nomor 2 diperlukan langkah penyelesaian yang mirip dengan nomor satu. Subjek S_1 memulai dengan menggambar grid sesuai dengan perintah soal. Subjek S_1 lalu menghitung berapa banyak cara yang dapat dilalui titik A dapat mencapai titik B namun harus

melalui titik L kemudian titik D. Menurut subjek S_1 berdasarkan jawaban tertulis pada gambar 4.2. banyaknya jalan yang dapat dilalui ada 4 jalan.

Subjek S_1 memberikan solusi pada soal nomor 2 hanya berupa gambar dari grid yang dimaksud. Subjek S_1 tidak menggunakan rumus untuk menyelesaikan soal nomor 2 tersebut. Karena seperti pada soal nomor 1, subjek S_2 tidak mengetahui rumus apa yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal tersebut.

Berdasarkan jawaban tertulis pada gambar 4.2. subjek S_1 , dilakukan wawancara untuk mendalami jawaban subjek S_1 . Berikut merupakan cuplikan hasil wawancara subjek S_1 pada soal nomor 2:

- $P_{1.4.1}$: Apa maksud dari soal nomor 2?
 $S_{1.4.1}$: Diminta untuk menghitung berapa banyak jalan yang dapat dilewati
- $P_{1.4.2}$: Diminta untuk mencari apa?
 $S_{1.4.2}$: Diminta untuk mencari cara terpendek
- $P_{1.4.3}$: Kalau diminta mencari cara terpendek, maka boleh tidak melangkah ke kiri dan ke bawah?
 $S_{1.4.3}$: Tidak boleh
- $P_{1.4.4}$: Kira-kira berapa banyak cara yang dapat dilewati?
 $S_{1.4.4}$: Dihitung dulu
- $P_{1.4.5}$: Kira-kira langkah yang digunakan untuk menyelesaikan soal ini apakah sama dengan langkah yang digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 1 sebelumnya?
 $S_{1.4.5}$: Mirip
- $P_{1.4.6}$: Apa yang pertama kali dilakukan?
 $S_{1.4.6}$: Menggambar grid 4×6
- $P_{1.4.7}$: Kemudian apa langkah selanjutnya?
 $S_{1.4.7}$: Menempatkan titik A, titik L, titik D, dan titik I

- P_{1.4.8}: Kira-kira dapatkah Anda menggambarkan jalan mana saja yang dapat dilalui titik A untuk menuju ke titik I?
- S_{1.4.9}: Bisa
- P_{1.4.10}: Ada berapa banyak jalan yang dapat Anda temukan?
- S_{1.4.10}: 4 jalan
- P_{1.4.11}: Apakah Anda yakin hanya 4 jalan yang dapat dilalui?
- S_{1.4.11}: Iya
- P_{1.4.12}: Kira-kira kalau menggunakan rumus, rumus apa yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal ini?
- S_{1.4.12}: Tidak tahu
- P_{1.4.13}: Sebelumnya pernah menemukan soal ini di soal olimpiade yang pernah kamu ikuti?
- S_{1.4.13}: Belum pernah

Berdasarkan transkrip wawancara tes tertulis penalaran kombinatorial oleh subjek S_1 pada soal nomor 2, subjek S_1 melakukan langkah penyelesaian sesuai dengan langkah penyelesaian pada soal nomor 1. Menurut subjek S_1 soal nomor 2 dengan soal nomor 1 mirip, sehingga langkah penyelesaiannya juga mirip ($S_{1.4.5}$).

Subjek S_1 menggambarkan seluruh jalan yang dapat dilewati titik A untuk menuju ke titik I yang ia ketahui. Dalam hal ini, subjek S_1 menggunakan cara yang sama dengan soal nomor 1. Setelah itu subjek S_1 mengatakan bahwa jalan yang ia ketahui hanya ada 4 jalan ($S_{1.4.10}$). Terlihat pada jawaban tertulis tersebut, subjek S_1 tidak menggunakan pemisalan yang digunakan pada soal nomor 1. Kemudian peneliti meminta subjek S_1 untuk menyelesaikan soal nomor 2 dengan menggunakan rumus tetapi subjek S_1 tidak

dapat menyelesaikannya ($S_{1.4.12}$). Hal ini dikarenakan subjek S_2 belum pernah menemui soal seperti yang diberikan peneliti pada soal olimpiade matematika yang sebelumnya ia kerjakan.

2. Analisis Data Subjek S_1

Berdasarkan paparan data di atas, berikut hasil analisis penalaran kombinatorial pada subjek S_1 yang disajikan dalam tabel sebagai berikut:

Tabel 4.1.
Hasil Analisis Data Subjek S_1

Tahapan	Soal nomor	Tahapan Penalaran Kombinatorial	Hasil Analisis Data Subjek S_1
1 dan 2	1.a.	1. Investigasi beberapa kasus	Berdasarkan jawaban tertulis soal nomor 1.a serta hasil wawancara $S_{1.1.2}$, subjek mampu memahami maksud dari pertanyaan soal nomor 1.a. Berdasarkan pemahaman tersebut, subjek S_1 dapat menentukan beberapa alternatif jawaban dari soal nomor 1.a . Subjek S_1 dapat menyebutkan 6 jalan yang dapat dilalui titik A untuk menuju ke titik B. Hal ini ditunjukkan pada hasil wawancara $S_{1.1.4}$.
		2. Memastikan kebenaran alternatif jawaban	Berdasarkan jawaban tertulis soal nomor 1.a serta hasil wawancara $S_{1.2.7}$. Subjek mampu menunjukkan satu persatu

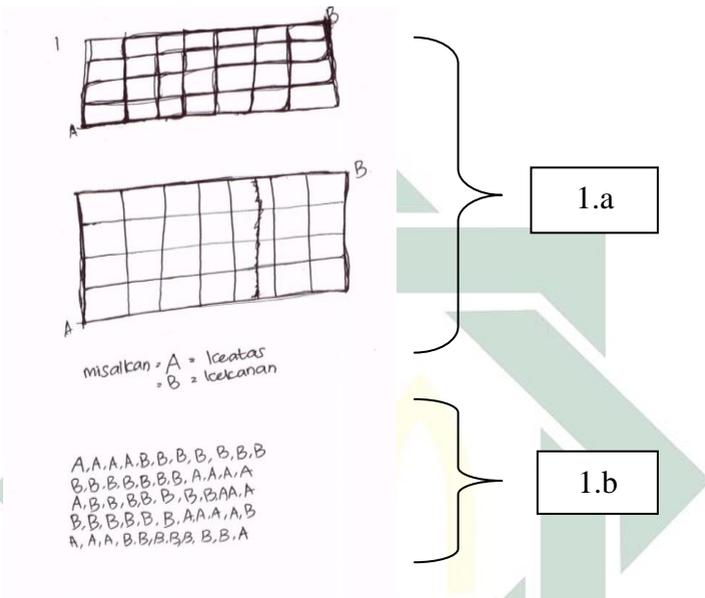
		dengan menunjukan satu persatu solusi yang didapat secara sistematis	jawaban yang didapatkan sebelumnya dengan cara menggambarkan seluruh alternatif jalan yang dapat digunakan titik A untuk menuju ke titik B. Dalam hal ini, subjek S₁ menggambarkan 16 cara yang dapat dilalui
3	1.b.	3. Menggeneralisasikan beberapa alternatif jawaban dari soal	Berdasarkan jawaban tertulis soal nomor 1.b serta hasil wawancara S_{1,3.18} . Subjek S₁ belum mampu menarik kesimpulan atau menentukan langkah penyelesaian dan rumus apa yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 1.b . Sehingga berdasarkan hal tersebut, subjek S₁ belum mampu memenuhi tahapan ketiga penalaran kombinatorial.
4	2	4. Menguji kebenaran kesimpulan yang diperoleh dengan menerapkannya ke soal yang berbeda namun dengan konteks	Berdasarkan jawaban tertulis soal nomor soal 2 serta hasil wawancara S_{1,4.5} . Subjek S₁ menyatakan bahwa langkah penyelesaian yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 2 mirip dengan langkah penyelesaian yang digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 1 . Menurut jawaban tertulis dan hasil

		<p>penyelesaian yang sama.</p>	<p>wawancara S_{1.4.10}, Subjek S₁ mampu mengidentifikasi beberapa alternatif jawaban dari soal nomor 2 tersebut, kemudian dapat menggambarkan alternatif jawaban yang ia ketahui pada sebuah grid. Tetapi subjek S₁ tidak mampu menemukan langkah penyelesaian dan rumus yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 2 tersebut. Hal ini ditunjukkan pada hasil wawancara S_{1.4.12}. Berdasarkan hal tersebut maka subjek S₁ tidak dapat memenuhi tahapan keempat penalaran kombinatorial.</p>
--	--	--------------------------------	--

3. Deskripsi Data Subjek S₂

Berikut ini adalah jawaban tertulis dan hasil wawancara subjek S₂ pada tes tertulis penalaran kombinatorial.

a) Soal nomor 1



Gambar 4.3.
Hasil Tertulis Subjek S_2 pada Soal Nomor 1

Gambar 4.3. menunjukkan hasil jawaban tertulis subjek S_2 pada tes tertulis penalaran kombinatorial soal nomor 1.a. Berdasarkan jawaban subjek S_2 pada gambar 4.3, subjek S_2 dapat menggambarkan 45 cara sebuah benda bergerak dari titik A menuju ke titik B. Berdasarkan jawaban tertulis pada gambar 4.3. subjek S_2 menggambarkan seluruh jalan yang diketahui pada satu grid yang sama.

Subjek S_2 memberikan solusi pada soal nomor 1.b. Pada soal nomor 1.b, subjek S_2 diminta untuk menghitung berapa banyak cara yang dapat digunakan titik A untuk menuju ke titik B. Peneliti memberikan arahan yaitu dengan memberikan kode

pada setiap jalan yang dilalui, maka dapat menemukan seluruh cara benda tersebut bergerak dari titik A menuju ke titik B. Pada bagian ini subjek S_2 memisalkan A untuk langkah ke atas dan B untuk langkah ke kanan. Subjek S_2 menuliskan 5 cara yang sebelumnya telah digambarkan pada jawaban tertulis dengan menggunakan kode A dan B.

Berdasarkan jawaban tertulis subjek S_2 , subjek S_2 juga tidak dapat mengetahui rumus apa yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 1.b. sehingga soal nomor 1.b. tidak dapat diselesaikan.

Berdasarkan jawaban tertulis subjek S_2 dilakukan wawancara untuk mendalami jawaban tersebut. Berikut merupakan cuplikan hasil wawancara subjek S_2 pada soal nomor 1:

P_{2.1.1}: Apakah Anda dapat memahami apa yang dimaksud dengan soal nomor 1.a?

S_{2.1.1}: Iya

P_{2.1.2}: Apa maksud dari soal nomor 1.a?

S_{2.1.2}: Diminta untuk menghitung berapa banyak jalan yang dapat dilewati

P_{2.1.3}: Kira-kira, Berapa banyak jalan?

S_{2.1.3}: (mulai menggambar)

P_{2.1.4}: Berapa?

S_{2.2.4}: 45 jalan

P_{2.2.5}: Apakah tidak ada jalan yang dilalui dua kali?

S_{2.2.5}: Tidak ada

P_{2.2.6}: Apakah Anda yakin?

S_{2.2.6}: Iya

P_{2.2.7}: Apakah hanya 45 jalan yang dapat dilalui?

S_{2.2.7}: Iya

P_{2.3.8}: Silahkan baca soal nomor 1.b. Apa maksud dari soal nomor 1.b?

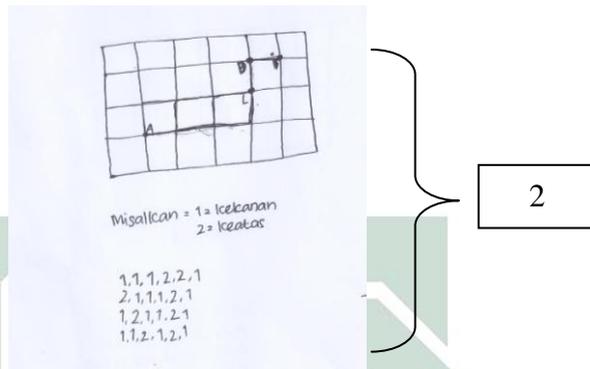
- S_{2.3.8}: Diminta untuk mencari banyak cara benda tersebut bergerak dari titik A ke titik B
- P_{2.3.9}: Menurut Anda, rumus apa yang dapat digunakan untuk menentukan jawaban dari soal tersebut?
- S_{2.3.9}: Tidak tahu
- P_{2.3.10}: Kalau misalnya setiap jalan yang dilalui diberi kode masing-masing, bagaimana?
- S_{2.3.10}: Maksudnya?
- P_{2.3.11}: Kalau misalnya setiap jalan yang dilalui diberi kode masing-masing bagaimana? Seperti ke atas diberi kode apa? Ke kanan diberi kode apa?
- S_{2.3.11}: Oh, saya beri kode A untuk langkah ke atas dan B untuk langkah ke kanan
- P_{2.3.12}: Coba tuliskan beberapa langkah yang dapat ditempuh menggunakan kode-kode yang kamu misalkan tadi
- S_{2.3.13}: Sudah
- P_{2.3.14}: Lalu berdasarkan jalan yang sudah kamu beri kode tersebut, kira-kira rumus apa yang sesuai untuk menghitung soal nomor 1.b?
- S_{2.3.14}: Tidak tahu
- P_{2.3.15}: Bagaimana kalau pakai rumus permutasi?
- S_{2.3.15}: Belum pernah diajari rumus permutasi
- P_{2.3.16}: Sebelumnya pernah menemukan soal ini di soal olimpiade yang pernah kamu ikuti?
- S_{2.3.16}: Belum pernah

Berdasarkan transkrip wawancara tes tertulis penalaran kombinatorial oleh subjek S₂ pada soal

nomor 1.b, subjek S_2 dapat menggambarkan 45 jalan yang dapat dilalui oleh benda dari titik A untuk menuju titik B ($S_{2.2.4}$). Subjek S_2 menggambar seluruh jalan yang ia ketahui pada satu grid yang sama. Menurut subjek S_2 jalan yang ia gambarkan tidak melalui jalan yang sama dua kali ($S_{2.2.5}$).

Pada soal nomor 1.b. peneliti memberikan arahan kepada subjek S_2 untuk memberikan kode pada setiap langkah agar dapat menemukan penyelesaian dari soal nomor 1.b ($P_{2.3.11}$). Subjek S_2 memberikan kode A untuk langkah ke atas dan B untuk langkah ke kanan ($S_{2.3.11}$). Kemudian subjek S_2 menuliskan 5 langkah yang dapat dilalui dengan menggunakan kode yang sebelumnya ia misalkan. Pada tahap ini, peneliti memberikan arahan bahwa rumus yang dapat digunakan adalah rumus permutasi untuk menyelesaikan soal nomor 1.b, tetapi siswa belum diajarkan tentang rumus permutasi tersebut ($S_{2.3.15}$). Subjek S_2 juga menyatakan bahwa belum pernah menemui soal seperti yang diberikan peneliti pada soal-soal olimpiade yang sebelumnya ia kerjakan ($S_{2.3.16}$).

b) Soal nomor 2



Gambar 4.4.
Hasil Tertulis Subjek S_2 pada Soal Nomor 2

Gambar 4.4. menunjukkan hasil jawaban dari subjek S_2 pada tes tertulis penalaran kombinatorial soal nomor 2. Menurut subjek S_2 untuk menjawab soal nomor 2 diperlukan langkah penyelesaian yang sama dengan soal nomor 1. Subjek S_2 memulai dengan menggambar grid sesuai dengan perintah soal. Subjek S_2 lalu menghitung berapa banyak cara yang dapat dilalui titik A dapat mencapai titik I namun harus melalui titik L kemudian titik D.

Pada tahap ini, subjek S_2 juga menggunakan pemisalan yang digunakan pada soal nomor 1 sebelumnya. Subjek S_2 menggunakan pemisalan 1 untuk langkah ke kanan dan 2 untuk langkah ke atas. Subjek S_2 menuliskan 4 jalan yang dapat dilalui sebuah benda dari titik A menuju titik I namun harus melewati titik L kemudian titik D.

Subjek S_2 memberikan solusi pada soal nomor 2 hanya berupa gambar dari grid

yang dimaksud dan kode jalan yang dapat dilalui benda tersebut. Subjek S_2 tidak menggunakan rumus untuk menyelesaikan soal nomor 2 tersebut. Karena seperti sebelumnya, subjek S_2 belum pernah diajarkan rumus permutasi dan belum pernah menemui soal olimpiade matematika seperti soal olimpiade yang diberikan oleh peneliti.

Berdasarkan jawaban tertulis subjek S_2 , dilakukan wawancara untuk mendalami jawaban subjek S_2 . Berikut merupakan cuplikan hasil wawancara subjek S_2 pada soal nomor 2:

- P_{2.4.1}: Apakah Anda mengerti maksud dari soal nomor 2?
- S_{2.4.1}: Diminta untuk menghitung berapa banyak jalan yang dapat dilewati
- P_{2.4.2}: Kira-kira langkah yang digunakan untuk menyelesaikan soal ini apakah sama dengan langkah yang digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 1 sebelumnya?
- S_{2.4.2}: Sama
- P_{2.4.3}: Apa yang pertama kali dilakukan?
- S_{2.4.3}: Menggambar grid 4×6
- P_{2.4.4}: Kemudian apa langkah selanjutnya?
- S_{2.4.4}: Mencari banyaknya jalan yang dapat dilalui
- P_{2.4.5}: Kira-kira dapatkah Anda menggambarkan jalan mana saja yang dapat dilalui titik A untuk menuju ke titik I?
- S_{2.4.5}: Bisa
- P_{2.4.6}: Kenapa menggunakan pemisalan 1 dan 2?
- S_{2.4.6}: Iya, untuk mempermudah menghitung

- P_{2.4.7}: Berapa banyak banyak jalan yang telah kamu ketahui?
- S_{2.4.7}: 4 jalan
- P_{2.4.8}: Apakah Anda yakin hanya ada 4 jalan?
- S_{2.4.8}: Iya
- P_{2.4.9}: Kira-kira rumus apa yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal tersebut?
- S_{2.4.9}: Rumus permutasi, tetapi saya tidak bisa
- P_{2.4.10}: Sebelumnya pernah menemukan soal ini di soal olimpiade yang pernah kamu ikuti?
- S_{2.4.10}: Belum pernah

Berdasarkan transkrip wawancara tes tertulis penalaran kombinatorial oleh subjek S_2 pada soal nomor 2, subjek S_2 melakukan langkah penyelesaian sesuai dengan langkah penyelesaian pada soal nomor 1. Menurut subjek S_2 soal nomor 2 dengan soal nomor 1 sama langkah penyelesaiannya ($S_{2.4.2}$).

Subjek S_2 menggambarkan seluruh jalan yang dapat dilewati titik A untuk menuju ke titik I yang ia ketahui. Dalam hal ini, subjek S_2 menggunakan cara penyelesaian yang sama dengan soal nomor 1. Subjek S_2 memisalkan angka 1 untuk langkah ke kanan dan 2 untuk langkah ke kiri. Subjek S_2 menyatakan bahwa hal tersebut dilakukan untuk mempermudah menghitung jalan yang dapat dilalui ($S_{2.4.6}$). Setelah itu subjek S_2 mengatakan bahwa jalan yang ia ketahui hanya ada 4 jalan ($S_{2.4.7}$). Jawaban tersebut dituliskan subjek S_2 dengan menggunakan pemisalan yang sebelumnya subjek misalkan. Kemudian peneliti menanyakan rumus yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 2. Subjek S_2 mengatakan bisa menggunakan rumus permutasi, tetapi subjek S_2 belum diajarkan tentang rumus permutasi ($S_{2.4.9}$). Oleh

karena itu soal nomor 2 tidak dapat diselesaikan oleh subjek S_2 .

4. Analisis Data Subjek S_2

Berdasarkan paparan data di atas, berikut hasil analisis penalaran kombinatorial pada subjek S_2 yang disajikan dalam tabel sebagai berikut:

Tabel 4.2.
Hasil Analisis Data Subjek S_2

Tahapan	Soal nomor	Tahapan Penalaran Kombinatorial	Hasil Analisis Data Subjek S_2
1 dan 2	1.a.	1. Investigasi beberapa kasus	Berdasarkan jawaban tertulis soal nomor 1.a serta hasil wawancara $S_{2.1.2}$, subjek mampu memahami maksud dari pertanyaan soal nomor 1.a . Berdasarkan pemahaman tersebut, subjek S_2 dapat menentukan dan menunjukkan beberapa alternatif jawaban dari soal nomor 1.a .
		2. Memastikan kebenaran alternatif jawaban dengan menunjukkan satu	Berdasarkan jawaban tertulis soal nomor 1.a serta hasil wawancara $S_{2.2.4}$. Subjek mampu menunjukkan satu persatu jawaban yang diketahui dengan cara menggambarkan satu persatu alternatif jalan yang dapat digunakan

		persatu solusi yang didapat secara sistematis	titik A untuk menuju ke titik B. Pada tahap ini subjek S₂ dapat menggambarkan 45 jalan yang dapat dilalui benda untuk menuju titik B dari titik A.
3	1.b.	3. Menggeneralisasikan beberapa alternatif jawaban dari soal	Berdasarkan jawaban tertulis soal nomor 1.b serta hasil wawancara S_{2.3.15} . Subjek S₂ belum mampu menarik kesimpulan atau menentukan langkah penyelesaian dan rumus apa yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 1.b . Oleh karena itu, subjek S₂ belum mampu memenuhi tahapan kedua penalaran kombinatorial.
4	2	4. Menguji kebenaran kesimpulan yang diperoleh dengan menerapkannya ke soal	Berdasarkan jawaban tertulis soal nomor 2 serta hasil wawancara S_{2.4.2} . Subjek S₂ menyatakan bahwa penyelesaian yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 2 sama dengan penyelesaian yang digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 1 . Subjek S₂ mampu

		<p>yang berbeda namun dengan konteks penyelesaian yang sama.</p>	<p>mengidentifikasi 4 langkah yang dapat dilalui dari soal nomor 2 tersebut, kemudian dapat menggambarkan alternatif jawaban yang ia ketahui. Tetapi subjek S₂ tidak mampu menemukan langkah penyelesaian dan rumus yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 2 tersebut. Hal ini ditunjukkan pada hasil wawancara S_{2.4.9}. Berdasarkan hal tersebut, maka subjek S₂ tidak mampu memenuhi tahapan keempat penalaran kombinatorial.</p>
--	--	--	---

5. Deskripsi Data Subjek S₃

Berikut ini adalah jawaban tertulis dan hasil wawancara subjek S₃ pada tes tertulis penalaran kombinatorial.

a) Soal nomor 1

1.a

1.b

$$\begin{aligned}
 {}_n P_k &= \frac{n!}{p!k!} = \frac{11!}{7!4!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7! 4!} \\
 &= \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \\
 &= 330
 \end{aligned}$$

Gambar 4.5.
Hasil Tertulis Subjek S₃ pada Soal Nomor 1

Gambar 4.5. menunjukkan hasil jawaban tertulis subjek S₃ pada tes tertulis penalaran kombinatorial soal nomor 1. Untuk soal nomor 1.a subjek S₃ menunjukkan kepada peneliti jalan mana saja yang ia ketahui agar benda tersebut dapat

bergerak dari titik A menuju ke titik B. Berdasarkan jawaban subjek S_3 pada gambar 4.5., subjek S_3 dapat menggambarkan 5 cara sebuah benda dapat bergerak dari titik A menuju ke titik B.

Subjek S_3 memberikan solusi pada soal nomor 1.b. Pada soal ini subjek S_3 diminta untuk menghitung berapa banyak jalan yang dapat digunakan sebuah benda bergerak dari titik A menuju ke titik B. Pada tahap ini, subjek S_3 tidak menggunakan pemisalan dalam menyelesaikan soal nomor 1.b.

Subjek S_3 awalnya menghitung berapa langkah yang dapat diambil agar benda tersebut sampai di titik B dari titik A. Berdasarkan jawaban subjek S_3 terdapat 11 langkah yang dapat ditempuh agar dapat sampai di titik B. Kemudian subjek S_3 menghitung banyaknya langkah ke kanan dan ke atas. Banyaknya langkah yang dihitung oleh subjek S_3 adalah 7 langkah ke kanan dan 4 langkah ke atas. Setelah mendapatkan perhitungan tersebut, subjek S_3 menyelesaikan soal nomor 1.b. dengan menggunakan rumus permutasi yaitu $\frac{11!}{7! 4!}$, maka banyaknya cara yang dapat ditempuh oleh benda tersebut untuk menuju titik B dari titik A adalah sebanyak 330 langkah.

Berdasarkan jawaban tertulis subjek S_3 dilakukan wawancara untuk mendalami jawaban subjek. Berikut merupakan cuplikan hasil wawancara subjek S_3 pada soal nomor 1:

$P_{3.1.1}$: Setelah membaca soal nomor 1, apakah Anda dapat memahami apa yang dimaksud?

$S_{3.1.1}$: Iya

$P_{3.1.2}$: Apa maksud dari soal nomor 1.a?

$S_{3.1.2}$: Diminta untuk menghitung berapa banyak jalan yang dapat dilewati

$P_{3.1.3}$: Berapa banyak jalan yang dapat dilewati?

$S_{3.1.3}$: Banyak

- P_{3.2.4}: Dapatkah Anda menggambarkan satu persatu?
- S_{3.2.4}: Digambar semuanya
- P_{3.2.5}: Yang kamu ketahui saja
- S_{3.2.5}: Sudah
- P_{3.2.6}: Apakah Anda yakin hanya menggambar 5?
- S_{3.2.6}: Iya
- P_{3.3.7}: Oke, kemudian silahkan baca soal nomor 1.b?
- S_{3.3.7}: Sudah
- P_{3.3.8}: Apa maksud dari soal nomor 1.b.?
- S_{3.3.8}: Diminta untuk menghitung seluruh cara yang dapat dilalui
- P_{3.3.9}: Kalau menggunakan rumus, rumus apa yang bisa digunakan untuk menyelesaikan soal tersebut?
- S_{3.3.9}: Rumus Permutasi
- P_{3.3.10}: Mengapa rumus permutasi?
- S_{3.3.10}: Ya karena menghitung banyaknya cara
- P_{3.3.11}: Oke, silahkan menggunakan rumus permutasi untuk menyelesaikan soal tersebut
- S_{3.3.11}: Sudah
- P_{3.3.12}: Berapa banyak cara yang Anda temukan?
- S_{3.3.12}: 330 cara
- P_{3.3.13}: Apakah Anda yakin dengan jawaban Anda?
- S_{3.3.13}: Iya
- P_{3.3.14}: Apakah sebelumnya Anda pernah mendengar rumus permutasi?
- S_{3.3.14}: Pernah
- P_{3.3.15}: Sebelumnya pernah menemukan soal ini di soal olimpiade yang pernah kamu ikuti?
- S_{3.3.15}: Pernah

Berdasarkan transkrip wawancara tes tertulis penalaran kombinatorial oleh subjek S_3 pada soal nomor 1, subjek S_3 menyatakan jalan yang dapat dilalui benda dari titik A menuju ke titik B memiliki banyak jalan ($S_{3,1.3}$). Tetapi subjek S_3 hanya mampu menggambarkan 5 jalan yang dapat dilalui oleh sebuah benda dari titik A menuju titik B ($S_{3,2.6}$).

Menurut subjek S_3 soal nomor 1.b dapat diselesaikan dengan menggunakan rumus permutasi, karena yang ditanya adalah banyaknya jalan yang dapat dilalui sebuah benda dari titik A menuju ke titik B ($S_{3,3.9}$). Langkah yang ditempuh subjek S_3 dalam menyelesaikan soal nomor 1.b. tidak sama dengan subjek S_2 . Subjek S_3 tidak menggunakan pemisalan terlebih dahulu dalam menyelesaikan soal nomor 1.b. Pada tahap ini, subjek S_3 sudah mengetahui penyelesaian yang digunakan bisa menggunakan rumus permutasi ($S_{3,3.14}$). Berdasarkan hasil wawancara, subjek S_3 mampu menentukan 330 cara benda bergerak dari titik A ke titik B ($S_{3,3.12}$).

b) Soal nomor 2

Handwritten work for a combinatorial problem. On the left is a 4x4 grid with points A, B, C, D, and E marked. To the right is the calculation:

$$n P_{nk} = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2} = 15.$$

A bracket on the right points to a box containing the number 2.

Gambar 4.6.
Hasil Tertulis Subjek S_3 pada Soal Nomor 2

Gambar 4.6. menunjukkan hasil jawaban dari subjek S_3 pada tes tertulis penalaran kombinatorial soal nomor 2. Menurut subjek S_3 untuk menjawab

soal nomor 2 diperlukan langkah penyelesaian yang mirip dengan nomor satu, tetapi pada soal nomor 2 lebih banyak syaratnya dari pada soal nomor 1. Subjek S_3 memulai dengan menggambar grid sesuai dengan perintah soal. Subjek S_3 lalu menghitung berapa banyak cara yang dapat dilalui titik A dapat mencapai titik I namun harus melalui titik L kemudian titik D.

Pada tahap ini, subjek S_3 tidak menggambarkan satu persatu langkah yang dapat ditempuh sebuah benda untuk mencapai titik I. Subjek S_3 langsung menggunakan rumus permutasi seperti yang ia gunakan untuk menyelesaikan soal nomor 1.b. Subjek S_3 menemukan 6 langkah agar benda tersebut dapat mencapai titik I dari titik A namun harus melalui titik L kemudian titik D. Subjek S_3 memilih satu cara yang paling mudah untuk dihitung jumlah langkah ke kanan dan ke atas. Menurut subjek S_3 terdapat 4 langkah ke kanan dan 2 langkah ke atas, sehingga dengan menggunakan rumus permutasi yang sama seperti sebelumnya yaitu $\frac{6!}{4!2!}$ maka banyaknya cara yang dapat ditempuh adalah 15 cara menurut subjek S_3 .

Berdasarkan jawaban tertulis subjek S_3 , dilakukan wawancara untuk mendalami jawaban subjek S_3 . Berikut merupakan cuplikan hasil wawancara subjek S_3 pada soal nomor 2:

- $P_{3.4.1}$: Apa maksud dari soal nomor 2?
 $S_{3.4.1}$: Diminta untuk menghitung berapa banyak jalan yang dapat dilewati
 $P_{3.4.2}$: Berapa banyak yang dapat dilewati?
 $S_{3.4.2}$: Banyak
 $P_{3.4.3}$: Kira-kira langkah yang digunakan untuk menyelesaikan soal ini apakah sama dengan langkah yang

digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 1 sebelumnya?

- S_{3,4,3}: Mirip, Cuma ditambah syarat soalnya
- P_{3,4,4}: Apa yang pertama kali dilakukan?
- S_{3,4,4}: Digambar
- P_{3,4,5}: Kemudian apa langkah selanjutnya?
- S_{3,4,5}: Menempatkan titik A, titik L, titik D, dan titik I
- P_{3,4,6}: Kira-kira kalau menggunakan rumus, rumus apa yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal ini?
- S_{3,4,6}: Rumus Permutasi
- P_{3,4,7}: Kenapa menggunakan rumus permutasi?
- S_{3,4,7}: Soalnya mirip dengan yang sebelumnya.
- P_{3,4,8}: Silahkan diselesaikan dengan rumus permutasi
- S_{3,4,9}: Sudah
- P_{3,4,10}: Mengapa Anda hanya memilih langkah ke kanan dan ke atas saja?
- S_{3,4,10}: Karena yang dicari cara terpendek
- P_{3,4,11}: Apakah Anda yakin dengan jawaban Anda?
- S_{3,4,11}: Iya

Berdasarkan transkrip wawancara tes tertulis penalaran kombinatorial oleh subjek S₃ pada soal nomor 2, subjek S₃ melakukan langkah penyelesaian yang sama dengan langkah penyelesaian pada soal nomor 1. Menurut subjek S₃ soal nomor 2 dengan soal nomor 1 mirip, hanya ditambah syaratnya sehingga langkah penyelesaiannya juga mirip (S_{3,4,3}).

Subjek S₃ tidak menggambarkan jalan yang dapat dilewati titik A untuk menuju ke titik I. Pada tahap ini, subjek S₃ menggunakan cara yang sama

dengan soal nomor 1 yaitu dengan rumus permutasi ($S_{3,4,6}$). Seperti langkah sebelumnya, subjek S_3 menghitung banyaknya cara dengan menghitung jumlah yang ditempuh untuk menuju titik I dari titik A. Kemudian menghitung banyaknya langkah ke kanan dan ke atas, karena jika yang ditanya cara terpendek maka hanya melewati arah kanan dan atas ($S_{3,4,10}$).

6. Analisis Data Subjek S_3

Berdasarkan paparan data di atas, berikut hasil analisis penalaran kombinatorial pada subjek S_3 yang disajikan dalam tabel sebagai berikut:

Tabel 4.3.
Hasil Analisis Data Subjek S_3

Tahapan	Soal nomor	Tahapan Penalaran Kombinatorial	Hasil Analisis Data Subjek S_3
1 dan 2	1.a.	1. Investigasi beberapa kasus	Berdasarkan jawaban tertulis soal nomor 1.a serta hasil wawancara $S_{3,1,2}$, subjek mampu memahami maksud dari pertanyaan soal nomor 1.a . Berdasarkan pemahaman tersebut, subjek S_3 dapat menentukan beberapa alternatif jawaban dari soal nomor 1.a . Subjek S_3 menyebutkan

			terdapat banyak jalan yang dapat dilalui titik A untuk menuju ke titik B. Hal ini berdsarkan hasil wawancara S_{3.1.3} .
		2. Memastikan kebenaran alternatif jawaban dengan menunjukkan satu persatu solusi yang didapat secara sistematis	Berdasarkan jawaban tertulis soal nomor 1.a serta hasil wawancara S_{3.1.3} . Subjek mampu menunjukkan 5 langkah yang dapat dilalui dari jawaban yang didapatkan sebelumnya dengan cara menggambarkan satu persatu alternatif jalan yang dapat digunakan titik A untuk menuju ke titik B.
3	1.b.	3. Menggeneralisasikan beberapa alternatif jawaban dari soal	Berdasarkan jawaban tertulis soal nomor 1.b serta hasil wawancara S_{3.3.9} . Subjek S₃ mampu menarik kesimpulan atau menentukan langkah penyelesaian dan rumus apa yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 1.b . Pada tahap ini, rumus yang digunakan subjek S₃ adalah rumus

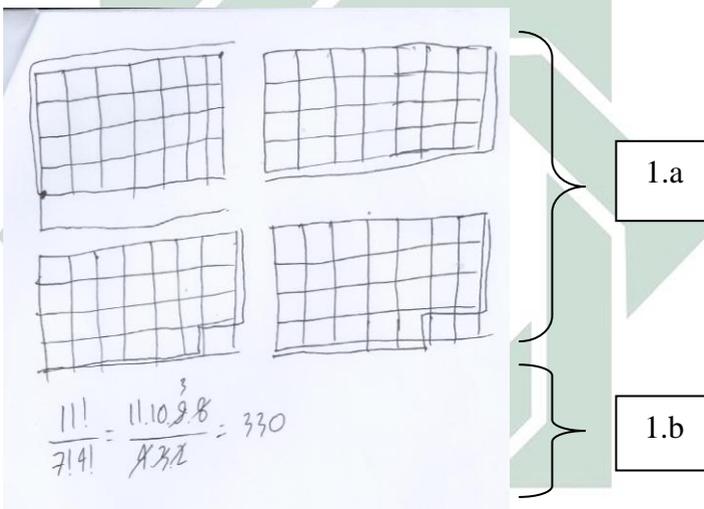
			permutasi untuk menyelesaikan soal tersebut.
4	2	4. Menguji kebenaran kesimpulan yang diperoleh dengan menerapkannya ke soal yang berbeda namun dengan konteks penyelesaian yang sama.	Berdasarkan jawaban tertulis soal nomor 2 serta hasil wawancara S_{3,4,3} . Subjek S₃ menyatakan bahwa penyelesaian yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 2 mirip dengan penyelesaian yang digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 1 . Subjek S₃ mampu mengidentifikasi beberapa alternatif jawaban dari soal nomor 2 tersebut, kemudian dapat menggambarkan alternatif jawaban yang ia ketahui. Subjek S₃ juga mampu menemukan langkah penyelesaian dan rumus yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 2 tersebut. Pada tahap ini, subjek S₃ dapat menyesuaikan rumus yang digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 2 dengan

			syarat yang diberikan pada soal nomor 2.
--	--	--	--

7. Deskripsi Data Subjek S₄

Berikut ini adalah jawaban tertulis dan hasil wawancara subjek S₄ pada tes tertulis penalaran kombinatorial.

a) Soal nomor 1



Gambar 4.7.
Hasil Tertulis Subjek S₄ pada Soal Nomor 1

Gambar 4.7. menunjukkan hasil jawaban tertulis subjek S₄ pada tes tertulis penalaran kombinatorial soal nomor 1. Untuk soal nomor 1.a subjek S₄ menunjukkan kepada peneliti jalan mana saja yang ia ketahui agar benda tersebut dapat bergerak dari titik A menuju ke titik B. Berdasarkan jawaban subjek S₄ pada gambar 4.7., subjek S₄ dapat

menggambarkan 4 cara sebuah benda dapat bergerak dari titik A menuju ke titik B.

Subjek S_4 memberikan solusi pada soal nomor 1.b. Pada soal nomor 1.b. subjek S_4 diminta untuk menghitung berapa banyak cara yang dapat digunakan sebuah benda bergerak dari titik A menuju ke titik B. Pada tahap ini, subjek S_4 tidak menggunakan pemisalan seperti yang digunakan subjek S_1 dan subjek S_2 dalam menyelesaikan soal nomor 1.b. Subjek S_4 awalnya menghitung berapa langkah yang dapat diambil agar benda tersebut sampai di titik B dari titik A. Berdasarkan jawaban subjek S_4 terdapat 11 langkah yang dapat ditempuh agar dapat sampai di titik B. Kemudian subjek S_4 menghitung banyaknya langkah ke kanan dan ke atas.

Banyaknya langkah yang dihitung oleh subjek S_4 adalah 7 langkah ke kanan dan 4 langkah ke atas. Menurut subjek S_4 hanya langkah ke kanan dan ke atas saja yang dihitung, karena sesuai dengan perintah dan syarat dari soal nomor 1.b. Setelah mendapatkan perhitungan tersebut, subjek S_4 menyelesaikan soal nomor 1.b. dengan menggunakan rumus permutasi berulang yaitu $\frac{11!}{7! 4!}$, maka banyaknya cara yang dapat ditempuh oleh benda tersebut untuk menuju titik B dari titik A adalah sebanyak 330 langkah. Langkah penyelesaian yang digunakan subjek S_4 sama dengan langkah penyelesaian yang digunakan subjek S_3 .

Berdasarkan jawaban tertulis tersebut dilakukan wawancara untuk mendalami jawaban subjek S_4 . Berikut merupakan cuplikan hasil wawancara subjek S_4 pada soal nomor 1:

P_{4.1.1}: Setelah membaca soal nomor 1, apakah Anda dapat memahami apa yang dimaksud?

S_{4.1.1}: Paham

P_{4.1.2}: Apa maksud dari soal nomor 1.a?

- S_{4.1.2}: Diminta untuk menentukan jalan mana saja yang dapat dilalui benda dari titik A ke titik B
- P_{4.1.3}: Berapa banyak jalan yang dapat dilewati?
- S_{4.1.3}: Banyak
- P_{4.1.4}: Kira-kira ada syarat apa di soal tersebut??
- S_{4.1.4}: Hanya boleh lewat kanan dan atas
- P_{4.2.5}: Bisakah Anda menggambarkan cara yang dapat dilalui yang kamu ketahui?
- S_{4.2.5}: Ini digambar semuanya?
- P_{4.2.6}: Yang kamu ketahui saja
- S_{4.2.6}: Sudah
- P_{4.2.7}: Hanya 4?
- S_{4.2.7}: Iya
- P_{4.3.8}: Oke, kemudian silahkan baca soal nomor 1.b?
- S_{4.3.8}: Sudah
- P_{4.3.9}: Apa maksud dari soal nomor 1.b.?
- S_{4.3.9}: Diminta untuk menghitung seluruh cara yang dapat dilalui
- P_{4.3.10}: Kalau menggunakan rumus, rumus apa yang bisa digunakan untuk menyelesaikan soal tersebut?
- S_{4.3.10}: Rumus Permutasi
- P_{4.3.11}: Oke, silahkan menggunakan rumus permutasi untuk menyelesaikan soal tersebut
- S_{4.1.11}: Sudah
- P_{4.3.12}: Apakah mungkin bisa langkah yang ditempuh ke kiri atau ke bawah?
- S_{4.3.12}: Mungkin bisa, tetapi kan syaratnya tadi hanya bisa ke kanan dan ke atas.
- P_{4.3.13}: Berapa banyak cara yang Anda temukan?
- S_{4.3.13}: 330 cara

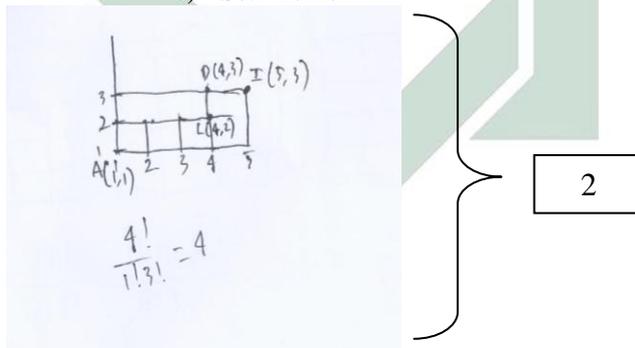
P_{4.3.14}: Apakah Anda yakin dengan jawaban Anda?

S_{4.3.14}: Iya

Berdasarkan transkrip wawancara tes tertulis penalaran kombinatorial oleh subjek S₄ pada soal nomor 1, cara yang dapat ditempuh sebuah benda agar bisa sampai dari titik B dari titik A adalah banyak cara (S_{4.1.3}). Tetapi subjek S₄ hanya dapat menggambarkan 4 jalan yang dapat dilalui oleh sebuah benda dari titik A menuju titik B (S_{4.2.7}).

Menurut subjek S₄ soal nomor 1.b dapat diselesaikan dengan menggunakan cara permutasi (S_{4.3.10}). Langkah yang ditempuh subjek S₄ dalam menyelesaikan soal nomor 1.b. sama dengan subjek S₃. Subjek S₄ tidak menggunakan pemisalan terlebih dahulu dalam menyelesaikan soal nomor 1.b. Pada tahap ini, subjek S₄ sudah mengetahui penyelesaian yang digunakan bisa menggunakan rumus permutasi.

b) Soal nomor 2



Gambar 4.8.
Hasil Tertulis Subjek S₄ pada Soal Nomor 2

Gambar 4.8. menunjukkan hasil jawaban dari subjek S_4 pada tes tertulis penalaran kombinatorial soal nomor 2. Menurut subjek S_4 untuk menjawab soal nomor 2 diperlukan langkah penyelesaian yang mirip dengan nomor satu, tetapi pada soal nomor 2 lebih banyak syaratnya dari pada soal nomor 1. Subjek S_4 memulai dengan menggambar grid sesuai dengan perintah soal. Subjek S_4 lalu menghitung berapa banyak cara yang dapat dilalui titik A dapat mencapai titik I namun harus melalui titik L kemudian titik D.

Pada tahap ini, subjek S_4 tidak menggambarkan satu persatu langkah yang dapat ditempuh sebuah benda untuk mencapai titik I. Subjek S_4 langsung menggunakan rumus permutasi seperti yang ia gunakan untuk menyelesaikan soal nomor 1.b. Pada tahap ini, subjek S_4 memiliki perbedaan penyelesaian dengan subjek S_3 . Subjek menghitung banyaknya langkah yang dapat ditempuh totalnya adalah 4 langkah dengan 1 langkah ke atas dan 3 langkah ke kanan. Sehingga subjek S_4 melakukan perhitungan dengan rumus permutasi $\frac{4!}{1!3!}$ dan banyaknya jalan yang dapat ditempuh adalah 4 cara.

Berdasarkan jawaban tertulis tersebut dilakukan wawancara untuk mendalami jawaban subjek S_4 . Berikut merupakan cuplikan hasil wawancara subjek S_4 pada soal nomor 2:

- P_{4.4.1}: Apa maksud dari soal nomor 2?
 S_{4.4.1}: Diminta untuk menghitung berapa banyak jalan yang dapat dilewati
 P_{4.4.2}: Berapa banyak yang dapat dilewati?
 S_{4.4.2}: Banyak
 P_{4.4.3}: Kira-kira langkah yang digunakan untuk menyelesaikan soal ini apakah sama dengan langkah yang

digunakan untuk menyelesaikan soal no.1 sebelumnya?

- S_{4.4.3}: Mirip
 P_{4.4.4}: Silahkan diselesaikan
 S_{4.4.4}: Digambar dulu?
 P_{4.4.5}: Iya
 S_{4.4.5}: Sudah
 P_{4.4.6}: Kira-kira mana jalan yang dapat di hitung?
 S_{4.4.6}: Jalan dari titik A ke titik L
 P_{4.4.7}: Kenapa hanya menghitung jalan ke titik A ke titik L saja?
 S_{4.4.7}: Karena jalan titik D cuma satu dan ke titik I juga cuma satu
 P_{4.4.8}: Kalau misalnya berjalan melewati langkah ke kiri atau ke bawah apakah boleh?
 S_{4.4.8}: Tidak boleh
 P_{4.4.9}: Kenapa?
 S_{4.4.10}: Karena yang dicari cara terpendek
 P_{4.4.11}: Apakah Anda yakin dengan jawaban Anda?
 S_{4.4.11}: Iya

Berdasarkan transkrip wawancara tes tertulis penalaran kombinatorial oleh subjek S₄ pada soal nomor 2, subjek S₄ melakukan langkah penyelesaian yang sama dengan langkah penyelesaian pada soal nomor 1. Menurut subjek S₄ soal nomor 2 dengan soal nomor 1 mirip, hanya ditambah syaratnya lagi sehingga langkah penyelesaiannya juga mirip (S_{4.4.3}).

Subjek S₄ menggambarkan 1 jalan yang dapat dilewati titik A untuk menuju ke titik I. Pada tahap ini, subjek S₄ menggunakan cara yang sama dengan soal nomor 1 yaitu dengan rumus permutasi. Pada tahap ini, subjek menghitung banyaknya langkah yang dapat ditempuh adalah 4 langkah. Menurut subjek S₄ langkah yang dapat dihitung hanya langkah dari titik A sampai

titik L saja ($S_{4.4.6}$). Berdasarkan wawancara di atas, menurut subjek S_4 jalan yang dapat dilalui ke titik D dan titik I hanya 1 jalan sehingga tidak perlu dihitung ($S_{4.4.7}$).

8. Analisis Data Subjek S_4

Berdasarkan paparan data di atas, berikut hasil analisis penalaran kombinatorial pada subjek S_4 yang disajikan dalam tabel sebagai berikut:

Tabel 4.4.
Hasil Analisis Data Subjek S_4

Tahapan	Soal nomor	Tahapan Penalaran Kombinatorial	Hasil Analisis Data Subjek S_4
1 dan 2	1.a.	1. Investigasi beberapa kasus	Berdasarkan jawaban tertulis soal nomor 1.a serta hasil wawancara $S_{4.1.2}$, subjek mampu memahami maksud dari pertanyaan soal nomor 1.a . Berdasarkan hasil wawancara $S_{4.1.3}$, subjek S_4 dapat menentukan beberapa alternatif jawaban dari soal nomor 1.a . Subjek S_4 menyebutkan terdapat banyak jalan yang dapat dilalui titik A untuk menuju ke titik B
		2. Memastikan kebenaran alternatif	Berdasarkan jawaban tertulis soal soal nomor 1.a serta hasil wawancara $S_{4.2.7}$. Subjek

		jawaban dengan menunjukan satu persatu solusi yang didapat secara sistematis	mampu menunjukkan 4 langkah yang dapat dilalui dari jawaban yang didapatkan sebelumnya dengan cara menggambarkan satu persatu alternatif jalan yang dapat digunakan titik A untuk menuju ke titik B.
3	1.b.	3. Menggeneralisasikan an beberapa alternatif jawaban dari soal	Berdasarkan jawaban tertulis soal soal nomor 1.b serta hasil wawancara S_{4.3.10} . Subjek S₄ mampu menarik kesimpulan atau menentukan langkah penyelesaian dan rumus apa yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal soal nomor 1.b . Pada tahap ini, rumus yang digunakan Subjek S₄ adalah rumus permutasi untuk menyelesaikan soal tersebut.
4	2	4. Menguji kebenaran kesimpulan yang diperoleh dengan menerapkannya ke soal yang berbeda	Berdasarkan jawaban tertulis soal nomor 2 serta hasil wawancara S_{4.4.3} . Subjek S₄ menyatakan bahwa penyelesaian yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 2 mirip dengan penyelesaian yang digunakan untuk

		namun dengan konteks penyelesaian yang sama.	menyelesaikan soal nomor 1. Subjek S ₄ mampu mengidentifikasi beberapa alternatif jawaban dari soal nomor 2 tersebut, kemudian dapat menggambarkan alternatif jawaban yang ia ketahui. Subjek S ₄ juga mampu menemukan langkah penyelesaian dan rumus yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 2 tersebut. Pada tahap ini, subjek S ₄ dapat menyesuaikan rumus yang digunakan untuk menyelesaikan soal nomor 2 dengan syarat yang diberikan pada soal nomor 2.
--	--	--	--

B. Kesimpulan Penalaran Kombinatorial Siswa Madrasah Tsanawiyah (MTS) dalam menyelesaikan soal olimpiade

Tabel 4.5. menunjukkan simpulan penalaran kombinatorial siswa dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika berdasarkan deskripsi dan analisis data subjek S₁, S₂, S₃, dan S₄. Tanda centang (✓) menunjukkan bahwa siswa telah memenuhi indikator pencapaian penalaran kombinatorial. Sedangkan tanda strip (-) menunjukkan bahwa siswa tidak memenuhi indikator pencapaian penalaran kombinatorial.

Tabel 4.5
Kesimpulan Penalaran Kombinatorial dalam Menyelesaikan
Soal Olimpiade Matematika

Tahap	Tahapan Penalaran Kombinatorial	Indikator	Subjek			
			S ₁	S ₂	S ₃	S ₄
1	Investigasi beberapa alternatif jawaban dari sebuah kasus	Menentukan beberapa alternatif jawaban dari soal olimpiade yang berkaitan dengan materi kombinatorik	√	√	√	√
2	Memastikan kebenaran alternatif jawaban dengan menunjukkan satu persatu solusi yang didapat secara sistematis	Menggamabarkan seluruh alternatif jawaban dari soal olimpiade yang berkaitan dengan materi kombinatorik	√	√	√	√
3	Menarik kesimpulan secara umum berdasarkan alternatif jawaban yang diperoleh	Menentukan rumus yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal olimpiade yang berkaitan dengan materi kombinatorik	-	-	√	√
4	Menguji kebenaran kesimpulan yang diperoleh dengan menerapkannya	Menyelesaikan soal olimpiade yang berkaitan dengan materi kombinatorik	-	-	√	√

	ke soal yang berbeda namun dengan konteks penyelesaian yang sama.	dengan menggunakan rumus yang diperoleh sebelumnya				
--	---	--	--	--	--	--

Berdasarkan jawaban tes tertulis penalaran kombinatorial dan cuplikan wawancara keempat subjek, terlihat bahwa subjek S_1 dan subjek S_2 hanya mampu mencapai tahapan kedua dari penalaran kombinatorial. Berdasarkan hasil wawancara kedua subjek, subjek S_1 dan S_2 menyatakan belum pernah mempelajari materi permutasi sebelumnya. Sehingga subjek S_1 dan subjek S_2 kesulitan dalam menyelesaikan kedua soal yang diberikan peneliti dan tidak mampu memenuhi tahap ketiga dan keempat penalaran kombinatorial. Sedangkan untuk subjek S_3 dan subjek S_4 mampu memenuhi seluruh tahapan penalaran kombinatorial. Pada tahap ketiga dalam penentuan rumus yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal, subjek S_3 dan subjek S_4 mampu menyelesaikannya dengan rumus permutasi. Subjek S_3 dan subjek S_4 mengaku bahwa sebelumnya sudah pernah mempelajari materi tersebut di kelas dan sudah pernah menyelesaikan soal olimpiade seperti yang diberikan peneliti sebelumnya.

Berdasarkan tabel 4.5. maka dapat diketahui bahwa hanya 2 dari 4 subjek penelitian yang dapat menyelesaikan seluruh tahapan penalaran kombinatorial yaitu subjek S_3 dan subjek S_4 . Sedangkan subjek S_1 dan subjek S_2 hanya mampu memenuhi 2 tahapan penalaran kombinatorial.

BAB V

PEMBAHASAN

A. Profil Penalaran Kombinatorial Siswa Madrasah Tsanawiyah dalam Menyelesaikan Soal Olimpiade Matematika.

Berdasarkan deskripsi dan analisis data pada bab V, diperoleh informasi tentang pencapaian tahapan penalaran kombinatorial siswa di bawah naungan bimbingan olimpiade dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika. Berikut pembahasan profil penalaran kombinatorial siswa dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika.

Pada tahapan pertama siswa mampu menyebutkan jalan mana saja yang dapat dilewati sebuah benda untuk mencapai tujuannya melalui wawancara. Seluruh jawaban siswa pada tahap ini dibenarkan oleh peneliti. Namun, terdapat perbedaan jumlah jalan yang disebutkan oleh masing-masing siswa. Hal ini dipengaruhi oleh investigasi yang berbeda-beda dari setiap siswa. Siswa hanya diminta untuk menyebutkan saja berapa jalan yang dapat dilewati menurut investigasi mereka dan tidak dituliskan dalam lembar jawaban siswa. Hal ini menunjukkan bahwa siswa telah memenuhi tahapan pertama penalaran kombinatorial. Sebagai mana pendapat Mani Rezaie dan Zahra Gooya yang menyebutkan bahwa, tahapan pertama penalaran kombinatorial yaitu tahap investigasi beberapa alternatif jawaban dari sebuah kasus, terlihat bahwa siswa mampu menginvestigasi dan menentukan beberapa alternatif jawaban dari soal olimpiade matematika yang disajikan¹.

Pada tahapan kedua siswa mampu menunjukkan seluruh alternatif jawaban yang sebelumnya telah disebutkan pada tahap pertama dengan cara menggambarkan seluruh alternatif jawaban pada lembar jawaban tertulis siswa. Pada tahap ini, siswa lebih

¹ Mani Rezaie, Zahra Gooya, "What do I mean by combinatorial thinking?", (Procedia social and behavioral science, 2011), 125

sistematis dalam menentukan jalan yang dapat dilalui². Oleh karena itu, siswa memberi kode pada setiap jawaban yang mereka tulis untuk memperjelas bahwa setiap solusi yang mereka berikan berbeda satu sama lain. Pada tahap kedua ini, siswa cenderung menemukan lebih banyak alternatif jawaban dibandingkan pada tahap pertama. Hal ini menunjukkan bahwa siswa telah memenuhi tahapan kedua penalaran kombinatorial. Mani Rezaie dan Zahra Gooya dalam penelitiannya menyebutkan bahwa siswa telah mencapai tahapan kedua jika siswa dapat memastikan kebenaran alternatif jawaban dengan menunjukkan satu persatu solusi yang didapat secara sistematis³.

Pada tahap ketiga terdapat perbedaan hasil pengambilan kesimpulan secara umum atau menentukan rumus umum pada masing-masing siswa. 2 siswa dari 4 siswa yang diteliti mampu menentukan rumus umum yaitu rumus permutasi yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal yang diberikan peneliti. Berdasarkan hasil wawancara, siswa tersebut menyatakan bahwa sebelumnya mereka telah menerima materi kombinatorik khususnya materi permutasi. Siswa tersebut juga menyatakan bahwa sudah pernah mengerjakan soal seperti yang diberikan peneliti, sehingga mereka mampu menyelesaikan soal tersebut. Sebagai mana pendapat Mani Rezaie dan Zahra Gooya yang menyatakan bahwa pada tahap ini siswa mampu menggeneralisasikan dan menentukan perhitungan yang tepat untuk menyelesaikan soal yang diberikan⁴. Hal ini menunjukkan bahwa siswa telah memenuhi tahapan ketiga penalaran kombinatorial.

Sedangkan 2 siswa lain tidak mampu menentukan rumus umum yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal. Siswa tersebut menyatakan bahwa sebelumnya belum pernah mengetahui materi kombinatorik terutama rumus permutasi. Di samping itu, siswa tersebut juga

² Ibid. Halaman 126

³ Ibid.

⁴ Ibid.

belum pernah menemui soal seperti yang diberikan peneliti sehingga mereka tidak mampu menentukan rumus apa yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal tersebut. Hal ini menunjukkan bahwa siswa tidak mampu mencapai tahapan ketiga penalaran kombinatorial. Hal ini ditunjukkan dengan siswa yang tidak mampu menggeneralisasikan dan menentukan penyelesaian soal dengan tepat.

Pada tahap keempat ini berbeda dengan tahapan sebelumnya, soal yang diberikan pada tahapan keempat sedikit berbeda dengan soal yang diberikan pada tahapan 1 sampai tahapan 3. Pada tahapan 4 ini diberikan beberapa syarat pada soal. Pada tahap pertama pengerjaan soal, siswa mampu menginvestigasi dan menentukan beberapa alternatif jawaban dari soal yang diberikan. Kemudian pada tahap kedua siswa juga mampu menggambarkan beberapa alternatif jawaban yang sebelumnya disebutkan pada tahap pertama secara sistematis.

Pada tahap ketiga hanya 2 siswa dari 4 siswa yang dapat memenuhinya. Hal ini berkaitan dengan tahapan ketiga penalaran kombinatorial yaitu hanya 2 siswa dari 4 siswa yang mampu menentukan rumus umum yang dapat digunakan. Pada tahapan keempat rumus yang ditentukan siswa pada tahapan ketiga juga digunakan, sehingga jika siswa tidak mampu menentukan rumus umum sebelumnya maka siswa juga tidak mampu menyelesaikan soal pada tahapan keempat. Hal tersebut menunjukkan bahwa hanya 2 siswa dari 4 siswa yang diteliti yang mampu memenuhi tahapan keempat penalaran kombinatorial.

Siswa di bawah naungan bimbingan olimpiade cenderung memiliki kemampuan dalam menyelesaikan soal matematika khususnya soal olimpiade lebih tinggi dari pada siswa biasa. Berdasarkan hasil penelitian di atas menunjukkan bahwa, tidak semua siswa yang memiliki kemampuan penyelesaian soal matematika tinggi memenuhi semua tahapan penalaran kombinatorial. Hal ini sejalan dengan hasil penelitian Mani Rezaie dan Zahra Gooya yang menyatakan bahwa siswa yang memiliki

kompetensi tinggi dalam menyelesaikan soal matematika kesulitan dalam penalaran kombinatorial⁵.

B. Diskusi Hasil Penelitian

Hasil analisis data dan pembahasan hasil penelitian tentang profil penalaran kombinatorial siswa dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika ditemukan bahwa siswa di bawah naungan bimbingan olimpiade tidak semuanya dapat memenuhi semua tahapan dalam penalaran kombinatorial. Pada tahapan 1 dan 2 penalaran kombinatorial keempat siswa mampu memenuhi seluruh indikator pada tahapan penalaran kombinatorial. Pada tahapan 3 dan 4, 2 siswa mampu memenuhi tahapan penalaran kombinatorial. dan 2 siswa lain tidak mampu memenuhi tahapan penalaran kombinatorial. Mereka menyatakan sudah pernah mendapatkan materi kombinatorik dan sudah pernah mengerjakan soal yang sama sebelumnya. Sedangkan 2 siswa lainnya mendapat kesulitan dalam memenuhi tahapan ketiga dan keempat penalaran kombinatorial. Mereka menyatakan bahwa belum pernah mempelajari materi kombinatorik khususnya rumus permutasi dan belum pernah menemui soal seperti soal yang diberikan peneliti pada soal-soal olimpiade yang pernah dikerjakan.

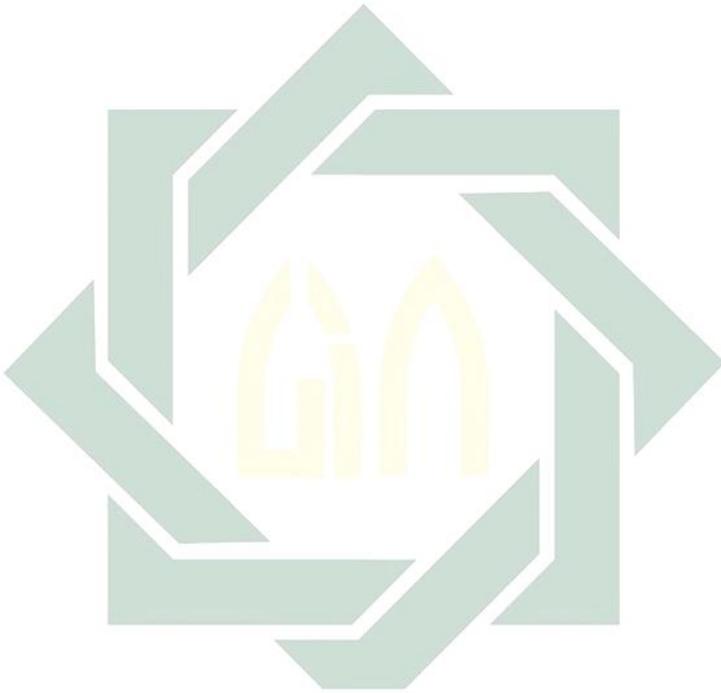
C. Kelemahan Penelitian

Pada penelitian ini, waktu pemberian soal tes tertulis dan wawancara yang dilakukan pada setiap subjek penelitian hanya sebentar. Hal ini dikarenakan waktu yang mepet dengan waktu subjek penelitian untuk mengikuti ujian, sehingga waktu siswa untuk menggambarkan seluruh alternatif jawaban yang diketahui pada lembar jawaban terbatas. Oleh karena itu, siswa tidak bisa maksimal untuk menggambarkan seluruh jawaban yang ditemukan.

Selain itu, beberapa subjek penelitian juga belum pernah mendapatkan materi kombinatorik khususnya

⁵ Ibid.,

permutasi dan juga belum pernah mengerjakan soal yang mirip dengan soal yang diberikan peneliti sebelumnya. Hal ini menyebabkan siswa tidak mampu menyelesaikan soal yang diberikan.



BAB VI

PENUTUP

A. Simpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan pada bab V mengenai profil penalaran kombinatorial siswa madrasah tsanawiyah dalam menyelesaikan soal olimpiade matematika dapat disimpulkan bahwa, pada tahap 1, siswa mampu menginvestigasi beberapa alternatif jawaban dari soal yang diberikan. Pada tahap siswa juga mampu menggambarkan satu persatu alternatif jawaban yang sebelumnya disebutkan pada tahap 1 secara sistematis. Pada tahap 3, sebagian siswa kesulitan dalam menentukan rumus umum yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal olimpiade matematika tersebut. Begitu juga dengan tahap 4, sebagian siswa hanya mampu menginvestigasi dan menggambarkan seluruh alternatif jawaban seperti pada tahap 1 dan 2, namun belum bisa menentukan rumus yang tepat untuk menyelesaikan soal olimpiade matematika tersebut. Berdasarkan hal tersebut siswa madrasah tsanawiyah di bawah naungan bimbingan olimpiade matematika yang memiliki kemampuan matematika tinggi, tidak semuanya mampu memenuhi semua tahapan penalaran kombinatorial.

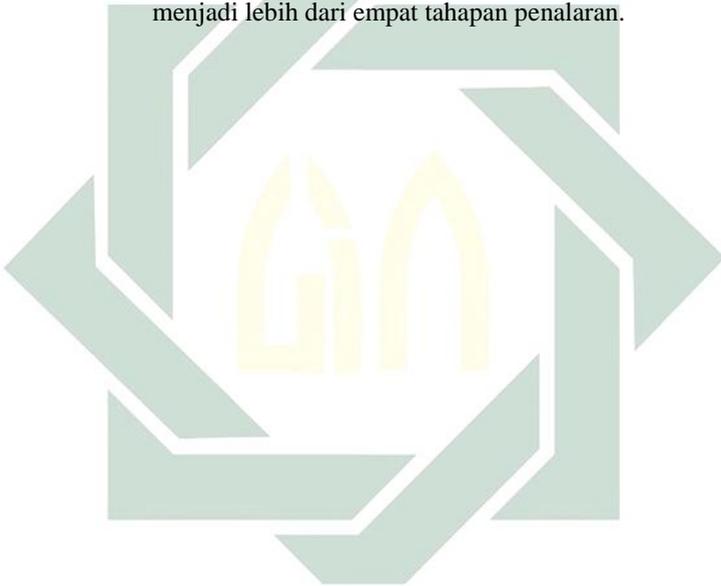
B. Saran

Berdasarkan hasil penelitian ini, maka peneliti mengemukakan beberapa saran sebagai berikut:

1. Penalaran kombinatorial siswa untuk menyelesaikan soal olimpiade perlu dilatihkan sejak dini. Bagi guru pembimbing olimpiade matematika dapat melatih penalaran kombinatorial melalui soal-soal yang bersifat *open ended* dan membutuhkan identifikasi jawaban secara khusus dalam menyelesaikannya. Sehingga siswa terbiasa dalam menyelesaikan soal-soal rumit olimpiade matematika.
2. Bagi peneliti lain yang hendak melakukan penelitian yang sama hendaknya memastikan bahwa seluruh siswa yang akan diteliti sudah menerima materi kombinatorik atau materi pada soal yang akan diberikan sebelumnya. Hal ini

bertujuan agar mempermudah peneliti untuk mengidentifikasi lebih dalam tentang penalaran kombinatorial siswa.

3. Bagi peneliti lain yang hendak melakukan penelitian pengembangan mengenai profil penalaran kombinatorial yang dimiliki oleh siswa, dapat mengembangkan penelitian dengan menggunakan permasalahan yang lain selain permasalahan kombinatorik. Sehingga dapat menambah tahapan dalam penalaran kombinatorial menjadi lebih dari empat tahapan penalaran.



DAFTAR PUSTAKA

- Afgani, D. Jamawi. *Materi Pokok Analisis Kurikulum Matematika*, Jakarta: Universitas Terbuka Press. 2011.
- Arikunto, Suharsimi. *Dasar-dasar Evaluasi Pendidikan*. Yogyakarta: Bumi Aksara, 2007.
- Arikunto, Suharsimi. *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktik*. Jakarta: Rineka Cipta, 2010
- Ball, Deborah Loewenberg dan Hyman Bass. *Making Mathematics reasonable in school*. Michigan: University of Michigan Press. 2003.
- B. Inhelder, and Piaget. J. *The Growth of Logical Thinking: from Childhood to Adolescence*. New York: Basic Books, Inc., 1958.
- Batanero, C., V. Navarro-Pelayo, and J. Godino, 1997. "Effect Of The Implicit Combinatorial Model On Combinatorial Reasoning In Secondary School Pupils", Paper presented at Educational studies in mathematics. 1997. 188
- Brualdi, Richard A. *Introductory Combinatorics*. Pearson Education Press, 2012.
- Dahar, R. W. *Teori-teori Belajar*, Jakarta: Erlangga, 1998, 52
- Depdiknas. *Kamus Besar Indonesia Pusat Bahasa Edisi IV*. Jakarta: Gramedia Utama, 2008.
- Ernawati, Thesis: "*Proses Berpikir Reflektif Siswa SMA Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau Dari Kemampuan Matematika Siswa*". Surabaya: UNESA, 2015.
- Grauman. *General aims of mathematics education explained with examples in geometry teaching*. Palermo: The Mathematics Educatoins into 21 Century Project. 2002.

Hacking,. 2007. "On the historical roots of scientific reason". *Paper presented at the Experience and Truth Conference*. 2007.

Hudojo, Herman. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Malang: UM Press. 2003.

https://id.wikipedia.org/wiki/Olimpiade_Matematika_Internasional

diakses pada tanggal 6 Maret 2018.

Juliansyah, Noor. *Metode Penelitian*. Jakarta: Kencana Prenada Media Group. 2012.

Sugiyono, *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitataif dan R & D*. Bandung: Alfabeta, 2012.

Krulik, Stephen and Jesse A. Rudnick, *The New Sourcebook For Teaching Reasoning and Problem Solving in Elementary School*, Boston: Temple University, 1995.

Solo, Robert L. *Cognitive Psychology*, MA: Allyn and Bacon, 1995.

Kondalkar, V. *Organizational Behaviour*, New Delhi: New Age International Publisher. 2007.

Lailiyah, S. T. Nusantara, Sa'dijah, dan E. B. Irawan. 2015. "Proses berpikir versus penalaran matematika". *In Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*. 2015, 25 April. Surabaya. 1018.

Lockwood, Elise. 2013 "A Model of students combinatorial thinking". *Paper presented at the journal of mathematic behavior*, 2013.

Mardiyana, Dkk. 2016. "Peningkatan Kompetensi Guru Matematika SMP Kota Surakarta dalam Pembinaan Olimpiade Matematika Nasional". *Paper presented at Seminar matematika dan pendidikan matematika FKIP UNS*.

- Maslukha., Thesis: “*Profil Berpikir Refraktif Siswa Dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau Dari Kemampuan Matematika Siswa*”. Surabaya: UNESA, 2017.
- Mawaddah, Siti dan Hana Anisah. 2015. “Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Pada Pembelajaran Matematika dengan Menggunakan Model Pembelajaran Generatif (*Generative Learning*) di SMP”, *Jurnal Pendidikan matematika*, Vol. 3 No. 2. Oktober 2015.
- Matthew B., Miles and Huberman Michel A., *Qualitative data analysis, A Sourcebook of ne methods*. London: Sage Publication, Beverly Hills, 1984
- Moleong, Lexy J. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Remaja Rosdakarya, 2008.
- National council of teachers of mathematics (NCTM). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM, 2000.
- Nurman, Try A. Thesis: “*Profil Kemampuan Siswa SMP Dalam Memecahkan masalah Matematika Open Ended Ditinjau Dari Perbedaan Tingkat Kemampuan Matematika*”. Surabaya: UNESA, 2008.
- Nur, Kusumawati. *Pengaruh Kemampuan Komunikasi dan Pemecahan Masalah Matematika terhadap Hasil Belajar Siswa dengan Pembelajaran Realistic Mathematic Education (RME)*. Pekalongan: Delta Jurnal Ilmiah Pendidikan. 2013.
- Pasztor, A. and Beno Csapo. 2012. “Improving Combinatorial Reasoning Through Inquiry-Based Science Learning”. *paper Presented at Center for Research on Learning and instruction*. 2012.
- Pulungan, Fatma R. 2012. “Pengaruh Pengajaran Model Olimpiade Fisika terhadap Hasil Belajar Siswa Kelas X SMA Negeri 1

- Medan”, *Jurnal Pendidikan Fisika*. Vol 1 No. 1, Juni 2012. 61.
- Ratuman, T. G. dan Laurents. *Penilaian hasil belajar pada tingkat satuan pendidikan*, Surabaya: UNESA Press, 2011.
- Rezaie, M. and Zahra Gooya. 2011. “What do I mean by combinatorial thinking?”. *Procedia social and behavioral science*. 2011. 124-126
- Shadiq. Fadjar, *Kemahiran Matematika*. Yogyakarta: Departemen Pendidikan Nasional. 2009.
- Shadiq. Fadjar. 2004. “Pemecahan masalah, penalaran dan komunikasi”. *paper presented at Diklat Instruktur atau pengembangan matematika*. 2004
- Stenverg, Robert J. *Psikologi Kognitif Edisi Keempat*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2008.
- Siswono, T. Yuli Eko. *Model Pembelajaran Matematika Berbasis Pengajaran Dan Pemecahan Masalah Untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif*, Surabaya: UNESA Press. 2008.
- Sugiono. *Memahami Penelitian kualitatif*. Bandung: ALFABETA, 2012.
- Suherman, E. *Evaluasi Pembelajaran Matematika*. Bandung: JICA UPI, 2003.
- Sulaiman, dkk. 2010. “A Review Of Different Types Of Thinking In Fostering Students Intelligent”. *Journal of Eksplanasi*. Vol. 5 No. 2. Oktober 2010
- Syaban, M. 2010. “Menumbuh-kembangkan daya matematis siswa”. Paper presenter at Jurnal Pendidikan dan budaya. 2010.
- Jumaisyaroh Siregar, Tanti. 2017. “Pembinaan Olimpiade Matematika Siswa SMP Swasta NAMIRA ISLAMIC SCHOOL

MEDAN". *Jurnal Pengabdian Masyarakat*. Vol. 3 No.2. 10. 2017.

- Thomson, P. W. 2008. "Conceptual Analysis Of Mathematical Ideas: Some Spadeworks At The Foundations Of Mathematics Educational", *paper presented at the annual meeting of the international group of the psychology of mathematics educations*. 2008.
- Tucker, A. *Applied Combinatorics (4th eda.)*. New York: John Wiley & Sons, 2002.
- Rokhima, Nur dan Harina Fitriyani, "PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA SISWA SMP DITINJAU DARI KECERDASAN INTRAPERSONAL". *paper presented at Seminar Nasional Pendidikan, Sains dan Teknologi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Muhammadiyah Semarang*. 273
- Utami, Nita P., Mukhni, dan Jazwinarti. 2014. "Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas XI IPA SMAN 2 Painan Melalui penerapan Pembelajaran *Think Pair Square*", *Jurnal Pendidikan Matematika*. Vol. 3 No. 1. 2014. 8
- Wahyudi I. – W. B. Kawuwung. 2016. "Pembinaan olimpiade matematika pada guru bidang studi matematika sekolah menengah atas di kota Jayapura". *Jurnal Pengabdian Papua*. Vol 1. No. 2. 2016.
- Yohanes, Rudi S. 2016. "Upaya Meningkatkan Kemampuan Memecahkan Masalah Matematika Tim Olimpiade Matematika SMP Negeri 01 Madiun dengan Menggunakan Model Pemecahan Masalah Polya". *Paper Presented at Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY*. 2016.