

**PENERAPAN REPRESENTASI GRAF UNTUK
MENGGAMBARKAN PROSES BERPIKIR
SISWA DALAM MENYELESAIKAN
MASALAH MATEMATIKA**

Skripsi

Oleh

Wenda Yulian Rizki

D04214017



**UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A**

**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN
JURUSAN PMIPA
PRODI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FEBRUARI 2019**

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Wenda Yulian Rizki
NIM : D04214017
Jurusan/ Program Studi : PMIPA/ PMT
Fakultas : Tarbiyah dan Keguruan

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar tulisan saya, dan bukan merupakan plagiasi baik sebagian atau seluruhnya.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa skripsi ini hasil plagiasi, baik sebagian atau seluruhnya, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Surabaya, 06 Februari 2019

Yang membuat pernyataan



Wenda Yulian Rizki

NIM D04214017

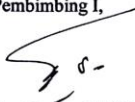
PERSETUJUAN PEMBIMBING SKRIPSI

Skripsi oleh:

Nama : WENDA YULIAN RIZKI
NIM : D04214017
Judul : PENERAPAN REPRESENTASI GRAF UNTUK
MENGGAMBARKAN PROSES BERPIKIR SISWA
DALAM MENYELESAIKAN MASALAH

ini telah diperiksa dan disetujui untuk diujikan.

Pembimbing I,



Dr. Kusaeri, M.Pd
NIP. 197206071997031001

Surabaya, 06 Februari 2019
Pembimbing II,



Dr. Siti Lailiyah, M.Si
NIP.198409282009122007

PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI

Skripsi oleh Wenda Yulian Rizki ini telah
dipertahankan di depan

Tim Penguji Skripsi

Surabaya, 06 Februari 2019

Mengesahkan, Fakultas Tarbiyah dan Keguruan
Universitas Islam Negeri Sunan Ampel Surabaya



Dekan,

Ali Mas'ud

Dr. H. Ali Mas'ud, M.Ag. M.Pd.I
NIP. 196301231993031002

Tim Penguji
Penguji I,

Lisanul Uswah

Lisanul Uswah Sa'ieda, M.Pd
NIP. 198309262006042002

Penguji II,

Maunah Setyawati

Maunah Setyawati, M.Si.
NIP. 197411042008012008

Penguji III,

Dr. Kusaeri

Dr. Kusaeri, M.Pd
NIP. 197206071997031001

Penguji IV,

Dr. Siti Lailiyah

Dr. Siti Lailiyah, M.Si.
NIP. 198409282009122007



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
PERPUSTAKAAN

Jl. Jend. A. Yani 117 Surabaya 60237 Telp. 031-8431972 Fax.031-8413300
E-Mail: perpus@uinsby.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika UIN Sunan Ampel Surabaya, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Wenda Yulian Rizki
NIM : 009019017
Fakultas/Jurusan : Tarbiyah dan Keguruan / Pendidikan Matematika
E-mail address : weyulki@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah :

Sekripsi Tesis Desertasi Lain-lain (.....)

yang berjudul :
Penerapan Representasi Graf Untuk Menggambarkan Proses
Berpikir Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika

berserta perangkat yang diperlukan (bila ada). Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (database), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di Internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini yang saya buat dengan sebenarnya.

Surabaya, 12 Februari 2019

Penulis

(Wenda Yulian Rizki)

PENERAPAN REPRESENTASI GRAF UNTUK MENGGAMBARKAN
PROSES BERPIKIR SISWA DALAM MENYELESAIKAN
MASALAH MATEMATIKA

Oleh:
Wenda Yulian Rizki
NIM D04214017

ABSTRAK

Representasi graf adalah sebuah struktur yang dapat digunakan untuk merepresentasikan hubungan yang terjadi antara suatu objek diskrit yang satu dengan objek diskrit yang lain. Representasi graf yang digunakan untuk menggambarkan proses berpikir yaitu graf pohon binair, graf pohon keputusan, dan graf pohon rentang. Penelitian ini bertujuan untuk menggambarkan proses berpikir siswa dengan menggunakan representasi graf pohon binair, graf pohon keputusan, dan graf pohon rentang.

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif. Penelitian ini dilakukan di SMP Negeri 26 Surabaya pada semester ganjil tahun pelajaran 2018/2019. Subjek penelitian diambil dari siswa kelas IX dengan teknik *snowball sampling*, terdiri dari 3 subjek. Teknik pengumpulan data yang digunakan berupa tes tulis dan wawancara. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah soal tes tertulis dengan materi Sistem Persamaan Linier Dua Variabel (SPLDV) dan lembar pedoman wawancara. Hasil data yang telah diperoleh selanjutnya digambarkan kedalam representasi graf pohon binair, graf pohon keputusan, dan graf pohon rentang untuk melihat proses berpikir siswa.

Berdasarkan hasil penggambaran proses berpikir siswa dengan menggunakan representasi graf pohon binair. Didapatkan setiap subjek memiliki keberagaman penyelesaian sebanyak 2 macam, sehingga bentuk graf pohon binair yang terbentuk memiliki 2 macam keterhubungan atau 2 macam keberagaman cara penyelesaian. Bentuk representasi graf pohon keputusan dari ketiga subjek terdapat satu subjek yang mempunyai keputusan yang tidak relevan atau tidak dapat diambil keputusan dilangkah selanjutnya. Selanjutnya representasi graf pohon rentang didapatkan, S_1 memiliki 2 pohon rentang dimana kedua pohon mempunyai keefektifan langkah yang sama. Pada S_2 memiliki 2 pohon rentang dimana kedua pohon mempunyai keefektifan langkah yang sama, namun penyelesaian soal nomor 2 lebih terurut. Selanjutnya S_3 memiliki 2 pohon rentang serta keefektifan langkah yang terbentuk berbeda. Hal tersebut didapat dari langkah yang diambil dari cara campuran dan eliminasi.

Kata kunci: Representasi Graf, Graf Pohon Binair, Graf Pohon Keputusan, Graf Pohon Rentang, Proses Berpikir

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
PERSETUJUAN PEMBIMBING.....	ii
PENGESAHAN TIM PENGUJI.....	iii
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN.....	iv
MOTTO.....	v
HALAMAN PERSEMBAHAN.....	vi
ABSTRAK.....	vii
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL.....	xiv
DAFTAR GAMBAR.....	xvi
DAFTAR LAMPIRAN.....	xix
BAB I PENDAHULUAN.....	1
A. Latar Belakang.....	1
B. Rumusan Masalah.....	6
C. Tujuan Penelitian.....	6
D. Manfaat Penelitian.....	7
E. Batasan Penelitian.....	7
F. Definisi Operasional.....	7
BAB II KAJIAN PUSTAKA.....	9
A. Konsep Representasi Graf.....	9
B. Jenis – Jenis Representasi Graf.....	10
C. Representasi Graf Khusus.....	11
1. Graf Pohon Binair.....	12
2. Graf Pohon Keputusan.....	13
3. Graf Pohon Rentang.....	15
D. Proses Berpikir.....	17
E. Penerapan Representasi Graf pada Proses Berpikir.....	18
F. Penerapan Representasi Graf dalam Penyelesaian Matematika.....	21
G. Indikator Penilaian Representasi Graf dalam Proses Berpikir.....	22
BAB III METODE PENELITIAN.....	24
A. Jenis Penelitian.....	24
B. Tempat Dan Waktu Penelitian.....	24
C. Subjek Penelitian.....	24

D.	Teknik Pengumpulan Data.....	25
1.	Tes Tulis	26
2.	Wawancara	26
E.	Instrumen Penelitian	26
1.	Lembar Soal Tes Tulis	26
2.	Pedoman Wawancara	28
F.	Keabsahan Data	29
G.	Teknik Analisis Data	29
H.	Prosedur Penelitian	35
1.	Tahap Persiapan	35
2.	Tahap Pelaksanaan	36
3.	Tahap Analisis Data	36
BAB IV HASIL PENELITIAN		37
A.	Representasi Graf Pohon Binair Untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.....	37
1.	Deskripsi dan Analisis S_1	38
a.	Deskripsi Data S_1	38
b.	Analisis Data S_1	41
2.	Deskripsi dan Analisis S_2	45
a.	Deskripsi Data S_2	45
b.	Analisis Data S_2	48
3.	Deskripsi dan Analisis S_3	51
a.	Deskripsi Data S_3	51
b.	Analisis Data S_3	54
B.	Representasi Graf Pohon Keputusan Untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.....	57
1.	Deskripsi dan Analisis S_1	58
a.	Deskripsi Data S_1	58
b.	Analisis Data S_1	61
2.	Deskripsi dan Analisis S_2	64
a.	Deskripsi Data S_2	64
b.	Analisis Data S_2	66
3.	Deskripsi dan Analisis S_3	70
a.	Deskripsi Data S_3	70
b.	Analisis Data S_3	73

C. Representasi Graf Pohon Rentang Untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.....	76
1. Deskripsi dan Analisis S_1	76
a) Deskripsi dan Analisi Data S_1 Pada Soal Nomor 1....	76
1) Deskripsi Data S_1	76
2) Analisis Data S_1	78
b) Deskripsi dan Analisi Data S_1 Pada Soal Nomor 2....	81
1) Deskripsi Data S_1	81
2) Analisis Data S_1	83
2. Deskripsi dan Analisis S_2	86
a) Deskripsi dan Analisi Data S_2 Pada Soal Nomor 1....	86
1) Deskripsi Data S_2	86
2) Analisis Data S_2	88
b) Deskripsi dan Analisi Data S_2 Pada Soal Nomor 2....	92
1) Deskripsi Data S_2	92
2) Analisis Data S_2	94
3. Deskripsi dan Analisis S_3	97
a) Deskripsi dan Analisi Data S_3 Pada Soal Nomor 1....	97
1) Deskripsi Data S_3	97
2) Analisis Data S_3	99
b) Deskripsi dan Analisi Data S_3 Pada Soal Nomor 2....	103
1) Deskripsi Data S_3	103
2) Analisis Data S_3	105
D. Representasi Graf Pohon untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.....	108
1. Representasi Graf Pohon Binair untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.....	108
2. Representasi Graf Pohon Keputusan untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.....	114
3. Representasi Graf Pohon Rentang untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.....	119
a) Representasi Graf Pohon Rentang untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Soal Nomor 1	119

b) Representasi Graf Pohon Rentang untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Soal Nomor 2	125
BAB V PEMBAHASAN	131
A. Pembahasan Penerapan Representasi Graf untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.....	131
1. Pembahasan Penerapan Representasi Graf Binair untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.....	131
2. Pembahasan Penerapan Representasi Graf Binair untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.....	133
3. Pembahasan Penerapan Representasi Graf Binair untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.....	135
B. Diskusi Hasil Penelitian.....	137
C. Kelemahan Penelitian	138
BAB VI PENUTUP	139
A. Simpulan.....	139
B. Saran	140
DAFTAR PUSTAKA	141
LAMPIRAN.....	144

DAFTAR TABEL

Tabel		Halaman
2.1	Representasi <i>Adjacency List</i>	19
2.2	Indikator Penilaian Representasi Graf dalam Proses Berpikir.....	23
3.1	Jadwal Pelaksanaan Penelitian	24
3.2	Data Subjek Penelitian	25
3.3	Nama Validator Instrumen Penelitian	29
4.1	Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_1 pada Representasi Graf Pohon Binair	42
4.2	Keterhubungan Antar Penyelesaian S_1 pada Representasi Graf Pohon Binair	43
4.3	Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_2 pada Representasi Graf Pohon Binair	48
4.4	Keterhubungan Antar Penyelesaian S_2 pada Representasi Graf Pohon Binair	49
4.5	Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_3 pada Representasi Graf Pohon Binair	55
4.6	Keterhubungan Antar Penyelesaian S_3 pada Representasi Graf Pohon Binair	56
4.7	Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_1 pada Representasi Graf Pohon Keputusan	61
4.8	Keterhubungan Antar Penyelesaian S_1 pada Representasi Graf Pohon Keputusan	62
4.9	Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_2 pada Representasi Graf Pohon Keputusan	67
4.10	Keterhubungan Antar Penyelesaian S_2 pada Representasi Graf Pohon Keputusan	68
4.11	Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_3 pada Representasi Graf Pohon Keputusan	73
4.12	Keterhubungan Antar Penyelesaian S_3 pada Representasi Graf Pohon Keputusan	74
4.13	Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_1 pada Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 1	79
4.14	Keterhubungan Antar Penyelesaian S_1 pada Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 1	79

Tabel	Halaman
4.15	Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_1 pada Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 2 84
4.16	Keterhubungan Antar Penyelesaian S_1 pada Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 2 84
4.17	Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_2 pada Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 1 89
4.18	Keterhubungan Antar Penyelesaian S_2 pada Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 1 90
4.19	Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_2 pada Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 2 94
4.20	Keterhubungan Antar Penyelesaian S_2 pada Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 2 95
4.21	Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_3 pada Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 1 100
4.22	Keterhubungan Antar Penyelesaian S_3 pada Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 1 101
4.23	Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_3 pada Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 2 105
4.24	Keterhubungan Antar Penyelesaian S_3 pada Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 2 106
4.25	Keterhubungan Antar Penyelesaian Secara Umum pada Representasi Graf Pohon Binair 112
4.26	Keterhubungan Antar Penyelesaian Secara Umum pada Representasi Graf Pohon Keputusan 117
4.27	Keterhubungan Antar Penyelesaian Secara Umum pada Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 1 123
4.28	Keterhubungan Antar Penyelesaian Secara Umum pada Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 2 129

DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
2.1	Tingkat Graf Pohon Binair 13
2.2	Graf Pohon Keputusan 14
2.3	Konsep Graf Pohon Keputusan 15
2.4	Graf Pohon Rentang 16
2.5	Graf Terhubung 19
2.6	Graf Tak Berarah dan Berlabel 20
2.7	<i>Adjacency Matrix</i> 20
2.8	Bentuk Keterhubungan dalam Representasi Graf 22
4.1	Jawaban S_1 Pada Soal Nomor 1 dalam Representasi Graf Pohon Binair 38
4.2	Graf Pohon Binair S_1 43
4.3	Jawaban S_2 Pada Soal Nomor 1 dalam Representasi Graf Pohon Binair 45
4.4	Graf Pohon Binair S_2 49
4.5	Jawaban S_3 Pada Soal Nomor 1 dalam Representasi Graf Pohon Binair 51
4.6	Graf Pohon Binair S_3 56
4.7	Jawaban S_1 Pada Soal Nomor 2 dalam Representasi Graf Pohon Keputusan 58
4.8	Graf Pohon Keputusan S_1 62
4.9	Jawaban S_2 Pada Soal Nomor 2 dalam Representasi Graf Pohon Keputusan 64
4.10	Graf Pohon Keputusan S_2 69
4.11	Jawaban S_3 Pada Soal Nomor 2 dalam Representasi Graf Pohon Keputusan 70
4.12	Graf Pohon Keputusan S_3 75
4.13	Jawaban S_1 Pada Soal Nomor 1 dalam Representasi Graf Pohon Rentang 76
4.14	Graf Pohon Rentang S_1 Soal Nomor 1 80
4.15	Jawaban S_1 Pada Soal Nomor 2 dalam Representasi Graf Pohon Rentang 81
4.16	Graf Pohon Rentang S_1 Soal Nomor 2 85
4.17	Jawaban S_2 Pada Soal Nomor 1 dalam Representasi Graf Pohon Rentang 86

Gambar	Halaman
4.18	Graf Pohon Rentang S_2 Soal Nomor 191
4.19	Jawaban S_2 Pada Soal Nomor 2 dalam Representasi Graf Pohon Rentang.....92
4.20	Graf Pohon Rentang S_2 Soal Nomor 296
4.21	Jawaban S_3 Pada Soal Nomor 1 dalam Representasi Graf Pohon Rentang.....97
4.22	Graf Pohon Rentang S_3 Soal Nomor 1 102
4.23	Jawaban S_3 Pada Soal Nomor 2 dalam Representasi Graf Pohon Rentang..... 103
4.24	Graf Pohon Rentang S_3 Soal Nomor 2 107
4.25	Konsep Dan Fakta Soal Nomor 1 Pada Representasi Pohon Binair 109
4.26	Kemungkinan Penyelesaian Dengan Cara Eliminasi dan Substitusi Pada Representasi Pohon Binair 109
4.27	Kemungkinan Penyelesaian Dengan Cara Campuran dan Grafik Pada Representasi Pohon Binair 110
4.28	Kesimpulan Penyelesaian Soal Nomor 1 Pada Representasi Graf Pohon Binair 110
4.29	Graf Pohon Binair Dari Penyelesaian Secara Umum 113
4.30	Konsep Dan Fakta Soal Nomor 2 Pada Representasi Pohon Keputusan 114
4.31	Kemungkinan Penyelesaian Dengan Cara Eliminasi Dan Campuran Pada Representasi Pohon Keputusan 115
4.32	Kemungkinan Penyelesaian Dengan Cara Grafik Pada Representasi Pohon Keputusan 115
4.33	Kesimpulan Penyelesaian Soal Nomor 2 Pada Representasi Pohon Keputusan 116
4.34	Graf Pohon keputusan Dari Penyelesaian Secara Umum..... 118
4.35	Konsep Dan Fakta Soal Nomor 1 Pada Representasi Pohon Rentang 120

Gambar	Halaman
4.36	Kemungkinan Penyelesaian Dengan Cara Eliminasi dan Substitusi Pada Representasi Pohon Rentang 120
4.37	Kemungkinan Penyelesaian Dengan Cara Campuran dan Grafik Pada Representasi Pohon Rentang 121
4.38	Kesimpulan Penyelesaian Soal Nomor 1 Pada Representasi Graf Pohon Rentang 121
4.39	T_1 , T_2 , dan T_3 Adalah Pohon Rentang Graf G 124
4.40	T_4 , T_5 , T_6 , dan T_7 Adalah Graf Pohon Rentang G 124
4.41	Konsep Dan Fakta Soal Nomor 2 Pada Representasi Pohon Rentang 126
4.42	Kemungkinan Penyelesaian Dengan Cara Eliminasi Dan Campuran Pada Representasi Pohon Rentang 126
4.43	Kemungkinan Penyelesaian Dengan Cara Grafik Pada Representasi Pohon Keputusan 127
4.44	Kesimpulan Penyelesaian Soal Nomor 2 Pada Representasi Pohon Rentang 127
4.45	U_1 , U_2 , U_3 Adalah Pohon Rentang K 130

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
1	Lembar Penilaian Tes Tulis 144
2	Kisi Kisi Soal Tes Tulis 145
3	Lembar Hasil Validasi Soal Tes Tulis 148
4	Lembar Pedoman Wawancara 163
5	Lembar Hasil Validasi Pedoman Wawancara 167
6	Pengkodean Langkah Langkah Penyelesaian Soal Nomor 1 182
7	Pengkodean Langkah Langkah Penyelesaian Soal Nomor 2 187
8	Alternatif Penyelesaian Soal Nomor 1 193
9	Alternatif Penyelesaian Soal Nomor 2 204
10	Jawaban Tes Tulis S_1 212
11	Jawaban Tes Tulis S_2 214
12	Jawaban Tes Tulis S_3 216
13	Surat Izin Penelitian 219
14	Surat Keterangan Penelitian 220
15	Surat Tugas 221
16	Lembar Persetujuan Pembimbing Untuk Munaqosah Skripsi 222
17	Lembar Konsultasi Bimbingan 233

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu yang membahas tentang keterhubungan dan penelaah suatu bentuk atau struktur dengan hubungan-hubungan lainnya¹. Hal ini terlihat, adanya berbagai sumbangsih matematika pada ilmu pendidikan, ilmu komputer, ilmu teknik, ilmu sains, dan ilmu-ilmu lainnya². Adapun sumbangsih dari cabang ilmu matematika yaitu teori graf. Teori ini pertama kali dikembangkan oleh ilmuan yang bernama Leonhard Euler pada tahun 1736³. Teori graf sering digunakan sebagai alat pemecahan teka teki dari suatu masalah⁴.

Teori graf memiliki peran penting dari segi kegunaannya dalam dunia pendidikan. Hal tersebut, terlihat dari salah satu peran teori graf yaitu dengan melalui representasi graf dalam dunia pendidikan⁵. Pada realitanya, representasi graf dalam dunia pendidikan digunakan sebagai pembuatan penjadwalan, penstrukturan pengorganisasian, pembantu pengacak penyebaran soal dan lain sebagainya⁶. Selain itu representasi graf digunakan untuk membantu menggambarkan jaringan suatu masalah⁷. Salah satunya yaitu menggambarkan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah⁸. Hal ini, sejalan

¹ Herman Hudoyo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*, (Malang: UM Press, 2003), 123.

² Deasy Ramadian Sari. *Aplikasi Representasi Graf*. (Paper presented at sekolah teknik infotmatika ITB, Bandung, 2000), 3.

³ Ibid, halaman 2.

⁴ I Ketut Budayasa, *Teori Graph dan Aplikasinya* , (Surabaya: Unesa University Press, 2007), 1.

⁵ Deasy Ramadian Sari, Op. Cit., hal 16.

⁶ Deasy Ramadian Sari, Op. Cit., hal 17.

⁷ Dafik, "*Teori Graf, Aplikasi dan Tumbuhnya Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi*", Dalam Pidato Pengukuhan Guru besar, (Universitas Jember, Mei 2015), 10.

⁸ D. H. Widiastuti, "*Implementasi Graf dan Pohon Dalam Pemodelan Mind Map dan Cara Berpikir Pada Otak* ", (Paper presented at Teknik Elektro dan Informatika ITB, Bandung, 2016), 1.

dengan pendapat Dafik bahwa representasi graf cocok digunakan sebagai penunjang dari proses penggambaran tumbuh dan berkembangnya proses berpikir melalui representasi graf⁹.

Pada umumnya terdapat berbagai jenis graf yang digunakan dalam dunia pendidikan, seperti graf berarah, graf sederhana, graf dua partisi, graf Euler, dan graf pohon. Pada penelitian ini representasi graf yang digunakan yaitu representasi graf pohon. Implementasi graf pohon sangat banyak membantu otak dalam mengelola informasi sebagai proses pemecahan masalah. Hal tersebut, disebabkan struktur graf pohon sangat mirip dengan struktur otak saat pengolahan informasi¹⁰. Menurut Widiastuti, graf pohon merupakan salah satu jenis graf yang dapat diimplementasikan sebagai alat untuk menggambarkan proses berpikir. Selain itu, graf pohon merupakan salah satu graf yang mempunyai peranan dalam proses penggambaran proses berpikir¹¹. Hal tersebut menjadikan kemiripan struktur otak dapat mendukung proses penggambaran dengan menggunakan representasi graf pohon binair, graf pohon keputusan serta graf pohon rentang yang merupakan bagian graf pohon sendiri¹².

Pertama, pohon binair merepresentasikan kemungkinan penyelesaian yang mempunyai keterhubungan maksimal 2 penyelesaian pada setiap langkah penyelesaian masalah. Hal tersebut, dapat memperlihatkan kompleksitas dan keruntutan proses penyelesaian masalah¹³. Kompleksitas dan keruntutan proses berpikir akan menjadikan tingkat proses berpikir menjadi lebih tinggi serta berkembang. Hal ini, menandakan pohon binair dapat memperlihatkan kompleksitas dan keruntutan proses berpikir¹⁴.

Kedua, pohon keputusan (*decision tree*) merupakan langkah awal dari suatu proses berpikir yang mengarahkan jalannya proses

⁹ Dafik, Op. Cit., hal 24.

¹⁰ D. H. Widiastuti, Op. Cit., hal 2.

¹¹ I Ketut Budayasa, *Teori Graph dan Aplikasinya*, (Surabaya: Unesa University Press, 2007), 8.

¹² Ibid, halaman 4.

¹³ Ibid, halaman 25.

¹⁴ Ibid, halaman 27.

berpikir dari tahap satu ketahap berikutnya¹⁵. Pengambilan keputusan mempunyai faktor yaitu *trial and error*. Hal ini muncul ketika proses penyelesaian masalah tidak didasarkan pada struktur serta konsep dalam menyelesaikan masalah¹⁶. Dengan demikian memungkinkan siswa untuk mengeksplorasi dalam mengambil keputusan sehingga keefektifan dan kekritisan akan muncul secara tidak langsung¹⁷.

Ketiga, pohon rentang merepresentasikan keefektifan dalam menyelesaikan masalah, yang bertujuan menjadikan proses berpikir semakin tepat, lengkap, dan praktis dalam menyelesaikan masalah¹⁸. Pemahaman konsep yang kompleks akan membawa siswa berpikir secara kritis dan kreatif dalam menyelesaikan masalah sehingga keefektifan proses berpikir lebih cepat¹⁹.

Ketiga jenis pohon tersebut di atas menunjukkan peranan penting dalam proses berpikir, sehingga dapat diimplementasikan untuk menyelesaikan masalah. Berdasarkan implementasi tersebut akan membawa pemahaman yang kompleks dalam proses berpikir kritis, kreatif, dan prosedural untuk menyelesaikan masalah. Sehingga, ketiga jenis graf pohon di atas mempunyai peran aktif dalam menggambarkan proses berpikir²⁰.

Proses berpikir di dalam otak manusia terlihat abstrak, namun dengan menggunakan representasi graf memungkinkan dalam pengonstruksian proses berpikir dapat dilakukan²¹. Sehingga, pengonstruksian proses berpikir dapat diperoleh melalui pengumpulan dan pengarahan suatu ide, gagasan, dan pemecahan

¹⁵ W. Winarso, "Problem Solving dan Decision Making Dalam Pembelajaran Matematika", *EduMa*, 3:1. (Juli, 2014), 6.

¹⁶ I Ketut Budayasa, *Teori Graf dan Aplikasinya*, (Surabaya: Unesa University Press, 2007), 31.

¹⁷ Widodo Winarso, *Op. Cit.*, hal 13.

¹⁸ I Ketut Budayasa, *Op. Cit.*, hal 25.

¹⁹ Putu Budi Susila dkk, " Pengaruh Pembelajaran Berbasis Masalah Terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Siswa Pada Mata Pelajaran Matematika Kelas IV Gugus III Kecamatan Busungbiu", *Journal Mimbar PGSD*, 2 : 1,(2014), 9.

²⁰ *Ibid*, halaman 10.

²¹ D. H. Widiastuti, "*Implementasi Graf dan Pohon Dalam Pemodelan Mind Map dan Cara Berpikir Pada Otak* ", (Paper presented at Teknik Elektro dan Informatika ITB, Bandung, 2016), 4.

masalah dengan bantuan representasi graf²². Pengonstruksian proses berpikir penting sebagai acuan pemahaman siswa dalam mengukur tingkat pengetahuan, yang meliputi konsep, prosedural, dan penyelesaian masalah²³. Namun seringkali timbul keraguan siswa ketika memahami masalah yang menyebabkan kurang berkembangnya kekreatifan dan kekritisan dalam proses berpikir sehingga terbentuk ketidakpercayaan diri terhadap kebenaran jawaban²⁴.

Facione mengemukakan bahwa proses berpikir yang kritis, kreatif, dan prosedural apabila siswa dapat melakukan proses berpikir dengan mampu menginterpretasi, menganalisis, mengevaluasi, menyimpulkan, menjelaskan hasil pemikirannya, dan cara membuat keputusan²⁵. Hal ini, berguna untuk melihat konstruksi proses berpikir yang dilakukan sebagai acuan pemahaman dalam menyelesaikan suatu masalah, yang meliputi konsep, prosedural, dan penyelesaian masalah²⁶.

Penyelesaian masalah matematika merupakan proses mengkoordinasikan, mengkonstruksikan suatu konsep ke dalam pola proses berpikir untuk mencapai tujuan²⁷. Masalah matematika akan membantu proses berpikir dalam menumbuhkan berpikir logis, kritis, dan kreatif dalam menyelesaikan masalah matematika. Hal ini, menjadikan masalah matematika digunakan untuk melatih kemampuan berhitung kuantitatif serta melatih analisis, sintesis, evaluasi, serta pemecahan masalah matematika²⁸. Masalah matematika akan membantu kebiasaan seseorang dalam

²² Ibid, halaman 21.

²³ Ibid, halaman 22.

²⁴ A. Fuady, "Berpikir Reflektif dalam Pembelajaran Matematika", *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 1:2, (Oktober, 2016), 107.

²⁵ A Gazali dkk, "Efektivitas Model Siklus Belajar 5E Terhadap Keterampilan Proses Sains dan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa", *Jurnal Sains*, 3 : 1, (Maret, 2015), 11.

²⁶ Nana Hasanah dkk, "Analisis Proses Berpikir Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika ditinjau dari Tipe Kepribadian Extrovert – Introvert dan Gender", *Jurnal Pembelajaran Matematika*, 1: 4 (2013), 422.

²⁷ A. H. Primandari, Skripsi : " *Upaya meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Siswa Kelas VIIA SMP N 2 Nanggulan dalam Pembelajaran Matematika Pokok Bahasan Bangun Ruang Menggunakan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Think-Pair-Square*" (Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta, 2010), 21.

²⁸ Nana Hasanah dkk, Op. Cit., hal 22.

menyelesaikan masalah. Hal tersebut menjadikan siswa lebih percaya diri dalam menyelesaikan masalah matematika²⁹.

Beberapa penelitian sebelumnya, telah ada yang fokus terkait representasi graf dalam proses berpikir. Misalnya penelitian yang dilakukan Fachrudin menjelaskan bahwa representasi graf digunakan sebagai sarana melatih proses berpikir melalui masalah graf³⁰. Selanjutnya Widiastuti menjelaskan pengimplementasian graf dengan menggambarkan cara berpikir pada otak dengan menggunakan bantuan pemodelan *mind map*³¹. Berdasarkan penelitian Dafik, fokus pada representasi graf dalam melatih tumbuh kembangnya proses berpikir melalui masalah kehidupan sehari-hari dengan menggambarkan dalam bentuk graf³². Berdasarkan penelitian di atas, hanya terfokus terhadap pengembangan proses berpikir melalui teori graf. Selain itu, penelitian di atas mengkaji terkait pengembangan dan pelatihan proses berpikir siswa terhadap masalah-masalah matematika melalui teori graf. Hal tersebut, dirasa kurang efektif apabila representasi graf digunakan sebagai pengembangan dan pelatih proses berpikir.

Sementara penelitian ini, terdapat keterkaitan antara representasi graf dengan proses berpikir. Hal ini menjadikan peneliti mencoba melakukan penelitian dengan menggambarkan struktur proses berpikir dalam menyelesaikan masalah matematika. Sehingga dengan menggunakan representasi graf sebagai analisis proses berpikir dapat menjadi pengukur dalam melatih, mengembangkan, serta menggambarkan proses berpikir peserta didik dalam menyelesaikan masalah matematika. Hal tersebut, membuat peneliti untuk mencoba merancang serta melakukan penelitian yang berjudul **“Penerapan Representasi Graf untuk Menggambarkan**

²⁹ Nana Hasanah dkk, Op. Cit., hal 24.

³⁰ A. Fachrudin, Skripsi: *“Analisa Locating Independent Dominating Set Pada Graf Shacklen dan Keterampilannya dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi”* (Jember: Universitas Jember, 2017), 3.

³¹ D. H. Widiastuti, *“Implementasi Graf dan Pohon Dalam Pemodelan Mind Map dan Cara Berpikir Pada Otak”*, (Paper presented at Teknik Elektro dan Informatika ITB, Bandung, 2016), 1.

³² Dafik, *“Teori Graf, Aplikasi dan Tumbuhnya Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi”*, (Jember: Dalam Pidato Pengukuhan Guru besar, Universitas Jember, mei 2015), 21.

Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika”.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijabarkan di atas, maka peneliti dapat menentukan rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimanakah representasi graf pohon binair untuk menggambarkan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah matematika?
2. Bagaimanakah representasi graf pohon keputusan untuk menggambarkan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah matematika?
3. Bagaimanakah representasi graf pohon rentang untuk menggambarkan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah matematika?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan dari penelitian adalah:

1. Untuk menggambarkan representasi graf pohon binair dari proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah.
2. Untuk menggambarkan representasi graf pohon keputusan dari proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.
3. Untuk menggambarkan representasi graf pohon rentang dari proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.

D. Manfaat Penelitian

1. Dapat melihat kompleksitas dan keruntutan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.
2. Dapat melihat pengambilan keputusan proses berpikir siswa saat menyelesaikan masalah matematika.
3. Dapat melihat kekreatifan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.

E. Batasan Masalah

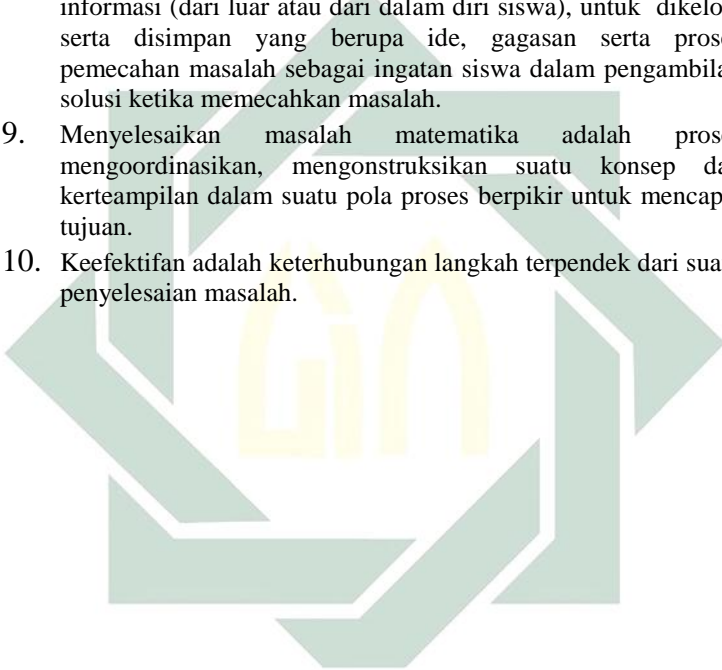
Untuk menghindari meluasnya pembahasan dalam penelitian ini, maka perlu untuk membatasi masalah penelitian. Pada penelitian ini, representasi graf yang digunakan adalah graf pohon. Selain itu representasi graf pohon terdiri dari graf binair, graf keputusan, dan graf rentang.

F. Definisi Operasional

Pada penelitian ini terdapat istilah-istilah yang digunakan di dalamnya yaitu sebagai berikut:

1. Penerapan adalah pemanfaatan suatu teori atau metode untuk mencapai tujuan yang diinginkan oleh suatu individu.
2. Graf adalah kumpulan himpunan yang berisikan dua himpunan yang memuat objek-objek yang tidak berurutan, tidak terbatas, dan saling terhubung
3. Representasi graf adalah sebuah struktur yang dapat digunakan untuk merepresentasikan hubungan yang terjadi antara suatu objek diskrit yang satu dengan objek diskrit yang lain.
4. Penerapan representasi graf adalah pemanfaatan teori graf untuk menggambarkan suatu objek-objek yang dianggap abstrak.
5. Pohon binair merepresentasikan kemungkinan penyelesaian yang mempunyai keterhubungan maksimal 2 penyelesaian pada setiap langkah penyelesaian masalah.

6. Pohon keputusan adalah langkah awal dari suatu proses berpikir yang mengarahkan jalannya proses berpikir dari tahap satu ke tahap berikutnya.
7. Pohon rentang adalah representasi graf dalam menggambarkan keefektifan proses berpikir dalam memecahkan suatu masalah.
8. Proses berpikir adalah proses yang terdiri atas penerimaan informasi (dari luar atau dari dalam diri siswa), untuk dikelola serta disimpan yang berupa ide, gagasan serta proses pemecahan masalah sebagai ingatan siswa dalam pengambilan solusi ketika memecahkan masalah.
9. Menyelesaikan masalah matematika adalah proses mengoordinasikan, mengonstruksikan suatu konsep dan kerteampilan dalam suatu pola proses berpikir untuk mencapai tujuan.
10. Keefektifan adalah keterhubungan langkah terpendek dari suatu penyelesaian masalah.



BAB II KAJIAN PUSTAKA

A. Konsep Representasi Graf

Budayasa menyatakan bahwa, graf merupakan kumpulan suatu himpunan yang memuat objek-objek yang berurutan maupun tidak berurutan dan memungkinkan untuk saling terhubung¹. Menurut Bondy dan Murty, graf yaitu kumpulan himpunan yang berisikan tiga himpunan di mana himpunannya tak terbatas, terhubung, dan boleh tidak beraturan². Dari pendapat di atas, graf merupakan kumpulan himpunan yang berisikan dua himpunan yang memuat objek-objek yang tidak berurutan, tidak terbatas, dan saling terhubung. Hal ini, menjadikan objek satu dengan lainnya membentuk sebuah struktur yang menyusun kerangka dalam graf.

Teori graf memiliki kegunaan sebagai pemecahan teka teki dari suatu masalah³. Hal ini, menjadikan graf sangat berguna dalam ilmu-ilmu lainnya. Sehingga teori graf dapat dijadikan sebagai penunjang dari suatu penyelesaian masalah. Salah satunya yaitu untuk menggambarkan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah⁴.

Wishnu menyatakan representasi graf adalah sebuah struktur yang dapat digunakan untuk mempresentasikan hubungan yang terjadi antara suatu objek diskrit yang satu dengan objek diskrit yang lain⁵. Selain itu, menurut Kalsum representasi graf merupakan sistem pendukung yang mendukung penyelesaian masalah sehingga dapat

¹ I Ketut Budayasa, *Teori Graf dan Aplikasinya*, (Surabaya: Unesa University Press, 2007), 1.

² J. A Bondy and U. S. R. Murty, *Graph Theory With Applications*, (Amerika: The Macmillan Press Ltd, 1976), 1.

³ I Ketut Budayasa, Op. Cit., halaman 1.

⁴ D. H. Widiastuti, "Implementasi Graf dan Pohon Dalam Pemodelan Mind Map dan Cara Berpikir Pada Otak ", (Paper presented at Teknik Elektro dan Informatika ITB, Bandung, 2016), 1.

⁵ Wishnu, "Aplikasi Teori Graf dan Pohon Dalam Pembuatan Game Online". (Paper presented at Struktur Diskrit Program Studi Teknik Informasi ITB, Bandung, 2013), 1.

diselesaikan secara mudah⁶. Selanjutnya menurut Widiastuti, representasi graf dapat digunakan sebagai penggambaran struktur otak dalam mengelola informasi⁷.

Berdasarkan pendapat di atas, dapat disimpulkan bahwa representasi graf merupakan sebuah struktur yang digunakan untuk mempresentasikan suatu objek-objek yang sudah ada sehingga terbentuk suatu keterhubungan antara objek satu dengan lainnya. Hal ini, menjadikan representasi graf dapat membantu dalam penentuan arah serta menggambarkan arah dari proses berpikir. Sehingga, representasi graf dapat menjadi penghubung kerangka-kerangka dalam proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah. Hal tersebut, menjadikan kerangka dalam proses berpikir memuat langkah-langkah dalam proses berpikir yang mempunyai keterhubungan.

1. Jenis-Jenis Representasi Graf

Pembentukan kerangka-kerangka berpikir yang runtut dalam penyelesaian masalah dapat memanfaatkan representasi graf sebagai penunjang penggambaran pembentukan kerangka berpikir. Sehingga, representasi graf dapat dimaksimalkan sebagai penunjang penggambaran proses berpikir. Ada beberapa jenis graf yang digunakan sebagai peninjau representasi graf dalam menggambarkan proses berpikir peserta didik dalam menyelesaikan masalah :⁸

- a) Graf sederhana, merepresentasikan suatu proses berpikir dalam penyelesaian masalah yang tidak mengulangi tahap-tahap atau langkah-langkah penyelesaian yang telah dilakukan.
- b) Gelung, mempresentasikan setiap langkah proses berpikir dalam menyelesaikan masalah yang memungkinkan

⁶ U. Kalsum, skripsi, "penggunaan Pohon Keputusan (*Decision tree*) Untuk pengambilan Keputusan Dalam Penerimaan Pegawai", (Pekanbaru: UIN Sultan Syarif Kasim Riau, 2009), I 1.

⁷ D. H. Widiastuti, "Implementasi Graf dan Pohon Dalam Pemodelan Mind Map dan Cara Berpikir Pada Otak ", (Paper presented at Teknik Elektro dan Informatika ITB, Bandung, 2016), 1.

⁸ Reinhard Diestel, *Graph Theory*, (New York: Springer-Verlag, 2000), 4.

langkah tersebut digunakan kembali sebagai penunjang penyelesaian.

- c) Graf kosong, mempresentasikan setiap langkah proses berpikir, namun tidak saling terkait antara langkah satu dengan langkah yang lainnya sehingga tidak mempunyai keterhubungan setiap langkahnya.
- d) Lintasan graf, mempresentasikan jalannya atau alur proses berpikir dalam menyelesaikan masalah.
- e) Derajat graf, mempresentasikan banyaknya keterhubungan atau keterkaitan antar setiap langkah penyelesaian.
- f) Graf terhubung, mempresentasikan setiap langkah proses berpikir mempunyai keterhubungan dalam penyelesaian masalah⁹.

2. Representasi Graf Khusus

Representasi graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah graf khusus yang meliputi graf pohon. Hal ini dikarenakan graf pohon merupakan salah satu representasi graf yang memiliki peranan dalam menggambarkan proses berpikir¹⁰. Menurut Widiastuti, graf pohon merupakan salah satu jenis graf yang dapat diimplementasikan sebagai alat untuk menggambarkan proses berpikir. Implementasi graf pohon sangatlah membantu otak dalam mengelola informasi sebagai proses pemecahan masalah. Hal tersebut, disebabkan struktur graf pohon sangatlah mirip dengan struktur otak saat pengolahan informasi¹¹. Selain itu, menurut Chartrand & Zhang, graf pohon merupakan sebuah pohon jika setiap dua langkah penyelesaian saling terhubung¹². Sehingga representasi graf pohon dapat menggambarkan langkah proses berpikir secara rinci. Adapun jenis-jenis graf pohon yang membantu

⁹ Ibid, halaman 43.

¹⁰ Ibid, halaman 8.

¹¹ D. H. Widiastuti, "Implementasi Graf dan Pohon Dalam Pemodelan Mind Map dan Cara Berpikir Pada Otak", (Paper presented at Teknik Elektro dan Informatika ITB, Bandung, 2016), 1.

¹² Gary Chartrand – Ping Zhang, *Chromatic Graf Theory*, (New York: CRC Press, 2009), 56.

representasi representasi graf dalam analisis proses berpikir, yaitu:

a) Graf Pohon Binair

Pohon binair merupakan representasi kemungkinan penyelesaian yang mempunyai keterhubungan maksimal 2 penyelesaian pada setiap langkah penyelesaian masalah. Hal tersebut, memperlihatkan kompleksitas dan keruntutan proses penyelesaian masalah¹³. Kompleksitas dan keruntutan proses berpikir akan menjadikan tingkat proses berpikir menjadi lebih tinggi serta berkembang. Hal ini, menandakan pohon binair dalam proses berpikir semakin kompleks dan teratur¹⁴.

Suatu pohon binair memiliki langkah awal (terminal) apabila langkah tersebut merupakan langkah pertama dari suatu penyelesaian. Sehingga, langkah tersebut dapat dilanjutkan sebagai penjelas langkah berikutnya dari pohon binair disebut langkah penjelas (internal). Hal tersebut menjadikan langkah penjelas sebagai penandakan tingkat dari suatu pohon¹⁵.

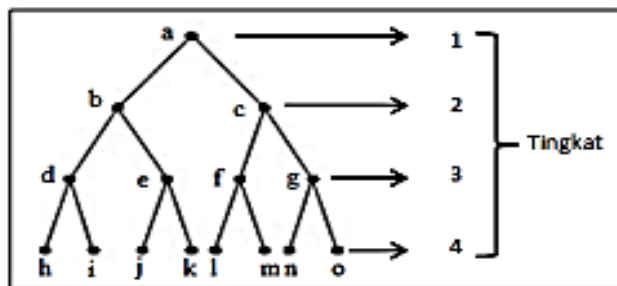
Selain itu, tingkat berkembangnya proses berpikir dapat dilihat atau dicari secara manual. Hal ini, dikarenakan terlihat dari bentuk pohon binair, yaitu dengan cara melihat panjang cabang dari pohon binair¹⁶.

¹³ I Ketut Budayasa, *Teori Graf dan Aplikasinya*, (Surabaya: Unesa University Press, 2007), 25.

¹⁴ Ibid, halaman 27.

¹⁵ Ibid, halaman 25.

¹⁶ D. H. Widiastuti, "Implementasi Graf dan Pohon Dalam Pemodelan Mind Map dan Cara Berpikir Pada Otak", (Paper presented at Teknik Elektro dan Informatika ITB, Bandung, 2016), 3.



Gambar 2.1. Tingkat Pohon Binair

Berdasarkan gambar 2.1 tingkat pohon binair, dimana a, b, c, d, ..., z merupakan langkah setiap penyelesaian masalah yang saling terhubung antara langkah satu dengan lainnya. Selain itu, langkah awal atau huruf alfabet paling awal mempunyai tingkat pohon binair terkecil dan bisa jadi mempunyai nilai yang sama dengan alfabet berikutnya.

b) Graf Pohon Keputusan

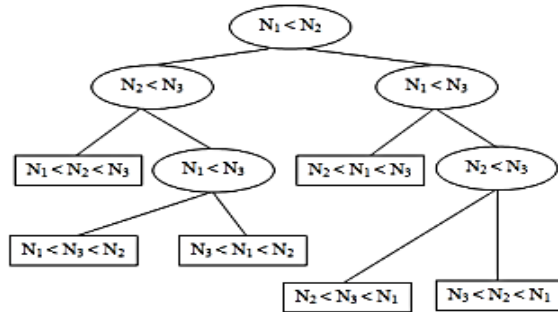
Graf pohon keputusan merupakan langkah awal dari suatu proses berpikir yang mengarahkan jalannya proses berpikir dari tahap satu ke tahap berikutnya¹⁷. Pengambilan keputusan mempunyai faktor yaitu *trial and error*. Hal ini muncul ketika proses penyelesaian masalah tidak didasarkan pada struktur serta konsep dalam menyelesaikan masalah¹⁸. Dengan demikian, memungkinkan siswa untuk mengeksplorasi dalam mengambil keputusan sehingga kekreatifan dan kekritisan akan muncul secara tidak

¹⁷ W. Winarso, "Problem Solving dan Decision Making Dalam Pembelajaran Matematika", *EduMa*, 3:1, (Juli, 2014), 16.

¹⁸ I Ketut Budayasa, *Teori Graf dan Aplikasinya*, (Surabaya: Unesa University Press, 2007), 31.

langsung¹⁹. Hal ini, dikarenakan pohon keputusan berisikan solusi-solusi dalam setiap langkah penyelesaian masalah²⁰.

Graf pohon keputusan diartikan sebagai penentu langkah awal dari setiap langkah penyelesaian masalah yang digunakan, sehingga setiap langkah penyelesaian mengandung sebuah solusi pengambilan keputusan langkah berikutnya. Dalam suatu pohon keputusan terdapat simbol yang memberikan aturan dalam proses menggambarkan proses berpikir menggunakan pohon keputusan. Lihat gambar berikut ini:²¹



Gambar 2.2. Pohon Keputusan

Berdasarkan gambar 2.2 menunjukkan proses pengambilan keputusan, yang menyelesaikan masalah pengurutan tiga bilangan yaitu N_1 , N_2 , dan N_3 . Dalam gambar tersebut, dijelaskan simbol elips menunjukkan jalannya keputusan yang dipilih untuk dapat terus berjalan dalam penyelesaian masalah. Sementara, simbol kotak menunjukkan keputusan yang dipilih karena tidak dapat dilanjutkan (terhenti).

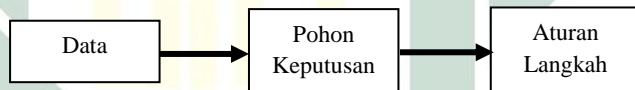
¹⁹ Widodo Winarso, Op. Cit., hal 13

²⁰ U. Kalsum, skripsi, "Penggunaan Pohon Keputusan (Decision tree) Untuk pengambilan Keputusan Dalam Penerimaan Pegawai", (Pekanbaru: UIN Sultan Syarif Kasim Riau, 2009), II 12.

²¹ I Ketut Budayasa, *Teori Graf dan Aplikasinya*, (Surabaya: Unesa University Press, 2007), 31.

Pada masalah gambar 2.2 menunjukkan kemungkinan bilangan berurutan apabila $N_1 < N_2$. Sehingga terbentuk kemungkinan-kemungkinan penyelesaian pada tingkatan pertama. Pada tingkatan ke dua, yang mana belum muncul suatu pengambilan keputusan. Pada tingkatan ke tiga, terdapat keputusan dari kemungkinan penyelesaian dari proses mengurutkan bilangan. Selain itu, terdapat kemungkinan kebenaran dan kesalahan dari setiap penyelesaian. Pada tingkatan ke empat merupakan hasil keputusan dari proses penyelesaian. Sehingga gambar 2.2 menunjukkan 6 kemungkinan keputusan yang dilakukan dengan melihat dari penyelesaian yang terhenti dari proses penyelesaian.

Adapun konsep pohon keputusan yang menjadikan atau mengubah data yang sudah ada menjadi aturan langkah penyelesaian masalah dalam bentuk pohon keputusan. Berikut adalah konsep gambaran pohon keputusan²².



Gambar 2.3. Konsep Pohon Keputusan

Di dalam sebuah pohon keputusan terdapat sebuah evaluasi di setiap langkah-langkah penyelesaian, sehingga akan terbentuk gambaran sebuah pohon keputusan. Hal tersebut, akan menjadikan tingkat keputusan dalam mengambil langkah penyelesaian dalam proses berpikir akan terlihat dengan adanya analisis yang dilakukan.

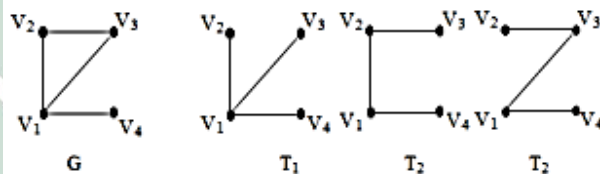
c) Graf Pohon Rentang

Graf pohon rentang merepresentasikan keefektifan dalam menyelesaikan masalah, yang bertujuan menjadikan proses berpikir semakin tepat, lengkap, dan praktis dalam

²² Umi Kalsum, Op. Cit., halaman II 13.

menyelesaikan masalah²³. Pemahaman konsep yang kompleks akan membawa siswa berpikir secara kritis dan kreatif dalam menyelesaikan masalah sehingga keefektifan proses berpikir lebih cepat²⁴.

Pohon rentang sendiri memiliki sifat di mana setiap langkah proses berpikir akan mengandung keefektifan dalam menyelesaikan masalah. Hal ini, memungkinkan dalam proses berpikir akan terjadi pengulangan suatu langkah penyelesaian dalam menyelesaikannya²⁵. Dalam pohon rentang terdapat keefektifan dalam penyelesaian masalah. Hal ini dapat dilihat dengan menggambarkan dari langkah kompleks yang belum mempunyai keefektifan penyelesaian, dengan memecah beberapa langkah yang mengandung keterhubungan setiap langkah untuk menjadi lebih efektif. Seperti gambar di bawah ini:²⁶



Gambar 2.4. Pohon rentang

Berdasarkan gambar 2.4 di atas, suatu pohon rentang yaitu G mempunyai banyak kemungkinan penyelesaian masalah, jika setiap langkah penyelesaian yaitu $V_1, V_2, V_3,$ dan V_4 saling mempunyai keterhubungan atau salah satu dari langkah tidak mempunyai keterhubungan. Dapat dilihat, $T_1, T_2,$ dan T_3 merupakan kemungkinan penyelesaian masalah dari G . Oleh sebab itu, pohon rentang memberikan banyak kemungkinan solusi yang efektif dalam

²³ I Ketut Budayasa, Op. Cit., halaman 25.

²⁴ Putu Budi Susila dkk., " Pengaruh Pembelajaran Berbasis Masalah Terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Siswa Pada Mata Pelajaran Matematika Kelas IV Gugus III Kecamatan Busungbiu", *Journal Mimbar PGSD*, 2 : 1,(2014), 9.

²⁵ I Ketut Budayasa, *Teori Graf dan Aplikasinya*, (Surabaya: Unesa University Press, 2007), 31.

²⁶ *Ibid*, halaman 33.

proses berpikir. Keefektifan dalam penyelesaian dilihat dari banyaknya langkah yang dapat terbentuk serta mempunyai kesesuaian antar langkah penyelesaiannya.

B. Proses Berpikir

Lailiyah menyatakan bahwa berpikir merupakan aktivitas mental yang terjadi secara internal dalam melakukan pengambilan keputusan berdasarkan pertanyaan-pertanyaan yang identik²⁷. Menurut Kowiyah, berpikir merupakan suatu kegiatan atau proses kognitif untuk memperoleh pengetahuan, pemahaman, dan keterampilan dalam menemukan keputusan secara deduktif, induktif, dan evaluatif²⁸. Berdasarkan pendapat tersebut, berpikir merupakan proses pembentukan pengetahuan, pemahaman, dan keterampilan secara internal dalam mengambil keputusan secara deduktif, induktif, dan evaluatif. Hal ini menjadikan berpikir menjadi suatu kegiatan proses berpikir dalam menemukan dan pembentukan suatu informasi.

Menurut Ormrod, proses berpikir merupakan proses merespon suatu objek yang berupa ide, gagasan, konsep, atau peristiwa sesuai dengan skema yang telah dimiliki²⁹. Selain itu Widodo menyatakan proses berpikir merupakan aktivitas yang terjadi dalam otak manusia³⁰. Berdasarkan kedua pendapat tersebut, Siswono berpendapat bahwa proses berpikir merupakan suatu proses yang dimulai dari penerimaan suatu data dan dilanjutkan dengan pengelolaan data lalu penyimpanan suatu data, selanjutnya pengambilan atau penggunaan data yang telah tersimpan³¹. Selanjutnya, menurut Yani dkk proses berpikir merupakan kegiatan mental atau proses yang terjadi di dalam pikiran siswa saat

²⁷ Siti Lailiyah, (2015). Karakteristik Penstrukturan Pada Penalaran Analogi Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika. DISERTASI dan TESIS Program Pascasarjana UM.

²⁸ Kowiyah, "Kemampuan Berpikir Kritis", Jurnal Pendidikan Dasar, 3:5, (Desember, 2012), 177.

²⁹ J. E. Ormrod, *Psikologi Pendidikan (Membantu Siswa Tumbuh dan Berkembang)*, (Jakarta: Erlangga, 2012), 4.

³⁰ S. A. Widodo, "Proses Berpikir Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Berdasarkan Dimensi Healer", proseding FMIPA UNY 85 (2012), 798.

³¹ T. Y. Siswono, "Proses Berpikir Siswa Dalam Pengajuan Soal", (Malang: Keonferensi nasional matematika XI, 2002), 24.

dihadapkan pemmasalahan yang sedang terjadi³². Sehingga dari keempat pendapat tersebut, proses berpikir merupakan aktivitas otak manusia untuk mengelola dan memproses informasi yang telah didapat yang berupa ide, gagasan, dan pemecahan masalah untuk menyelesaikan masalah.

C. Penerapan Representasi Graf pada Proses Berpikir

Penerapan representasi graf dalam proses berpikir ditujukan untuk mempermudah penggambaran kerangka-kerangka proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah. Hal tersebut, dikarenakan adanya kemiripan antara proses berpikir dengan graf pohon yang mempunyai bentuk struktur yang sama³³. Hal ini, menjadikan graf pohon dapat diimplementasikan ke dalam proses berpikir dalam menggambarkan struktur berpikir menyelesaikan masalah. Representasi graf mempunyai dua macam cara menerapkan representasi graf dalam proses berpikir, yaitu sebagai berikut:³⁴

1. *Adjacency List*

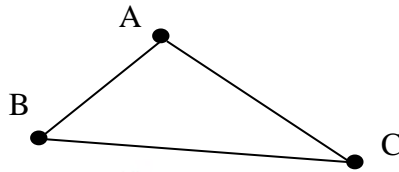
Adjacency list merupakan bentuk representasi langkah-langkah penyelesaian. Hal ini menjadikan *adjacency list* mengimplementasikan setiap langkah penyelesaian untuk dijadikan sebuah struktur-struktur yang saling berkaitan dan berhubungan setiap langkahnya, dalam menghubungkan suatu langkah ke langkah berikutnya dengan menggunakan *adjacency list* dapat dilihat dalam ilustrasi berikut:³⁵

³² M. Yani dkk, "Proses Berpikir Siswa Sekolah Menengah Pertama Dalam Memecahkan Masalah Matematika Berdasarkan Langkah-Langkah POLYA Ditinjau Dari Adversity Quotient", *Jurnal Pendidikan Matematika*, 10:1, (Januari, 2016), 44.

³³ Ibid, halaman 2.

³⁴ D. Wirdasari, "Teori Graph dan Implementasinya Dalam Ilmu Komputer", *Jurnal SAINTIKOM*, 10:1 (Januari, 2011), 27.

³⁵ Ibid, halaman 28.



Gambar 2.5. Graf Terhubung

Berdasarkan gambar 2.5 menggambarkan graf terhubung dari suatu penyelesaian. Graf tersebut menunjukkan keterhubungan antara $\{a,b\}$, $\{a,c\}$, dan $\{b,c\}$ dari setiap titik keterhubungannya. Sehingga, dalam keterhubungannya graf tersebut dapat digambarkan dalam bentuk tabel untuk memudahkan analisisnya. Oleh sebab itu, dibutuhkan *adjacency list* dalam mengubah keterhubungan graf dalam bentuk tabel.

Tabel 2.1
Representasi *Adjacency List*

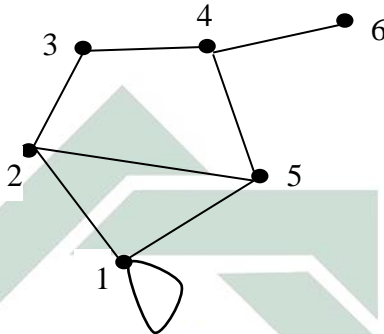
Langkah	Langkah yang terhubung
A	B,C
B	A,C
C	A,B

Pada tabel 2.1 menunjukkan keterhubungan dari setiap langkah penyelesaian. Hal tersebut, menunjukkan $A, B, dan C$ mempunyai keterhubungan dalam proses berpikir menyelesaikan masalah. Sehingga, $A, B, dan C$ mempunyai kemungkinan keterhubungan di setiap penyelesaiannya. Di mana $A, B, dan C$ akan tersusun atau saling menyusun dari keterhubungan setiap langkah penyelesaian.

2. *Adjacency Matrix*

Adjacency Matrix merupakan bentuk representasi matriks $n \times n$ yang menyatakan keterhubungan antara setiap langkah penyelesaian. Sehingga kolom dan baris di dalam matrik tersebut merupakan nilai setiap langkah penyelesaian yang saling

terhubung, serta setiap entri dalam matrik menyatakan keterhubungan setiap langkah dalam proses berpikir. Hal tersebut dapat dilihat dalam ilustrasi berikut ini.³⁶



Gambar 2.6. Graf Tak Berarah dan Berabel

Pada gambar 2.6 setiap bilangan menunjukkan langkah penyelesaian yang memungkinkan saling terhubung secara terus menerus dan memungkinkan terulang kembali langkah sebelumnya. Hal ini, menjadikan representasi graf dengan *adjacency matrix* digunakan dalam menentukan gambaran proses berpikir. Sehingga dapat digambarkan sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Gambar 2.7. Adjacency Matrix

Pada gambar 2.7 menunjukkan keterhubungan setiap langkah yang disimbolkan dengan bilangan di dalam entri-entri matrik tersebut. Bilangan-bilangan tersebut menandakan keterhubungan setiap langkah penyelesaian yang dilakukan.

³⁶ Ibid, halaman 28

Nilai di dalam entri menyatakan banyaknya keterhubungan dari setiap langkah dengan langkah lainnya.

Penelitian ini, menggunakan implementasi representasi graf *adjacency list*. Hal ini, dikarenakan peneliti hanya menggambarkan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah. Selain itu, peneliti tidak mencari nilai keterhubungan setiap langkah penyelesaian.

D. Penerapan Representasi Graf dalam Menyelesaian Matematika

Representasi graf digunakan sebagai memecahkan teka teki suatu masalah. Sehingga, dalam penelitian ini representasi graf dimanfaatkan dalam penyelesaian masalah matematika untuk menggambarkan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah. Berikut ini contoh representasi graf dalam penyelesaian masalah dalam matematika, dapat dilihat di bawah ini:³⁷

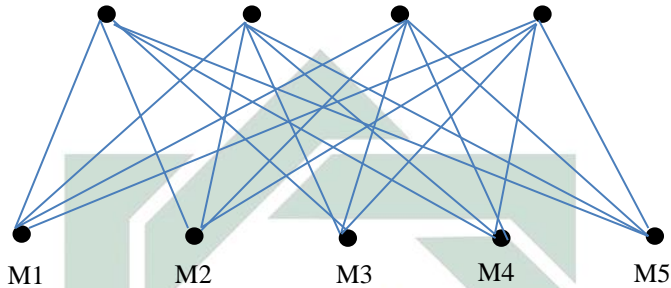
“Misalkan terdapat empat orang dosen dan lima orang mahasiswa. Setiap dosen akan menguji kepada setiap mahasiswa. Bagaimana mengembangkan jadwal yang optimal sedemikian hingga waktu ujian tidak berbenturan satu sama lainnya?”

Pada masalah di atas, banyak sekali kemungkinan-kemungkinan untuk menyelesaikan masalah tersebut. Penggunaan cara pendataan melalui tabel maupun pembentukan suatu barisan dalam himpunan sering dilakukan. Hal tersebut, dianggap lebih cepat dan lebih efisien seperti jam ke-1= $\{(D1,M1), (D2,M5), (D3,M4), (D4,M3)\}$, jam ke-2= $\{(D1,M2), (D2,M1), (D3,M5), (D4,M4)\}$, jam ke-3= $\{(D1,M3), (D2,M2), (D3,M1), (D4,M5)\}$, jam ke-4= $\{(D1,M4), (D2,M3), (D3,M2), (D4,M1)\}$, dan terakhir jam ke-5= $\{(D1,M5), (D2,M4), (D3,M3), (D4,M2)\}$. Pada pendataan tersebut, D menyatakan objek dosen dan M menyatakan objek mahasiswa. Pemanfaatan penyelesaian seperti ini cukup menjadikan proses berpikir dapat berkembang, sehingga dalam pemanfaatan representasi graf diharapkan dapat lebih efektif serta lebih

³⁷ Dafik, “Teori Graf, Aplikasi dan Tumbuhnya Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi”, (Jember: Dalam Pidato Pengukuhan Guru besar, Universitas Jember, mei 2015), 21.

D1 D2 D3 D4

mengembangkan proses berpikir seseorang. Hal ini, ditunjukkan dalam cara penyelesaian menggunakan representasi graf sebagai berikut:



Gambar 2.8 Bentuk Keterhubungan dalam Representasi Graf

Berdasarkan gambar 2.8 bentuk keterhubungan graf di atas akan menjadikan kekreatifan berpikir semakin meluas. Hal ini, karena diperlukan pelabelan setiap waktunya seperti halnya pengurutan langkah sebelumnya. Penggunaan representasi graf dalam proses berpikir dapat memudahkan cara berpikir secara cepat dan tepat.

E. Indikator Penilaian Representasi Graf dalam Proses Berpikir

Indikator penilaian ini digunakan untuk mempermudah dalam menggambarkan proses berpikir menggunakan representasi graf. Hal tersebut, menjadikan indikator sebagai penjelas dari setiap langkah menggambarkan representasi graf nantinya. Berikut ini indikator penilaian representasi graf dalam proses berpikir:³⁸

³⁸ D. Martiana, Skripsi : “Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Matematis Siswa Dengan Menggunakan Modul Pembelajaran Kooperatif Tipe Team Assisted Individualization (TAI)”. (Jakarta: UIN Syarif Hidayatullah, 2015), 11.

Tabel 2.2
Indikator Penilaian Representasi Graf Dalam Proses Berpikir

Representasi Graf	Proses Berpikir
Pohon Binair	Menjelaskan konsep, ide, dan gagasan ke dalam penyelesaian masalah secara beragam
	Mengaitkan konsep, ide, dan gagasan dalam proses berpikir matematika
Pohon Keputusan	Mengidentifikasi alasan, ketidakrelevanan, atau kerelevanan keputusan cara menyelesaikan masalah
	Menyelesaikan masalah dengan membuat alasan dari ketidakrelevanan dan kerelevanan keputusan cara menyelesaikan masalah
Pohon Rentang	Membuat kemungkinan solusi penyelesaian yang dapat terjadi secara kritis, kreatif, dan efektif.

Berdasarkan tabel di atas menunjukkan bahwa ketercapaian representasi graf harus memenuhi indikator yang telah ada. Penggambaran proses berpikir siswa dengan menggunakan representasi graf juga harus memperhatikan indikator ketercapaian.

BAB III METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif, hal tersebut bertujuan untuk menganalisis proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah dengan menggunakan representasi graf. Analisis proses berpikir yang digunakan yaitu dengan menggunakan graf pohon binair, graf pohon keputusan, dan graf pohon rentang. Penelitian ini nantinya didapatkan data dari setiap aspek analisis, sehingga aspek-aspek tersebut digunakan untuk menjelaskan makna dari setiap aspek analisis.

B. Tempat dan Waktu Penelitian

Waktu pelaksanaan penelitian yang dipilih oleh peneliti dalam melakukan penelitian yaitu pada semester ganjil tahun ajaran 2018-2019 yang dilakukan di SMP Negeri 26 Surabaya. Berikut ini merupakan waktu pelaksanaan penelitian:

**Tabel 3.1
Jadwal Pelaksanaan Penelitian**

No	Kegiatan	Tanggal
1.	Permohonan izin penelitian ke sekolah	03 Oktober 2018
2.	Pelaksanaan penelitian pertama	08 Oktober 2018
3.	Pelaksanaan penelitian ke 2	16 Oktober 2018

C. Subjek Penelitian

Subjek dalam penelitian ini adalah siswa kelas IX A SMP Negeri 26 Surabaya tahun ajaran 2018/2019. Pemilihan subjek yang dilakukan peneliti yaitu dengan menggunakan *snowball sampling*. Pemilihan subjek penelitian menggunakan *snowball sampling* merupakan suatu metode untuk mengidentifikasi, memilih, dan mengambil sampel dalam suatu jaringan atau rantai hubungan yang

menerus. Teknik ini dapat dijadikan alternatif peneliti untuk mengambil data dari subjek yang sulit ditentukan, serta mampu mengungkapkan hal-hal yang spesifik. Prinsip teknik ini yaitu mengambil sejumlah kasus melalui hubungan keterkaitan dari satu orang dengan orang lain, kemudian mencari keterhubungannya dengan kasus.

Pengambilan subjek yang dilakukan peneliti merupakan hasil pemilihan guru yang diambil secara acak dengan menggunakan *snowball sampling*. Pada pengambilan subjek pertama penyelesaian yang dilakukan siswa masih kurang efektif. Maka peneliti mengambil kembali untuk subjek kedua, namun hasil yang didapatkan masih kurang efektif. Selanjutnya peneliti mengambil subjek kembali untuk ketiga di mana hasil yang didapatkan lebih baik dari subjek pertama dan kedua. Pada penelitian ini pengambilan subjek dilakukan sebanyak 3 kali dengan sebanyak 3 siswa dari 38 siswa di kelas IX A SMP Negeri 26 Surabaya. Hal tersebut, berdasarkan hasil tes tulis dan wawancara dari setiap subjek. Subjek yang telah dipilih disajikan dalam tabel di bawah ini:

Tabel 3.2
Data Subjek Penelitian

No	Nama	Kode
1.	SLA	S ₁
2.	RR	S ₂
3.	HRA	S ₃

D. Teknik Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data dalam penelitian ini dilakukan dengan menggunakan metode wawancara berbasis tugas yang dilakukan oleh peneliti sendiri kepada setiap subjek. Metode ini digunakan untuk memperjelas dan mempermudah perolehan data proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah. Selain itu, teknik pengumpulan data ini sebagai penunjang hasil data untuk dilakukan analisis yang menggunakan representasi graf. Oleh sebab itu, sebelum dilakukan wawancara terlebih dahulu kepada setiap subjek diberikan tugas (tes tulis) yang berisikan masalah matematika. Sehingga untuk memperoleh data secara maksimal harus dilakukan beberapa prosedur pengumpulan datanya yaitu sebagai berikut:

1. Tes Tertulis

Tes ini dilakukan untuk mengetahui proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah. Tes ini terdiri dari suatu permasalahan yang bersifat *open ended* disertai dengan wawancara berbasis tugas untuk mengetahui bagaimana proses berpikir siswa selama menyelesaikan masalah.

2. Wawancara

Wawancara dilakukan untuk menggali data lebih dalam mengenai proses berpikir siswa. Wawancara yang dilakukan dalam penelitian ini adalah wawancara berbasis tugas. Kegiatan wawancara ini dilakukan setelah siswa menyelesaikan masalah dengan tujuan untuk memperoleh data proses berpikir siswa.

E. Instrumen Penilaian

Instrumen penilaian dilakukan untuk memperjelas ketercapaian tujuan peneliti dalam menggambarkan proses berpikir siswa. Adapun instrumen yang digunakan dalam penelitian ini, antara lain:

1. Lembar Soal Tes Tulis

Soal tes tulis ini berisikan soal tes *open ended* sebanyak 2 butir soal dengan materi yang ambil yaitu Sistem Persamaan Linier Dua Variabel (SPLDV) dengan alokasi waktu 50 menit pengerjaan soal tes tulis. Lembar soal tes tulis terlampir di lampiran 1. Soal tes tulis ini memuat unsur kreativitas dalam penyelesaiannya. Soal tes tulis ditujukan untuk mendapatkan data proses berpikir untuk proses penggambaran menggunakan representasi graf. Data yang dihasilkan digunakan untuk mempermudah menggambarkan graf pohon binair, graf pohon keputusan, dan graf pohon rentang dalam proses berpikir.

Soal pertama, digunakan untuk menggambarkan proses berpikir siswa dalam representasi graf pohon binair dan graf pohon rentang. Soal kedua, digunakan untuk menggambarkan

proses berpikir siswa dalam representasi graf pohon keputusan dan graf pohon rentang. Kisi-kisi soal lembar soal tes tulis yang digunakan terlampir di lampiran 2.

Soal tes tertulis divalidasi oleh 4 validator sebelum diujikan kepada subjek penelitian. Validator-validator tersebut terdiri dari dua validator dosen Universitas Islam Negeri Sunan Ampel Surabaya, satu guru matematika SMP Negeri 26 Surabaya, dan satu guru matematika SMP Negeri 1 Puri Mojokerto. Validator pertama menyatakan bahwa instrumen soal tes perlu direvisi. Hal tersebut dikarenakan instrumen soal tes dengan indikator soal tidak sesuai pada soal nomor 2. Validator menuliskan bahwa indikator soal dengan tujuan penelitian tidak sesuai. Validator pertama menyarankan untuk mengganti indikator agar sesuai dengan tujuan penelitian. Berdasarkan saran validator pertama, sebelum ke validator kedua, ketiga, dan keempat, peneliti merevisi instrumen soal tes sesuai saran validator pertama yaitu mengganti indikator materi agar sesuai dengan tujuan penelitian. Validator pertama menyatakan bahwa instrumen layak digunakan setelah peneliti merevisi soal. Selanjutnya soal tes tulis yang sudah direvisi tersebut, divalidasi oleh validator kedua. Validator kedua menyatakan bahwa soal tes tulis layak digunakan. Kemudian soal tes tertulis divalidasi oleh validator ketiga. Validator ketiga menyatakan bahwa soal tes tertulis layak digunakan dengan beberapa perbaikan. Validator ketiga juga memberikan saran bahwa tata bahasa soal nomor 1 yang digunakan dalam soal masih sulit untuk dipahami. Selanjutnya peneliti merevisi tata bahasa soal nomor 1 agar mudah dipahami nantinya. Kemudian soal tes tertulis divalidasi oleh validator keempat, di mana validator keempat menyatakan agar untuk menguji coba soal tes tulis pada siswa yang bukan subjek untuk mengetahui keefektifan waktu yang digunakan. Peneliti lalu menguji coba pada salah satu siswa dan hasilnya waktu yang dibutuhkan kurang, dan akhirnya peneliti merevisi alokasi waktu yang digunakan dengan menambah 10 menit waktu penyelesaian soal tes tulis. Hasil validasi lembar soal tes tulis terlampir di lampiran 3.

2. Pedoman Wawancara

Pedoman wawancara digunakan untuk mengetahui proses berpikir siswa ketika proses penyelesaian masalah yang diberikan. Hal ini, diperlukan panduan untuk mendapatkan data yang berupa wawancara. Pertanyaan-pertanyaan yang diajukan kepada siswa berkembang sesuai dengan jawaban siswa serta mengarahkan siswa memperbaiki proses berpikir yang sesuai dengan pengetahuan yang mereka miliki. Hal tersebut, menjadikan pedoman wawancara mengacu pada langkah-langkah penyelesaian yang dilakukan siswa. Pedoman wawancara yang digunakan yaitu wawancara berbasis tugas. Lembar pedoman wawancara terlampir pada lampiran 4.

Lembar pedoman wawancara juga divalidasi oleh validator soal tes tulis, validator pertama dan kedua tidak memberikan saran untuk pedoman wawancara. Validator pertama dan kedua menyatakan lembar pedoman wawancara layak digunakan. Selanjutnya lembar pedoman wawancara divalidasi oleh validator ketiga dan keempat. Validator ketiga menyatakan bahwa pedoman wawancara layak digunakan. Selanjutnya, divalidasi oleh validator ke empat dimana menyatakan sudah layak digunakan dengan diperbaiki. Hal ini, dikarenakan ada pertanyaan yang perlu dikembangkan kembali dalam pencapaian konsep pada indikator pertama yang menjelaskan mengenai representasi graf pohon binair. Peneliti memperbaiki lembar pedoman wawancara sesuai dengan yang disarankan validator keempat. Hasil validasi lembar pedoman wawancara terlampir di lampiran 5.

Kriteria kevalidan instrumen penelitian adalah ketika 4 validator memberikan simpulan minimal dengan kriteria Layak Digunakan. Tabel 3.3 menunjukkan nama-nama validator instrumen dalam penelitian ini:

Tabel 3.3
Nama Validator Instrumen Penelitian

No	Nama	Jabatan
1.	Ahmad Lubab, M.Si	Dosen UIN Sunan Ampel Surabaya
2.	Novita Vindri Harini, M.Pd	Dosen UIN Sunan Ampel Surabaya
3.	Indrijani, S.Pd.M.Si	Guru Matematika SMP Negeri 26 Surabaya
4.	Fifin Nadlifah, S.Pd	Guru Matematika SMP Negeri 1 Puri Mojokerto

F. Keabsahan Data

Data dalam penelitian ini diperoleh dari hasil tes tertulis dan penjelasan-penjelasan subjek melalui wawancara. Untuk menguji keabsahan data, peneliti melakukan triangulasi sumber. Triangulasi ini merupakan usaha untuk mengecek kebenaran data yang diperoleh peneliti berdasarkan beberapa pengumpul data. Data dikatakan valid jika hasil tes masing-masing subjek sama dengan penjelesan-penjelasan subjek melalui wawancara. Jika tidak ditemukan kesamaan pada kedua subjek, maka begitu seterusnya hingga ditemukan hasil yang valid. Selanjutnya data yang valid dianalisis untuk memperoleh informasi mengenai proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah.

G. Teknik Analisis Data

Penelitian ini, menggunakan teknik analisis representasi graf. Analisis representasi graf digunakan sebagai pengukur dari proses berpikir siswa, di mana data yang akan dianalisis merupakan hasil dari teknik pengumpulan data yaitu dari tes tulis dan wawancara. Sehingga, instrumen tersebut merupakan penunjang data untuk proses penggambaran proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah. Hal tersebut, menjadikan teknik analisis data yang digunakan pada penelitian ini yaitu:

1. Analisis Representasi Graf Dalam Proses Berpikir

Pada tahap ini, proses analisis menggunakan representasi graf pohon. Representasi graf pohon yang digunakan dalam penelitian ini yaitu pohon binair, pohon keputusan, dan pohon rentang.

a. Analisis Representasi Graf Pohon Binair dalam Proses Berpikir

Pada analisis ini, pohon binair bertujuan untuk menggambarkan kerangka-kerangka proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Representasi graf pohon binair digunakan untuk menggambarkan 2 kemungkinan penyelesaian dari setiap langkah penyelesaian yang dilakukan siswa, sehingga representasi graf pohon binair dapat menggambarkan kekreatifan siswa dalam menyelesaikan masalah. Langkah-langkah analisis representasi graf pohon binair sebagai berikut:

1) Pengumpulan Data

Proses pengumpulan data dilakukan dengan cara tes tulis dan wawancara. Hal tersebut digunakan untuk mencari proses berpikir siswa saat proses penyelesaian masalah.

2) Pengkodean Data

Langkah ini dilakukan untuk mengkodekan setiap langkah penyelesaian yang dilakukan siswa. Pengkodean dilakukan dengan mencocokkan hasil penyelesaian siswa dengan hasil pengkodean yang telah dilakukan oleh peneliti. Dimana pengkodean pada graf pohon binair dengan memisalkan langkah penyelesaian menjadi titik yaitu $V_1, V_2, V_3 \dots$. Hal ini dilakukan untuk mengetahui keterhubungan setiap langkah penyelesaian. Pengkodean yang terdapat direpresentasi graf pohon binair berpedoman pada lampiran 6.

3) Mencari Keterhubungan Langkah Penyelesaian

Langkah ini menggunakan metode *adjacency list*, dimana setiap langkah penyelesaian didata untuk mencari kethubungan antar penyelesaian lainnya. Kethubungan langkah penyelesaian dimisalkan dengan simbol garis.

4) Menggambarkan Kethubungan Langkah Penyelesaian Ke dalam Representasi Graf Pohon Binair

Pada langkah ini yang perlu diperhatikan yaitu kethubungan langkah yang sudah dilist, kemudian langkah penyelesaian dimisalkan suatu titik dan kethubungan langkah penyelesaian dimisalkan suatu garis. Apabila suatu graf pohon binair sudah terbentuk maka dilihat keruntutan serta keberagaman penyelesaian.

b. Analisis Representasi Graf Pohon Keputusan dalam Proses Berpikir

Analisis pohon keputusan dalam proses berpikir bertujuan untuk menggambarkan alur proses berpikir yang jelas, sehingga akan terlihat kebenaran penyelesaian dan kendala siswa dalam menyelesaikan masalah. Selain itu, graf pohon keputusan dapat menggambarkan keputusan penyelesaian yang dilakukan siswa. Langkah-langkah analisis representasi graf pohon keputusan sebagai berikut:

1) Pengumpulan Data

Proses pengumpulan data dilakukan dengan cara tes tulis dan wawancara. Hal tersebut digunakan untuk mencari proses berpikir siswa saat proses penyelesaian masalah.

2) Pengkodean Data

Langkah ini dilakukan untuk mengkodekan setiap langkah penyelesaian yang dilakukan siswa. Pengkodean dilakukan dengan mencocokkan hasil penyelesaian siswa dengan hasil pengkodean yang telah dilakukan oleh peneliti. Dimana pengkodean pada graf pohon binair dengan memisalkan langkah penyelesaian menjadi titik

yaitu $W_1, W_2, W_3 \dots$. Hal ini dilakukan untuk mengetahui keterhubungan setiap langkah penyelesaian. Pengkodean yang terdapat direpresentasi graf pohon keputusan berpedoman pada lampiran 7.

3) Mencari Keterhubungan Langkah Penyelesaian

Langkah ini menggunakan metode *adjacency list*, dimana setiap langkah penyelesaian didata untuk mencari keterhubungan antar penyelesaian lainnya. Keterhubungan langkah penyelesaian dimisalkan dengan simbol garis.

4) Menggambarkan Keterhubungan Langkah Penyelesaian Ke dalam Representasi Graf Pohon Keputusan

Pada langkah ini yang perlu diperhatikan yaitu keterhubungan langkah yang sudah didata, kemudian langkah penyelesaian dimisalkan suatu elips dan kotak. Dimana elips menandakan pengambilan keputusan yang dilakukan siswa berlanjut atau masih mempunyai kerelevanan penyelesaian sebelumnya. Kotak menandakan pengambilan keputusan yang dilakukan siswa berhenti, yang menandakan siswa tidak bisa menyelesaikan masalah dan bisa juga penyelesaian yang dilakukan siswa sudah selesai. Keterhubungan langkah penyelesaian dimisalkan suatu garis. Apabila suatu graf pohon keputusan sudah terbentuk maka dilihat kerelevanan dan ketidakrelevanan suatu penyelesaian.

c. Analisis Representasi Graf Pohon Rentang dalam Proses Berpikir

Analisis pohon rentang dalam proses berpikir bertujuan untuk menggambarkan alternatif kemungkinan-kemungkinan jawaban yang terbentuk dari satu penyelesaian. Hal tersebut, menjadikan representasi graf pohon rentang memungkinkan dapat menggambarkan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah. Langkah-langkah analisis representasi graf pohon rentang sebagai berikut:

1) Pengumpulan Data

Proses pengumpulan data dilakukan dengan cara tes tulis dan wawancara. Hal tersebut digunakan untuk mencari proses berpikir siswa saat proses penyelesaian masalah.

2) Pengkodean Data

Langkah ini dilakukan untuk mengkodekan setiap langkah penyelesaian yang dilakukan siswa. Pengkodean dilakukan dengan mencocokkan hasil penyelesaian siswa dengan hasil pengkodean yang telah dilakukan oleh peneliti. Hal ini dilakukan untuk mengetahui keterhubungan setiap langkah penyelesaian.

3) Mencari Keterhubungan Langkah Penyelesaian

Langkah ini menggunakan metode *adjacency list*, dimana setiap langkah penyelesaian didata untuk mencari keterhubungan antar penyelesaian lainnya. Keterhubungan langkah penyelesaian dimisalkan dengan simbol garis.

4) Menggambarkan Keterhubungan Langkah Penyelesaian Ke dalam Representasi Graf Pohon Rentang

Pada langkah ini yang perlu diperhatikan yaitu keterhubungan langkah yang sudah dilist, kemudian langkah penyelesaian dimisalkan suatu titik dan keterhubungan langkah penyelesaian dimisalkan suatu garis. Langkah berikutnya yaitu menggambarkan keterhubungan dalam bentuk pohon, keefektifan penyelesaian dari graf pohon terbentuk dengan hilangnya beberapa keterhubungan penyelesaian yang tidak terkait dalam langkah penyelesaian.

2. Analisis Hasil Wawancara

Analisis hasil wawancara dalam penelitian ini menggunakan model yang diberikan Miles dan Huberman. Miles dan Huberman mengemukakan bahwa aktivitas dalam analisis data kualitatif dilakukan secara interaktif dan berlangsung secara terus menerus pada setiap tahapan

penelitian sehingga sampai tuntas dan datanya sampai jenuh¹. Ukuran kejenuhan data ditandai dengan tidak diperolehnya lagi data atau informasi baru setelah dilakukan pengecekan berulang-ulang. Adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:

a. Reduksi Data

Reduksi data adalah kegiatan memilih data dengan cara mengidentifikasi data yang dibutuhkan dan membuang data yang tidak diperlukan. Data yang diperlukan adalah data yang dapat menjawab pertanyaan penelitian tentang hasil tes proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah yang telah dikerjakan. Data yang diperoleh melalui kegiatan wawancara dapat ditulis dengan cara:

- 1) Memutar hasil rekaman beberapa kali untuk memperoleh jawaban yang diberikan subjek secara lisan.
- 2) Mentranskrip hasil wawancara dengan subjek penelitian dengan pemberian kode yang berbeda tiap subjeknya. Adapun pengodean hasil wawancara dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:
 $P_{a,b,c}$ dan $S_{a,b,c}$
 P : Pewawancara
 S : Subjek penelitian
 a.b.c : Kode digit setelah P dan S. Digit pertama menyatakan subjek ke-a, $a = 1,2,3, \dots$ digit kedua menyatakan indikator ke-b, $b = 1,2,3, \dots$ dan digit ketiga menyatakan pertanyaan atau jawaban ke-c, $c = 1,2,3, \dots$
- 3) Memeriksa kembali hasil transkrip tersebut dengan mendengarkan kembali ucapan-ucapan saat wawancara berlangsung, untuk mengurangi kesalahan penulis pada transkrip.

¹ Sugiyono. Metode Penelitian Pendidikan (Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R & D), (Bandung : Alfabeta, 2013), 207.

3. Penyajian Data

Penyajian data dilakukan dengan cara menyusun secara naratif sekumpulan informasi yang telah diperoleh dari hasil reduksi data. Informasi yang dimaksud adalah tentang proses berpikir siswa dari 3 subjek penelitian dalam menyelesaikan masalah matematika. Penyajian data juga dilakukan dengan cara menggambarkan proses berpikir siswa dengan menggunakan representasi graf pohon binair, graf pohon keputusan, dan graf pohon rentang dari 3 subjek penelitian dalam menyelesaikan masalah matematika.

4. Penarikan Kesimpulan

Penarikan kesimpulan adalah memberikan makna dan penjelasan terhadap hasil penyajian data. Penarikan kesimpulan pada penelitian ini didasarkan pada hasil pembahasan terhadap data yang diperoleh dari hasil wawancara dan hasil tes tulis. Penarikan kesimpulan ini bertujuan untuk mendeskripsikan hasil gambar proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.

H. Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian yang digunakan pada penelitian ini terdapat tiga tahap, antara lain:

1. Tahap Persiapan

Pada tahap ini bertujuan untuk mempersiapkan aspek-aspek pendukung dari penelitian ini, seperti:

- a. Menyiapkan proposal penelitian dengan memilih materi yang sesuai dengan judul penelitian.
- b. Menyusun instrumen pendukung proses penelitian yang terdiri dari lembar tes tulis dan lembar wawancara yang telah divalidasi sebelumnya.
- c. Meminta izin kepada sekolah untuk melaksanakan penelitian dan menentukan subjek penelitian.
- d. Melakukan diskusi dengan guru mengenai instrumen dan proses selama penelitian.
- e. Melakukan perbaikan terhadap instrumen penelitian jika diperlukan.

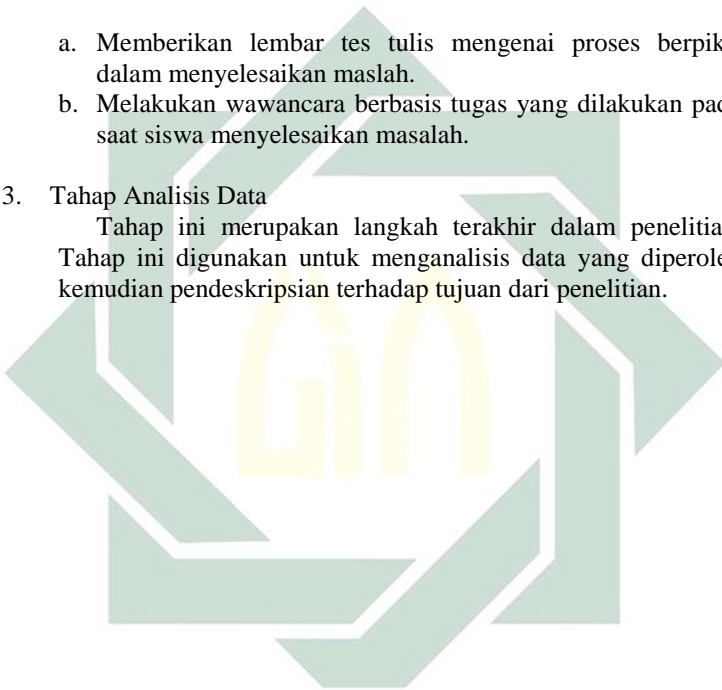
2. Tahap Pelaksanaan

Tahap ini dilakukan untuk mendapatkan beberapa data pendukung dalam menentukan hasil penelitian nantinya, Sehingga tahap pelaksanaan dilakukan sebagai pengamatan dari proses penelitian yaitu dengan melakukan hal-hal sebagai berikut:

- a. Memberikan lembar tes tulis mengenai proses berpikir dalam menyelesaikan masalah.
- b. Melakukan wawancara berbasis tugas yang dilakukan pada saat siswa menyelesaikan masalah.

3. Tahap Analisis Data

Tahap ini merupakan langkah terakhir dalam penelitian. Tahap ini digunakan untuk menganalisis data yang diperoleh kemudian pendeskripsian terhadap tujuan dari penelitian.



BAB IV

HASIL PENELITIAN

Pada hasil penelitian ini, peneliti mendeskripsikan data yang telah diperoleh pada saat penelitian mengenai proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah matematika. Setelah diperoleh hasil deskripsi dari data tersebut, dilakukan proses analisis dengan menggunakan representasi graf, di mana terdapat 3 analisis representasi graf yang dilakukan yaitu analisis pohon binair, analisis pohon keputusan, dan analisis pohon rentang terhadap proses berpikir siswa untuk selanjutnya dilakukan penggambaran proses berpikir dengan menggunakan masing-masing representasi graf.

A. Representasi Graf Pohon Binair untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.

Pada penerapan representasi graf pohon binair untuk menggambarkan proses berpikir, peneliti melakukan deskripsi dan analisis data yang digunakan yaitu pada permasalahan soal nomor 1. Sehingga untuk menggambarkan proses berpikir siswa dengan menggunakan graf pohon binair harus mengetahui hasil dari deskripsi dan analisis soal nomor 1. Berikut ini proses deskripsi dan analisis data yang dilakukan pada setiap subjeknya:

Faiz membeli dua kaos dan sebuah kemeja di mall dengan harga Rp. 260.000,-. Ketika Faiz mencobanya dikamar ganti, ternyata salah satu kaos yang diambil rusak. Akhirnya, Ia memutuskan untuk menukar kaos tersebut dengan sebuah kemeja yang lain. Namun, Ia harus menambah uang sebesar Rp. 50.000,- karena harga kemeja lebih mahal dari kaos.

- a. Sebutkan konsep dan fakta yang ada pada masalah di atas? Jelaskan!
- b. Jika Faiz membelikan adiknya dua kaos dan dua kemeja yang sama, berapa yang harus dibayar Faiz?
- c. Coba selesaikan dengan alternatif penyelesaian lainnya!

1. Deskripsi dan Analisis Data S_1

a. Deskripsi Data S_1

Lembar Jawaban

$x =$ kaos
 $y =$ kemeja

a) $x = ?$
 $y = ?$

$2x + y = \text{Rp. } 260.000$ I
 $x + 2y = \text{Rp. } 260.000 + \text{Rp. } 50.000 = \text{Rp. } 310.000$ II

$2x + y = \text{Rp. } 260.000$
 $2x + 4y = \text{Rp. } 620.000$ —
 $-3y = -\text{Rp. } 360.000$: -3
 $y = \text{Rp. } 120.000$

$x + 2y = \text{Rp. } 310.000$
 $x + 2y = \text{Rp. } 310.000$
 $3x = \text{Rp. } 210.000$: 3
 $x = \text{Rp. } 70.000$

Jika $2x + 2y = ?$
 $2 \cdot \text{Rp. } 70.000 + 2 \cdot \text{Rp. } 120.000 = \text{Rp. } 140.000 + \text{Rp. } 240.000$
 $= \text{Rp. } 380.000$

Jadi yang harus dibayar Faiz adalah Rp. 380.000

c) $2x + y = \text{Rp. } 260.000$
 $y = \text{Rp. } 260.000 - 2x$

$x + 2y = \text{Rp. } 310.000$
 $x + 2(\text{Rp. } 260.000 - 2x) = \text{Rp. } 310.000$
 $x + \text{Rp. } 520.000 - 4x = \text{Rp. } 310.000$
 $x - 4x = \text{Rp. } 310.000 - \text{Rp. } 520.000$
 $-3x = -\text{Rp. } 210.000$
 $x = -\text{Rp. } 210.000 : -3$
 $x = \text{Rp. } 70.000$

$2x + y = \text{Rp. } 260.000$
 $2 \cdot \text{Rp. } 70.000 + y = \text{Rp. } 260.000$
 $\text{Rp. } 140.000 + y = \text{Rp. } 260.000$
 $y = \text{Rp. } 260.000 - \text{Rp. } 140.000$
 $y = \text{Rp. } 120.000$

Gambar 4.1 Jawaban S_1 Pada Soal Nomor 1 dalam Representasi Graf Pohon Binair

Keterangan:

$V_i, i = 1, 2, 3, \dots, 17$

i : Langkah penyelesaian siswa, untuk lebih mengetahui hal tersebut dapat dilihat pada lampiran 10.

Berdasarkan gambar 4.1 terlihat bahwa S_1 menyelesaikan soal dengan cara menuliskan konsep dengan memisalkan x menyatakan kaos dan y menyatakan kemeja. Selain itu S_1 membuat model matematika $2x + y = 260.000$ dan $x + 2y = 260.000 + 50.000$. Langkah

berikutnya, S_1 menuliskan apa yang ditanyakan dari masalah yang disajikan yaitu x ? dan y ?. Setelah itu S_1 menyelesaikan masalah tersebut dengan mencari nilai x dan y menggunakan cara eliminasi, dimana nilai $x = \text{Rp.}70.000$ dan nilai $y = \text{Rp.}120.000$. Setelah didapatkan nilai x dan y , S_1 mensubstitusikan ke dalam persamaan yang ada pada butir soal b yaitu $2x + 2y = 0$ dan membuat kesimpulan bahwa uang yang harus dibayar oleh Faiz sebesar $\text{Rp.} 380.000,-$. Alternatif penyelesaian kedua yang dilakukan oleh S_1 dengan menggunakan cara substitusi, di mana S_1 mengubah model matematika menjadi suatu bentuk persamaan $y = 260.000 - 2x$, kemudian disubstitusikan pada persamaan $y = 260.000 - 2x$ dan didapatkan nilai $x = 70.000$. Kemudian nilai x disubstitusikan pada persamaan $2x + y = 260.000$. Pada penyelesaian soal nomor 1 S_1 menyelesaikan dengan 2 macam cara penyelesaian yaitu eliminasi dan substitusi.

Berdasarkan jawaban di atas, peneliti melakukan wawancara kepada S_1 untuk mendapatkan informasi data yang lebih mendalam dari penyelesaian yang dilakukan. Berikut ini cuplikan hasil wawancara pada subjek:

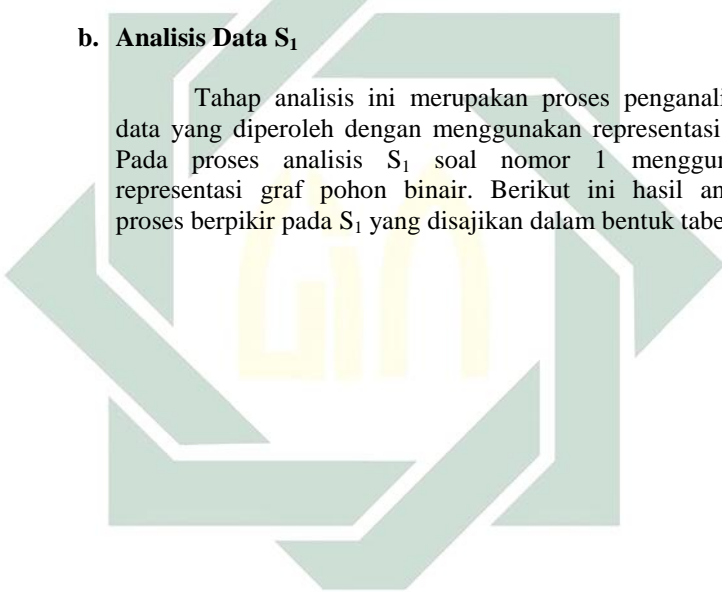
- $P_{1.1.1}$: Apakah sebelumnya Anda sudah pernah mendapatkan soal seperti ini?
- $S_{1.1.1}$: Sudah pak
- $P_{1.1.2}$: Jelaskan informasi yang Anda dapatkan dari masalah tersebut!
- $S_{1.1.2}$: Pertama saya misalkan x adalah kaos dan y adalah kemeja, Faiz membeli 2 kaos dan kemeja dengan harga $\text{Rp.} 260.000,-$, jadi $2x + y = 260.000$ Faiz menukar 1 kaos dengan 1 kemeja. Jadi dia membeli 1 kaos dan 2 kemeja, kalau $x + 2y = 260.000 + 50.000$, ditambah 50.000 karena menukar dengan 1 kemeja.
- $P_{1.1.3}$: Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?

- S_{1.1.3}: Nilai x dan y nya pak, terus nilai dari $2x + 2y =$ berapa seperti itu.
- P_{1.2.1}: Bagaimana cara menyelesaikan masalah tersebut?
- S_{1.2.1}: pertama aku mencari dengan cara eliminasi, disini saya mengeliminasi nilai x untuk mendapatkan y hasilnya Rp.70.000,-, untuk mendapatkan nilai y . Kemudian untuk mendapatkan nilai x saya mengeliminasi nilai y untuk mendapatkan nilai x .
- P_{1.2.2}: Apa yang dapat disimpulkan dari penyelesaian anda sampai ini?
- S_{1.2.2}: Jadi nilai sebesar Rp. 70.000,- dan y sebesar Rp. 120.000,-, nanti nilai x dan y di masukkan pada $2x + 2y$ soalnya Faiz membeli 2 kaos dan 2 kemeja sehingga Ia harus membayar Rp. 380.000,-.
- P_{1.2.3}: Cara apalagi yang anda gunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut!
- S_{1.2.3}: Untuk cara berikutnya pakai cara substitusi, pertama saya pindahkan nilai x dari persamaan $2x + y = 260.000$ menjadi $y = 260.000 - 2x$. Setelah itu saya substitusikan pada persamaan $x + 2y = 310.000$ untuk mendapatkan nilai x . Selanjutnya nilai x saya substitusikan pada persamaan $2x + y = 260.000$. hasilnya sama dengan yang sebelumnya
- P_{1.2.4}: Apakah ada alternatif penyelesaian lainnya yang Anda dapatkan?
- S_{1.2.4}: Tidak ada, hanya menggunakan 2 cara saja untuk cara lainnya belum bisa.
- P_{1.2.5}: Apakah yang Anda merasa sulit menyelesaikan masalah tersebut? Jika iya, apa yang membuat sulit jelaskan!, jika tidak, bagaimana cara Anda menyelesaikannya!
- S_{1.2.5}: Tidak ada, *cuman* saya hanya bisa dengan cara itu untuk yang lain lupa.

Berdasarkan hasil wawancara yang dilakukan, didapatkan bahwa S_1 melakukan penyelesaian masalah dengan memisalkan terlebih dahulu informasi yang didapatkan. Selain itu, S_1 menuliskan apa yang ditanyakan dalam masalah yang disajikan. S_1 melakukan alternatif penyelesaian dengan menggunakan 2 penyelesaian yaitu eliminasi dan campuran. Hal ini, dikarenakan S_1 lupa dengan cara penyelesaian lainnya. Sehingga keberagaman penyelesaian yang digunakan S_1 2 macam penyelesaian.

b. Analisis Data S_1

Tahap analisis ini merupakan proses penganalisan data yang diperoleh dengan menggunakan representasi graf. Pada proses analisis S_1 soal nomor 1 menggunakan representasi graf pohon binair. Berikut ini hasil analisis proses berpikir pada S_1 yang disajikan dalam bentuk tabel:



Tabel 4.1
Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_1 Pada Representasi Graf
Pohon Binair

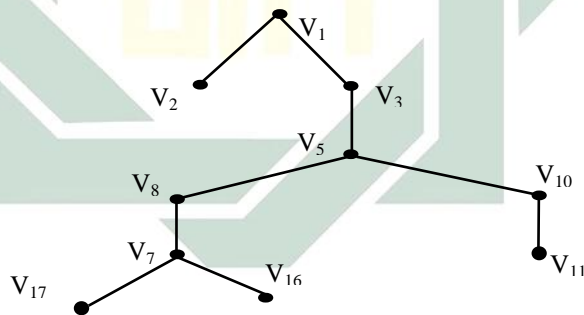
Indikator Representasi Graf dalam Proses Berpikir	Representasi Graf	Hasil Analisis Data S_1
Menjelaskan fakta, konsep, ide, dan gagasan ke dalam penyelesaian masalah secara beragam	Pohon Binair	Berdasarkan hasil tes tulis dengan koding V_2 , V_3 , V_5 dan wawancara $S_{1.1.2}$ dan $S_{1.1.3}$. S_1 mampu menyebutkan dan menjelaskan fakta, konsep dan ide yang diperoleh dari masalah nomor 1 pada lembar jawabannya.
Mengaitkan fakta, konsep, ide, dan gagasan dalam proses berpikir matematika	Pohon Binair	Berdasarkan hasil wawancara $S_{1.2.1}$ dan $S_{1.2.3}$ didapatkan hasil yang menunjukkan penyelesaian yang bersifat mengaitkan antara satu penyelesaian dengan penyelesaian lainnya. Yakni dengan mengaitkan hasil pertama untuk menemukan hasil ke dua.

Berdasarkan analisis data di atas S_1 sudah mampu menyelesaikan masalah dengan tuntas. Maka dapat digambarkan proses berpikir dalam bentuk representasi graf pohon binair. Dimana penggambaran representasi graf ini mengacu pada hasil penyelesaian masalah yang dilakukan S_1 . Selanjutnya hasil penyelesaian S_1 yang telah diberikan kode oleh peneliti sebelumnya didapatkan keterhubungan antara penyelesaian satu dengan penyelesaian lainya yang ditunjukkan pada tabel berikut ini:

Tabel 4.2
Keterhubungan Antar Penyelesaian S_1 pada Representasi
Graf Pohon Binair

Kode Penyelesaian	Keterhubungan
V_1	V_2, V_3
V_3	V_5
V_5	V_8, V_9
V_8	V_7
V_7	V_{16}, V_{17}
V_9	V_{10}
V_{10}	V_{11}

Berdasarkan tabel 4.2 keterhubungan penyelesaian di atas menunjukkan proses berpikir S_1 yang tertulis dalam lembar jawaban, sehingga dapat digambarkan dalam representasi graf pohon binair. Berikut ini merupakan gambar proses berpikir dengan menggunakan representasi graf binair:



Gambar 4.2 Graf Pohon Binair S_1

Keterangan:

V_1, V_2, V_3, \dots



= kode langkah penyelesaian masalah

= langkah penyelesaian masalah

= keterhubungan setiap langkah penyelesaian

Berdasarkan gambar 4.2 pohon binair ini digambarkan hasil tes tulis dan wawancara yang menunjukkan bahwa S_1 menggunakan 2 cara penyelesaian. Penyelesaian pertama dilihat dari $V_1, V_2, V_3, V_5, V_7, V_8, V_{10}, V_{11}, V_{16}$, dan V_{17} , dimana subjek menunjukkan dapat menyelesaikan masalah sampai tuntas. Banyaknya penyelesaian yang digunakan S_1 sebanyak 10 langkah penyelesaian. Pada kode V_1 menjelaskan masalah yang diselesaikan, dimana menghubungkan ke langkah penyelesaian V_2, V_3 , dan V_4 . Selanjutnya pada V_5 mempunyai arah penyelesaian 2 langkah penyelesaian yang mengarah ke langkah V_8 dan V_{10} . Dilanjutkan V_7 terlebih dahulu yang mengarah ke langkah V_{16} dan V_{17} , lalu dilanjutkan V_{10} ke V_{11} . Di mana penyelesaian V_{16} dan V_{17} menyatakan kesimpulan dan hasil dalam penyelesaian.



2. Deskripsi dan Analisis Data S_2

a. Deskripsi Data S_2

V_2 diketahui
 $x = 70.000$ $x = kaos$
 $y = 120.000$ $y = kemeja$

V_5 A. $2x + y = 260.000$
 $x + 2y = 310.000$
 $= x = 70.000$
 $= y = 200.000 + 140.000 = 120.000$

V_{10} $x = 2x + y = 260.000$
 $x + 2y = 310.000$
 $= 2x + y \times 2 = 520.000$
 $x + 2y \times 1 = 310.000$
 $= 2x + y = 520.000$
 $x + 2y = 310.000$
 $\quad \quad \quad -$
 $3x = 210.000$
 $x = \frac{210.000}{3} = 70.000$

V_{11} $y = 2x + y = 260.000$
 $x + 2y = 310.000 \times 2$
 $= 2x + 4y = 620.000$
 $2x + y = 260.000 \times 1$
 $\quad \quad \quad -$
 $3y = 360.000$
 $3y = 360.000$
 $y = \frac{360.000}{3} = 120.000$

V_{17} $2x + 2y = 0$
 $= 2 \times 70.000 + 2 \times 120.000$
 $= 140.000 + 240.000$
 $= 380.000$
campuran

V_7 $x = 2x + y = 260.000 \times 2$
 $x + 2y = 310.000 \times 1$
 $= 2x + y = 520.000$
 $x + 2y = 310.000$
 $\quad \quad \quad -$
 $3x = 210.000$
 $x = \frac{210.000}{3} = 70.000$

V_8 $2x + y = 260.000$
 $= 2 \times 70.000 + y = 260.000$
 $140.000 + y = 260.000 - 140.000$
 $y = 120.000$
 $= 70.000 + 120.000$
 $= 190.000$

Gambar 4.3 Jawaban S_2 Pada Soal Nomor 1 dalam Representasi Graf Pohon Binair

Keterangan:

$V_{i,i} = 1,2,3,\dots,17$

i : Langkah penyelesaian siswa, untuk lebih mengetahui hal tersebut dapat dilihat pada lampiran 11.

Berdasarkan gambar 4.3 terlihat bahwa S_2 menyelesaikan soal dengan cara menuliskan konsep dengan memisalkan x menyatakan kaos dan y menyatakan kemeja. Selain itu S_2

membuat model matematika $2x + y = 260.000$ dan $x + 2y = 310.000$. Setelah itu S_2 menyelesaikan masalah tersebut dengan mencari nilai x dan y menggunakan cara eliminasi, dimana nilai $x = \text{Rp. } 70.000$ dan nilai $y = 120.000$. Setelah didapatkan nilai x dan y , S_2 mensubstitusikan kedalam persamaan yang ada pada butir soal b yaitu $2x + 2y = 0$ dan membuat kesimpulan bahwa uang yang harus dibayar oleh Faiz sebesar Rp. 380.000,-. Alternatif penyelesaian kedua yang dilakukan oleh S_2 dengan menggunakan cara campuran, dimana S_2 dengan menyelesaikan masalah dengan mencari nilai x dengan mengeliminasi nilai y , selanjutnya mensubstitusikan pada persamaan $2x + y = 260.000$. Pada penyelesaian soal nomor 1 S_2 menyelesaikan dengan 2 macam cara penyelesaian yaitu eliminasi dan campuran.

Berdasarkan jawaban di atas, peneliti melakukan wawancara kepada S_2 untuk mendapatkan informasi data yang lebih mendalam dari penyelesaian yang dilakukan. Berikut ini cuplikan hasil wawancara pada subjek:

- P_{2.1.1}: Apakah sebelumnya Anda sudah pernah mendapatkan soal seperti ini?
- S_{2.1.1}: Sudah
- P_{2.1.2}: Jelaskan informasi yang Anda dapatkan dari masalah tersebut!
- S_{2.1.2}: Pertama saya misalkan x adalah kaos dan y adalah kemeja. Lalu selanjutnya saya ubah yang diketahui yang di soal. Misal $2x + y = 260.000$ dan $x + 2y = 310.000$
- P_{2.1.2}: Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?
- S_{2.1.2}: Nilai x dan y nya pak.
- P_{2.2.1}: Bagaimana cara menyelesaikan masalah tersebut?
- S_{2.2.1}: Pertama saya pakai cara logika pak, jadi saya cocok cocokan seperti yang ada di soal itu lalu dicoba kalau misal $x = 70.000$ jadi $y = 120.000$

- P_{2.2.2}: Bagaimana cara anda untuk mendapatkan nilai x dan y sehingga ketemu seperti itu?, apa anda yakin dengan jawaban anda!
- S_{2.2.2}: Yaa ... itu tadi dengan logika, yakin pak
- P_{2.2.3}: Apa yang dapat disimpulkan dari penyelesaian anda sampai ini?
- S_{2.2.3}: Jadi nilai x sebesar Rp. 70.000,- dan y sebesar Rp. 120.000,-, nanti nilai x dan y di masukkan pada $2x + 2y$ soalnya Faiz membeli 2 kaos dan 2 kemeja sehingga Ia harus membayar Rp. 380.000,-.
- P_{2.2.4}: Cara apalagi yang anda gunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut!
- S_{2.2.4}: Untuk cara berikutnya pakai cara campuran, pertama saya eliminasi mencari nilai x lalu tak masukkan ke persamaan $2x + y = 260.000$, nanti ketemu nilai y nya.
- P_{2.2.5}: Apakah ada alternatif penyelesaian lainnya yang Anda dapatkan?
- S_{2.2.5}: Ndak bisa pak, itu aja bingung pak .
- P_{2.2.6}: Apakah yang Anda merasa sulit menyelesaikan masalah tersebut? Jika iya, apa yang membuat sulit jelaskan!, jika tidak, bagaimana cara Anda menyelesaikannya!
- S_{2.2.6}: Bingung pak, soalnya lupa.

Berdasarkan hasil wawancara yang dilakukan, didapatkan bahwa S_2 melakukan penyelesaian masalah dengan memisalkan terlebih dahulu informasi yang didapatkan. Selain itu, S_2 tidak menuliskan apa yang ditanyakan dalam masalah yang disajikan. S_2 melakukan alternatif penyelesaian dengan menggunakan 2 penyelesaian yaitu eliminasi dan campuran, namun hal pertama yang S_2 lakukan dengan cara mencoba coba dengan menggunakan logika berpikir. Sehingga prosedur penyelesaian yang dilakukan S_2 terlihat singkat. keberagaman penyelesaian yang digunakan S_2 2 macam penyelesaian.

b. Analisis Data S_2

Tahap analisis ini merupakan proses penganalisisan data yang diperoleh dengan menggunakan representasi graf. Pada proses analisis S_2 soal nomor 1 menggunakan representasi graf pohon binair. Berikut ini hasil analisis proses berpikir pada S_2 yang disajikan dalam bentuk tabel:

Tabel 4.3
Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_2 Pada Representasi Graf Pohon Binair

Indikator Representasi Graf dalam Proses Berpikir	Representasi Graf	Hasil Analisis Data S_2
Menjelaskan fakta, konsep, ide, dan gagasan ke dalam penyelesaian masalah secara beragam	Pohon Binair	Berdasarkan hasil tes tulis dengan koding V_2 dan hasil wawancara $S_{2.1.2}$. S_2 mampu menyebutkan dan menjelaskan fakta, konsep, ide dan gagasannya.
Mengaitkan fakta, konsep, ide, dan gagasan dalam proses berpikir matematika	Pohon Binair	Berdasarkan hasil wawancara $S_{2.2.1}$ dan $S_{2.2.4}$ didapatkan bahwa S_2 kurang dalam mengaitkan fakta, ide, gagasan dan konsep yang Ia peroleh dari masalah yang di sajikan

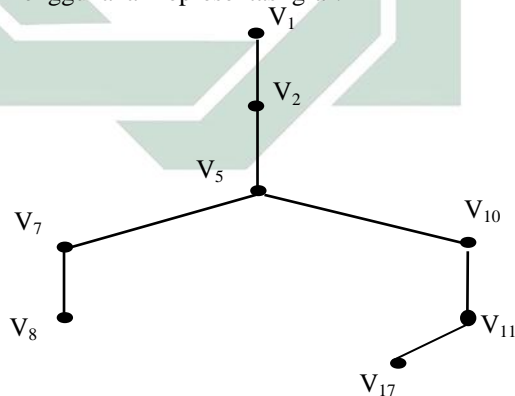
Berdasarkan analisis data di atas S_2 sudah mampu menyelesaikan masalah dengan tuntas. Maka dapat digambarkan proses berpikir dalam bentuk representasi graf pohon binair. Dimana penggambaran representasi graf ini mengacu pada hasil penyelesaian masalah yang dilakukan S_2 . Selanjutnya hasil

penyelesaian S_2 yang telah diberikan kode oleh peneliti sebelumnya didapatkan keterhubungan antara penyelesaian satu dengan penyelesaian lainya yang ditunjukkan pada tabel berikut ini:

Tabel 4.4
Keterhubungan Antar Penyelesaian S_2 pada Representasi Graf Pohon Binair

Kode Penyelesaian	Keterhubungan
V_1	V_2
V_2	V_5
V_3	V_5
V_5	V_7, V_{10}
V_7	V_8
V_{10}	V_{11}
V_{11}	V_{17}

Berdasarkan tabel keterhubungan penyelesaian di atas menunjukkan proses berpikir S_2 yang tertulis dalam lembar jawaban, sehingga dapat digambarkan dalam representasi graf pohon binair. Berikut ini merupakan gambar proses berpikir dengan menggunakan representasi graf:



Gambar 4.4 Graf Pohon Binair S_2

Keterangan:

- V_1, V_2, V_3, \dots = kode langkah penyelesaian masalah
 ● = langkah penyelesaian masalah
 — = keterhubungan setiap langkah penyelesaian

Berdasarkan gambar 4.4 pohon binair ini digambarkan hasil tes tulis dan wawancara yang menunjukkan bahwa S_2 menggunakan 2 cara penyelesaian. Penyelesaian pertama dilihat dari $V_1, V_2, V_3, V_5, V_7, V_8, V_{10}, V_{11}$, dan V_{17} , dimana subjek menunjukkan dapat menyelesaikan masalah sampai tuntas. Banyaknya penyelesaian yang digunakan subjek S_2 sebanyak 9 langkah penyelesaian. Pada kode V_1 menjelaskan masalah yang diselesaikan, dimana menghubungkan ke langkah penyelesaian V_2 . Selanjutnya pada V_5 mempunyai arah penyelesaian 2 langkah penyelesaian yang mengarah ke langkah V_7 dan V_{10} . Dilanjutkan V_7 terlebih dahulu yang mengarah ke langkah V_8 , lalu dilanjutkan V_{10} ke V_{11} dan V_{17} dimana penyelesaian V_{17} menyatakan kesimpulan dan hasil dalam penyelesaian.

3. Deskripsi dan Analisis Data S₃
 a. Deskripsi Data S₃

Lembar Jawaban

ⓐ) Diket = $2 \text{ kaos} + 1 \text{ kemeja} = \text{Rp. } 260.000,-$ V_6
 $2x + y = \text{Rp. } 260.000,-$
 $1 \text{ kaos} + 2 \text{ kemeja} = \text{Rp. } 310.000,-$ V_6
 $x + 2y = \text{Rp. } 310.000,-$
 harga:
 $x = \text{kaos}$
 $y = \text{kemeja}$

ⓑ) ditanya = $x?$ dan $y?$ V_7
 $2x + y = \text{Rp. } 260.000,-$ $\times 1$ $2x + y = \text{Rp. } 260.000,-$
 $x + 2y = \text{Rp. } 310.000,-$ $\times 2$ $2x + 4y = \text{Rp. } 620.000,-$
 $3x = \text{Rp. } 210.000,-$
 $x = \frac{\text{Rp. } 210.000,-}{3}$
 $x = \text{Rp. } 70.000,-$ V_{16}

ⓐ) $2x + y = \text{Rp. } 260.000,-$
 $2 \cdot 70.000 + y = \text{Rp. } 260.000,-$
 $\text{Rp. } 140.000 + y = \text{Rp. } 260.000,-$
 $y = \text{Rp. } 260.000 - 140.000,-$
 $y = \text{Rp. } 120.000,-$ V_{11}

ⓐ) Faiz membelikan akhirnya 2 kaos & 2 kemeja Maka:
 $(2x + 2y)$ (cara campuran)
 $(2 \cdot \text{Rp. } 70.000,-) + (2 \cdot \text{Rp. } 120.000,-)$
 $= \text{Rp. } 140.000,- + \text{Rp. } 240.000,-$
 $\text{Rp. } 380.000,-$
 \rightarrow faiz harus membayar V_{17}

ⓐ) $2x + y = \text{Rp. } 260.000,-$ $\times 1$ $2x + y = \text{Rp. } 260.000,-$
 $x + 2y = \text{Rp. } 310.000,-$ $\times 2$ $2x + 4y = \text{Rp. } 620.000,-$
 $-3y = \text{Rp. } -360.000,-$
 $y = \frac{\text{Rp. } -360.000,-}{-3}$
 $y = \text{Rp. } 120.000,-$ V_{18}

Lembar Jawaban

$2x + y = \text{Rp. } 260.000,-$ $\times 2$ $4x + 2y = \text{Rp. } 520.000,-$
 $x + 2y = \text{Rp. } 310.000,-$ $\times 1$ $x + 2y = \text{Rp. } 310.000,-$
 $3x = \text{Rp. } 210.000,-$
 $x = \frac{\text{Rp. } 210.000}{3}$
 $x = \text{Rp. } 70.000,-$ V_7

~~$2x + 2y = \text{Rp. } 520.000,-$~~
 ~~$x + 2y = \text{Rp. } 310.000,-$~~
 ~~$= \text{Rp. } 210.000,-$~~
 ~~$= \text{Rp. } 380.000,-$~~

Faiz harus membayar = 2 V_{17}

$2x + 2y = Z$ $\times 1$ $2x + 2y = Z$
 $x + y = 70.000 + 120.000$ $\times 2$ $2x + 2y = \text{Rp. } 380.000,-$
 190.000 jadi $Z = \text{Rp. } 380.000,-$ V_{17}

(cara eliminasi) V_{17}

Gambar 4.5 Jawaban S₃ Pada Soal Nomor 1 dalam Representasi Graf Pohon Binair

Keterangan:

$V_i, i = 1, 2, 3, \dots, 17$

i : Langkah penyelesaian siswa, untuk lebih mengetahui hal tersebut dapat dilihat pada lampiran 12.

Berdasarkan gambar 4.5 terlihat bahwa subjek S_3 menyelesaikan soal dengan cara menuliskan fakta dan konsep yang telah diketahui $2 \text{ kaos} + 1 \text{ kemeja} = \text{Rp. } 260.000,-$ dan $1 \text{ kaos} + 2 \text{ kemeja} = \text{Rp. } 260.000,- + \text{Rp. } 50.000,-$. Kemudian, S_3 mengubah informasi yang didapatkan menjadi suatu model matematika dengan memisalkan x adalah harga kaos dan y adalah harga kemeja. Langkah berikutnya, S_3 menuliskan apa yang ditanyakan dari masalah yang disajikan yaitu $x?$ dan $y?$. Setelah itu S_3 menyelesaikan masalah tersebut dengan mencari nilai x dan y terlebih dahulu menggunakan cara campuran, dimana nilai $x = \text{Rp. } 70.000,-$ dan nilai $y = 120.000,-$. Setelah didapatkan nilai x dan y , S_3 mensubstitusikan kedalam persamaan yang ada pada butir soal b yaitu $2x + 2y = 0$ dan membuat kesimpulan bahwa uang yang harus dibayar oleh Faiz sebesar Rp. 380.000,-. Alternatif penyelesaian kedua yang dilakukan oleh S_3 dengan menggunakan cara eliminasi dengan mengeliminasi nilai x untuk mendapatkan nilai y , kemudian mengeliminasi nilai y untuk mendapatkan nilai x . Pada alternatif penyelesaian ini mempunyai hasil yang sama dengan alternatif penyelesaian sebelumnya. Pada penyelesaian soal nomor 1 S_3 menyelesaikan dengan 2 macam cara penyelesaian yaitu eliminasi dan campuran.

Berdasarkan jawaban di atas, peneliti melakukan wawancara kepada S_3 untuk mendapatkan informasi data yang lebih mendalam dari penyelesaian yang dilakukan. Berikut ini cuplikan hasil wawancara pada subjek:

- P_{3.1.1}: Apakah sebelumnya Anda sudah pernah mendapatkan soal seperti ini?
 S_{3.1.1}: Sudah pak
 P_{3.1.2}: Jelaskan informasi yang Anda dapatkan dari masalah tersebut!

- S_{3.1.2}: Untuk nomor 1 itu kan Faiz awalnya membeli 2 kaos dan 2 kemeja dengan harga Rp. 260.000,-, tapi kaos nya ada yang rusak dan Faiz tidak jadi membeli 2 kaos dan ditukar dengan 1 kemeja. Jadi dia membeli 1 kaos dan 2 kemeja. Terus saya misalkan x itu harga kaos dan y itu harga kemeja kalau gitu jadi $2x + y = 260.000$ dan $x + 2y = 260.000 + 50.000$, ditambah 50.000 karena harga kemeja lebih mahal dari kaosnya.
- P_{3.1.3}: Apa yang ditanyakan dari soal tersebut?
- S_{3.1.3}: Nilai x dan y nya pak, terus nilai dari $2x + 2y =$ berapa gitu.
- P_{3.2.1}: Bagaimana cara menyelesaikan masalah tersebut?
- S_{3.2.1}: pertama aku mencari dengan cara campuran, disini aku mengeliminasi nilai y untuk mendapatkan x hasilnya Rp.70.000,-. Kemudian aku substitusikan nilai x pada persamaan $2x + y = 260.000$, hasil y nya Rp. 120.000,-
- P_{3.2.2}: Apa yang dapat disimpulkan dari penyelesaian anda sampai ini?
- S_{3.2.2}: Jadi nilai x sebesar Rp. 70.000,- dan y sebesar Rp. 120.000,-, nanti nilai x dan y di masukkan pada $2x + 2y$ untuk memperoleh uang yang harus dibayar Faiznya pak.
- P_{3.2.3}: Cara apalagi yang anda gunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut!
- S_{3.2.3}: Untuk cara berikutnya aku pakai cara eliminasi pak, kan tadi udah eliminasi nilai y nya untuk nilai x nya udah ketemu sekarang mengeliminasi nilai x untuk mencari nilai y dan hasilnya sama saat aku gunaka cara substitusi yang sebelumnya hasilnya Rp. 120.000,-.
- P_{3.2.4}: Apakah ada alternatif penyelesaian lainnya yang Anda dapatkan?
- S_{3.2.4}: Tidak pak, hanya 2 cara itu saja

- P_{3.2.5}: Apakah yang Anda merasa sulit menyelesaikan masalah tersebut? Jika iya, apa yang membuat sulit jelaskan!, jika tidak, bagaimana cara Anda menyelesaikannya!
- S_{3.2.5}: Tidak ada, cuman saya hanya bisa menggunakan 2 cara itu saja. Untuk cara substitusi dan grafik lupa.
- P_{3.2.6}: Apakah anda ingin mencoba menyelesaikan dengan cara substitusi dan grafik?
- S_{3.2.6}: Tidak pak, sulit soalnya saya tidak bisa dan lupa (sambil tertawa)

Berdasarkan hasil wawancara yang dilakukan, didapatkan bahwa S₃ melakukan penyelesaian masalah dengan memisalkan terlebih dahulu informasi yang didapatkan. Selain itu, S₃ menuliskan apa yang ditanyakan dalam masalah yang disajikan. S₃ melakukan alternatif penyelesaian dengan menggunakan 2 penyelesaian yaitu eliminasi dan campuran. Penyelesaian yang dilakukan S₃ sebagian besar terurut serta menunjukkan prosedur penyelesaian yang rinci dan terurut. keberagaman penyelesaian yang digunakan S₃ 2 macam penyelesaian

b. Analisis Data S₃

Tahap analisis ini merupakan proses penganalisisan data yang diperoleh dengan menggunakan representasi graf. Pada proses analisis S₃ soal nomor 1 menggunakan representasi graf pohon binair. Berikut ini hasil analisis proses berpikir pada S₃ yang disajikan dalam bentuk tabel:

Tabel 4.5
Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_3 Pada Representasi
Graf Pohon Binair

Indikator Representasi Graf dalam Proses Berpikir	Representasi Graf	Hasil Analisis Data S_3
Menjelaskan fakta, konsep, ide, dan gagasan ke dalam penyelesaian masalah secara beragam	Pohon Binair	Berdasarkan hasil tes tulis dengan koding V_2 , V_3 , dan V_6 dan hasil wawancara $S_{3.1.2}$ S_3 mampu menyebutkan dan menjelaskan fakta, konsep dan ide yang diperoleh dari masalah nomor 1 pada lembar jawabannya.
Mengaitkan fakta, konsep, ide, dan gagasan dalam proses berpikir matematika	Pohon Binair	Berdasarkan hasil tes tulis dengan koding V_7 dan hasil wawancara $S_{3.2.3}$ didapatkan hasil yang menunjukkan penyelesaian yang bersifat mengaitkan antara satu penyelesaian dengan penyelesaian lainnya serta memanfaatkan fakta dan konsep dalam proses penyelesaiannya.

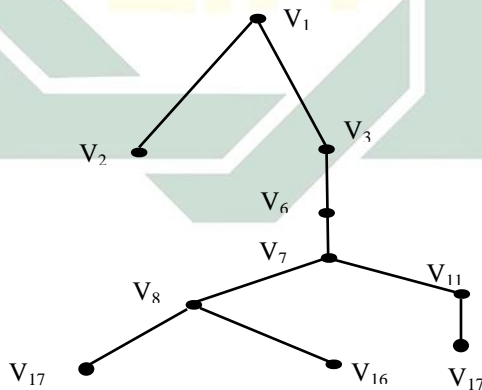
Berdasarkan analisis data di atas S_3 sudah mampu menyelesaikan masalah dengan tuntas. Maka dapat digambarkan proses berpikir dalam bentuk representasi graf pohon binair. Dimana penggambaran representasi graf ini mengacu pada hasil penyelesaian masalah yang dilakukan S_3 . Selanjutnya hasil penyelesaian S_3 yang telah diberikan kode oleh peneliti

sebelumnya didapatkan keterhubungan antara penyelesaian satu dengan penyelesaian lainnya yang ditunjukkan pada tabel berikut ini:

Tabel 4.6
Keterhubungan Antar Penyelesaian S_3 pada Representasi Graf Pohon Binair

Kode Penyelesaian	Keterhubungan
V_1	V_2, V_3
V_3	V_6
V_6	V_7
V_7	V_8, V_{11}
V_8	V_{16}, V_{17}
V_{11}	V_{17}

Berdasarkan tabel keterhubungan penyelesaian di atas menunjukkan proses berpikir S_3 yang tertulis dalam lembar jawaban, sehingga dapat digambarkan dalam representasi graf pohon binair. Berikut ini merupakan gambar proses berpikir dengan menggunakan representasi graf:



Gambar 4.6 Graf Pohon Binair S_3

Keterangan:

V_1, V_2, V_3, \dots = kode langkah penyelesaian masalah

● = langkah penyelesaian masalah

— = keterhubungan setiap langkah penyelesaian

Berdasarkan gambar 4.6 pohon binair ini digambarkan hasil tes tulis dan wawancara yang menunjukkan bahwa subjek S_3 menggunakan 2 cara penyelesaian. Penyelesaian pertama dilihat dari $V_1, V_2, V_3, V_6, V_7, V_8, V_{11}, V_{16}$, dan V_{17} , dimana subjek menunjukkan dapat menyelesaikan masalah sampai tuntas. Banyaknya penyelesaian yang digunakan subjek S_3 sebanyak 9 langkah penyelesaian. Pada kode V_1 menjelaskan masalah yang diselesaikan, dimana menghubungkan ke langkah penyelesaian V_2, V_3 , dan V_4 . Selanjutnya pada V_6 mempunyai arah penyelesaian 2 langkah penyelesaian yang mengarah ke langkah V_7 dan V_{11} . Dilanjutkan V_7 terlebih dahulu yang mengarah ke langkah V_8, V_{16} dan V_{17} , lalu dilanjutkan ke V_{11} ke V_{17} dimana penyelesaian V_{16} dan V_{17} menyatakan kesimpulan dan hasil dalam penyelesaian.

B. Representasi Graf Pohon Keputusan untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.

Pada penerapan representasi graf pohon keputusan untuk menganalisis proses berpikir, peneliti melakukan deskripsi dan analisis data yang digunakan yaitu pada permasalahan soal nomor 2. Sehingga untuk mengetahui gambar representasi graf pohon keputusan harus mengetahui hasil dari deskripsi dan analisis soal nomor 2. Berikut ini proses deskripsi dan analisis data yang dilakukan pada setiap subjeknya:

Seorang tukang parkir mendapatkan uang Rp. 17.000,- dari tiga mobil dan lima motor, sedangkan dari empat mobil dan dua motor ia mendapatkan uang Rp. 18.000,-.

- Sebutkan konsep dan fakta yang ada pada masalah di atas? Jelaskan!
- Jika terdapat 20 mobil dan 30 motor berapakah uang parkir yang Ia dapatkan?
- Coba selesaikan dengan alternatif penyelesaian lainnya!

1. Deskripsi dan Analisis Data S_1

a. Deskripsi Data S_1

Lembar Jawaban

W₂ $\begin{cases} \text{tukang parkir} \\ \text{mobil} \\ \text{motor} \end{cases}$
 $\begin{cases} x = \text{mobil} \\ y = \text{motor} \end{cases}$

W₅ $\begin{cases} 3x + 5y = \text{Rp. } 17.000 \\ 4x + 2y = \text{Rp. } 18.000 \end{cases}$

W₈ $\begin{cases} 3x + 5y = \text{Rp. } 17.000 \times 4 & 12x + 20y = \text{Rp. } 68.000 \\ 4x + 2y = \text{Rp. } 18.000 \times 3 & 12x + 6y = \text{Rp. } 54.000 \\ \hline & 14y = \text{Rp. } 14.000 \\ & y = \text{Rp. } 1000 \end{cases}$

W₁₀ $\begin{cases} 3x + 5y = \text{Rp. } 17.000 \\ 3x + 5 \cdot \text{Rp. } 1000 = \text{Rp. } 17.000 \\ 3x + \text{Rp. } 5000 = \text{Rp. } 17.000 \\ 3x = \text{Rp. } 17.000 - \text{Rp. } 5000 \\ 3x = \text{Rp. } 12.000 \\ x = \text{Rp. } 4000 \end{cases}$

W₁₅ b) Jika terdapat 20 mobil dan 30 motor
 $20x + 30y = ?$
 $20 \cdot \text{Rp. } 4000 + 30 \cdot \text{Rp. } 1000 = \text{Rp. } 80.000 + \text{Rp. } 30.000$
 $= \text{Rp. } 110.000$
 Jadi ia mendapat uang parkir sebesar Rp.110.000

W₈ c) $\begin{cases} 3x + 5y = \text{Rp. } 17.000 \times 4 & \rightarrow 12x + 20y = \text{Rp. } 68.000 \\ 4x + 2y = \text{Rp. } 18.000 \times 3 & \rightarrow 12x + 6y = \text{Rp. } 54.000 \\ \hline & 14y = \text{Rp. } 14.000 \\ & y = \text{Rp. } 1000 \end{cases}$

W₇ $\begin{cases} 3x + 5y = \text{Rp. } 17.000 \times 2 & \rightarrow 6x + 10y = \text{Rp. } 34.000 \\ 4x + 2y = \text{Rp. } 18.000 \times 5 & \rightarrow 20x + 10y = \text{Rp. } 90.000 \\ \hline & -14x = -\text{Rp. } 56.000 \quad -14 \\ & x = -\text{Rp. } 56.000 \div -14 \\ & = \text{Rp. } 4000 \end{cases}$

Gambar 4.7 Jawaban S_1 Pada Soal Nomor 2 dalam Representasi Graf Pohon Keputusan

Keterangan:

$W_i, i = 1, 2, 3, \dots, 16$

i : Langkah penyelesaian siswa, untuk lebih mengetahui hal tersebut dapat dilihat pada lampiran 10.

Berdasarkan gambar 4.7, S_1 pada penyelesaian soal nomor 2, pertama melakukan pemisalan x menyatakan tarif parkir mobil dan y menyatakan tarif parkir motor. Kemudian, S_1 membuat pemodelan dari informasi yang didapatkan yaitu $3x + 5y = 17.000$ dan $4x + 2y = 18.000$. Langkah selanjutnya, mencari nilai x dan y dimana S_1 menggunakan cara campuran, dimana S_1 mengeliminasi nilai x untuk menemukan nilai y yaitu sebesar Rp. 1.000,-, kemudian mensubstitusikan nilai y ke persamaan $3x + 5y = 17.000$ untuk menemukan nilai x yaitu sebesar Rp. 4.000,-. Selanjutnya S_1 mencari pendapatan tukang parkir dari 20 mobil dan 30 motor, dan didapatkan sebesar Rp. 110.000,-. Pada alternatif penyelesaian lainnya S_1 menyelesaikan masalah dengan menggunakan cara eliminasi, langkah yang dilakukan mencari nilai x dengan mengeliminasi nilai y dan sebaliknya. Dimana pada alternatif lainnya mempunyai nilai yang sama dengan alternatif lainnya. Pada penyelesaian soal nomor 2 S_1 menyelesaikan dengan 2 macam cara penyelesaian yaitu campuran dan eliminasi.

Berdasarkan jawaban di atas, peneliti melakukan wawancara kepada S_1 untuk mendapatkan informasi data yang lebih mendalam dari penyelesaian yang dilakukan. Berikut ini cuplikan hasil wawancara pada subjek:

- $P_{1.3.1}$: Apakah Anda menemukan suatu persamaan dari informasi yang diberikan dengan soal sebelumnya?
- $S_{1.3.1}$: Iya ada, persamaannya sama – sama persamaan linier dua variabel, terus pemisalannya saya juga sama x dan y
- $P_{1.4.1}$: Sekarang jelaskan kembali apa yang anda dapatkan disoal nomor 2!

- S_{1.4.1}: Sebenarnya sama cuman x dimisalkan tarif parkir mobil dan y dimisalkan tarif parkir motor. Saya jadikan persamaan 1 yaitu $3x + 5y = 17.000$ dan persamaan 2 yaitu $4x + 2y = 18.000$
- P_{1.4.2}: Apa ada kesulitan dalam menyelesaikan masalah tersebut?
- S_{1.4.2}: Tidak ada pak, karena mengikuti cara yang no 1
- P_{1.4.3}: Pada jawaban nomor 2b ada beberapa coretan dari penyelesaian anda coba jelaskan!
- S_{1.4.3}: Iya pak, itu awalnya saya hitung nilainya 120.000 ternyata saat saya hitung lagi hasilnya 110.000
- P_{1.4.4}: Apakah anda yakin dengan jawaban anda yang kedua?, padahal belum tentu benar juga!
- S_{1.4.4}: Yakin pak, karena sudah saya cek lagi soalnya kurang teliti.
- P_{1.4.5}: berikan alasan di soal 2c anda tidak memberikan kesimpulan?
- S_{1.4.5}: saya kira mempunyai hasil yang sama dengan hasil yang 2b dan disoal 2c tidak terdapat pertanyaan untuk mencari kesimpulan yang 2b.

Berdasarkan hasil wawancara yang telah dilakukan, didapatkan bahwa S₁ melakukan keputusan penyelesaian masalah dengan memisalkan terlebih dahulu informasi yang didapatkan. Selain itu, S₁ membuat pemodelan matematika yang akan digunakan dalam pengambilan keputusan penyelesaian masalah. Dimana pengambilan keputusan yang pertama dimulai dari pemisalan informasi yang didapatkan seperti x dan y . Kemudian dilanjutkan pembuatan model serta membuat penyelesaian dengan menggunakan cara campuran dan eliminasi. Berikutnya menyimpulkan hasil penyelesaian, pengambilan keputusan yang dilakukan siswa dilihat dari setiap langkah penyelesaian.

b. Analisis Data S_1

Tahap analisis ini di merupakan proses menganalisis data yang diperoleh dengan menggunakan representasi graf. Pada analisis S_1 pada soal nomor 2 proses analisis ini menggunakan representasi graf pohon keputusan. Berikut ini hasil analisis proses berpikir pada S_1 yang disajikan dalam bentuk tabel:

Tabel 4.7
Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_1 Pada Representasi Graf Pohon Keputusan

Indikator Representasi Graf dalam Proses Berpikir	Representasi Graf	Hasil Analisis Data S_1
Mengidentifikasi alasan, ketidak relevan, atau kerelevanan keputusan cara menyelesaikan masalah	Pohon Keputusan	Berdasarkan hasil wawancara $S_{1.4.1}$, S_1 dapat memberikan alasan mengenai kesesuaian penyelesaian yang dilakukan
Menyelesaikan masalah dengan membuat alasan dari ketidak relevan atau kerelevanan keputusan cara menyelesaikan masalah	Pohon Keputusan	Berdasarkan hasil wawancara $S_{1.4.5}$, S_1 tidak menuliskan kesimpulan nilai x dan y dari hasil penyelesaiannya namun subjek S_1 dapat menjelaskan alasan keputusan yang Ia tuliskan.

Berdasarkan analisis data S_1 di atas dapat dikatakan tuntas dalam menyelesaikan masalah. Maka dapat digambarkan proses berpikir dalam bentuk representasi graf pohon keputusan. Di mana penggambaran representasi graf ini mengacu pada hasil penyelesaian masalah yang dilakukan S_1 . Dalam penyelesaian yang dilakukan subjek yang telah

diberikan kode oleh peneliti maka didapatkan keterhubungan antara penyelesaian satu dengan penyelesaian lainnya yang ditunjukkan pada tabel berikut ini:

Tabel 4.8
Keterhubungan Antar Penyelesaian S_1 pada Representasi Graf Pohon Keputusan

Kode Penyelesaian	Keterhubungan
V_1	V_2
V_2	V_5
V_5	V_8
V_8	V_{10}, V_7
V_7	V_{15}
V_{10}	V_{15}

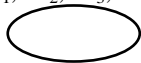
Berdasarkan tabel 4.8 keterhubungan penyelesaian di atas menunjukkan proses berpikir S_1 yang tertulis dalam lembar jawaban, sehingga dapat digambarkan dalam representasi graf pohon keputusan. Berikut ini merupakan gambar proses berpikir dengan menggunakan representasi graf:



Gambar 4.8 Graf Pohon Keputusan S_1

Keterangan:

W_1, W_2, W_3, \dots = kode langkah penyelesaian masalah

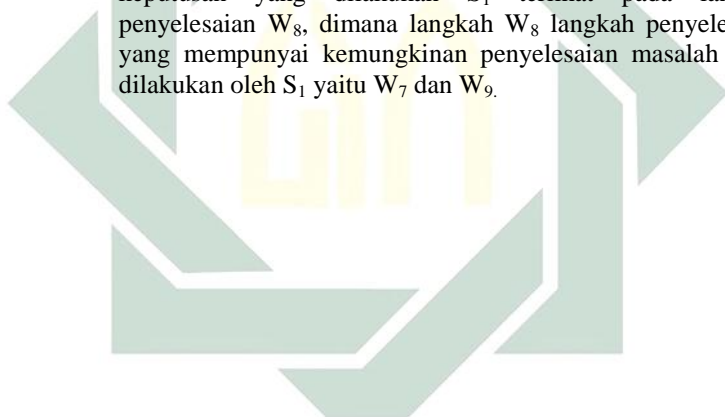


= Langkah penyelesaian yang dapat berlanjut



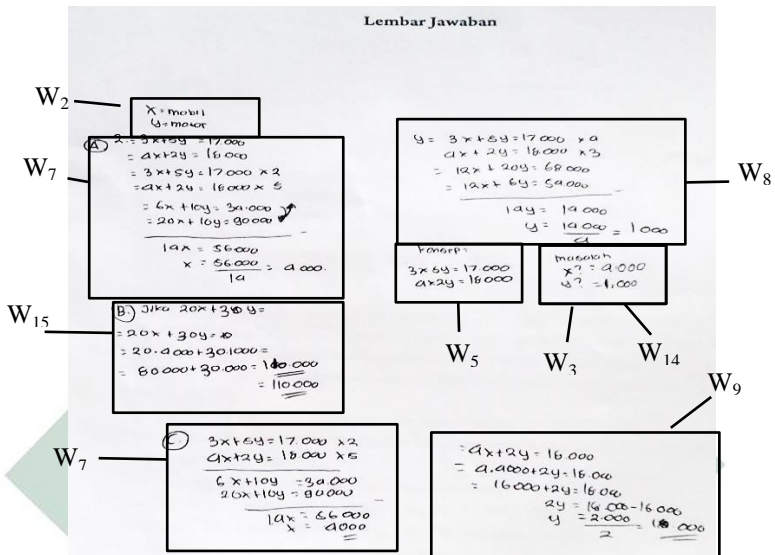
= Langkah penyelesaian yang berhenti

Berdasarkan gambar 4.8 pohon pohon ini digambarkan dari hasil tes tulis dan wawancara, dimana S_1 melakukan proses penyelesaian yang mempunyai keputusan penyelesaian masalah. Penyelesaian pertama dilihat dari $W_1, W_2, W_5, W_7, W_8, W_{10}$, dan W_{16} , dimana subjek menunjukkan dapat menyelesaikan masalah sampai tuntas. Pengambilan keputusan yang dilakukan S_1 terlihat pada langkah penyelesaian W_8 , dimana langkah W_8 langkah penyelesaian yang mempunyai kemungkinan penyelesaian masalah yang dilakukan oleh S_1 yaitu W_7 dan W_9 .



2. Deskripsi dan Analisis Data S_2

a. Deskripsi Data S_2



Gambar 4.9 Jawaban S_2 Pada Soal Nomor 2 dalam Representasi Graf Pohon Keputusan

Keterangan:

$W_i, i = 1, 2, 3, \dots, 16$

i : Langkah penyelesaian siswa, untuk lebih mengetahui hal tersebut dapat dilihat pada lampiran 11.

Berdasarkan gambar 4.9, S_2 pada penyelesaian soal nomor 2, pertama melakukan pemisalan x menyatakan tarif parkir mobil dan y menyatakan tarif parkir motor. Kemudian, S_2 membuat menyelesaikan masalah dengan mencari nilai x dan y menggunakan eliminasi. Pada langkah berikutnya S_2 melakukan pemodelan dari informasi yang didapatkan yaitu $3x + 5y = 17.000$ dan $4x + 2y = 18.000$ dan menuliskan apa yang ditanyakan dengan menuliskan hasil nilai x yang didapatkan dengan cara substitusi. Hal ini memperlihatkan S_2 kurang memahami soal yang terlihat menuliskan informasi yang ada pada soal setelah melakukan

penyelesaian. Selanjutnya S_2 mencari pendapatan tukang parkir dari 20 mobil dan 30 motor, dan didapatkan sebesar Rp. 110.000,-. Pada alternatif penyelesaian lainnya S_2 menyelesaikan masalah dengan menggunakan cara campuran, langkah yang dilakukan mencari nilai x dengan mengeliminasi nilai y dan sebaliknya. Dimana pada alternatif lainnya mempunyai nilai yang sama dengan alternatif lainnya. Pada penyelesaian soal nomor 2 S_2 menyelesaikan dengan 2 macam cara penyelesaian yaitu campuran dan eliminasi.

Berdasarkan jawaban di atas, peneliti melakukan wawancara kepada S_2 untuk mendapatkan informasi data yang lebih mendalam dari penyelesaian yang dilakukan. Berikut ini cuplikan hasil wawancara pada subjek:

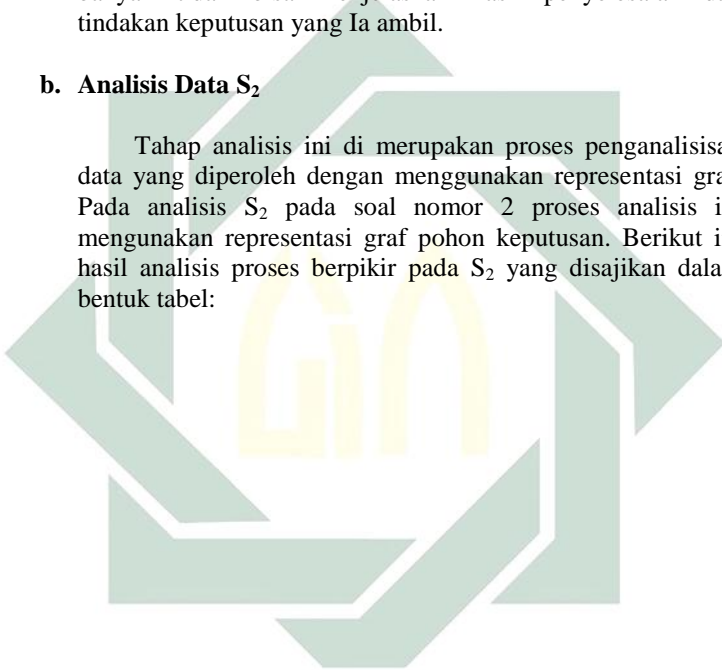
- P_{2.3.1}: Apakah Anda menemukan suatu persamaan dari informasi yang diberikan dengan soal sebelumnya?
- S_{2.3.1}: Sebenarnya tidak ada, cuman cara penyelesaian yang saya lakukan sama dengan soal pertama
- P_{2.3.2}: Apakah persamaan/perbedaan tersebut membentuk suatu susunan penyelesaian yang baru?
- S_{2.3.2}: Tidak, saya memakai cara yang sama dengan soal pertama
- P_{2.4.1}: Sekarang jelaskan kembali apa yang anda dapatkan disoal nomor 2!
- S_{2.4.1}: ya saya misalkan dulu seperti yang nomor 1 cuman saya ubah saja konstanta sama pemisalnya
- P_{2.4.2}: Apa ada kesulitan dalam menyelesaikan masalah tersebut?
- S_{2.4.2}: Tidak ada pak, karena mengikuti cara yang no 1
- P_{2.4.4}: Apakah anda yakin dengan jawaban anda yang kedua?, padahal belum tentu benar juga!
- S_{2.4.4}: Yakin pak

Berdasarkan hasil wawancara yang telah dilakukan, didapatkan bahwa S_2 melakukan keputusan penyelesaian

masalah dengan memisalkan terlebih dahulu informasi yang didapatkan. Kemudian S_2 melakukan penyelesaian dengan menggunakan eliminasi kemudian baru menuliskan apa yang ditanyakan serta model matematikanya. Hal ini tidak sejalan dengan prosedur penyelesaian secara umum, sehingga menjadikan langkah penyelesaian tidak terurut. S_2 lebih banyak tidak bisa menjelaskan hasil penyelesaian dan tindakan keputusan yang Ia ambil.

b. Analisis Data S_2

Tahap analisis ini di merupakan proses penganalisan data yang diperoleh dengan menggunakan representasi graf. Pada analisis S_2 pada soal nomor 2 proses analisis ini menggunakan representasi graf pohon keputusan. Berikut ini hasil analisis proses berpikir pada S_2 yang disajikan dalam bentuk tabel:



Tabel 4.9
Hasil Analisis Data Proses Berpikir S₂ Pada Representasi Graf
Pohon Keputusan

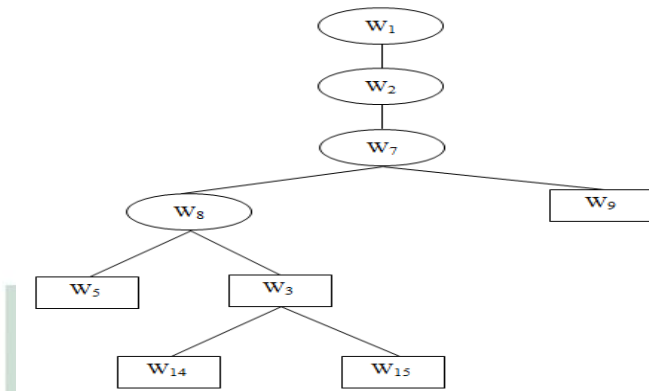
Indikator Representasi Graf dalam Proses Berpikir	Representasi Graf	Hasil Analisis Data S ₂
Mengidentifikasi alasan, ketidak relevan, atau kerelevanan keputusan cara menyelesaikan masalah	Pohon Keputusan	Berdasarkan hasil tes tulis dengan koding W ₂ dan W ₇ serta hasil wawancara S _{2.3.1} . S ₂ dapat menyebutkan dan memberikan alasan mengenai penyelesaian yang dilakukan, namun tidak semuanya apa yang dituliskan dalam lembar jawaban dapat dijelaskan mengenai kerelevan dalam penyelesaian masalah.
Menyelesaikan masalah dengan membuat alasan dari ketidak relevan atau kerelevanan keputusan cara menyelesaikan masalah	Pohon Keputusan	Berdasarkan hasil tes tulis dengan koding W ₇ dan hasil wawancara S _{2.4.2} . S ₂ , lebih banyak menggunakan logika berpikir yang mengakibatkan penyelesaian yang dilakukan tidak runtut. Serta subjek S ₂ kurang bisa memberikan penjelesan mengenai hasil penyelesaian soalnya.

Berdasarkan analisis data S_2 di atas dapat dikatakan tuntas dalam menyelesaikan masalah. Maka dapat digambarkan proses berpikir dalam bentuk representasi graf pohon keputusan. Dimana penggambaran representasi graf ini mengacu pada hasil penyelesaian masalah yang dilakukan S_2 . Dalam penyelesaian yang dilakukan subjek yang telah diberikan kode oleh peneliti maka didapatkan keterhubungan antara penyelesaian satu dengan penyelesaian lainnya yang ditunjukkan pada tabel berikut ini:

Tabel 4.10
Keterhubungan Antar Penyelesaian S_2 pada Representasi Graf Pohon Keputusan

Kode Penyelesaian	Keterhubungan
V_1	V_2
V_2	V_7
V_7	V_8
V_8	V_3, V_5
V_3	V_{14}, V_{15}
V_5	V_7
V_7	V_9


Berdasarkan tabel keterhubungan penyelesaian di atas menunjukkan proses berpikir S_2 yang tertulis dalam lembar jawaban, sehingga dapat digambarkan dalam representasi graf pohon keputusan. Berikut ini merupakan gambar proses berpikir dengan menggunakan representasi graf pohon keputusan:




Gambar 4.10 Graf Pohon Keputusan S_2

Keterangan:

W_1, W_2, W_3, \dots = kode langkah penyelesaian masalah

 = Langkah penyelesaian yang dapat berlanjut

 = Langkah penyelesaian yang berhenti

Berdasarkan gambar 4.10 pohon pohon ini digambarkan dari hasil tes tulis dan wawancara, dimana S_2 melakukan proses penyelesaian yang mempunyai keputusan penyelesaian masalah. Penyelesaian pertama dilihat dari $V_1, V_2, V_7, V_8, V_5, V_3, V_{14}, V_{15}$ dan V_9 , dimana subjek menunjukkan dapat menyelesaikan masalah sampai tuntas namun penyelesaian yang dilakukan tidak terurut. Sehingga keputusan penyelesaian masalah dilakukan saat S_2 mengecek kembali hasil penyelesaian yang Ia lakukan.

3. Deskripsi dan Analisis Data S₃

a. Deskripsi Data S₃

2) a) Diket = mobil = x } tarif parkir } W_2
 motor = y }
 $3x + 5y = \text{Rp. } 17.000,-$ } W_5
 $4x + 2y = \text{Rp. } 18.000,-$ }

b) $3x + 5y = \text{Rp. } 17.000,-$ | $\times 1$ | $12x + 20y = \text{Rp. } 68.000,-$
 $4x + 2y = \text{Rp. } 18.000,-$ | $\times 3$ | $12x + 6y = \text{Rp. } 54.000,-$
 \hline
 $14y = \text{Rp. } 14.000,-$
 $y = \frac{14.000,-}{14} = \text{Rp. } 1.000,-$
 $19x = \text{Rp. } 56.000,-$
 $x = \frac{\text{Rp. } 56.000}{19}$
 $x = \text{Rp. } 4000,-$

$9x + 2y = \text{Rp. } 18.000,-$ | $\times 5$ | $45x + 10y = \text{Rp. } 90.000,-$
 $3x + 5y = \text{Rp. } 17.000,-$ | $\times 2$ | $6x + 10y = \text{Rp. } 34.000,-$
 \hline
 $20x + 3y = z$
 $x + y = 1.000 + 1000 \times 30$
 5000
 ~~$20x + 3y = z$~~
 ~~$20x + 30y = \text{Rp. } 100.000,-$~~
 $z = \text{Rp. } 100.000,-$

(Cara Eliminasi)
 Lanjutan... di baliknya.

c) $3x + 5y = \text{Rp. } 17.000,-$ | $\times 2$ | $6x + 10y = \text{Rp. } 34.000,-$
 $4x + 2y = \text{Rp. } 18.000,-$ | $\times 5$ | $20x + 10y = \text{Rp. } 90.000,-$
 \hline
 $-14x = \text{Rp. } -56.000,-$
 $x = \frac{\text{Rp. } -56.000}{-14}$
 $x = \text{Rp. } 4.000,-$

$3x + 5y = \text{Rp. } 17.000,-$
 $3 \times 4.000 + 5y = \text{Rp. } 17.000,-$
 $\text{Rp. } 12.000 + 5y = \text{Rp. } 17.000,-$
 $5y = \text{Rp. } 17.000 - \text{Rp. } 12.000$
 $5y = \text{Rp. } 5.000$
 $y = \frac{\text{Rp. } 5.000}{5}$
 $y = \text{Rp. } 1.000$

Jadi, $20x + 30y$
 $20 \cdot 4.000 + 30 \cdot 1.000$
 $= 80.000 + 30.000$
 $= \text{Rp. } 110.000,-$

b) (lanjutan b) $20x + 30y = z$ | $\times 1$ | $20x + 30y = z$
 $x + y = 1.000 + 1000$ | $\times 20$ | $20x + 20y = 100.000$
 \hline
 $10y = z - 100.000$
 $10 \cdot 1000 = z - 100.000$
 $-z = -100.000 - 10.000$
 $-z = -110.000$
 $z = \text{Rp. } 110.000,-$

Gambar 4.11 Jawaban S₃ Pada Soal Nomor 2 dalam Representasi Graf Pohon Keputusan

Keterangan:

$W_i, i = 1, 2, 3, \dots, 16$

i : Langkah penyelesaian siswa, untuk lebih mengetahui hal tersebut dapat dilihat pada lampiran 12.

Berdasarkan gambar 4.11 jawaban S_3 pada penyelesaian soal nomor 2, pertama melakukan pemisalan x menyatakan tarif parkir mobil dan x menyatakan tarif parkir motor. Kemudian, subjek S_3 membuat pemodelan dari informasi yang didapatkan yaitu $3x + 5y = 17.000$ dan $4x + 2y = 18.000$. Langkah selanjutnya, mencari nilai x dan y dimana subjek S_3 menggunakan cara eliminasi, dimana S_3 mengeliminasi nilai x untuk menemukan nilai x yaitu sebesar Rp. 1.000,-, kemudian mengeliminasi nilai y untuk menemukan nilai x yaitu sebesar Rp. 4.000,-. Selanjutnya S_3 mencari pendapatan tukang parkir dari 20 mobil dan 30 motor, dan didapatkan sebesar Rp. 110.000,-. Pada alternatif penyelesaian lainnya S_3 menyelesaikan masalah dengan menggunakan cara campuran, langkah yang dilakukan mencari nilai x dengan mengeliminasi nilai y kemudian mensubstitusikan nilai x pada persamaan $3x + 5y = 17.000$. Di mana pada alternatif lainnya mempunyai nilai yang sama dengan alternatif lainnya. Pada penyelesaian soal nomor 2 S_3 menyelesaikan dengan 2 macam cara penyelesaian yaitu eliminasi dan campuran.

Berdasarkan jawaban di atas, peneliti melakukan wawancara kepada subjek S_3 untuk mendapatkan informasi data yang lebih mendalam dari penyelesaian yang dilakukan. Berikut ini cuplikan hasil wawancara pada subjek:

- $P_{3.3.1}$: Apakah Anda menemukan suatu persamaan dari informasi yang diberikan dengan soal sebelumnya?
- $S_{3.3.1}$: Iya ada, bentuk soalnya sama sih pak cuman perhitungannya saja yang berbeda dan pemaknaan dari variabel x dan y nya

- P_{3.3.2}: Apakah persamaan/perbedaan tersebut membentuk suatu susunan penyelesaian yang baru?
- S_{3.3.2}: Aku pakai penyelesaian yang sama pak, cara eliminasi dan campuran.
- P_{3.4.1}: Sekarang jelaskan kembali apa yang anda dapatkan disoal nomor 2!
- S_{3.4.1}: Sebenarnya sama cuman x dimisalkan tarif parkir mobil dan y dimisalkan tarif parkir motor. Kan disoal diketahui 3 mobil dan 5 motor itu tarifnya Rp. 17.000,- dan empat mobil dan dua motor tarif parkirnya Rp.18.000,-. Jadi saya jadikan $3x + 5y = 17.000$ dan $4x + 2y = 18.000$
- P_{3.4.2}: Apa ada kesulitan dalam menyelesaikan masalah tersebut?
- S_{3.4.2}: Tidak ada pak, kan aku memakai cara yang sama dengan soal nomor 1
- P_{3.4.3}: Kenapa di penyelesaian anda ada coretannya?
- S_{3.4.3}: Oh itu salah hitungannya, saat aku cek kembali setelah menyelesaikan $2c$ ternyata salah menghitung.
- P_{3.4.4}: Apakah anda yakin dengan jawaban anda yang kedua?, padahal belum tentu benar juga!
- S_{3.4.4}: Yakin pak, sudah dicek yang benar yang $2c$. Tapi udah tak benarkan yang $2b$ dibaliknya itu.

Berdasarkan hasil wawancara yang telah dilakukan, didapatkan bahwa S_3 melakukan keputusan penyelesaian masalah dengan memisalkan terlebih dahulu informasi yang didapatkan. Kemudian membuat pemodelan dari informasi dari masalah. Pada penyelesaian yang dilakukan S_3 terjadi kesalahan dengan mencoret langkah penyelesaiannya, namun S_3 dapat menjelaskan ketidak relevan yang Ia tuliskan yang mempunyai kesamaan penyelesaian dengan penyelesaian W_{15} dan W_{16} . Hal ini, menjadikan keputusan yang dilakukan S_3

mengalami keraguan dalam menyelesaikan masalah. Selain itu, S_3 menggunakan 2 cara penyelesaian yaitu eliminasi dan campuran.

b. Analisis Data S_3

Tahap analisis ini di merupakan proses penganalisisan data yang diperoleh dengan menggunakan representasi graf. Pada analisis S_3 pada soal nomor 2 proses analisis ini menggunakan representasi graf pohon keputusan. Berikut ini hasil analisis proses berpikir pada S_3 yang disajikan dalam bentuk tabel:

Tabel 4.11
Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_3 Pada Representasi Graf Pohon Keputusan

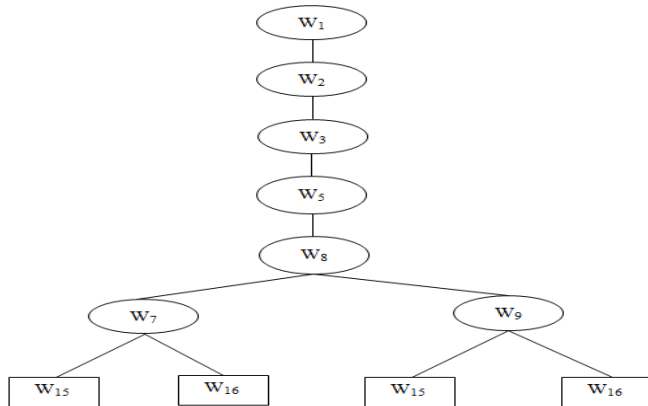
Indikator Representasi Graf dalam Proses Berpikir	Representasi Graf	Hasil Analisis Data S_3
Mengidentifikasi alasan, ketidak relevan, atau kerelevanan keputusan cara menyelesaikan masalah	Pohon Keputusan	Berdasarkan hasil wawancara $S_{3.3.2}$ dan $S_{3.4.1}$. S_3 dapat menyebutkan dan memberikan alasan mengenai penyelesaian yang dilakukan
Menyelesaikan masalah dengan membuat alasan dari ketidak relevan dan kerelevanan keputusan cara menyelesaikan masalah	Pohon Keputusan	Berdasarkan hasil wawancara $S_{3.4.3}$. S_3 didapat hasil yang menjelaskan bahwa subjek melakukan pemilihan informasi yang dapat digunakan dalam menyelesaikan masalah. Serta subjek dapat memberikan alasan pada saat penyelesaian yang salah dan yang benar.

Berdasarkan analisis data S_3 di atas maka dapat digambarkan proses berpikir dalam bentuk representasi graf pohon keputusan. Dimana penggambaran representasi graf ini mengacu pada hasil penyelesaian masalah yang dilakukan S_3 . Dalam penyelesaian yang dilakukan subjek yang telah diberikan kode oleh peneliti maka didapatkan keterhubungan antara penyelesaian satu dengan penyelesaian lainnya yang ditunjukkan pada tabel berikut ini:

Tabel 4.12
Keterhubungan Antar Penyelesaian S_3 pada Representasi Graf Pohon Keputusan

Kode Penyelesaian	Keterhubungan
V_1	V_2
V_2	V_3
V_3	V_5
V_5	V_8, V_9
V_7	V_{15}
V_8	V_{15}
V_{11}	V_{15}
V_{15}	V_{16}


Berdasarkan tabel keterhubungan penyelesaian di atas menunjukkan proses berpikir S_3 yang tertulis dalam lembar jawaban, sehingga dapat digambarkan dalam representasi graf pohon keputusan. Berikut ini merupakan gambar proses berpikir dengan menggunakan representasi graf:




Gambar 4.12 Graf Pohon Keputusan S_3

Keterangan:

W_1, W_2, W_3, \dots = kode langkah penyelesaian masalah

 = Langkah penyelesaian yang dapat berlanjut

 = Langkah penyelesaian yang berhenti

Berdasarkan gambar 4.12 pohon pohon ini digambarkan dari hasil tes tulis dan wawancara, dimana S_3 melakukan proses penyelesaian yang mempunyai keputusan penyelesaian masalah. Penyelesaian pertama dilihat dari $V_1, V_2, V_3, V_8, V_7, V_9, V_{15}$, dan V_{16} , dimana subjek menunjukkan dapat menyelesaikan masalah sampai tuntas. Selain itu, pengambilan keputusan S_3 lebih baik dari subjek sebelumnya. Hal ini, terlihat dari langkah penyelesaian S_3 yang tergambarkan dalam graf pohon dengan langkah penyelesaian yang rinci dan terurut.

C. Representasi Graf Pohon Rentang untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.

Penerapan representasi graf dalam proses berpikir siswa menyelesaikan masalah matematika dapat dilihat dari hasil deskripsi dan analisis data yang telah diperoleh dari tes tulis soal nomor 1 dan 2, serta hasil data wawancara pada subjek. Hal tersebut, akan memperlihatkan gambaran proses berpikir siswa dengan menggunakan analisis representasi graf pohon rentang. Selain itu representasi graf pohon rentang ini untuk melihat tingkatan kreativitas dan keefektifan penyelesaian yang dilakukan subjek.

1. Deskripsi dan Analisis Data S₁

a. Deskripsi dan Analisis Data S₁ Pada Soal Nomor 1

1) Deskripsi Data S₁

Lembar Jawaban

1 a) $x = \text{keas}$
 $y = \text{kemaja}$

Ditanya: x ?
 y ?

$2x + y = \text{Rp } 260.000$ I
 $x + 2y = \text{Rp } 260.000 + \text{Rp } 50.000 = \text{Rp } 310.000$ II

$2x + y = \text{Rp } 260.000$
 $2x + 4y = \text{Rp } 620.000$
 $-3y = -\text{Rp } 360.000$ $:-3$
 $y = \text{Rp } 120.000$

$4x + 2y = \text{Rp } 520.000$
 $x + 2y = \text{Rp } 310.000$
 $3x = \text{Rp } 210.000$ $:-3$
 $x = \text{Rp } 70.000$

b) Jika $2x + 2y =$
 $2 \cdot \text{Rp } 70.000 + 2 \cdot \text{Rp } 120.000 = \text{Rp } 140.000 + \text{Rp } 240.000$
 $= \text{Rp } 380.000$
Jadi yang harus dibayar Fairiz adalah Rp. 380.000

c) $2x + y = \text{Rp } 260.000$
 $y = \text{Rp } 260.000 - 2x$

$x + 2y = \text{Rp } 310.000 = \text{Rp } 310.000$
 $x + 2(\text{Rp } 260.000 - 2x) = \text{Rp } 310.000$
 $x + \text{Rp } 520.000 - 4x = \text{Rp } 310.000$
 $x - 4x = \text{Rp } 310.000 - \text{Rp } 520.000$
 $-3x = -\text{Rp } 210.000$
 $x = -\text{Rp } 210.000 : -3$
 $x = \text{Rp } 70.000$

$2x + y = \text{Rp } 260.000$
 $2 \cdot \text{Rp } 70.000 + y = \text{Rp } 260.000$
 $\text{Rp } 140.000 + y = \text{Rp } 260.000$
 $y = \text{Rp } 260.000 - \text{Rp } 140.000$
 $y = \text{Rp } 120.000$

Gambar 4.13 Jawaban S₁ Pada Soal Nomor 1 dalam Representasi Graf Pohon Rentang

Keterangan:

$W_i, i = 1, 2, 3, \dots, 16$

i : Langkah penyelesaian siswa, untuk lebih mengetahui hal tersebut dapat dilihat pada lampiran 10.

Berdasarkan gambar 4.13 terlihat bahwa S_1 menyelesaikan soal dengan cara menuliskan konsep dengan memisalkan x menyatakan kaos dan y menyatakan kemeja. Selain itu subjek S_1 membuat model matematika $2x + y = 260.000$ dan $x + 2y = 260.000 + 50.000$. Langkah berikutnya, S_1 menuliskan apa yang ditanyakan dari masalah yang disajikan yaitu $x?$ dan $y?$. Setelah itu S_1 menyelesaikan masalah tersebut dengan mencari nilai x dan y menggunakan cara eliminasi, dimana nilai $x = \text{Rp. } 70.000,-$ dan nilai $y = 120.000,-$. Setelah didapatkan nilai x dan y , S_1 mensubstitusikan kedalam persamaan yang ada pada butir soal b yaitu $2x + 2y = 0$ dan membuat kesimpulan bahwa uang yang harus dibayar oleh Faiz sebesar $\text{Rp. } 380.000,-$. Alternatif penyelesaian kedua yang dilakukan oleh S_1 dengan menggunakan cara substitusi, dimana S_1 mengubah model matematika menjadi suatu bentuk persamaan $y = 260.000 - 2x$ kemudian disubstitusikan pada persamaan $x + 2y = 310.000$ dan didapatkan nilai $x = \text{Rp. } 70.000,-$. Kemudian nilai x disubstitusikan pada persamaan $2x + y = 260.000$. Pada penyelesaian soal nomor 1 S_1 menyelesaikan dengan 2 macam cara penyelesaian yaitu eliminasi dan substitusi.

Berdasarkan jawaban di atas, peneliti melakukan wawancara kepada S_1 untuk mendapatkan informasi data yang lebih mendalam dari penyelesaian yang dilakukan. Berikut ini cuplikan hasil wawancara pada subjek:

- $P_{1.5.1}$: Dari dua penyelesaian tersebut manakah yang menurut Anda mudah!
- $S_{1.5.1}$: Eliminasi, karena lebih cepat untuk menyelesaikannya tinggal mengeliminasi salah satu nilainya.

- P_{1.5.2}: Menurut anda masih adakah alternatif penyelesaian selain 2 cara yang anda pakai?
- S_{1.5.2}: Ada, *cuman* belum tau dan belum pernah diajarkan untuk yang grafik.
- P_{1.5.3}: Apakah sudah benar dengan jawaban yang Anda peroleh? Bisa jelaskan kembali jawaban yang menurut Anda yang paling mudah dan tepat!
- S_{1.5.3}: Sudah (sambil memikirkan kembali sedikit lama)
- P_{1.5.4}: Apakah anda sudah mengecek kembali jawaban yang anda selesaikan?
- S_{1.5.4}: Belum, saya cek barusan ini.

Berdasarkan hasil wawancara yang dilakukan, didapatkan bahwa S₁ menuliskan 2 kemungkinan penyelesaian yaitu eliminasi dan substitusi. Penyelesaian yang dianggap efektif oleh subjek S₁ yakni eliminasi. Selain itu, proses pengecek ulang dilakukan saat S₁ diwawancarai.

2) Analisis Data S₁

Tahap analisis ini di merupakan proses penganalisan data yang diperoleh dengan menggunakan representasi graf. Pada analisis S₁ pada soal nomor 1 proses analisis ini menggunakan representasi graf pohon rentang. Berikut ini hasil analisis proses berpikir pada subjek S₁ yang disajikan dalam bentuk tabel:

Tabel 4.13
Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_1 Pada Representasi Graf
Pohon Rentang Soal Nomor 1

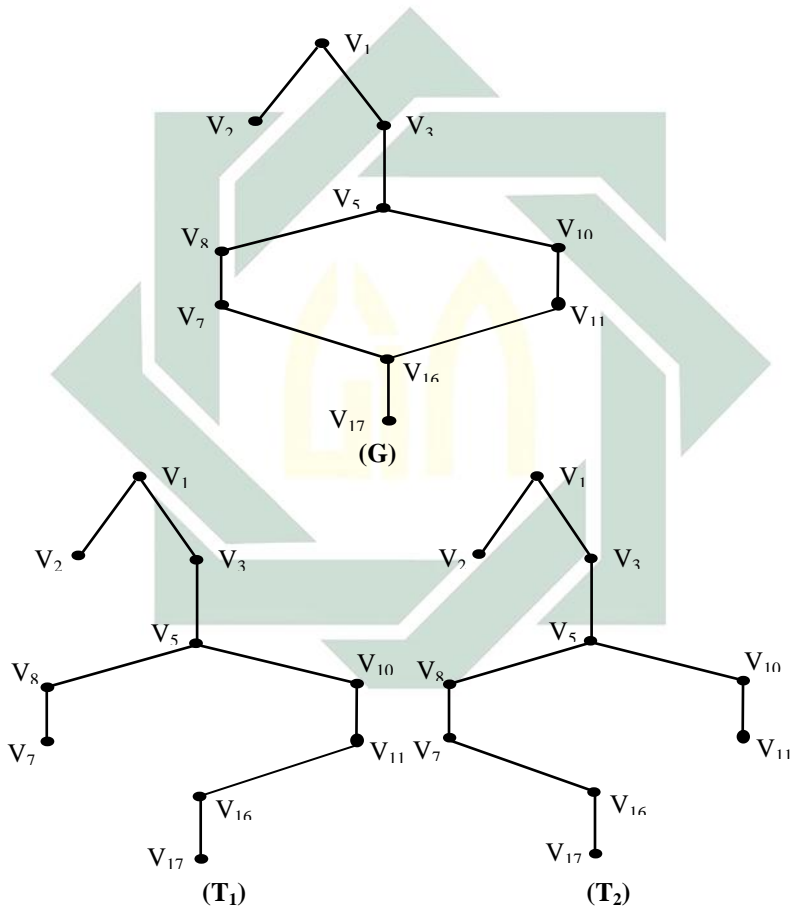
Indikator Representasi Graf dalam Proses Berpikir	Representasi Graf	Hasil Analisis Data S_1
Membuat kemungkinan solusi penyelesaian yang dapat terjadi secara kritis, kreatif, dan efektif	Pohon Rentang	Berdasarkan hasil wawancara $S_{1.5.1}$ dan $S_{1.5.2}$ diperoleh bahwa S_1 dapat memberikan macam – macam alternatif jawaban serta dapat memberikan penjelasan atas penyelesaiannya.

Berdasarkan analisis data S_1 di atas maka dapat digambarkan proses berpikir dalam bentuk representasi graf pohon rentang. Dimana penggambaran representasi graf ini mengacu pada hasil penyelesaian masalah yang dilakukan S_1 . Selain itu, penyelesaian yang dilakukan S_1 yang telah diberi kode oleh peneliti maka didapatkan keterhubungan antara penyelesaian satu dengan penyelesaian lainnya yang ditunjukkan pada tabel berikut ini:

Tabel 4.14
Keterhubungan Antar Penyelesaian S_1 pada Representasi
Graf Pohon Rentang Soal Nomor 1

Kode Penyelesaian	Keterhubungan
V_1	V_2, V_3
V_3	V_5
V_5	V_8, V_{10}
V_8	V_7
V_7	V_{17}
V_{10}	V_{11}
V_{11}	V_{17}

Berdasarkan tabel keterhubungan penyelesaian diatas menunjukkan proses berpikir S_1 yang tertulis dalam lembar jawaban, sehingga dapat digambarkan dalam representasi graf pohon rentang. Berikut ini merupakan gambar proses berpikir dengan menggunakan representasi graf:



Gambar 4.14 Graf Pohon Rentang S_1 Soal Nomor 1

Keterangan:

V_1, V_2, V_3, \dots = kode langkah penyelesaian masalah

● = langkah penyelesaian masalah

— = keterhubungan setiap langkah penyelesaian

Berdasarkan gambar 4.14 menunjukkan terdapat 2 pohon rentang dari graf G yaitu T_1 dan T_2 . Hal ini, menunjukkan bahwa penyelesaian yang dilakukan S_1 mempunyai alternatif penyelesaian sebanyak 2 pohon atau 2 macam penyelesaian. Graf G merupakan graf pohon penyelesaian S_1 pada masalah 1, T_1 menunjukkan alternatif penyelesaian pertama dan T_2 menunjukkan alternatif penyelesaian kedua.

b. Deskripsi dan Analisis Data S_1 Pada Soal Nomor 2

1) Deskripsi Data S_1

Lembar Jawaban

W_2 — $\begin{cases} \text{Rp. 17.000} \\ \text{Rp. 18.000} \end{cases}$

W_5 — $\begin{cases} 3x + 5y = \text{Rp. } 17.000 \\ 4x + 2y = \text{Rp. } 18.000 \end{cases}$

W_8 — $\begin{cases} 3x + 5y = \text{Rp. } 17.000 \times 4 \\ 4x + 2y = \text{Rp. } 18.000 \times 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 12x + 20y = \text{Rp. } 68.000 \\ 20x + 10y = \text{Rp. } 90.000 \end{cases}$

W_{10} — $\begin{cases} 3x + 5y = \text{Rp. } 17.000 \\ 3x + 5 \text{ Rp. } 1000 = \text{Rp. } 17.000 \\ 2x + \text{Rp. } 5000 = \text{Rp. } 17.000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x = \text{Rp. } 17.000 - \text{Rp. } 5000 \\ 3x = \text{Rp. } 12.000 \\ x = \text{Rp. } 4000 \end{cases}$

W_{15} — b) Jika terdapat 20 mobil dan 30 motor
 $20x + 30y = ?$
 $20 \cdot \text{Rp. } 4000 + 30 \cdot \text{Rp. } 1000 = \text{Rp. } 80.000 + \text{Rp. } 30.000 = \text{Rp. } 110.000$
 Jadi ia mendapat uang parkir sebesar Rp. 110.000

W_8 — c) $\begin{cases} 3x + 5y = \text{Rp. } 17.000 \times 4 \\ 4x + 2y = \text{Rp. } 18.000 \times 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 12x + 20y = \text{Rp. } 68.000 \\ 20x + 10y = \text{Rp. } 90.000 \end{cases}$

W_7 — $\begin{cases} 3x + 5y = \text{Rp. } 17.000 \times 2 \\ 4x + 2y = \text{Rp. } 18.000 \times 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x + 10y = \text{Rp. } 34.000 \\ 20x + 10y = \text{Rp. } 90.000 \end{cases}$

Gambar 4.15 Jawaban S_1 Pada Soal Nomor 2 dalam Representasi Graf Pohon Rentang

Keterangan:

$W_i, i = 1, 2, 3, \dots, 17$

i : Langkah penyelesaian siswa, untuk lebih mengetahui hal tersebut dapat dilihat pada lampiran 10.

Berdasarkan gambar 4.15 S_1 pada penyelesaian soal nomor 2, pertama melakukan pemisalan x menyatakan tarif parkir mobil dan y menyatakan tarif parkir motor. Kemudian, S_1 membuat pemodelan dari informasi yang didapatkan yaitu $3x + 5y = 17.000$ dan $4x + 2y = 18.000$. Langkah selanjutnya, mencari nilai x dan y dimana S_1 menggunakan cara campuran, dimana S_1 mengeliminasi nilai x untuk menemukan nilai y yaitu sebesar Rp. 1.000,-, kemudian mensubstitusikan nilai y ke persamaan $3x + 5y = 17.000$ untuk menemukan nilai x yaitu sebesar Rp. 4.000,-. Selanjutnya S_1 mencari pendapatan tukang parkir dari 20 mobil dan 30 motor, dan didapatkan sebesar Rp. 110.000,-. Pada alternatif penyelesaian lainnya S_1 menyelesaikan masalah dengan menggunakan cara eliminasi, langkah yang dilakukan mencari nilai x dengan mengeliminasi nilai y dan sebaliknya. Dimana pada alternatif lainnya mempunyai nilai yang sama dengan alternatif lainnya. Pada penyelesaian soal nomor 2 S_1 menyelesaikan dengan 2 macam cara penyelesaian yaitu campuran dan eliminasi.

Berdasarkan jawaban di atas, peneliti melakukan wawancara kepada subjek S_1 untuk mendapatkan informasi data yang lebih mendalam dari penyelesaian yang dilakukan. Berikut ini cuplikan hasil wawancara pada subjek:

- $P_{1.5.1}$: Dari dua penyelesaian tersebut manakah yang menurut Anda mudah!
- $S_{1.5.1}$: Sama dengan nomor 1.
- $P_{1.5.2}$: Menurut anda masih adakah alternatif penyelesaian selain 2 cara yang anda pakai?

- S_{1.5.2}: Sama dengan nomor 1 karena saya ikuti langkah nomor 1.
- P_{1.5.3}: Apakah sudah benar dengan jawaban yang Anda peroleh? Bisa jelaskan kembali jawaban yang menurut Anda yang paling mudah dan tepat!
- S_{1.5.3}: Tadi salah menghitung, tapi sudah yakin setelah saya koreksi lagi

Berdasarkan hasil wawancara yang dilakukan, didapatkan bahwa S₁ menuliskan 2 kemungkinan penyelesaian yaitu eliminasi dan campuran. Penyelesaian yang dianggap efektif oleh S₁ yakni eliminasi. Alternatif penyelesaian yang dilakukan oleh S₁ mempunyai perbedaan dengan cara sebelumnya. Selain itu, proses pengecek ulang dilakukan saat S₁ diwawancarai.

2) Analisis Data S₁

Tahap analisis ini di merupakan proses penganalisisan data yang diperoleh dengan menggunakan representasi graf. Pada analisis S₁ pada soal nomor 2 proses analisis ini menggunakan representasi graf pohon rentang. Berikut ini hasil analisis proses berpikir pada S₁ yang disajikan dalam bentuk tabel:

Tabel 4.15
Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_1 Pada Representasi Graf
Pohon Rentang Soal Nomor 2

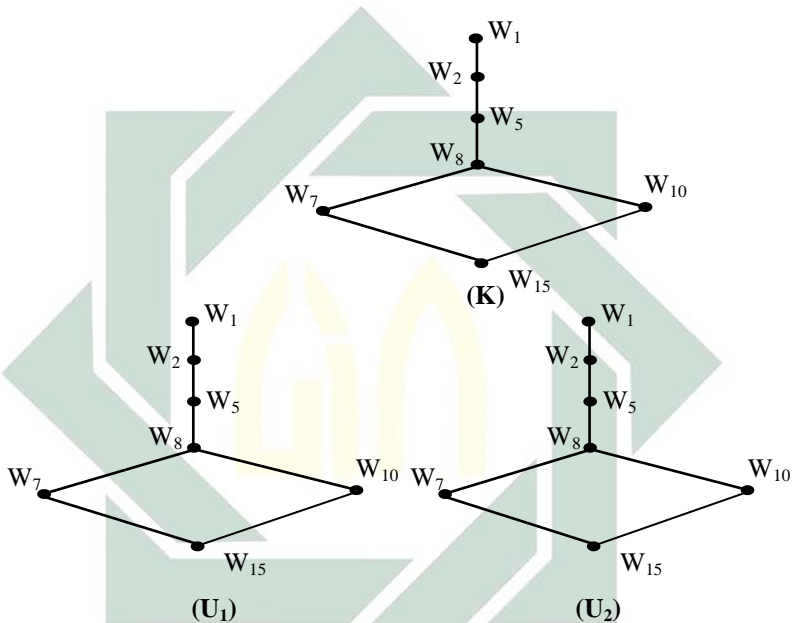
Indikator Representasi Graf dalam Proses Berpikir	Representasi Graf	Hasil Analisis Data S_1
Membuat kemungkinan solusi penyelesaian yang dapat terjadi secara kritis, kreatif, dan efektif	Pohon Rentang	Berdasarkan hasil wawancara $S_{1.5.1}$ dan $S_{1.5.2}$ diperoleh bahwa S_1 dapat memberikan macam – macam alternatif jawaban serta dapat memberikan penjelasan atas penyelesaiannya.

Berdasarkan analisis data S_1 di atas maka dapat digambarkan proses berpikir dalam bentuk representasi graf pohon rentang. Dimana penggambaran representasi graf ini mengacu pada hasil penyelesaian masalah yang dilakukan S_1 . Dalam penyelesaian yang dilakukan subjek yang telah diberikan kode oleh peneliti maka didapatkan keterhubungan antara penyelesaian satu dengan penyelesaian lainnya yang ditunjukkan pada tabel berikut ini:

Tabel 4.16
Keterhubungan Antar Penyelesaian S_1 pada
Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 2

Kode Penyelesaian	Keterhubungan
W ₁	W ₂
W ₂	W ₅
W ₅	W ₈
W ₈	W ₁₀ , W ₇
W ₇	W ₁₅
W ₁₀	W ₁₅

Berdasarkan tabel keterhubungan penyelesaian di atas menunjukkan proses berpikir S_1 yang tertulis dalam lembar jawaban, sehingga dapat digambarkan dalam representasi graf pohon rentang. Berikut ini merupakan gambar proses berpikir dengan menggunakan representasi graf:



Gambar 4.16 Graf Pohon Rentang S_1 Soal Nomor 2

Keterangan:

- W_1, W_2, W_3, \dots = kode langkah penyelesaian masalah
 ● = langkah penyelesaian masalah
 — = keterhubungan setiap langkah penyelesaian

Berdasarkan gambar 4.16 menunjukkan terdapat 2 pohon rentang dari graf K yaitu U_1 dan U_2 . Hal ini, menunjukkan bahwa penyelesaian yang dilakukan S_1 mempunyai alternatif

penyelesaian sebanyak 2 pohon atau 2 macam penyelesaian. Graf K merupakan graf pohon penyelesaian S_1 pada masalah 2, U_1 menunjukkan alternatif penyelesaian pertama dan U_2 menunjukkan alternatif penyelesaian kedua.

2. Deskripsi dan Analisis Data S_2

a. Deskripsi dan Analisis Data S_2 Pada Soal Nomor 1

1) Deskripsi Data S_2

The image shows several handwritten mathematical solutions for a system of linear equations in two variables (SLE 2). The solutions are annotated with labels V_2 , V_5 , V_{10} , V_{17} , V_7 , and V_x .

V_2 (diketahui):
 $x = 70.000$ $x = 14000$
 $y = 120.000$ $y = 140000$

V_5
 $x + y = 260.000$
 $x + 2y = 310.000$
 $x = 70.000$
 $y = 70.000 + 190.000 = 120.000$

V_{10}
 $x = 2x + y = 260.000$
 $-x + 2y = 310.000$
 $= 2x + y \quad \times 2 = 520.000$
 $x + 2y \quad \times 1 = 310.000$
 $= 4x + 2y = 520.000$
 $x + 2y = 310.000$
 $3x = 210.000$
 $x = \frac{210.000}{3} = 70.000$

V_{17}
 $2x + 2y = 0$
 $= 2 \times 70.000 + 2 \times 120.000$
 $= 140.000 + 240.000$
 $= 380.000$

V_7
 $x = 2x + y = 260.000 \quad \times 2$
 $x + 2y = 310.000 \quad \times 1$
 $= 4x + y = 520.000$
 $x + 2y = 310.000$
 $3x = 210.000$
 $x = \frac{210.000}{3} = 70.000$

V_x
 $2x + y = 260.000$
 $= 2 \times 70.000 + y = 260.000$
 $140.000 + y = 260.000$
 $y = 260.000 - 140.000$
 $= 120.000$

V_{11}
 $2x + y = 260.000$
 $x + 2y = 310.000 \quad \times 2$
 $= 2x + y = 260.000$
 $2x + 4y = 620.000$
 $2x + y = 260.000$
 $4y - y = 620.000 - 260.000$
 $3y = 360.000$
 $y = \frac{360.000}{3} = 120.000$

Gambar 4.17 Jawaban S_2 Pada Soal Nomor 1 dalam Representasi Graf Pohon Rentang

Keterangan:

$V_i, i = 1, 2, 3, \dots, 16$

i : Langkah penyelesaian siswa, untuk lebih mengetahui hal tersebut dapat dilihat pada lampiran 11.

Berdasarkan gambar 1.23 terlihat bahwa S_2 menyelesaikan soal dengan cara menuliskan konsep dengan memisalkan x menyatakan kaos dan x menyatakan kemeja. Selain itu S_2 membuat model matematika $2x + y = 260.000$ dan $x + 2y = 310.000$. Setelah itu S_2 menyelesaikan masalah tersebut dengan mencari nilai x dan y menggunakan cara eliminasi, dimana nilai $x = \text{Rp. } 70.000,-$ dan nilai $y = 120.000,-$. Setelah didapatkan nilai x dan y , S_2 mensubstitusikan kedalam persamaan yang ada pada butir soal b yaitu $2x + 2y = 0$ dan membuat kesimpulan bahwa uang yang harus dibayar oleh Faiz sebesar $\text{Rp. } 380.000,-$. Alternatif penyelesaian kedua yang dilakukan oleh S_2 dengan menggunakan cara campuran, dimana S_2 mengubah model matematika menjadi suatu bentuk persamaan $y = 260.000 - 2x$ kemudian disubstitusikan pada persamaan $x + 2y = 310.000$ dan didapatkan nilai $x = 70.000$. Kemudian nilai x disubstitusikan pada persamaan $2x + y = 260.000$. Pada penyelesaian soal nomor 1 S_2 menyelesaikan dengan 2 macam cara penyelesaian yaitu eliminasi dan campuran.

Berdasarkan jawaban di atas, peneliti melakukan wawancara kepada S_2 untuk mendapatkan informasi data yang lebih mendalam dari penyelesaian yang dilakukan. Berikut ini cuplikan hasil wawancara pada subjek:

- $P_{2.5.1}$: Dari dua penyelesaian tersebut manakah yang menurut Anda mudah!
- $S_{2.5.1}$: Campuran, soalnya habis eliminasi terus tinggal masukkan saja.
- $P_{2.5.2}$: Menurut anda masih adakah alternatif penyelesaian selain 2 cara yang anda pakai?
- $S_{2.5.2}$: Tidak tahu dan belum pernah coba .

- P_{2.5.3}: Apakah anda sudah cek kembali hasil penyelesaian yang anda lakukan?
- S_{2.5.3}: Sudah
- P_{2.5.4}: Apakah sudah benar dengan jawaban yang Anda peroleh? Bisa jelaskan kembali jawaban yang menurut Anda yang paling mudah dan tepat!
- S_{2.5.4}: Sudah

Berdasarkan hasil wawancara yang dilakukan, didapatkan bahwa S₂ menuliskan 2 kemungkinan penyelesaian yaitu eliminasi dan campuran. Penyelesaian yang dianggap efektif oleh S₂ yakni campuran. Selain itu, proses pengecek ulang dilakukan sebelum S₂ diwawancarai.

2) Analisis Data S₂

Tahap analisis ini di merupakan proses penganalisan data yang diperoleh dengan menggunakan representasi graf. Pada analisis S₂ pada soal nomor 1 proses analisis ini menggunakan representasi graf pohon rentang. Berikut ini hasil analisis proses berpikir pada S₂ yang disajikan dalam bentuk tabel:

Tabel 4.17
Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_2 Pada Representasi Graf
Pohon Rentang Soal Nomor 1

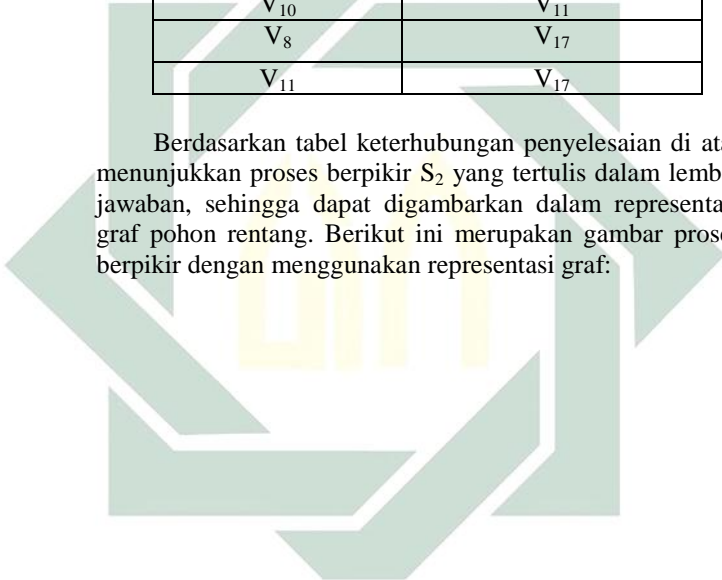
Indikator Representasi Graf dalam Proses Berpikir	Representasi Graf	Hasil Analisis Data S_2
Membuat kemungkinan solusi penyelesaian yang dapat terjadi secara kritis, kreatif, dan efektif	Pohon Rentang	Berdasarkan hasil tes tulis dengan koding V_5 dan V_{10} , S_2 dapat menyelesaikan masalah yang diberikan, tetapi subjek tidak menggunakan prosedur penyelesaian yang baik. Sehingga penyelesaiannya menggunakan logika berpikir

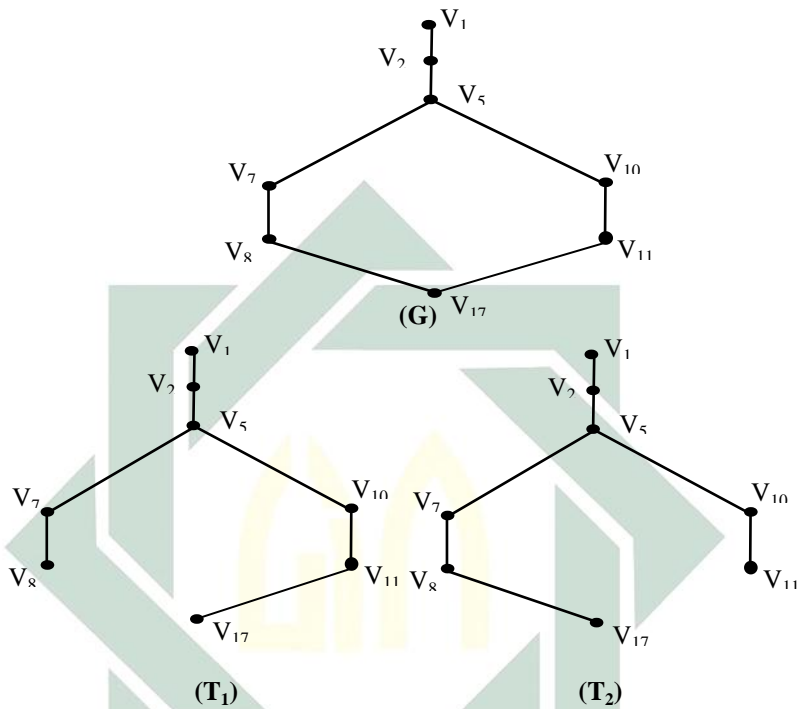
Berdasarkan analisis data S_2 di atas maka dapat digambarkan proses berpikir dalam bentuk representasi graf pohon rentang, dimana penggambaran representasi graf ini mengacu pada hasil penyelesaian masalah yang dilakukan S_2 . Dalam penyelesaian yang dilakukan subjek yang telah diberikan kode oleh peneliti maka didapatkan keterhubungan antara penyelesaian satu dengan penyelesaian lainnya yang ditunjukkan pada tabel berikut ini:

Tabel 4.18
Keterhubungan Antar Penyelesaian S_2 pada
Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 1

Kode Penyelesaian	Keterhubungan
V_1	V_2
V_2	V_5
V_5	V_{10}, V_7
V_7	V_8
V_{10}	V_{11}
V_8	V_{17}
V_{11}	V_{17}

Berdasarkan tabel keterhubungan penyelesaian di atas menunjukkan proses berpikir S_2 yang tertulis dalam lembar jawaban, sehingga dapat digambarkan dalam representasi graf pohon rentang. Berikut ini merupakan gambar proses berpikir dengan menggunakan representasi graf:





Gambar 4.18 Graf Pohon Rentang S_2 Soal Nomor 1

Keterangan:

V_1, V_2, V_3, \dots = kode langkah penyelesaian masalah

● = langkah penyelesaian masalah

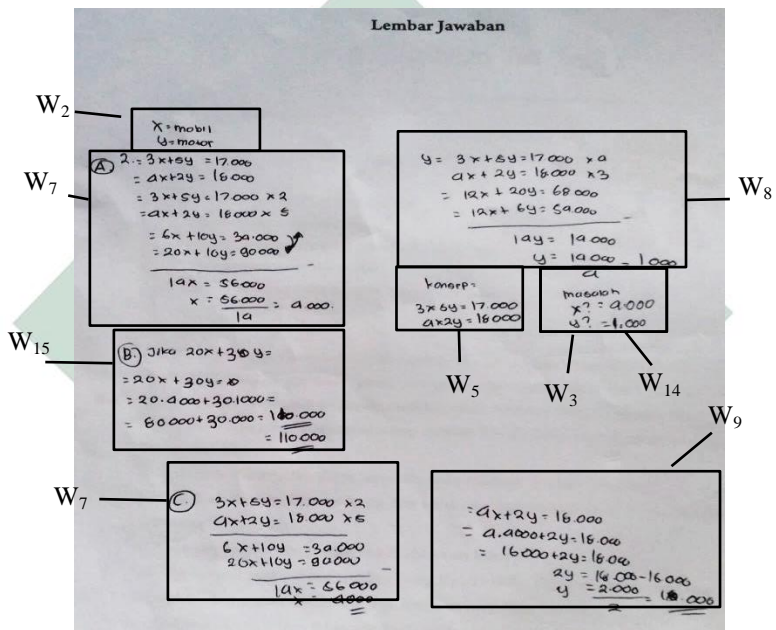
— = keterhubungan setiap langkah penyelesaian

Berdasarkan gambar 4.18 menunjukkan terdapat 2 pohon rentang dari graf G yaitu T_1 dan T_2 . Hal ini, menunjukkan bahwa penyelesaian yang dilakukan subjek S_1 mempunyai alternatif penyelesaian sebanyak 2 pohon atau 2 macam penyelesaian.

Graf G merupakan graf pohon penyelesaian S_2 pada masalah 1, T_1 menunjukkan alternatif penyelesaian pertama dan T_2 menunjukkan alternatif penyelesaian kedua.

b. Deskripsi dan Analisis Data Subjek S_2 Pada Soal Nomor 2

1) Deskripsi Data Subjek S_2



Gambar 4.19 Jawaban S_2 Pada Soal Nomor 2 dalam Representasi Graf Pohon Rentang

Keterangan:

$W_i, i = 1, 2, 3, \dots, 16$

i : Langkah penyelesaian siswa, untuk lebih mengetahui hal tersebut dapat dilihat pada lampiran 11.

Berdasarkan gambar 4.19 jawaban S_2 pada penyelesaian soal nomor 2, pertama melakukan pemisalan x menyatakan tarif parkir mobil dan y menyatakan tarif parkir motor. Kemudian, subjek S_2 membuat menyelesaikan masalah dengan mencari nilai x dan y menggunakan eliminasi. Pada langkah berikutnya S_2 melakukan pemodelan dari informasi yang didapatkan yaitu $3x + 5y = 17.000$ dan $4x + 2y = 18.000$ lalu menuliskan apa yang ditanyakan dengan menuliskan hasil nilai x yang didapatkan dengan cara substitusi. Hal ini memperlihatkan subjek S_2 kurang memahami soal yang terlihat menuliskan informasi yang ada pada soal setelah melakukan penyelesaian. Selanjutnya S_2 mencari pendapatan tukang parkir dari 20 mobil dan 30 motor, dan didapatkan sebesar Rp. 110.000,-. Pada alternatif penyelesaian lainnya S_2 menyelesaikan masalah dengan menggunakan cara campuran, langkah yang dilakukan mencari nilai x dengan mengeliminasi nilai y dan sebaliknya. Dimana pada alternatif lainnya mempunyai nilai yang sama dengan alternatif lainnya. Pada penyelesaian soal nomor 2 S_2 menyelesaikan dengan 2 macam cara penyelesaian yaitu campuran dan eliminasi.

Berdasarkan jawaban di atas, peneliti melakukan wawancara kepada subjek S_2 untuk mendapatkan informasi data yang lebih mendalam dari penyelesaian yang dilakukan. Berikut ini cuplikan hasil wawancara pada subjek:

- $P_{2.5.1}$: Dari dua penyelesaian tersebut manakah yang menurut Anda mudah!
- $S_{2.5.1}$: Sama dengan soal pertama.
- $P_{2.5.2}$: Menurut anda masih adakah alternatif penyelesaian selain 2 cara yang anda pakai?
- $S_{2.5.2}$: Tidak tahu dan belum pernah coba .
- $P_{2.5.3}$: Apakah sudah benar dengan jawaban yang Anda peroleh? Bisa jelaskan kembali jawaban yang menurut Anda yang paling mudah dan tepat!
- $S_{2.5.3}$: Sudah

Berdasarkan hasil wawancara yang dilakukan, didapatkan bahwa S_2 menuliskan 2 kemungkinan penyelesaian yaitu eliminasi dan campuran. Penyelesaian yang dianggap efektif oleh S_2 yakni campuran. Alternatif penyelesaian masalah sama dengan penyelesaian masalah sebelumnya, dimana S_2 melihat cara penyelesaian yang sebelumnya. Selain itu, proses pengecek ulang dilakukan sebelum S_2 diwawancarai.

2) Analisis Data S_2

Tahap analisis ini di merupakan proses penganalisan data yang diperoleh dengan menggunakan representasi graf. Pada analisis S_2 pada soal nomor 2 proses analisis ini menggunakan representasi graf pohon rentang. Berikut ini hasil analisis proses berpikir pada S_2 yang disajikan dalam bentuk tabel:

Tabel 4.19
Hasil Analisis Data Proses Berpikir S_2 Pada Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 2

Indikator Representasi Graf dalam Proses Berpikir	Representasi Graf	Hasil Analisis Data S_2
Membuat kemungkinan solusi penyelesaian yang dapat terjadi secara kritis, kreatif, dan efektif	Pohon Rentang	Berdasarkan hasil tes tulis dengan koding W_7 dan W_8 dapat menyelesaikan masalah yang diberikan, tetapi subjek tidak menggunakan prosedur penyelesaian yang baik. Sehingga penyelesaiannya menggunakan logika berpikir

Berdasarkan analisis data subjek S_2 di atas maka dapat digambarkan proses berpikir dalam bentuk representasi graf pohon rentang. Dimana penggambaran representasi graf ini mengacu pada hasil penyelesaian masalah yang dilakukan subjek S_2 . Dalam penyelesaian yang dilakukan subjek yang telah diberikan kode oleh peneliti maka didapatkan keterhubungan antara penyelesaian satu dengan penyelesaian lainnya yang ditunjukkan pada tabel berikut ini:

Tabel 4.20
Keterhubungan Antar Penyelesaian S_2 pada
Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 2

Kode Penyelesaian	Keterhubungan
W_1	W_2, W_3
W_3	W_5
W_5	W_7
W_7	W_8, W_9
W_8	W_{14}
W_9	W_{14}
W_{14}	W_{15}

Berdasarkan tabel keterhubungan penyelesaian di atas menunjukkan proses berpikir subjek S_2 yang tertulis dalam lembar jawaban, sehingga dapat digambarkan dalam representasi graf pohon rentang. Berikut ini merupakan gambar proses berpikir dengan menggunakan representasi graf:

penyelesaian pertama dan U_2 menunjukkan alternatif penyelesaian kedua.

3. Deskripsi dan Analisis Data S_3
a. Deskripsi dan Analisis Data S_3 Pada Soal Nomor 1
1) Deskripsi ata S_3

The image displays handwritten mathematical work for solving a system of linear equations in two variables. The work is divided into several sections, each annotated with a label:

- V₂**: Points to the initial equations: $2x + y = \text{Rp. } 260.000,-$ and $x + 2y = \text{Rp. } 310.000,-$.
- V₃**: Points to the substitution method where x is expressed in terms of y from the second equation: $x = 310.000 - 2y$.
- V₇**: Points to the elimination method where the first equation is multiplied by 2 and then the second equation is subtracted from it to solve for y .
- V₁₁**: Points to the elimination method where the second equation is multiplied by 2 and then the first equation is subtracted from it to solve for x .
- V₁₆**: Points to the final values found: $x = \text{Rp. } 70.000,-$ and $y = \text{Rp. } 120.000,-$.
- V₁₇**: Points to the calculation of the total cost: $(2 \cdot \text{Rp. } 70.000,-) + (2 \cdot \text{Rp. } 120.000,-) = \text{Rp. } 380.000,-$.
- V₈**: Points to the matrix method using the inverse of the coefficient matrix.
- V₇** (bottom): Points to the elimination method using the elimination of x by subtracting the second equation from the first.
- V₁₇** (bottom): Points to the final calculation of the total cost using the elimination method: $2x + 2y = 380.000$.

Gambar 4.21 Jawaban S_3 Pada Soal Nomor 1 dalam Representasi Graf Pohon Rentang

Keterangan:

$V_i, i = 1, 2, 3, \dots, 17$

i : Langkah penyelesaian siswa, untuk lebih mengetahui hal tersebut dapat dilihat pada lampiran 12.

Berdasarkan gambar 4.21 terlihat bahwa S_3 menyelesaikan soal dengan cara menuliskan fakta dan konsep yang telah diketahui $2 \text{ kaos} + 1 \text{ kemeja} = \text{Rp. } 260.000,-$ dan $1 \text{ kaos} + 2 \text{ kemeja} = \text{Rp. } 260.000,- + \text{Rp. } 50.000,-$. Kemudian, S_3 mengubah informasi yang didapatkan menjadi suatu model matematika dengan memisalkan x adalah harga kaos dan y adalah harga kemeja. Langkah berikutnya, S_3 menuliskan apa yang ditanyakan dari masalah yang disajikan yaitu $x?$ dan $y?$. Setelah itu S_3 menyelesaikan masalah tersebut dengan mencari nilai x dan y terlebih dahulu menggunakan cara campuran, dimana nilai $x = \text{Rp. } 70.000,-$ dan nilai $y = 120.000,-$. Setelah didapatkan nilai x dan y , S_3 mensubstitusikan kedalam persamaan yang ada pada butir soal b yaitu $2x + 2y = 0$ dan membuat kesimpulan bahwa uang yang harus dibayar oleh Faiz sebesar $\text{Rp. } 380.000,-$. Alternatif penyelesaian kedua yang dilakukan oleh S_3 dengan menggunakan cara eliminasi dan mempunyai hasil yang sama dengan alternatif penyelesaian sebelumnya. Pada penyelesaian soal nomor 1 S_3 menyelesaikan dengan 2 macam cara penyelesaian yaitu eliminasi dan campuran.

Berdasarkan jawaban di atas, peneliti melakukan wawancara kepada S_3 untuk mendapatkan informasi data yang lebih mendalam dari penyelesaian yang dilakukan. Berikut ini cuplikan hasil wawancara pada subjek:

$P_{3.5.1}$: Menurut Anda, bagaimana cara penyelesaian yang anda gunakan sudah efektif, efisien dan tepat?

$S_{3.5.1}$: Sudah pak, dan menurut saya cara yang paling enak itu pakai cara campuran.

$P_{3.5.2}$: Apakah penyelesaian sudah anda cek kembali?

$S_{3.5.2}$: Sudah

- P_{3.5.3}: Apakah sudah benar dengan jawaban yang Anda peroleh? Bisa jelaskan kembali jawaban yang menurut Anda yang paling mudah dan tepat!
- S_{3.5.3}: Sudah, pakai cara campuran tinggal eliminasi satu variabel saja terus dimasukkan ke persamaan sudah ketemu.

Berdasarkan hasil wawancara yang di atas, didapatkan bahwa S₃ menuliskan 2 kemungkinan penyelesaian yaitu eliminasi dan campuran. Penyelesaian yang dianggap efektif oleh S₃ yakni campuran. Hal ini, penggunaan cara campuran akan lebih cepat dalam proses penyelesaiannya. Selain itu, proses pengecek ulang dilakukan sebelum S₃ diwawancarai.

2) Analisis Data S₃

Tahap analisis ini di merupakan proses penganalisisan data yang diperoleh dengan menggunakan representasi graf. Pada analisis S₃ pada soal nomor 1 proses analisis ini menggunakan representasi graf pohon rentang. Berikut ini hasil analisis proses berpikir pada S₃ yang disajikan dalam bentuk tabel:

Tabel 4.21
Hasil Analisis Data Proses Berpikir S₃ Pada Representasi Graf
Rentang Soal Nomor 1

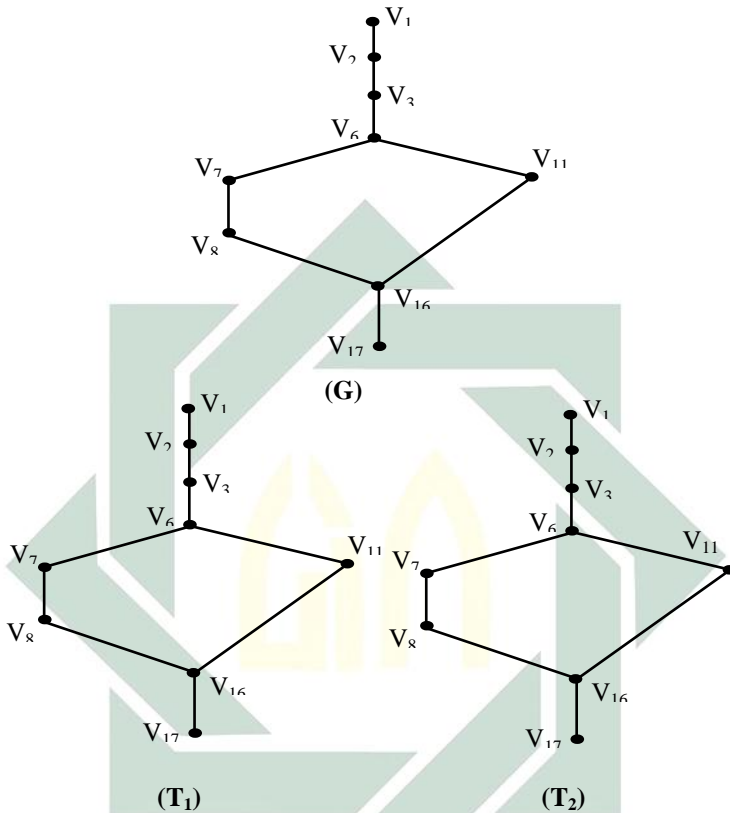
Indikator Representasi Graf dalam Proses Berpikir	Representasi Graf	Hasil Analisis Data S₃
Membuat kemungkinan solusi penyelesaian yang dapat terjadi secara kritis, kreatif, dan efektif	Pohon Rentang	Berdasarkan hasil tes tulis dengan koding V ₇ , V ₈ , dan V ₁₁ serta wawancara S _{3.5.3} diperoleh bahwa subjek S ₃ dapat memberikan macam – macam alternatif jawaban serta dapat memberikan penjelasan atas penyelesaiannya.

Berdasarkan analisis data S₃ di atas maka dapat digambarkan proses berpikir dalam bentuk representasi graf pohon rentang. Dimana penggambaran representasi graf ini mengacu pada hasil penyelesaian masalah yang dilakukan S₃. Dalam penyelesaian yang dilakukan subjek yang telah diberikan kode oleh peneliti maka didapatkan keterhubungan antara penyelesaian satu dengan penyelesaian lainnya yang ditunjukkan pada tabel berikut ini:

Tabel 4.22
Keterhubungan Antar Penyelesaian S_3 pada Representasi
Graf Pohon Rentang Soal Nomor 1

Kode Penyelesaian	Keterhubungan
V_1	V_2
V_2	V_3
V_3	V_6
V_6	V_7, V_8, V_{11}
V_7	V_{16}
V_8	V_{16}
V_{11}	V_{16}
V_{16}	V_{17}

Berdasarkan tabel keterhubungan penyelesaian di atas menunjukkan proses berpikir S_3 yang tertulis dalam lembar jawaban, sehingga dapat digambarkan dalam representasi graf pohon rentang. Berikut ini merupakan gambar proses berpikir dengan menggunakan representasi graf:



Gambar 4.22 Graf Pohon Rentang S_3 Soal Nomor 1

Keterangan:

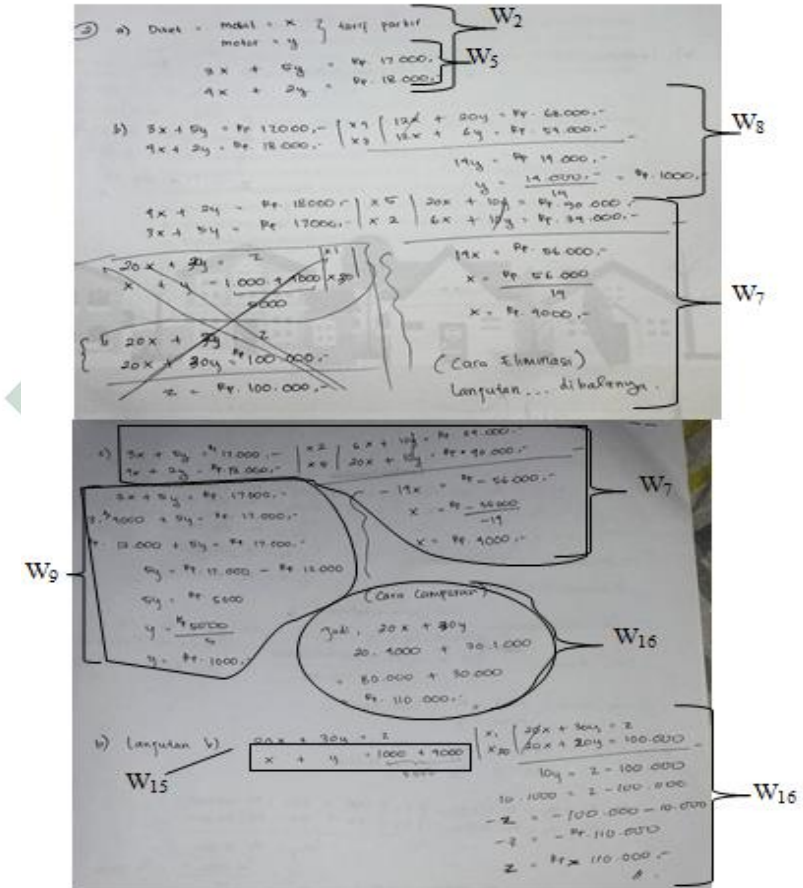
- V_1, V_2, V_3, \dots = kode langkah penyelesaian masalah
 ● = langkah penyelesaian masalah
 — = keterhubungan setiap langkah penyelesaian

Berdasarkan gambar 1.28 menunjukkan terdapat 2 pohon rentang dari graf G yaitu T_1 dan T_2 . Hal ini, menunjukkan bahwa penyelesaian yang dilakukan subjek S_3 mempunyai alternatif penyelesaian sebanyak 2 pohon atau 2 macam penyelesaian. Graf G merupakan graf pohon penyelesaian S_3

pada masalah 1, T_1 menunjukkan alternatif penyelesaian pertama dan T_2 menunjukkan alternatif penyelesaian kedua.

b. Deskripsi dan Analisis Data S_3 Pada Soal Nomor 2

1) Deskripsi Data S_3



Gambar 4.23 Jawaban S_3 Pada Soal Nomor 2 dalam Representasi Graf Pohon Rentang

Keterangan:

$W_i, i = 1, 2, 3, \dots, 16$

i : Langkah penyelesaian siswa, untuk lebih mengetahui hal tersebut dapat dilihat pada lampiran 12.

Berdasarkan gambar 4.23 jawaban S_3 pada penyelesaian soal nomor 2, pertama melakukan pemisalan x menyatakan tarif parkir mobil dan y menyatakan tarif parkir motor. Kemudian, S_3 membuat pemodelan dari informasi yang didapatkan yaitu $3x + 5y = 17.000$ dan $4x + 2y = 18.000$. Langkah selanjutnya, mencari nilai x dan y dimana S_3 menggunakan cara eliminasi, dimana S_3 mengeliminasi nilai x untuk menemukan nilai y yaitu sebesar Rp. 1.000,-, kemudian mengeliminasi nilai y untuk menemukan nilai x yaitu sebesar Rp. 4.000,-. Selanjutnya S_3 mencari pendapatan tukang parkir dari 20 mobil dan 30 motor, dan didapatkan sebesar Rp. 110.000,-. Pada alternatif penyelesaian lainnya S_3 menyelesaikan masalah dengan menggunakan cara campuran, langkah yang dilakukan mencari nilai x dengan mengeliminasi nilai y kemudian mensubstitusikan nilai x pada persamaan $3x + 5y = 17.000$. Dimana pada alternatif lainnya mempunyai nilai yang sama dengan alternatif lainnya. Pada penyelesaian soal nomor 2 S_3 menyelesaikan dengan 2 macam cara penyelesaian yaitu eliminasi dan campuran.

Berdasarkan jawaban di atas, peneliti melakukan wawancara kepada S_3 untuk mendapatkan informasi data yang lebih mendalam dari penyelesaian yang dilakukan. Berikut ini cuplikan hasil wawancara pada subjek:

- $P_{3.5.1}$: Menurut Anda, apakah cara penyelesaian yang anda gunakan sudah efektif, efisien dan tepat?
- $S_{3.5.1}$: Sudah pak, sama dengan nomor 1.
- $P_{3.5.2}$: Apakah sudah benar dengan jawaban yang Anda peroleh? Bisa jelaskan kembali jawaban yang menurut Anda yang paling mudah dan tepat!
- $S_{3.5.2}$: Sudah, sama dengan nomor 1

- P_{3.5.3}: Apakah ada cara penyelesaian yang tidak dapat menyelesaikan masalah ini?
- S_{3.5.3}: Tidak tahu pak, soalnya tidak bisa yang cara lainnya

Berdasarkan hasil wawancara yang dilakukan, didapatkan bahwa S₃ menuliskan 2 kemungkinan penyelesaian yaitu eliminasi dan campuran. Penyelesaian yang dianggap efektif oleh S₃ yakni campuran. Alternatif penyelesaian masalah sama dengan penyelesaian masalah sebelumnya, dimana S₃ melihat cara penyelesaian yang sebelumnya. Selain itu, proses pengecek ulang dilakukan sebelum S₃ diwawancarai.

c. Analisis Data S₃

Tahap analisis ini di merupakan proses penganalisan data yang diperoleh dengan menggunakan representasi graf. Pada analisis S₃ pada soal nomor 2 proses analisis ini menggunakan representasi graf pohon rentang. Berikut ini hasil analisis proses berpikir pada S₃ yang disajikan dalam bentuk tabel:

Tabel 4.23
Hasil Analisis Data Proses Berpikir S₃ Pada Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 2

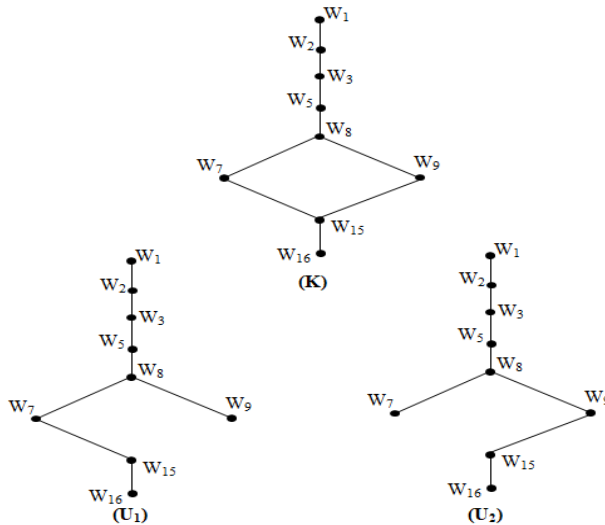
Indikator Representasi Graf dalam Proses Berpikir	Representasi Graf	Hasil Analisis Data S ₃
Membuat kemungkinan solusi penyelesaian yang dapat terjadi secara kritis, kreatif, dan efektif	Pohon Rentang	Berdasarkan hasil tes tulis dengan koding W ₉ serta hasil wawancara S _{3.5.1} dan S _{3.5.2} diperoleh bahwa S ₃ dapat memberikan macam – macam alternatif jawaban serta dapat memberikan penjelasan atas penyelesaiannya.

Berdasarkan analisis data S_3 di atas maka dapat digambarkan proses berpikir dalam bentuk representasi graf pohon rentang. Dimana penggambaran representasi graf ini mengacu pada hasil penyelesaian masalah yang dilakukan S_3 . Dalam penyelesaian yang dilakukan subjek yang telah diberikan kode oleh peneliti maka didapatkan keterhubungan antara penyelesaian satu dengan penyelesaian lainnya yang ditunjukkan pada tabel berikut ini:

Tabel 4.24
Keterhubungan Antar Penyelesaian S_3 pada Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 2

Kode Penyelesaian	Keterhubungan
W_1	W_2
W_2	W_3
W_3	W_5
W_5	W_8, W_9
W_7	W_{15}
W_8	W_{15}
W_{11}	W_{15}
W_{15}	W_{16}

Berdasarkan tabel keterhubungan penyelesaian di atas menunjukkan proses berpikir S_3 yang tertulis dalam lembar jawaban, sehingga dapat digambarkan dalam representasi graf pohon keputusan. Berikut ini merupakan gambar proses berpikir dengan menggunakan representasi graf:



Gambar 4.24 Graf Pohon Rentang S_3 Soal Nomor 2

Keterangan:

W_1, W_2, W_3, \dots = kode langkah penyelesaian masalah

● = langkah penyelesaian masalah

— = keterhubungan setiap langkah penyelesaian

Berdasarkan gambar 4.24 menunjukkan terdapat 2 pohon rentang dari graf K yaitu U_1 dan U_2 . Hal ini, menunjukkan bahwa penyelesaian yang dilakukan subjek S_3 mempunyai alternatif penyelesaian sebanyak 2 pohon atau 2 macam penyelesaian. Graf K merupakan graf pohon penyelesaian S_3

pada masalah 2, U_1 menunjukkan alternatif penyelesaian pertama dan U_2 menunjukkan alternatif penyelesaian kedua.

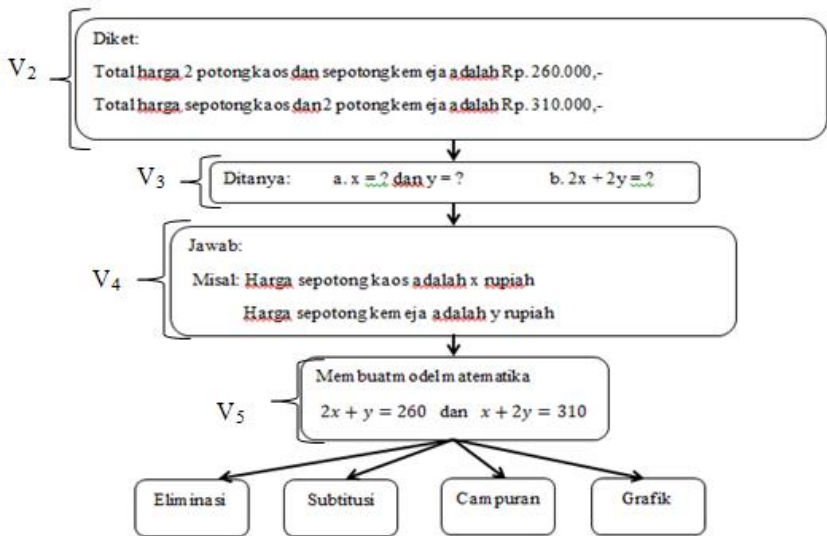
D. Representasi Graf Pohon untuk Mengambarkan Proses Berpikir Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.

Representasi graf yang dibahas ini merupakan representasi graf pohon binair, graf pohon keputusan dan graf pohon rentang, namun proses penggambaran representasi graf yang dilakukan merupakan langkah langkah penyelesaian secara umum.

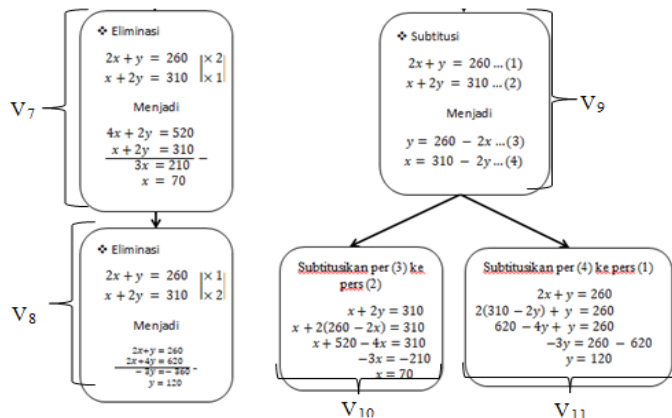
1. Representasi Graf Pohon binair untuk Mengambarkan Proses Berpikir Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika

Faiz membeli dua kaos dan sebuah kemeja di mall dengan harga Rp. 260.000,-. Ketika Faiz mencobanya dikamar ganti, ternyata salah satu kaos yang diambil rusak. Akhirnya, Ia memutuskan untuk menukar kaos tersebut dengan sebuah kemeja yang lain. Namun, Ia harus menambah uang sebesar Rp. 50.000,- karena harga kemeja lebih mahal dari kaos.

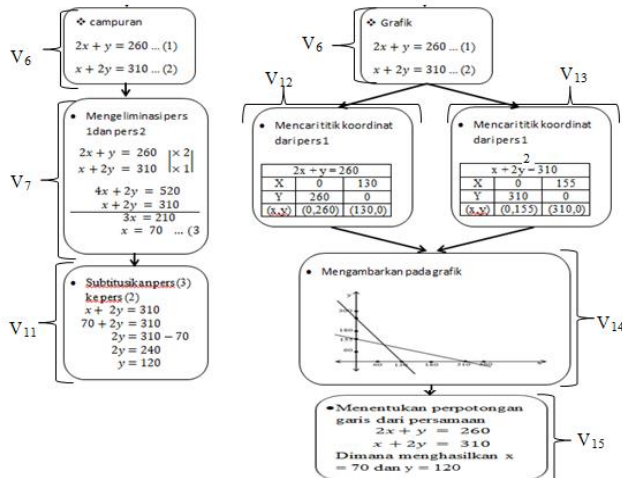
- a. Sebutkan konsep dan fakta yang ada pada masalah di atas? Jelaskan!
- b. Jika Faiz membelikan adiknya dua kaos dan dua kemeja yang sama, berapa yang harus dibayar Faiz?
- c. Coba selesaikan dengan alternatif selesaian lainnya!



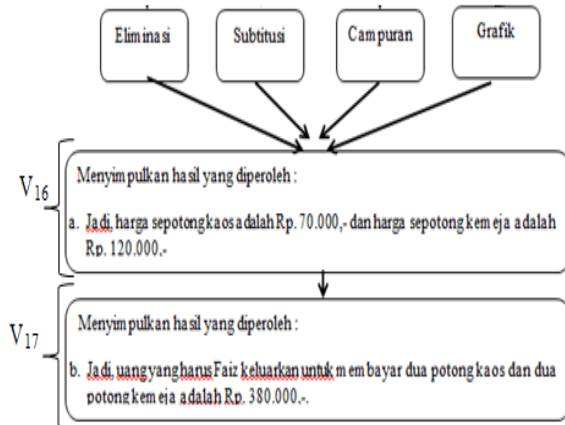
Gambar 4.25 Konsep Dan Fakta Soal Nomor 1 Pada Representasi Pohon Binair



Gambar 4.26 Kemungkinan Penyelesaian Dengan Cara Eliminasi dan Substitusi Pada Representasi Pohon Binair



Gambar 4.27 Kemungkinan Penyelesaian Dengan Cara Campuran dan Grafik Pada Representasi Pohon Binair



Gambar 4.28 Kesimpulan Penyelesaian Soal Nomor 1 Pada Representasi Pohon Binair

Keterangan:

$V_i, i = 1, 2, 3, \dots, 17$

i : Langkah penyelesaian siswa

Berdasarkan gambar di atas alur penyelesaian soal nomor 1 merupakan alternatif penyelesaian masalah secara umum. Penggambaran alur penyelesaian ini berdasarkan tahap penyelesaian secara umum yang dilakukan peneliti. Dimulai dari menyebutkan informasi yang didapatkan dalam masalah dan menuliskan apa yang ditanyakan serta pembuatan model matematika. Alternatif penyelesaian masalah yang dilakukan peneliti yang pertama, dengan menggunakan eliminasi dengan cara mencari nilai x kemudian dilanjutkan mencari nilai y . Selanjutnya dilakukan penyimpulan setiap harga barang yang dibeli dan mensubsitusikan harga masing masing barang ke dalam $2x + 2y = 0$ untuk mengetahui uang yang harus dibayar oleh Faiz lalu menyimpulkan. Alternatif kedua peneliti menggunakan substitusi, langkah pertama yang dilakukan yaitu mencari persamaan agar terbentuk persamaan baru dari $2x + y = 260 \dots (1)$ dan $x + 2y = 310 \dots (2)$ menjadi $y = 260 - 2x \dots (3)$ dan $x = 310 - 2y \dots (4)$. Langkah selanjutnya mensubstitusikan ke persamaan pertama dan kedua untuk mendapatkan nilai x dan y . Selanjutnya dilakukan penyimpulan setiap harga barang yang dibeli dan mensubsitusikan harga masing masing barang ke dalam $2x + 2y = 0$ untuk mengetahui uang yang harus dibayar oleh Faiz lalu menyimpulkan. Alternatif ketiga peneliti menggunakan cara campuran, dimana langkah yang dilakukan yakni mengambil dari langkah sebelumnya. Alternatif keempat peneliti menggunakan cara grafik, langkah yang digunakan yaitu mencari garis persamaan untuk mendapatkan perpotongan dari kedua garis untuk mendapatkan nilai x dan y . Selanjutnya dilakukan penyimpulan setiap harga barang yang dibeli dan mensubsitusikan harga masing masing barang ke dalam $2x + 2y = 0$ untuk mengetahui uang yang harus dibayar oleh Faiz lalu menyimpulkan.

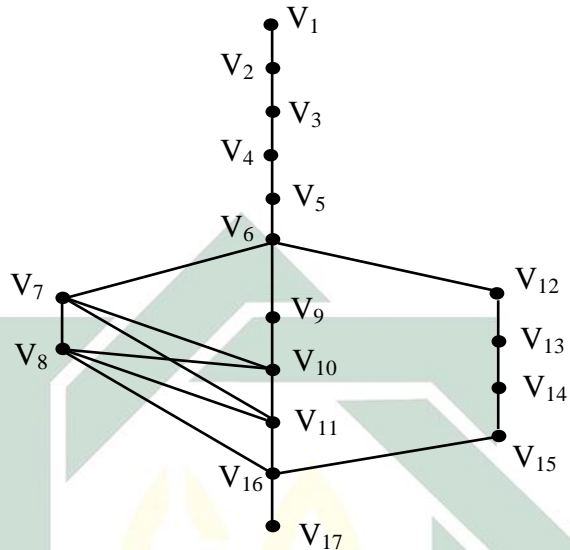
Berdasarkan penjelasan alur penyelesaian yang dilakukan peneliti, maka didapatkan keterhubungan setiap

langkah penyelesaian. keterhubungan langkah ini berpaku pada langkah penyelesaian yang telah diberikan pengkodean. Keterhubungan penyelesaian dapat dilihat di tabel dibawah ini:

Tabel 4.25
Keterhubungan Antar Penyelesaian Secara Umum pada
Representasi Graf Pohon Binair

Kode Penyelesaian	Keterhubungan
V ₁	V ₂
V ₂	V ₃
V ₃	V ₄
V ₄	V ₅
V ₅	V ₆
V ₆	V ₇ , V ₉ , V ₁₂
V ₇	V ₈ , V ₁₀ , V ₁₁
V ₈	V ₇ , V ₁₀ , V ₁₁ , V ₁₆
V ₉	V ₁₀
V ₁₀	V ₇ , V ₈ , V ₁₁
V ₁₁	V ₇ , V ₈ , V ₁₀ , V ₁₆
V ₁₂	V ₁₃
V ₁₃	V ₁₄
V ₁₄	V ₁₅
V ₁₅	V ₁₆
V ₁₆	V ₁₇

Berdasarkan tabel 4.25 menunjukkan keterhubungan setiap langkah yang dilakukan peneliti. Hal ini, maka dari keterhubungan tersebut dapat digambarkan kedalam representasi graf binair sebagai berikut:



Gambar 4.29 Graf Pohon Binair Dari Penyelesaian Secara Umum

Keterangan:

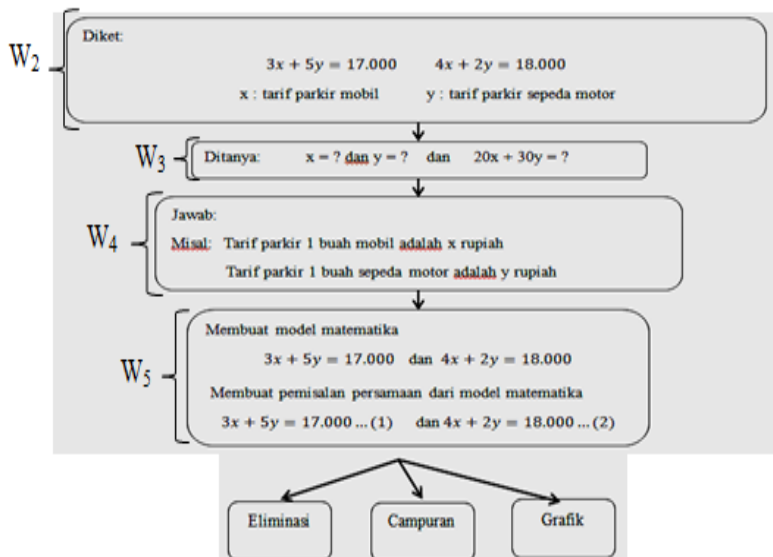
- V_1, V_2, V_3, \dots = kode langkah penyelesaian masalah
- = langkah penyelesaian masalah
- = keterhubungan setiap langkah penyelesaian

Berdasarkan gambar 4.29 menunjukkan terlihat pada gambar representasi graf pohon binair keberagaman penyelesaian secara umum terlihat pada langkah penyelesaian V_6 . Langkah tersebut merupakan langkah yang menentukan keterhubungan alternatif yang dapat diselesaikan dengan 4 cara penyelesaian. Penyelesaian pertama terletak pada langkah V_7 dan V_8 dengan cara eliminasi. Penyelesaian kedua terletak pada langkah V_9 , V_{10} , dan V_{11} dengan cara substitusi. Penyelesaian ketiga terletak diantara langkah eliminasi dan substitusi yaitu campuran, dimana tergambar pada langkah penyelesaian yang saling terhubung V_7 , V_8 , V_{10} , dan V_{11} .

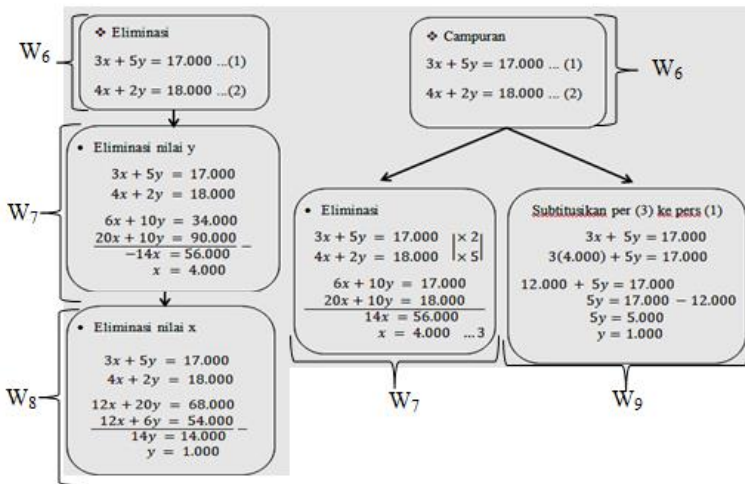
2. Representasi Graf Pohon keputusan untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika

Seorang tukang parkir mendapatkan uang Rp. 17.000,- dari tiga mobil dan lima motor, sedangkan dari empat mobil dan dua motor ia mendapatkan uang Rp. 18.000,-.

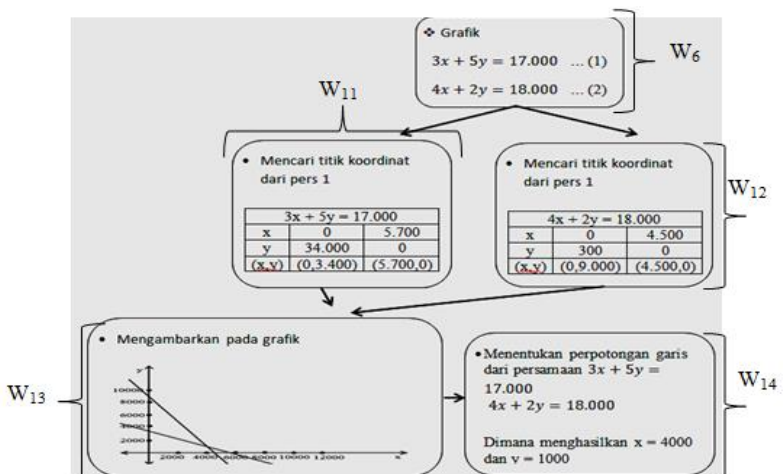
- Sebutkan konsep dan fakta yang ada pada masalah di atas? Jelaskan!
- Jika terdapat 20 mobil dan 30 motor berapakah uang parkir yang Ia dapatkan?
- Coba selesaikan dengan alternatif selesaian lainnya!



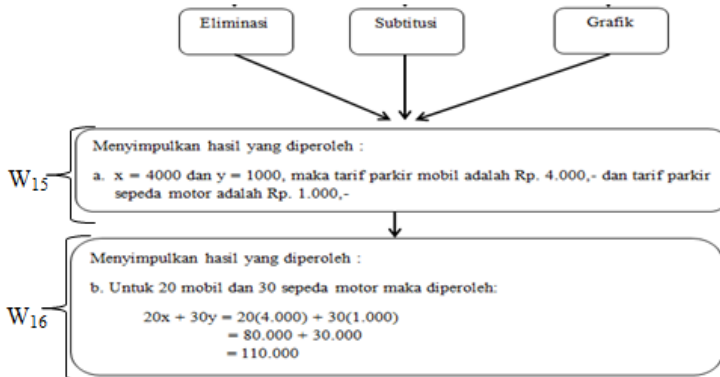
Gambar 4.30 Konsep Dan Fakta Soal Nomor 2 Pada Representasi Pohon Keputusan



Gambar 4.31 Kemungkinan Penyelesaian Dengan Cara Eliminasi Dan Campuran Pada Representasi Pohon Keputusan



Gambar 4.32 Kemungkinan Penyelesaian Dengan Cara Grafik Pada Representasi Pohon Keputusan



Gambar 4.33 Kesimpulan Penyelesaian Soal Nomor 2 Pada Representasi Pohon Keputusan

Keterangan:

$W_i, i = 1, 2, 3, \dots, 16$

i : Langkah penyelesaian siswa.

Berdasarkan gambar di atas, alur penyelesaian masalah 2 merupakan alternatif penyelesaian masalah secara umum. Penggambaran alur penyelesaian ini berdasarkan tahap penyelesaian secara umum yang dilakukan peneliti. Dimulai dari menyebutkan informasi yang didapatkan dalam masalah dan menuliskan apa yang ditanyakan serta pembuatan model matematika. Alternatif penyelesaian masalah yang dilakukan peneliti yang pertama, dengan menggunakan eliminasi dengan cara mencari nilai x kemudian dilanjutkan mencari nilai y . Selanjutnya dilakukan penyimpulan setiap harga barang yang dibeli dan mensubstitusikan harga masing masing barang ke dalam $20x + 30y = 0$ untuk mengetahui uang yang didapatkan oleh tukang parkir, lalu langkah berikutnya menyimpulkan. Alternatif kedua peneliti menggunakan cara campuran, dimana langkah yang dilakukan pertama yakni mengambil dari langkah

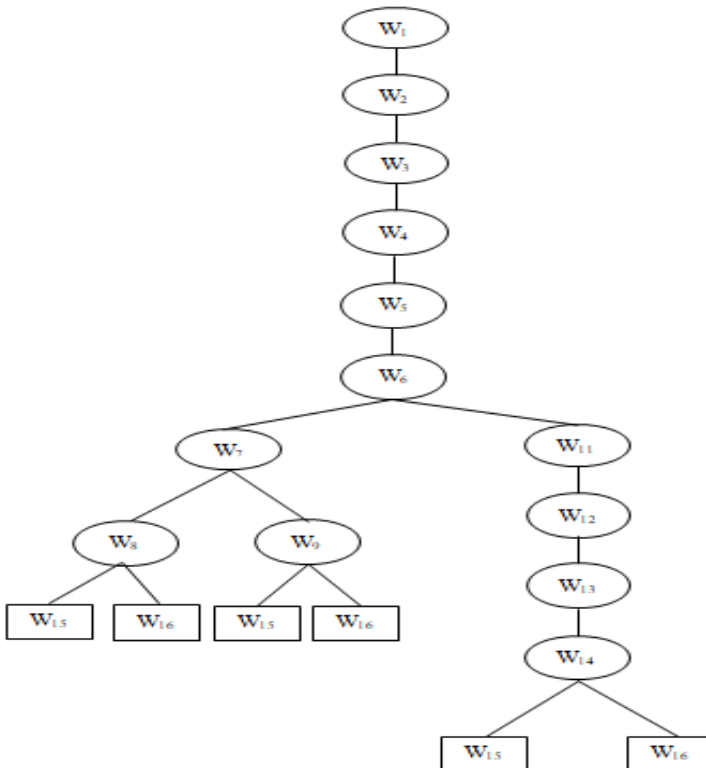
eliminasi sebelumnya dan kemudian disubstitusikan disalah satu persamaan $3x + 5y = 17.000$ atau $4x + 2y = 18.000$. Selanjutnya dilakukan penyimpulan setiap harga barang yang dibeli dan mensubstitusikan harga masing masing barang ke dalam $20x + 30y = 0$ untuk mengetahui uang yang didapatkan oleh tukang parkir, lalu langkah berikutnya menyimpulkan. Alternatif ketiga peneliti menggunakan cara grafik, langkah yang digunakan yaitu mencari garis persamaan untuk mendapatkan perpotongan dari kedua garis untuk mendapatkan nilai x dan y . Selanjutnya dilakukan penyimpulan setiap harga barang yang dibeli dan mensubstitusikan harga masing masing barang ke dalam $20x + 30y = 0$ untuk mengetahui uang yang didapatkan oleh tukang parkir, lalu langkah berikutnya menyimpulkan.

Berdasarkan penjelasan alur penyelesaian yang dilakukan peneliti, maka didapatkan keterhubungan setiap langkah penyelesaian. keterhubungan langkah ini berpaku pada langkah penyelesaian yang telah diberikan pengkodean. Keterhubungan penyelesaian dapat dilihat di tabel dibawah ini:

Tabel 4.26
Keterhubungan Antar Penyelesaian Secara Umum pada
Representasi Graf Pohon Keputusan

Kode Penyelesaian	Keterhubungan
W_1	W_2
W_2	W_3
W_3	W_4
W_4	W_5
W_6	W_7, W_{11}
W_7	W_8, W_9
W_8	W_{15}, W_{16}
W_9	W_{15}, W_{16}
W_{11}	W_{12}
W_{12}	W_{13}
W_{13}	W_{14}
W_{14}	W_{15}, W_{16}


Berdasarkan tabel 4.26 menunjukkan keterhubungan setiap langkah yang dilakukan peneliti. Hal ini, maka dari keterhubungan tersebut dapat digambarkan kedalam representasi graf keputusan sebagai berikut:



Gambar 4.34 Graf Pohon keputusan Dari Penyelesaian Secara Umum

Keterangan:

W_1, W_2, W_3, \dots = kode langkah penyelesaian masalah

 = Langkah penyelesaian yang dapat berlanjut

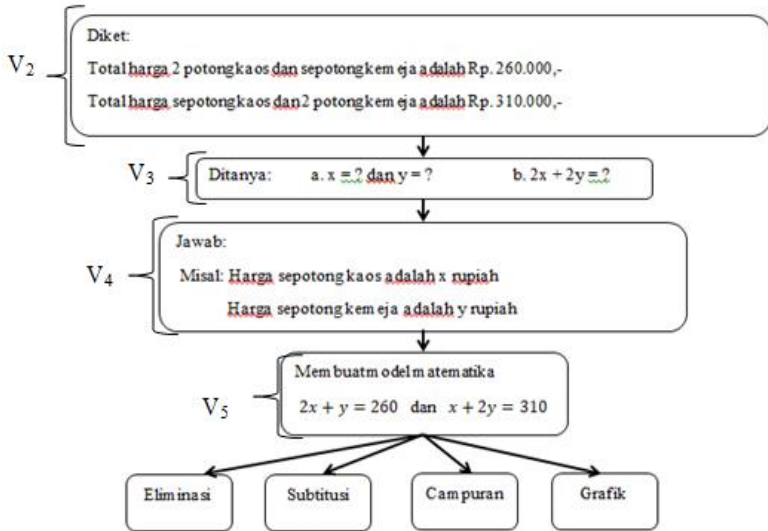
 = Langkah penyelesaian yang berhenti

Berdasarkan gambar 4.34 pohon keputusan, terlihat penyelesaian secara umum yang dilakukan peneliti tergambar dalam bentuk representasi graf pohon keputusan. Hal ini, ditunjukkan pada langkah W_6 , dimana pengambilan keputusan yang terlihat sangat jelas pada langkah tersebut. Langkah awal (terminal) pada penyelesaian ini terlihat pada langkah W_1 , dan langkah berikutnya merupakan langkah penjelas.

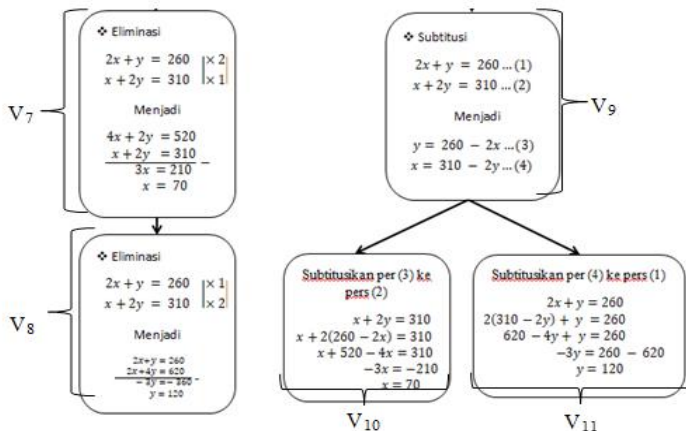
3. Representasi Graf Pohon Rentang untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika

a. Representasi Graf Pohon Rentang untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Nomor 1

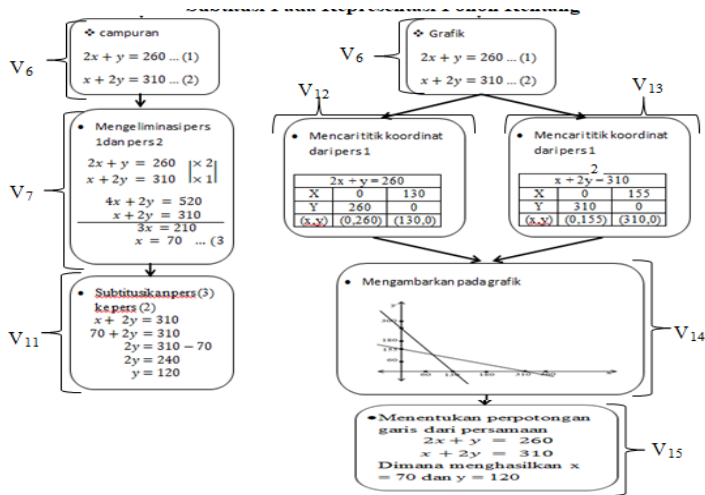
Representasi graf pohon rentang dilakukan untuk mengetahui keefektifan penyelesaian masalah secara umum. Peneliti mencoba untuk menggambarkan representasi graf pohon rentang dari alur penyelesaian yang telah dilakukan peneliti secara general.



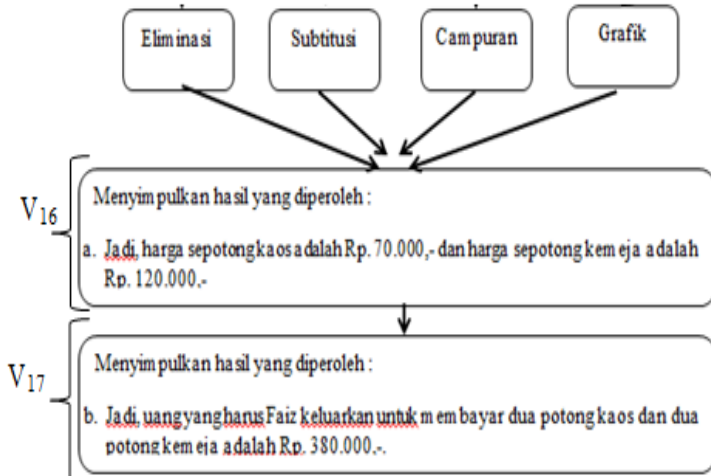
Gambar 4.35 Konsep Dan Fakta Soal Nomor 1 Pada Representasi Pohon Rentang



Gambar 4.36 Kemungkinan Penyelesaian Dengan Cara Eliminasi dan Substitusi Pada Representasi Pohon Rentang



Gambar 4.37 Kemungkinan Penyelesaian Dengan Cara Campuran dan Grafik Pada Representasi Pohon Rentang



Gambar 4.38 Kesimpulan Penyelesaian Soal Nomor 1 Pada Representasi Pohon Rentang

Keterangan:

$V_i, i = 1, 2, 3, \dots, 17$

i : Langkah penyelesaian siswa

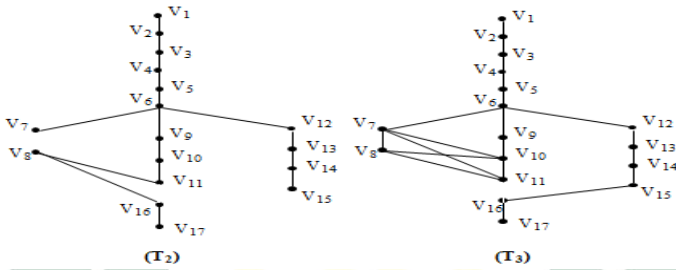
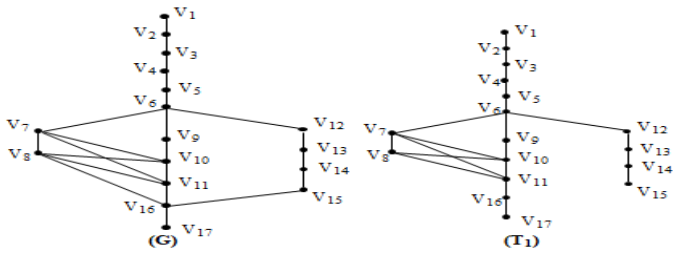
Berdasarkan gambar di atas, alur penyelesaian soal nomor 1 merupakan alternatif penyelesaian masalah secara umum. Penggambaran alur penyelesaian ini berdasarkan tahap penyelesaian secara umum yang dilakukan peneliti. Dimulai dari menyebutkan informasi yang didapatkan dalam masalah dan menuliskan apa yang ditanyakan serta pembuatan model matematika. Alternatif penyelesaian masalah yang dilakukan peneliti yang pertama, dengan menggunakan eliminasi dengan cara mencari nilai x kemudian dilanjutkan mencari nilai y . Selanjutnya dilakukan penyimpulan setiap harga barang yang dibeli dan mensubsitusikan harga masing masing barang ke dalam $2x + 2y = 0$ untuk mengetahui uang yang harus dibayar oleh Faiz lalu menyimpulkan. Alternatif kedua peneliti menggunakan substitusi, langkah pertama yang dilakukan yaitu mencari persamaan agar terbentuk persamaan baru dari $2x + y = 260 \dots (1)$ dan $x + 2y = 310 \dots (2)$ menjadi $y = 260 - 2x \dots (3)$ dan $x = 310 - 2y \dots (4)$. Langkah selanjutnya mensubsitusikan ke persamaan pertama dan kedua untuk mendapatkan nilai x dan y . Selanjutnya dilakukan penyimpulan setiap harga barang yang dibeli dan mensubsitusikan harga masing masing barang ke dalam $2x + 2y = 0$ untuk mengetahui uang yang harus dibayar oleh Faiz lalu menyimpulkan. Alternatif ketiga peneliti menggunakan cara campuran, dimana langkah yang dilakukan yakni mengambil dari langkah sebelumnya. Alternatif keempat peneliti menggunakan cara grafik, langkah yang digunakan yaitu mencari garis persamaan untuk mendapatkan perpotongan dari kedua garis untuk mendapatkan nilai x dan y . Selanjutnya dilakukan penyimpulan setiap harga barang yang dibeli dan mensubsitusikan harga masing masing barang ke dalam $2x + 2y = 0$ untuk mengetahui uang yang harus dibayar oleh Faiz lalu menyimpulkan.

Berdasarkan penjelasan alur penyelesaian yang dilakukan peneliti, maka didapatkan keterhubungan setiap langkah penyelesaian. keterhubungan langkah ini berpaku pada langkah penyelesaian yang telah diberikan pengkodean. Keterhubungan penyelesaian dapat dilihat di tabel dibawah ini:

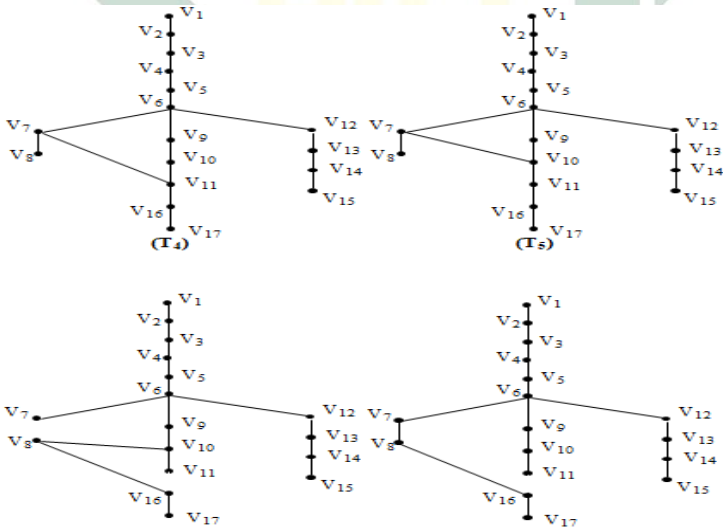
Tabel 4.27
Keterhubungan Antar Penyelesaian Secara Umum pada
Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 1

Kode Penyelesaian	Keterhubungan
V ₁	V ₂
V ₂	V ₃
V ₃	V ₄
V ₄	V ₅
V ₅	V ₆
V ₆	V ₇ , V ₉ , V ₁₂
V ₇	V ₈ , V ₁₀ , V ₁₁
V ₈	V ₇ , V ₁₀ , V ₁₁ , V ₁₆
V ₉	V ₁₀
V ₁₀	V ₇ , V ₈ , V ₁₁
V ₁₁	V ₇ , V ₈ , V ₁₀ , V ₁₆
V ₁₂	V ₁₃
V ₁₃	V ₁₄
V ₁₄	V ₁₅
V ₁₅	V ₁₆
V ₁₆	V ₁₇

Berdasarkan tabel 4.27 menunjukkan keterhubungan setiap langkah yang dilakukan peneliti. Hal ini, maka dari keterhubungan tersebut dapat digambarkan kedalam representasi graf rentang sebagai berikut:



Gambar 4.39 T_1 , T_2 , dan T_3 Adalah Pohon Rentang Graf G



Gambar 4.40 T_4 , T_5 , T_6 , dan T_7 Adalah Graf Pohon Rentang G

Keterangan:

V_1, V_2, V_3, \dots = kode langkah penyelesaian masalah

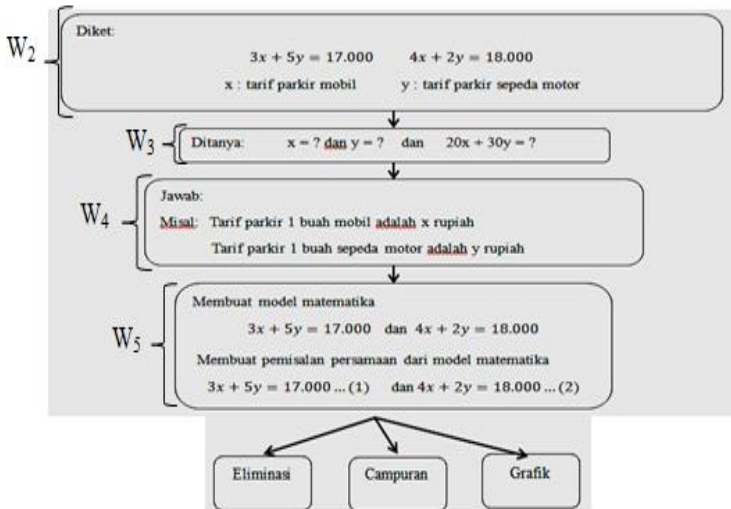
● = langkah penyelesaian masalah

— = keterhubungan setiap langkah penyelesaian

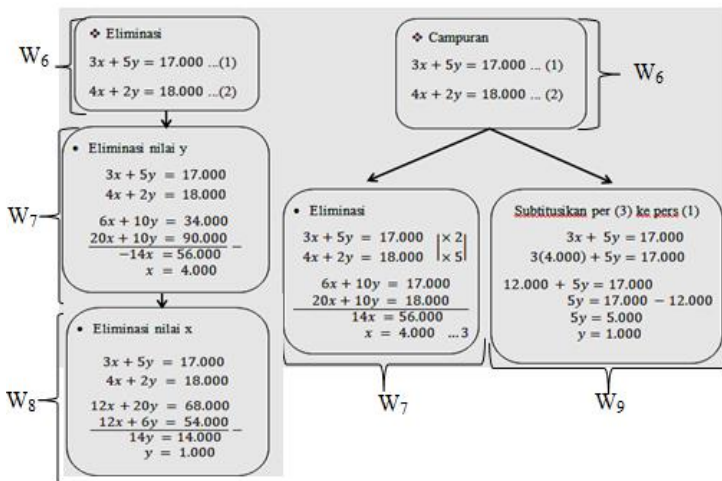
Berdasarkan gambar 4.39 dan 4.40 menunjukkan terdapat graf pohon G yang menunjukkan alur penyelesaian masalah 1. Selain itu, $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6$, dan T_7 menunjukkan banyaknya alternatif penyelesaian yang dapat dilakukan yaitu 7 macam keefektifan penyelesaian. Hal ini, menunjukkan bahwa keefektifan penyelesaian yang dapat dilakukan dari masalah 1 sebanyak 7 macam.

b. Representasi Graf Pohon Rentang untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Nomor 2

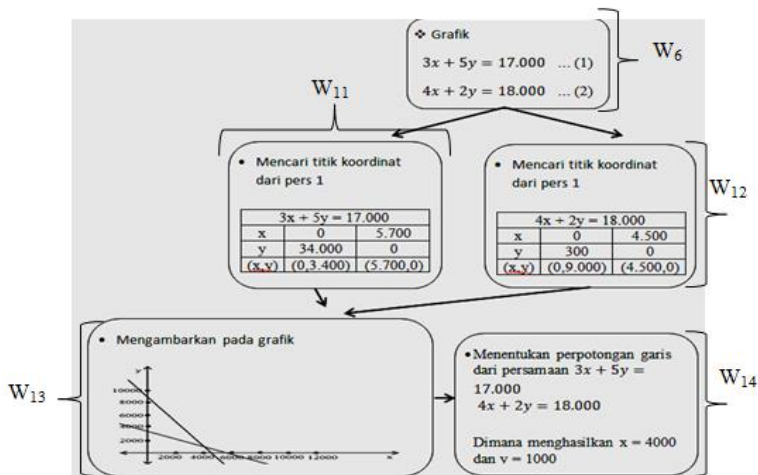
Representasi graf pohon rentang dilakukan untuk mengetahui keefektifan penyelesaian masalah secara umum. Peneliti mencoba untuk menggambarkan representasi graf pohon rentang dari alur penyelesaian yang telah dilakukan peneliti secara general.



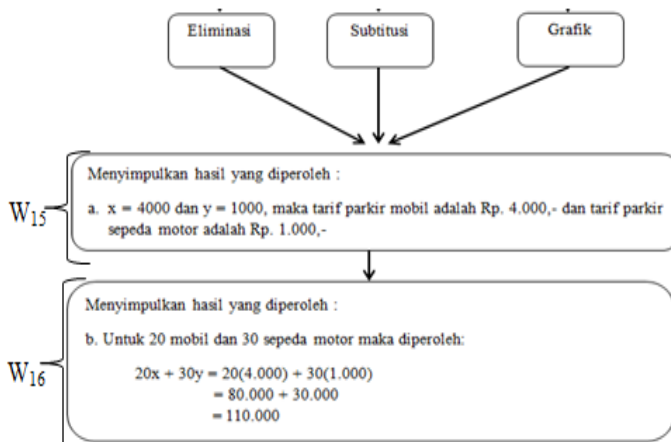
Gambar 4.41 Konsep Dan Fakta Soal Nomor 1 Pada Representasi Pohon Rentang



Gambar 4.42 Kemungkinan Penyelesaian Dengan Cara Eliminasi Dan Campuran Pada Representasi Pohon Rentang



Gambar 4.43 Kemungkinan Penyelesaian Dengan Cara Grafik Pada Representasi Pohon Keputusan



Gambar 4.44 Kesimpulan Penyelesaian Soal Nomor 2 Pada Representasi Pohon Rentang

Keterangan:

$W_i, i = 1, 2, 3, \dots, 16$

i : Langkah penyelesaian siswa.

Berdasarkan gambar di atas alur penyelesaian soal nomor 2 merupakan alternatif penyelesaian masalah secara umum. Penggambaran alur penyelesaian ini berdasarkan tahap penyelesaian secara umum yang dilakukan peneliti. Dimulai dari menyebutkan informasi yang didapatkan dalam masalah dan menuliskan apa yang ditanyakan serta pembuatan model matematika. Alternatif penyelesaian masalah yang dilakukan peneliti yang pertama, dengan menggunakan eliminasi dengan cara mencari nilai x kemudian dilanjutkan mencari nilai y . Selanjutnya dilakukan penyimpulan setiap harga barang yang dibeli dan mensubsitusikan harga masing masing barang ke dalam $20x + 30y = 0$ untuk mengetahui uang yang didapatkan oleh tukang parkir, lalu langkah berikutnya menyimpulkan. Alternatif kedua peneliti menggunakan cara campuran, dimana langkah yang dilakukan pertama yakni mengambil dari langkah eliminasi sebelumnya dan kemudian disubstitusikan disalah satu persamaan $3x + 5y = 17.000$ atau $4x + 2y = 18.000$. Selanjutnya dilakukan penyimpulan setiap harga barang yang dibeli dan mensubsitusikan harga masing masing barang ke dalam $20x + 30y = 0$ untuk mengetahui uang yang didapatkan oleh tukang parkir, lalu langkah berikutnya menyimpulkan. Alternatif ketiga peneliti menggunakan cara grafik, langkah yang digunakan yaitu mencari garis persamaan untuk mendapatkan perpotongan dari kedua garis untuk mendapatkan nilai x dan y . Selanjutnya dilakukan penyimpulan setiap harga barang yang dibeli dan mensubsitusikan harga masing masing barang ke dalam $20x + 30y = 0$ untuk mengetahui uang yang didapatkan oleh tukang parkir, lalu langkah berikutnya menyimpulkan.

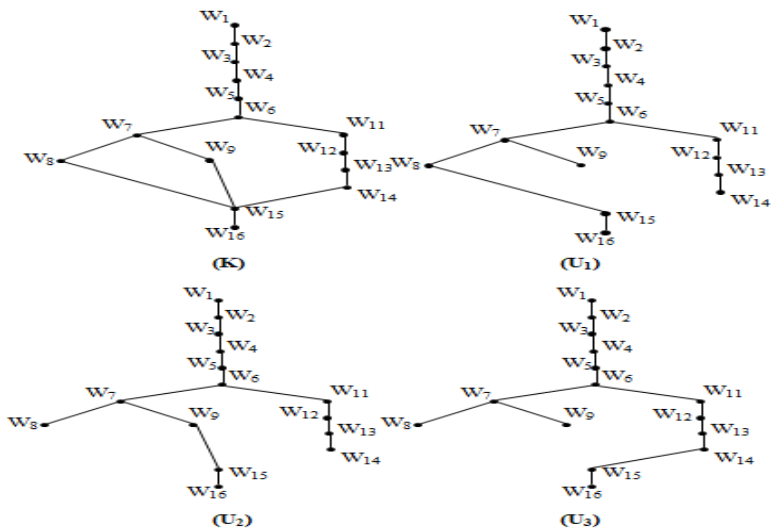
Berdasarkan penjelasan alur penyelesaian yang dilakukan peneliti, maka didapatkan keterhubungan setiap langkah penyelesaian. keterhubungan langkah ini berpaku pada langkah penyelesaian yang telah diberikan pengkodean. Keterhubungan penyelesaian dapat dilihat di tabel dibawah ini:

Tabel 4.28

**Keterhubungan Antar Penyelesaian Secara Umum pada
Representasi Graf Pohon Rentang Soal Nomor 2**

Kode Penyelesaian	Keterhubungan
W_1	W_2
W_2	W_3
W_3	W_4
W_4	W_5
W_6	W_7, W_{11}
W_7	W_8, W_9
W_8	W_{15}, W_{16}
W_9	W_{15}, W_{16}
W_{11}	W_{12}
W_{12}	W_{13}
W_{13}	W_{14}
W_{14}	W_{15}, W_{16}

Berdasarkan tabel 4.28 menunjukkan keterhubungan setiap langkah yang dilakukan peneliti. Hal ini, maka dari keterhubungan tersebut dapat digambarkan kedalam representasi graf keputusan sebagai berikut:



Gambar 4.45 U_1, U_2, U_3 Adalah Pohon Rentang K

Keterangan:

W_1, W_2, W_3, \dots = kode langkah penyelesaian masalah

● = langkah penyelesaian masalah

— = keterhubungan setiap langkah penyelesaian

Berdasarkan gambar 4.45 menunjukkan terdapat graf pohon K yang menunjukkan alur penyelesaian masalah 1. Selain itu, U_1 , U_2 , dan U_3 menunjukkan banyaknya alternatif penyelesaian yang dapat dilakukan yaitu 3 macam keefektifan penyelesaian. Hal ini, menunjukkan bahwa keefektifan penyelesaian yang dapat dilakukan dari soal nomor 1 sebanyak 3 macam.

BAB V

PEMBAHASAN

A. Pembahasan Penerapan Representasi Graf Untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.

Berdasarkan hasil deskripsi dan analisis data yang telah dilakukan dibab sebelumnya, telah ditunjukkan gambaran proses berpikir dalam bentuk representasi graf pohon binair, pohon keputusan, dan pohon rentang. Berikut ini adalah pembahasan mengenai hasil penggambaran proses berpikir dalam bentuk representasi graf:

1. Penerapan Representasi Graf Pohon Binair untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.

Berdasarkan hasil analisis data yang telah dilakukan, penggambaran representasi graf pohon binair dapat digunakan untuk melihat proses berpikir siswa menyelesaikan masalah matematika. Hal ini terlihat dari setiap langkah-langkah penyelesaian dalam menyelesaikan masalah, sehingga proses berjalannya ide, gagasan, dan kemampuan berpikir siswa tergambar dalam penyelesaiannya¹. Hal tersebut, Pohon binair merepresentasikan kemungkinan penyelesaian yang mempunyai keterhubungan maksimal 2 penyelesaian pada setiap langkah penyelesaian masalah. Sehingga kekomplekkan dan keruntutan setiap langkah yang dilakukan sangatlah berpengaruh dalam proses penggambaran representasi graf pohon binair pada proses berpikir siswa².

¹ D. H. Widiastuti, "Implementasi Graf dan Pohon Dalam Pemodelan Mind Map dan Cara Berpikir Pada Otak ", (Paper presented at Teknik Elektro dan Informatika ITB, Bandung, 2016), 1.

² I Ketut Budayasa, *Teori Graf dan Aplikasinya*, (Surabaya: Unesa University Press, 2007), 25.

Proses berpikir siswa yang dilihat dari representasi graf pohon binair, siswa memulai dengan menyebutkan informasi yang Ia ketahui dengan memisalkan x sebagai harga kaos dan y sebagai harga kemeja. Selanjutnya siswa menuliskan model matematika dari informasi yang didapatkan. Pemahaman konsep dan fakta yang dilakukan siswa masih tergolong kurang maksimal, dimana siswa sering tidak menuliskan apa yang ditanyakan nilai x ?, nilai y ?, $2x + 2y = ?$ dan pemisalan persamaan dari model matematika. Hal ini, dikarenakan siswa sering mengabaikan langkah penyelesaian tersebut karena dianggap tidak penting. Sementara, dalam menyelesaikan suatu masalah hal yang perlu diperhatikan yaitu keruntutan, metode, prosedur, dan strategi penyelesaian yang mana merupakan bagian dari kemampuan dasar matematika siswa³.

Keberagaman suatu penyelesaian akan terlihat baik apabila setiap langkah penyelesaian dilakukan secara terurut, sehingga dalam suatu penyelesaian mempunyai langkah awal (terminal) serta langkah penjas (internal). Penyelesaian masalah yang dilakukan siswa memunculkan langkah awal penyelesaian terletak pada pemodelan matematika yaitu $2x + y = 260.000$ dan $x + 2y = 310.000$, yang selanjutnya berlanjut pada langkah penjas yang terletak pada keberagaman alternatif dan hasil kesimpulan penyelesaian yang dilakukan siswa⁴. Keberagaman dan berkembangnya proses berpikir yang dilakukan siswa akan terlihat dari setiap langkah yang dapat ditarik suatu keterhubungan dari setiap penyelesaiannya. Namun dalam penelitian ini terlihat penyelesaian yang dilakukan masih sederhana dalam artian masih secara umum. Hal tersebut, ditunjukkan Pada alternatif penyelesaian yang dilakukan siswa terlihat masih belum mempunyai keberagaman penyelesaian, kekritisian, kekreatifan serta keruntutan dalam menyelesaikan masalah. Hal ini ditunjukkan siswa hanya dapat menyelesaikan masalah dengan maksimal 2 cara penyelesaian, yang diperlihatkan dari 2 cara

³ Nicolas A. Branca, "Problem Solving As a Goal, Process, And Basic Skill". Dalam Klurik, S dan Reys, R. E. Problem Solving In School Mathematic, NCTM: Reston. Virginia

⁴ I Ketut Budayasa, Op. Cit., halaman 25.

penyelesaian yang sering digunakan yaitu eliminasi dan campuran.⁵

Berdasarkan pembahasan di atas, penerapan representasi graf pohon binair dapat digunakan untuk menggambarkan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah yang sejalan dengan teori Dafik dan penelitian Widiastutik. Dafik menyatakan representasi graf dalam melatih tumbuh kembangnya proses berpikir melalui masalah kehidupan sehari-hari dengan menggambarkan dalam bentuk graf pohon⁶. Sedangkan Widiastuti menyatakan pengimplementasian graf dengan menggambarkan cara berpikir pada otak⁷. Artinya proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah dapat digambarkan melalui representasi graf pohon binair.

2. Penerapan Representasi Graf Pohon Keputusan untuk Menggambarkan Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.

Penerapan representasi graf pohon keputusan dilakukan untuk melihat melihat keputusan setiap langkah yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan masalah. Hal ini, menjadikan pohon keputusan sebagai penggambaran proses berpikir dari setiap langkah penyelesaian⁸.

Bedasarkan hasil analisis data yang dilakukan di bab sebelumnya, proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah terlihat cukup baik. Siswa dapat menjelaskan langkah penyelesaian yang dilakukan sudah benar atau tidak seperti penulisan fakta, konsep, model matematika dan penyelesaian

⁵ J. E. Ormrod, *Psikologi Pendidikan (Membantu Siswa Tumbuh dan Berkembang)*, (Jakarta: Erlangga, 2012), 4

⁶ Dafik, "Teori Graf, Aplikasi dan Tumbuhnya Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi", (Jember: Dalam Pidato Pengukuhan Guru besar, Universitas Jember, mei 2015), 21.

⁷ D. H. Widiastuti, "Implementasi Graf dan Pohon Dalam Pemodelan Mind Map dan Cara Berpikir Pada Otak ", (Paper presented at Teknik Elektro dan Informatika ITB, Bandung, 2016), 1.

⁸ W. Winarso, "Problem Solving dan Decision Making Dalam Pembelajaran Matematika", *EduMa*, 3:1, (Juli, 2014), 16.

yang dilakukan yang terlihat dari kerelevanan hasil tes tulis dan wawancara. Sering kali, siswa tidak menuliskan langkah yang berpengaruh pada penyelesaian selanjutnya yang dianggap tidak penting bagi siswa. Hal tersebut ditunjukkan dari langkah mengubah model matematika menjadi suatu pemisalan persamaan dan menyimpulkan hasil nilai setiap variabelnya. Hal ini diabaikan oleh siswa untuk menyingkat waktu serta ketidakpahaman dalam mencermati suatu konsep dan prosedur penyelesaian masalah yang ditunjukkan dari hasil wawancara⁹.

Pengambilan keputusan yang sering dilakukan siswa lebih condong terlihat pada pemilahan alternatif penyelesaian yang digunakan dalam menyelesaikan masalah. Hal tersebut terlihat dari hasil penyelesaian masalah yang dilakukan siswa dengan 2 cara alternatif penyelesaian. Selain itu, alternatif penyelesaian siswa yang digunakan lebih condong mengulang kembali dari hasil penyelesaian soal sebelumnya. Hal tersebut ditunjukkan dengan adanya kerelevanan cara penyelesaian yang dilakukan siswa pada soal sebelumnya, sehingga pengambilan keputusan terlihat pada proses ini¹⁰. Selain itu, masih terdapat hasil akhir penyelesaian yang salah. Hal ini diakibatkan dari masih kurangnya ketelitian siswa dalam menyelesaikan masalah meskipun proses pengecekan hasil pengerjaan telah dilakukan. Hal tersebut, terlihat dari adanya hasil akhir yang salah dari total pendapatan tukang parkir sebesar Rp. 120.000,-, dimana hasil yang benar sebesar Rp. 110.000.

Berdasarkan pembahasan di atas, penerapan representasi graf pohon keputusan dapat digunakan untuk menggambarkan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah yang sejalan dengan teori Dafik dan teori Budayasa. Dafik menyatakan representasi graf dalam melatih tumbuh kembangnya proses berpikir melalui masalah kehidupan sehari

⁹ J. E. Ormrod, *Psikologi Pendidikan (Membantu Siswa Tumbuh dan Berkembang)*, (Jakarta: Erlangga, 2012), 4.

¹⁰ W. Winarso, "Problem Solving dan Decision Making Dalam Pembelajaran Matematika", *EduMa*, 3:1, (Juli, 2014), 16.

– hari dengan menggambarkan dalam bentuk graf pohon¹¹. Budayasa menyatakan proses penyelesaian masalah tidak didasarkan pada struktur serta konsep dalam menyelesaikan masalah namun dari kemungkinan penyelesaian yang terjadi¹². Artinya penggambaran representasi pohon keputusan tidak didasarkan pada struktur penyelesaiannya saja namun melihat kemungkinan penyelesaian. Hal tersebut, menjadikan representasi graf pohon keputusan dapat dilakukan dalam menggambarkan proses berpikir siswa.

3. Penerapan Representasi Graf Pohon Rentang untuk Menggambaran Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika.

Penerapan representasi graf pohon rentang digunakan untuk melihat keefektifan siswa dalam menyelesaikan masalah. Hal tersebut bertujuan untuk menjadikan proses berpikir semakin tepat, lengkap, dan praktis dalam menyelesaikan masalah¹³.

Berdasarkan hasil analisis data yang telah dilakukan, ditemukan penyelesaian yang dilakukan siswa lebih condong menggunakan penyelesaian yang mudah, seperti eliminasi, substitusi dan campuran. Hal ini menjadikan tingkat keberagaman penyelesaian serta kekritisian dalam menyelesaikan masalah masih sederhana. Hal tersebut terlihat dari penyelesaian yang dilakukan siswa maksimal menggunakan 2 cara alternatif penyelesaian. Sehingga pengambilan dan pengelolaan suatu informasi dalam otak untuk menyelesaikan pertanyaan masih kurang maksimal¹⁴. Hal tersebut dikarenakan pengambilan suatu informasi dan cara merespon ide, gagasan, dan skema penyelesaian kurang baik.

¹¹ Dafik, “*Teori Graf, Aplikasi dan Tumbuhnya Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi*”, (Jember: Dalam Pidato Pengukuhan Guru besar, Universitas Jember, mei 2015), 21.

¹² I Ketut Budayasa, *Teori Graf dan Aplikasinya*, (Surabaya: Unesa University Press, 2007), 31.

¹³ Ibib, Halaman. 25.

¹⁴ Kowiyah, “Kemampuan Berpikir Kritis”, *Jurnal Pendidikan Dasar*, 3:5, (Desember, 2012), 177.

Berdasarkan hasil wawancara, siswa sering kali lupa dalam menggali informasi yang telah didapatkan dalam menggunakan alternatif penyelesaian untuk menyelesaikan masalah¹⁵.

Pada penerapan representasi graf pohon rentang yang digunakan untuk melihat keefektifan penyelesaian yang dilakukan siswa. Hal ini terlihat dari penyelesaian masalah yang dilakukan siswa mempunyai 2 macam keefektifan penyelesaian. Hal tersebut, menjadikan tingkat pemahaman kekritisan siswa dalam merespon ide, gagasan, serta konsep yang telah didapatkan untuk menyelesaikan masalah dapat terlihat¹⁶. Sehingga kebiasaan siswa dalam menyelesaikan suatu masalah yang beragam menjadi hal yang penting terungkap dalam representasi graf pohon binair.

Berdasarkan pembahasan di atas, penerapan representasi graf pohon rentang dapat digunakan untuk menganalisis proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah yang sejalan dengan teori Dafik. Dafik menyatakan siswa yang memiliki kemandirian, logis, kritis, dan kreatif sehingga memberikan peluang tumbuhnya keterampilan berpikir tingkat tinggi pada diri siswa akan dapat melatih tumbuh kembangnya proses berpikir melalui masalah kehidupan sehari-hari dengan membiasakan menyelesaikan suatu masalah¹⁷. Artinya proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah akan terdapat banyak kemungkinan langkah-langkah penyelesaian, sehingga representasi graf pohon rentang dapat menggambarkan keefektifan dan keberagaman penyelesaian masalah.

¹⁵ Dafik, *“Teori Graf, Aplikasi dan Tumbuhnya Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi”*, (Jember: Dalam Pidato Pengukuhan Guru besar, Universitas Jember, mei 2015), 21.

¹⁶ J. E. Ormrod, *Psikologi Pendidikan (Membantu Siswa Tumbuh dan Berkembang)*, (Jakarta: Erlangga, 2012), 4.

¹⁷ Dafik, *“Teori Graf, Aplikasi dan Tumbuhnya Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi”*, (Jember: Dalam Pidato Pengukuhan Guru besar, Universitas Jember, mei 2015), 21.

B. Diskusi Hasil Penelitian

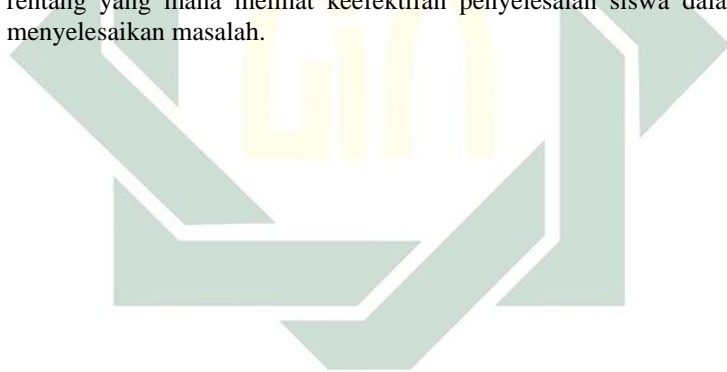
Representasi graf merupakan sebuah struktur yang dapat digunakan untuk merepresentasikan hubungan yang terjadi antara suatu objek diskrit yang satu dengan objek diskrit yang lain. Hal ini, menjadikan representasi graf dapat membantu dalam penentuan arah serta menggambarkan arah dari proses berpikir. Sehingga, representasi graf dapat menjadi penghubung kerangka-kerangka dalam proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah.

Representasi graf dalam penelitian ini menggunakan representasi graf pohon binair, graf pohon keputusan, dan graf pohon rentang. Ketiga representasi tersebut mempunyai peranan masing-masing dalam menggambarkan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah. Pertama, graf pohon binair merepresentasikan suatu proses berpikir yang menggambarkan keberagaman proses penyelesaian dalam menyelesaikan masalah. Kedua, graf pohon keputusan merepresentasikan langkah awal dari suatu proses berpikir yang mengarahkan jalannya proses berpikir dari tahap satu ketahap berikutnya. Ketiga, graf pohon rentang merepresentasikan graf dalam menggambarkan keefektifan proses berpikir dalam memecahkan suatu masalah. Dari ketiga representasi graf tersebut, menjadikan representasi graf sebagai alat pendukung dalam melihat proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah.

Berdasarkan hasil penelitian, didapatkan gambaran proses berpikir terlihat efektif untuk melihat kerangka-kerangka atau langkah-langkah penyelesaian yang dilakukan siswa saat menyelesaikan masalah Sistem Persamaan Linier Dua Variabel (SPLDV). Hal ini, disebabkan karena struktur penyusunan atau struktur gambar dalam representasi graf pohon binair, graf pohon keputusan, dan graf pohon rentang sangatlah mirip dengan struktur kerja otak, sehingga didapatkan hasil maksimal dalam menggambarkan proses berpikir siswa. Selain itu, proses berpikir siswa dalam menyusun kerangka-kerangka struktur berpikir akan terlihat jelas dengan adanya penggambaran menggunakan representasi graf.

C. Kelemahan Penelitian

Kelemahan penelitian ini menggunakan 2 soal masalah yang harus diselesaikan, hal tersebut menjadikan kurang efektifnya dalam penggalian data mengenai penggambaran graf pohon keputusan. Selain itu, penggambaran graf pohon rentang akan lebih lama untuk menggambarkan proses berpikir siswa pada masalah kedua, dikarenakan harus mengubah bentuk graf pohon keputusan menjadi graf pohon sehingga bisa digambarkan graf pohon rentang pada masalah kedua. Selain itu, dalam proses penggambaran proses berpikir dalam representasi graf pohon binair kurang maksimal. Hal ini, dikarenakan perbedaan subjek yang menggunakan penyelesaian secara singkat dan subjek yang menggunakan penyelesaian secara rinci tidak bisa dibedakan. Hal tersebut, menjadikan penggambaran proses berpikir melihat penyelesaian secara umum. Selain itu, dapat mempengaruhi dalam menggambarkan representasi graf pohon rentang yang mana melihat keefektifan penyelesaian siswa dalam menyelesaikan masalah.



BAB VI PENUTUP

A. Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah di kemukakan pada bab sebelumnya, maka dapat ditarik simpulan bahwa representasi graf untuk menggambarkan proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah adalah sebagai berikut:

1. Berdasarkan hasil penggambaran proses berpikir siswa dengan menggunakan representasi graf pohon binair. Didapatkan S_1 mempunyai 10 langkah penyelesaian dengan keberagaman penyelesaian sebanyak 2 cara, namun pada alternatif penyelesaian lainnya tidak menuliskan hasil. S_2 mempunyai 9 langkah penyelesaian dengan keberagaman penyelesaian sebanyak 2 cara, namun penyelesaian yang dilakukan tidak sistematis. Selanjutnya S_3 mempunyai 10 langkah penyelesaian dengan keberagaman penyelesaian sebanyak 2 cara serta penyelesaian yang dilakukan terurut dan sistematis. Berdasarkan ketiga subjek bentuk graf pohon binair dari ketiga subjek tersebut mempunyai 2 macam dari keterhubungan yang terbentuk.
2. Representasi graf pohon keputusan dalam menggambarkan proses berpikir siswa didapatkan, bentuk graf pohon keputusan dari ketiga subjek terdapat satu subjek yang mempunyai keputusan yang tidak relevan atau tidak dapat diambil keputusan dilangkah selanjutnya. S_1 dalam menuliskan kesimpulan dengan hasil salah. Pada S_2 ada salah satu cara penyelesaian tidak dilakukan penarikan kesimpulan yang mengakibatkan langkah penyelesaian terhenti. Selanjutnya S_3 terlihat pengambilan keputusan yang dilakukan secara terurut, namun ada beberapa langkah penyelesaian yang terlewat sehingga pengambilan keputusan tidak dapat dilanjutkan.
3. Berdasarkan hasil penggambaran proses berpikir siswa dengan menggunakan representasi graf pohon rentang didapatkan, S_1 memiliki 2 pohon rentang dimana kedua pohon mempunyai keefektifan langkah yang sama. Pada S_2 memiliki 2 pohon rentang dimana kedua pohon mempunyai keefektifan langkah

yang sama, namun penyelesaian soal nomor 2 lebih terurut. Selanjutnya S_3 memiliki 2 pohon rentang serta keefektifan langkah yang terbentuk berbeda. Hal tersebut didapat dari langkah yang diambil dari cara campuran dan eliminasi.

B. Saran

Berdasarkan hasil penelitian ini, beberapa saran yang dapat peneliti kemukakan adalah sebagai berikut:

1. Bagi peneliti lain yang hendak melakukan penelitian serupa, agar tidak menggunakan dua masalah. Hal ini bertujuan untuk memudahkan proses penggambaran representasi graf secara mendalam. Selain itu dapat dilakukan dengan dua atau lebih masalah dengan syarat setiap masalah digambarkan representasi grafnya.
2. Bagi peneliti lain yang hendak melakukan penelitian serupa, agar membuat batasan, pengertian, atau penjelasan makna keberagaman dan kekreatifan penyelesaian masalah.

DAFTAR PUSTAKA

- Bondy, J. A, Murty, U. S. R. *Graph Theory With Applications*, Amerika: The Macmillan Press Ltd, 1976.
- Branca, A. N. “*Problem Solving As a Goal, Process, And Basic Skill*”. Dalam Klurik, S dan Rys, R. E. *Problem Solving In School Mathematic*, NCTM: Reston. Virgin.
- Budayasa, I K., *Teori Graph dan Aplikasinya*. Surabaya: Unesa University Press, 2007.
- Dafik., “*Teori Graf, Aplikasi dan Tumbuhnya Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi*”. Dalam Pidato Pengukuhan Guru besar, Universitas Jember, Mei 2015.
- Diestel, R. *Graph Theory*. New York: Springer-Verlag, 2000.
- Fachruddin, Skripsi: “*Analisa Locating Independent Dominating Set Pada Graf Shacklen dan Keterampilannya dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi*”. Jember: Universitas Jember, 2017.
- Fuady. 2016. “Berpikir Reflektif dalam Pembelajaran Matematika”. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*. Vol. 1 No. 2, Oktober 2016. 104 – 112.
- Chartrand G, Zhang P. *Chromatic Graf Theory*. New York: CRC Press, 2009.
- Gazali, A. Hidayat, A, dan Yuliati, L. 2015. “Efektivitas Model Siklus Belajar 5E Terhadap Keterampilan Proses Sains dan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa”. *Jurnal Sains*. Vol. 3 No. 1, Maret 2015. 10 - 16.
- Hasanah, N, Mardiyana, dan Sutrima. 2013. “Analisis Proses Berpikir Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika ditinjau dari Tipe Kepribadian Extrovert – Introvert dan Gender”. *Jurnal Pembelajaran Matematika*. Vol. 1 No. 4, 2013. 422 - 434.

- Hudoyo, Herman. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Malang: UM Press, 2003.
- Kalsum, U. Skripsi: "*penggunaan Pohon Keputusan (Decision tree) Untuk pengambilan Keputusan Dalam Penerimaan Pegawai*". Pekanbaru: UIN Sultan Syarif Kasim Riau, 2009.
- Kowiyah. "Kemampuan Berpikir Kritis". *Jurnal Pendidikan Dasar*, Vol. 3 No. 5, Desember 2012, 175 – 179.
- Lailiyah, Siti., Disertasi: "Karakterisasi Penstrukturan Pada Penalaran Analogi Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika". Malang:UM,2015.
- Martiana, Skripsi : "*Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Matematis Siswa Dengan Menggunakan Modul Pembelajaran Kooperatif Tipe Team Assisted Individualization (TAI)*". Jakarta: UIN Syarif Hidayatullah, 2015.
- Ormrod, J. E. *Psikologi Pendidikan (Membantu Siswa Tumbuh dan Berkembang)*. Jakarta: Erlangga, 2012.
- Primandari, A. H., Skripsi : "*Upaya meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Siswa Kelas VIIA SMP N 2 Nanggulan dalam Pembelajaran Matematika Pokok Bahasan Bangun Ruang Menggunakan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Think-Pair-Square*" Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta, 2010.
- Sari, "*Aplikasi Representasi Graf*". Paper presented at sekolah teknik infomatika ITB, Bandung, 2000.
- Siswono, T. Y. "*Proses Berpikir Siswa Dalam Pengajuan Soal*". Malang: Keonferensi nasional matematika XI, 2002.
- Sugiyono. *Metode Penelitian Pendidikan (Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R & D)*, Bandung : Alfabeta, 2013
- Susila, P. S, Tastra, D. K, Japa I. G N, M.Pd3. "Pengaruh Pembelajaran Berbasis Masalah Terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Siswa

- Pada Mata Pelajaran Matematika Kelas IV Gugus III Kecamatan Busungbiu". *Jurnal Mimbar PGSD*, Vol. 2 No. 1, 2014, 1 – 11.
- Widiastuti, D. H. "*Implementasi Graf dan Pohon Dalam Pemodelan Mind Map dan Cara Berpikir Pada Otak*". Paper presented at Teknik Elektro dan Informatika ITB, Bandung, 2016.
- Widodo. "*Proses Berpikir Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Berdasarkan Dimensi Healer.*", proseding FMIPA UNY 85 2012, 42 – 58.
- Winarso, W. "Problem Solving dan Decision Making Dalam Pembelajaran Matematika". *EduMa*. Vol. 3 No. 1, Juli 2014. 1-16
- Wirdasari, D. "Teori Graph dan Implementasinya Dalam Ilmu Komputer". *Jurnal SAINTIKOM*, Vol. 10 No. 1 Januari 2011, 23 – 34.
- Wishnu, "*Aplikasi Teori Graf dan Pohon Dalam Pembuatan Game Online*". Paper presented at Struktur Diskrit Program Studi Teknik Informasi ITB, Bandung, 2013.
- Yani, M, Ikhsan M, dan Marwan,. "Proses Berpikir Siswa Sekolah Menengah Pertama Dalam Memecahkan Masalah Matematika Berdasarkan Langkah – Langkah POLYA Ditinjau Dari Adversity Quotient". *Jurnal Pendidikan Matematika*, Vol. 10 No. 1, Januari 2016, 42 – 57.