

**SUBMODUL PRIMA PADA MODUL BEBAS
ATAS RING KOMUTATIF DENGAN ELEMEN SATUAN**

SKRIPSI



Disusun Oleh

ROCHMATUL HIDAYAH

NIM: H72215021

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL
SURABAYA**

2019

PERNYATAAN KEASLIAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini,

Nama : Rochmatul Hidayah

NIM : H72215021

Program Studi : Matematika

Angkatan : 2015

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul: “Submodul Prima pada Modul Bebas atas Ring Komutatif dengan Elemen Satuan”. Apabila suatu saat nanti terbukti saya melakukan tindakan plagiat, maka saya bersedia menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian pernyataan keaslian ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 08 Juli 2019

Yang menyatakan,



(Rochmatul Hidayah)

NIM. H72215021

LEMBAR PERSETUJUAN PEMBIMBING

Skripsi oleh

Nama : Rochmatul Hidayah

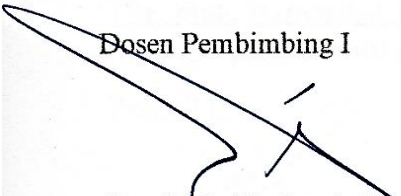
NIM : H72215021

Judul : Submodul Prima pada Modul Bebas atas Ring Komutatif dengan
Elemen Satuan


Ini telah diperiksa dan disetujui untuk diujikan.

Surabaya, 08 Juli 2019

Dosen Pembimbing I


(Dr. Moh. Hafiyusholeh, M.Si.)
NIP. 198002042014031001

Dosen Pembimbing II


(Wika Dianita Utami, M.Sc.)
NIP. 199206102018012003

PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI

Skripsi oleh

Nama : Rochmatul Hidayah

NIM : H72215021

Judul : Submodul Prima pada Modul Bebas atas Ring Komutatif dengan Elemen Satuan

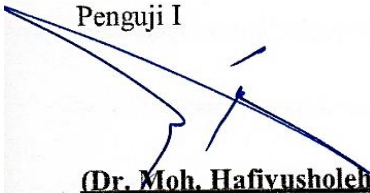
Telah dipertahankan di depan tim penguji skripsi

Pada hari Kamis Tanggal, 11 Juli 2019

Mengesahkan,

Tim Penguji

Penguji I



(Dr. Moh. Hafiyusholeh, M.Si.)

NIP. 198002042014031001

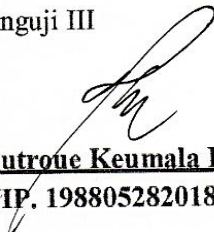
Penguji II



(Wika Dianita Utami, M.Sc.)

NIP. 199206102018012003

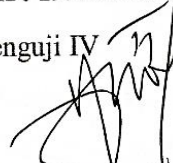
Penguji III



(Putrone Keumala Intan, M.Si.)

NIP. 198805282018012001

Penguji IV



(Nurissaidah Chinnuha, M.Kom.)

NIP. 199011022014032004

Mengetahui,

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Ampel Surabaya



Dr. Lita Purwati, M.Ag.

NIP. 196512211990022001



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
PERPUSTAKAAN

Jl. Jend. A. Yani 117 Surabaya 60237 Telp. 031-8431972 Fax.031-8413300
E-Mail: perpus@uinsby.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika UIN Sunan Ampel Surabaya, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Rochmatul Hidayah
NIM : H72215021
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
E-mail address : rochmatulhidayah9@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah :

Sekripsi Tesis Desertasi Lain-lain (.....)
yang berjudul :

SUBMODUL PRIMA PADA MODUL BEBAS ATAS RING KOMUTATIF

DENGAN ELEMEN SATUAN

beserta perangkat yang diperlukan (bila ada). Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (database), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di Internet atau media lain secara **fulltext** untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini yang saya buat dengan sebenarnya.

Surabaya, 11 Juli 2019

Penulis

(Rochmatul Hidayah)

$(N: M) = \{r \in R \mid r \cdot M \subseteq N\}$. Sementara itu, modul yang memiliki basis disebut modul bebas dengan kata lain modul yang memiliki sifat bebas linear dan membangun (Adkins & Weintrub, 1992; Grillet, 2007; Roman, 2007).

Penelitian sebelumnya oleh Tiras, Harmanci, dan Smith (1999) berjudul karakteristik submodul prima mengatakan bahwa setiap submodul prima pada modul terdapat korespondensi terhadap ideal prima atas ring. Dalam submodul prima, ring yang digunakan merupakan kondisi khusus, yaitu ring komutatif dengan elemen satuan. Adapun penelitian Dilek dan Yilmaz (2003) berjudul submodul prima dengan pembangun berhingga pada modul bebas mengatakan bahwa daerah komutatif merupakan suatu kasus yang menarik untuk dikaji. Sebagaimana penelitian Hedayat & Nekooei (2005) yang telah mengkaji karakteristik submodul prima dengan pembangun berhingga pada modul bebas atas daerah ideal utama. Namun hal menarik yang dapat dilihat dari modul bahwasannya modul merupakan perumunan dari ring yang berarti ring dengan kejadian khusus. Oleh karena itu, penelitian ini akan diperdalam untuk meneliti kemungkinan pengembangan sifat-sifat tertentu suatu ring ke dalam submodul atau modul.

Oleh karena itu, peneliti tertarik membahas mengenai sifat-sifat submodul prima dari modul bebas yang akan diperluas terhadap ring komutatif dengan elemen satuan. Oleh sebab itu penelitian ini berjudul “*Submodul Prima Pada Modul Bebas Atas Ring Komutatif Dengan Elemen Satuan*”.

Definisi 2.3

Jika ring R dalam operasi perkalian memiliki sifat komutatif yaitu $p \cdot q = q \cdot p$ dengan $p, q \in R$ maka berlaku R merupakan ring komutatif. Apabila ring $R \neq \{0\}$ sehingga memiliki elemen satuan terhadap operasi perkalian maka terdapat $1 \cdot p = p \cdot 1 = p, \forall p \in R$, sehingga R merupakan ring dengan elemen satuan (Adkins & Weintrub, 1992).

Contoh 2.4

Pada himpunan $(\mathbb{Z}, +, \cdot), (\mathbb{Q}, +, \cdot), (\mathbb{R}, +, \cdot), (\mathbb{C}, +, \cdot), (\mathbb{Z}_n, +, \cdot)$ disebut ring komutatif dengan elemen satuan.

Definisi 2.5

Diberikan himpunan S adalah himpunan bagian dari ring R . Himpunan S disebut subring jika dan hanya jika S adalah ring yang memiliki operasi penjumlahan dan perkalian dari ring R (Roman, 2007; Grillet, 2007; Wahyuni & dkk, 2016).

Teorema 2.6

Himpunan S dari ring R disebut subring dari R yang dinotasikan $(S, +, \cdot)$ jika memenuhi sifat-sifat berikut ini (Adkins & Weintrub, 1992; Roman, 2007):

1. $0 \in S$
2. Untuk setiap $x, y \in S$, maka berlaku $x - y \in S$
3. Untuk setiap $x, y \in S$, maka berlaku $x \cdot y \in S$ ■

Contoh 2.7

Diberikan himpunan $M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) = \left\{ \begin{bmatrix} p & q \\ s & t \end{bmatrix} \mid p, q, s, t \in \mathbb{R} \right\}$ merupakan suatu ring.

Himpunan $S = \left\{ \begin{bmatrix} p & 0 \\ q & 0 \end{bmatrix} \mid p, q \in \mathbb{R} \right\}$ merupakan subring dari R sebab,

Lemma 2.21

Jika terdapat suatu M merupakan R - modul dimana terdapat $N \subseteq M$ dan N bukan himpunan kosong dikatakan submodul apabila memenuhi sifat berikut ini (Mardiani, 2016; Roman, 2007):

1. $0 \in N$
2. Untuk setiap $x, y \in N$ berlaku $x - y \in N$
3. Untuk setiap $r \in R, x \in N$ berlaku $r \cdot x \in N$ dan $x \cdot r \in N$

Bukti

1. Jelas, karena $N \neq \emptyset$ yang memiliki elemen-elemen salah satunya elemen identitas, sedemikian sehingga terbukti himpunan N terdapat elemen identitas atau dapat ditulis $0 \in N$.

2. Ambil sebarang $x = \begin{bmatrix} x_1 & 0 \\ x_2 & 0 \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} y_1 & 0 \\ y_2 & 0 \end{bmatrix} \in N$, karena terdapat

$x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{R}$ sehingga berlaku,

$$\begin{aligned} x - y &= \begin{bmatrix} x_1 & 0 \\ x_2 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_1 & 0 \\ y_2 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} x_1 - y_1 & 0 \\ x_2 - y_2 & 0 \end{bmatrix} \in N \end{aligned}$$

3. Ambil sebarang $r = \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ r_2 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}$ dan $x = \begin{bmatrix} x_1 & 0 \\ x_2 & 0 \end{bmatrix} \in N$ sedemikian sehingga,

$$\begin{aligned} r \cdot x &= \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ r_2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 & 0 \\ x_2 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} r_1 x_1 & 0 \\ r_2 x_1 & 0 \end{bmatrix} \in N \text{ dan} \end{aligned}$$

- Mirzaei, F., & Nekooei, R. (2016). On Prime Submodule of a Finitely Generated Free Modul Over a Commutative Ring. *Communications in Algebra*, 44(9), 3966-3975.
- Mirzaei, F., & Nekooei, R. (2017). Characterization Of Prime Submodules Of A Free Module Of Finite Rank Over A Valuation Domain. *J. Korean Math. Soc*, Vol. 54(No. 1), 59-68. Retrieved from <https://doi.org/10.4134/JKMS.j150591>
- Munendra, S., & Susanto, H. (2017, Januari 26). Sifat-Sifat Radikal dari Suatu Submodul dari Modul Perkalian Bebas.
- Prokip, V. (2005). On Similarity of Matrices Over Commutative Rings. *Linear Algebra and its Applications*, 225-233.
- Purwono. (2010). Studi Kepustakaan. Retrieved from [https://id.scribd.com/doc/49046967/Studi Kepustakaan](https://id.scribd.com/doc/49046967/Studi-Kepustakaan)
- Pusat, D., & Yilmaz. (2003). On Prime Submodules of Finitely Generated Free Modules. *Turk J Math*, 329-342.
- Raisinghania, M. D., & Anggarwal, R. S. (1980). *Modern ALgebra*. New Delhi: S. Chand dan Company Ltd.
- Rajae, S. (2011). Some Remarks on Free Multiplication Modules. *International Journal of Algebra*, Vol. 5(no. 14), 655-659.
- Roman, S. (2007). *Advance Linear Algebra*. New York: Springer.
- Sirad, L. O. (2018, Januari). Karakteristik Modul Dedekind yang Dibangun Secara Hingga Melalui Order Modul. *Jurnal Saintifik*, Vol.4, No.1.
- Skemp, R. R. (1971). *The Psychology Of Learning Mathematics*. Baltimore: MD: Richard Clay (The Causer Press) Ltd.
- Tiras, Y., Harmanci, A., & Smith, P. F. (1999). A Characterization of Prime Submodules . *Journal of Algebra*, 743-752.
- Wahyuni, S., & dkk. (2016). *Modul dan Homomorfisma Modul Atas Ring*. Yogyakarta: Gajah Mada University Press.