

BAB II KAJIAN PUSTAKA

A. Kemampuan

Kemampuan berasal dari kata mampu yang berarti kuasa (biasa, sanggup) melakukan sesuatu, sedangkan kemampuan berarti kesanggupan, kecakapan, kekuatan¹. Kemampuan (*ability*) diartikan sebagai kapasitas seorang individu untuk melakukan beragam tugas dalam suatu pekerjaan². Kemampuan (*abilities*) seseorang akan turut serta menentukan perilaku dan hasilnya. Soehardi menyatakan yang dimaksud dengan kemampuan atau *abilities* ialah bakat yang melekat pada seseorang untuk melakukan suatu kegiatan secara fisik atau mental yang diperoleh sejak lahir, belajar, dan dari pengalaman. Dalam proses belajar, siswa menggunakan kemampuan mentalnya untuk mempelajari bahan belajar. Adanya informasi tentang sasaran belajar, adanya penguatan-penguatan, adanya evaluasi dan keberhasilan belajar, menyebabkan siswa semakin akan kemampuan dirinya³. Sedangkan menurut Stephen P. Robbins mengatakan bahwa “kemampuan adalah suatu kapasitas individu untuk melaksanakan tugas dalam pekerjaan tertentu”⁴.

Menurut Soelaiman, kemampuan adalah sifat yang dibawa lahir atau dipelajari yang memungkinkan seseorang yang dapat menyelesaikan pekerjaannya, baik secara mental ataupun fisik⁵. Menurut Robert Kreitner yang dimaksud dengan kemampuan adalah karakteristik stabil yang berkaitan dengan kemampuan maksimum fisik mental seseorang⁶.

Menurut Mc Shane dan Glinow “*ability the natural aptitudes dan learned capabilities required to successfully*

¹ Tim Penyusun Kamus Pusat Pembinaan dan Pengembangan Bahasa, 1989, hal 552-553.

² Stephen P. Robbins, Timothy A. Judge, “*Organizational Behavior*”. Translated by Diana Angelica, (Jakarta: Salemba Empat, 2009), 57.

³ Soehardi Sigit, *Perilaku Organisasional* (Yogyakarta: BPFE UST, 2003), 24.

⁴ Stephen. P Robbins, *Perilaku Organisasi* (Jakarta: PT. Indeks Kelompok Gramedia, 2003), Jilid 1, Edisi kesembilan, 52.

⁵ Widi Mulyadi, Skripsi: “*Pengaruh Kemampuan Karyawan Terhadap Kinerja Karyawan Cabang Toko Top Fashion Cimahi*”, (Bandung: UNIKOM, 2011).

⁶ Robert Kreitner, *Organizational Behavior* (Jakarta: Salemba Empat, 2005), 185.

complete a task” dengan kata lain bahwa kemampuan adalah kecerdasan–kecerdasan alami dan kapabilitas dipelajari yang diperlukan untuk menyelesaikan suatu tugas⁷.

Kemampuan atau kompetensi adalah kemampuan bersikap, berfikir dan bertindak secara konsisten sebagai perwujudan dari pengetahuan, sikap dan ketrampilan yang dimiliki⁸.

Dari pengertian–pengertian tersebut dapat disimpulkan bahwa kemampuan adalah kesanggupan atau kecakapan seorang individu dalam menguasai suatu keahlian dan digunakan mengerjakan beragam tugas dalam suatu pekerjaan.

B. Kemampuan Koneksi Matematis

Koneksi dalam bahasa inggris adalah *connection* yang bermakna “hubungan” atau “keterkaitan”. Koneksi dalam kaitannya dengan matematika yang disebut dengan koneksi matematis (*mathematical connection*) dapat diartikan sebagai keterkaitan antara konsep–konsep matematika, keterkaitan antara matematika dengan disiplin ilmu lain dan keterkaitan antara matematika dengan kehidupan sehari-hari⁹.

Menurut *National Council of Teacher of Mathematics* (NCTM), koneksi matematis merupakan bagian penting yang harus mendapatkan penekanan di setiap jenjang pendidikan¹⁰. Karena kemampuan koneksi matematis merupakan salah satu isi tujuan pembelajaran matematika yaitu memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurasi, efisien dan tepat dalam pemecahan masalah. Dari hal tersebut diketahui bahwa kemampuan koneksi matematis merupakan salah satu tujuan dari

⁷ Widi Mulyadi, Op. Cit

⁸ Abdul Majid, *Perencanaan Pembelajaran (Mengembangkan Standar Kompetensi Guru)* (Bandung: PT Remaja Rodakarya, 2007).

⁹ Lia Budi Trisanti, Tesis: “*Profil Kemampuan Koneksi Matematis Siswa Ditinjau Dari Kecenderungan Kepribadian Extrovert Dari Introvert Dalam Memecahkan Masalah*”, (Surabaya: Universitas Negeri Surabaya, tidak diterbitkan, 2012), 12.

¹⁰ Elly Susanti, *Proses Koneksi Produktif dalam Penyelesaian masalah Matematika*, (Malang: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Islam, 2013), 14.

pembelajaran matematika yang harus diterapkan dalam pembelajaran¹¹.

Menurut NCTM tujuan proses koneksi matematis diberikan pada siswa sekolah menengah diharapkan agar dapat¹²:

1. Mengenali representasi yang ekuivalen dari suatu konsep yang sama.
2. Mengenali representasi prosedur satu representasi ke prosedur representasi yang ekuivalen.
3. Menggunakan dan menilai koneksi beberapa topik matematika.
4. Menggunakan dan menilai koneksi antara matematika dan disiplin ilmu lain.

Sehingga *National Science Foundation* (NSF) membiayai *Connected Mathematics Project* (CMP) untuk mengembangkan kurikulum kelas menengah yang difokuskan pada koneksi matematis. Kurikulum yang berbasis masalah dengan topik disekitar matematika sehingga dalam penyelesaiannya dapat membantu siswa dalam mengembangkan pemahaman tentang konsep-konsep matematika dan terampil¹³.

NCTM menyebutkan pentingnya koneksi matematis bagi siswa yaitu *“to help student broaden their perspective, to view mathematics as an integrated whole rather than as an isolated set of topics and to acknowledge its relevance and usefulness both in and out of school”*. Koneksi matematis digunakan untuk membantu siswa memperluas prespektif mereka, untuk melihat matematika sebagai suatu keseluruhan yang utuh bukan sebagai serangkaian topik yang terpisah dan mengakui relevansi dan kegunaan baik dalam dan luar sekolah. Apabila siswa dapat menghubungkan konsep-konsep matematika, maka pemahaman mereka akan lebih mendalam dan lebih bertahan lama. Tanpa koneksi para siswa harus mempelajari dan mengingat terlalu banyak konsep. Melalui koneksi matematis siswa diajarkan konsep dan ketrampilan dan memecahkan masalah dari berbagai bidang yang relevansi, baik dengan bidang matematika itu sendiri maupun dengan bidang di

¹¹ Nonong Rahiman, Tesis: *“Profil Kemampuan Koneksi Matematika Siswa Reflektif-Impulsif di SMP dalam Pemecahan Masalah Matematika”*, (Surabaya: Universitas Negeri Surabaya, tidak diterbitkan, 2014), 14.

¹² Elly Susanti, Op. Cit., hal 21.

¹³ Elly Susanti, Op. Cit., hal 14.

luar matematika secara umum¹⁴. Kemampuan koneksi matematis merupakan salah satu faktor penting dalam melakukan pemahaman konsep matematika. Dengan melakukan koneksi, konsep-konsep matematika yang telah dipelajari tidak ditinggalkan begitu saja sebagai bagian yang terpisah, tetapi digunakan sebagai pengetahuan dasar untuk memahami konsep baru¹⁵.

Koneksi matematis adalah jembatan di mana pengetahuan sebelumnya atau pengetahuan baru digunakan untuk membangun atau memperkuat pemahaman tentang hubungan antara ide-ide matematika, konsep, alur atau representasi¹⁶. Guru harus mendorong siswa menggunakan strategi mereka sendiri dalam membuat hubungan antara ide-ide matematika, kosa kata yang berhubungan dengan ide-ide. Kemampuan koneksi adalah membuat koneksi dalam matematika yang melibatkan proses pemikiran dengan cara¹⁷:

1. Membangun ide-ide matematika baru dari pengalaman sebelumnya.
2. Mengaitkan ide-ide antar konsep dan membuat hubungan antara topik matematika.

Dengan kata lain membuat koneksi matematis merupakan proses koneksi matematis yang melibatkan tiga cara yang berbeda yaitu: (1) membangun ide-ide matematika baru dari pengalaman sebelumnya; (2) membangun hubungan antara topik dalam matematika itu sendiri; (3) mengaplikasikan ide-ide matematika pada ilmu lain dan aplikasi dalam kehidupan sehari-hari. Modal dasar dalam mengembangkan ide-ide dari proses kemampuan koneksi matematis dapat menghubungkan antara pengetahuan baru atau pengalaman baru dengan ide-ide yang muncul¹⁸.

Dalam matematika antara satu konsep dengan konsep lainnya terdapat hubungan yang erat bukan saja dari segi isi, namun juga dari segi rumus-rumus yang digunakan. Hal ini senada apa yang dikatakan Bruner, beliau menyatakan bahwa tidak ada

¹⁴ Nonong Rahiman, Op. Cit., hal 16.

¹⁵ Nila Kurniasari, Budiyono, Teguh Wibowo, "Kemampuan Koneksi Matematika Pada Kompetensi dasar Menghitung Luas Permukaan dan Volume Kubus, Balok, Prisma, dan Lima", *Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, (2012), 45

¹⁶ Elly Susanti, Op. Cit., hal 16.

¹⁷ Ibid, halaman 20-21.

¹⁸ Ibid, halaman 22.

konsep atau operasi dalam matematika yang tidak terkoneksi dengan konsep atau operasi lain dalam suatu sistem, karena materi yang satu mungkin menjadi prasyarat bagi materi yang lainnya, atau suatu konsep tertentu diperlukan untuk menjelaskan konsep lainnya¹⁹. Kemampuan koneksi siswa terbentuk melalui pengalaman dari proses belajarnya²⁰. Membangun koneksi matematis dengan pengalaman, menurut Coxford mengakibatkan siswa dapat²¹:

1. Menghubungkan pengetahuan konseptual dan pengetahuan procedural.
2. Menggunakan matematika dalam kegiatan sehari-hari.
3. Melihat matematika sebagai satu kesatuan yang utuh.
4. Mengaplikasikan pemikiran matematika dan model matematika untuk memecahkan masalah dengan disiplin ilmu seperti seni, musik, psikologi, sains dan bisnis.
5. Menghubungkan antar topik dalam matematika.
6. Mengenal representasi yang sepadan untuk konsep matematika yang sama.

Hubungan suatu konsep dan kemampuan yang harus dikuasai dari suatu bagian matematika dengan bagian yang lain akan membantu siswa memahami prinsip-prinsip umum dalam matematika. Selama siswa melakukan kegiatan koneksi matematis bukan sebuah rangkaian kemampuan dan konsep yang terpisah-pisah dan siswa dapat menggunakan pembelajarannya di satu konsep matematika untuk memahami konsep matematika lainnya²². Konsep sebagai sekumpulan atau seperangkat sifat yang dihubungkan oleh aturan-aturan tertentu, sehingga kemampuan manusia dalam membentuk suatu konsep memudahkan manusia dalam mengkatagorikan sesuatu²³. Melalui koneksi matematis siswa diajarkan konsep dan ketrampilan dalam memecahkan masalah dari berbagai bidang yang relevan (*relevan to several*

¹⁹ Nonong Rahiman, Op. Cit., hal 15.

²⁰ Ibid, halaman 16.

²¹ Elly Susanti, Op. Cit., hal 21.

²² Nonong Rahiman, Op. Cit., hal 16-17.

²³ Muhammad Faqih Walid, Skripsi: “Kemampuan Siswa Dalam Memahami Konsep Materi dan Perubahan Dalam Pembelajaran Kimia Materi Pokok Hukum-Hukum Dasar Kimia Studi Pada Siswa Kelas X Semester 1 SMK Ashabul Kahfi Semarang”, (Semarang: IAIN Walisongo Semarang, 2011), 26.

areas) baik dengan matematika itu sendiri maupun dengan bidang di luar matematika, hal tersebut seperti yang dikatakan oleh Theodore R. Hodgson bahwa “*the author of the standard claim that mathematical connection serve as tool in the problem solving process*” dengan kata lain mengatakan bahwa kemampuan koneksi berfungsi sebagai alat dalam proses memecahkan masalah matematika, maksudnya ada sesuatu yang dapat diambil dari memori siswa untuk membantu dalam memecahkan masalah²⁴.

Untuk dapat melakukan koneksi terlebih dahulu harus mengerti dengan permasalahannya dan untuk dapat mengerti permasalahan harus mampu membuat koneksi dengan topik-topik yang terkait. Oleh karena itu, agar siswa lebih berhasil dalam belajar matematika dengan mengkoneksikan permasalahan dalam matematika, maka harus banyak diberikan kesempatan untuk melihat keterkaitan-keterkaitan antara konsep matematika dengan konsep lain²⁵. Membuat koneksi merupakan cara untuk menciptakan pemahaman dan sebaliknya, memahami sesuatu berarti membuat koneksi²⁶. Apabila para siswa dapat menghubungkan gagasan-gagasan matematis, maka pemahaman mereka akan lebih mendalam dan lebih bertahan lama²⁷.

Bruner mengemukakan bahwa agar siswa dalam belajar matematika lebih berhasil, siswa harus lebih banyak diberi kesempatan untuk melihat kaitan-kaitan, baik kaitan antara dalil dan dalil, antara teori dan teori, antara topik dengan topik, ataupun antara cabang matematika dengan cabang matematika. Sehingga jika suatu topik diberikan secara tersendiri, maka pembelajaran akan kehilangan satu momen yang sangat berharga dalam usaha meningkatkan prestasi dalam belajar matematika secara umum²⁸. NCTM (*National Council of Teacher of Mathematics*) menguraikan proses standar kemampuan koneksi matematis dalam

²⁴ Nonong Rahiman, Op. Cit., hal 17.

²⁵ Mujiyem Sapti, “Kemampuan Koneksi Matematis (Ditinjau Terhadap Pendekatan Pembelajaran Savi)”, *Jurnal Pendidikan Matematika*, (2010), 62.

²⁶ Erman Suherman, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer* (Bandung: JICA, 2001), 45.

²⁷ Mega Kusuma Listiyotami, Skripsi: “*Upaya Kemampuan Koneksi Matematika Siswa Kelas VIII A SMP Negeri 15 Yogyakarta Melalui Model Pembelajaran Learning Cycle 5E*”, (Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta, 2011), 18.

²⁸ Kartika Yulianti, “Menghubungkan Ide-Ide Matematika Melalui Kegiatan Pemecahan Masalah”, *Jurnal Pendidikan Matematika*, (2004), 3.

pengajaran, yaitu: *Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to*²⁹:

1. *Recognize and use connection among mathematical ideas.*
2. *Recognize and apply mathematics in contexts outside of mathematics.*
3. *Understand how mathematical ideas interconnect and build on one another to produce a coherent whole.*

Pernyataan di atas merupakan standar kemampuan koneksi matematis yang meliputi³⁰:

1. Mengenali dan menggunakan hubungan antara ide matematika.

Pada tahap ini, siswa diharapkan sebelum bisa menggunakan konsep yang sudah dimiliki untuk dihubungkan dengan konsep baru yaitu dengan cara menghubungkan antara konsep yang satu dengan konsep yang lainnya. Dengan menghubungkan konsep lama dengan konsep yang baru, sehingga akan memudahkan siswa dalam mengingat kembali konsep yang sudah dipelajari. Dengan itu, siswa akan mengetahui bahwa konsep baru yang dipelajari merupakan perluasan dari konsep yang sudah dipelajari. Dengan demikian siswa akan mengenali konsep yang sudah ada untuk diterapkan atau digunakan pada saat siswa memecahkan masalah.

2. Mengenali dan menerapkan matematika dalam dan di luar matematika.

Dalam hal ini berkaitan dengan hubungan matematika dengan kehidupan sehari-hari, sehingga siswa mampu mengaitkan konsep matematika digunakan untuk memecahkan masalah kehidupan sehari-hari (dunia nyata) ke dalam model matematika.

3. Memahami bagaimana ide dalam matematika saling berhubungan dan mendasari satu sama lain untuk menghasilkan satu keutuhan koheren.

Pada langkah ini, siswa mampu memahami hubungan antar ide matematika. Dimana antar konsep yang satu dengan konsep lainnya terdapat hubungan yang erat, dimana materi

²⁹ Nonong Rahiman, Op. Cit., hal 19.

³⁰ Ibid, halaman 19-20.

yang satu mungkin menjadi prayarat bagi materi yang lainnya atau suatu konsep yang diperlukan untuk menjelaskan konsep lainnya. Oleh karena itu siswa diharapkan mampu melihat struktur matematika yang sama dalam keadaan yang berbeda, sehingga terjadi peningkatan pemahaman tentang hubungan antara konsep yang satu dengan konsep yang lain.

Kemampuan koneksi matematis merupakan salah satu aspek kemampuan matematika yang harus dicapai melalui kegiatan belajar matematika. Sebab dengan mengetahui hubungan-hubungan secara sistematis, siswa akan lebih memahami matematika dan juga memberikan mereka daya matematis lebih besar³¹. Menurut NCTM, ada dua tipe umum koneksi matematis yaitu *modeling connection* dan *mathematical connection*. *Modeling connection* merupakan hubungan antara situasi masalah yang muncul di dunia nyata atau dalam disiplin ilmu lain dengan representasi matematikanya, sedangkan *mathematical connection* adalah hubungan antara dua representasi yang ekuivalen dan antar proses penyelesaian dari masing-masing representasi³².

Berdasarkan keterangan NCTM di atas, maka koneksi matematis dapat dibagi ke dalam tiga aspek kelompok koneksi, yaitu³³:

- a. Menuliskan masalah kehidupan sehari-hari dalam bentuk model matematika. Pada aspek ini, diharapkan siswa mampu mengkoneksikan antara masalah pada kehidupan sehari-hari dan matematika.
- b. Menuliskan konsep matematika yang mendasari jawaban. Pada aspek ini, diharapkan siswa mampu menuliskan konsep matematika yang mendasari jawaban guna memahami keterkaitan antar konsep matematika yang akan digunakan.
- c. Menuliskan hubungan antar obyek dan konsep matematika. Pada aspek ini, diharapkan siswa mampu menuliskan hubungan antar konsep matematika yang digunakan dalam menjawab soal yang diberikan.

Berdasarkan uraian diatas, indikator yang peneliti gunakan untuk mengukur kemampuan koneksi matematis siswa

³¹ Ibid, halaman 15.

³² Ibid, halaman 18.

³³ Ibid, halaman 18-19.

yaitu: menuliskan masalah kehidupan sehari-hari dalam bentuk model matematika, menuliskan konsep matematika yang mendasari jawaban dan menuliskan hubungan antar obyek dan konsep matematika.

C. Kemampuan Penalaran Matematika

Penalaran berasal dari kata nalar yang mempunyai arti pertimbangan tentang baik buruk, kekuatan pikir atau aktivitas yang memungkinkan seseorang berpikir logis. Berpikir logis dapat diartikan sebagai kemampuan berpikir siswa untuk menarik kesimpulan yang sah menurut aturan logika dan dapat dibuktikan bahwa kesimpulan itu benar sesuai dengan pengetahuan-pengetahuan sebelumnya yang sudah diketahui³⁴. Istilah penalaran dijelaskan oleh Copi sebagai berikut, "*Reasoning is a special kind of thinking in which inference takes place, in which conclusions are drawn from premises*". Berdasarkan pendapat tersebut, penalaran merupakan kegiatan, proses atau kegiatan berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat sesuatu pernyataan baru berdasarkan pada beberapa pernyataan yang diketahui benar atau yang di anggap benar dari premis-premis. Tidak semua berpikir dapat dikatakan bernalar³⁵.

Sedangkan menurut Jujun S. Suriasumantri menyatakan bahwa penalaran merupakan suatu proses berpikir dalam menarik suatu kesimpulan yang berupa pengetahuan dan mempunyai karakteristik tertentu dalam menemukan kebenaran. Agar pengetahuan yang dihasilkan penalaran itu mempunyai dasar kebenaran maka proses berpikir itu harus dilakukan dengan suatu cara tertentu sehingga penarikan kesimpulan baru tersebut dianggap valid. Dapat disimpulkan bahwa kemampuan penalaran adalah kemampuan siswa untuk berpikir logis menurut alur kerangka berpikir tertentu³⁶.

³⁴ Heri Santoso, Tesis: "*Profil Penalaran Siswa dalam Memecahkan masalah Matematika Ditinjau Dari Perbedaan Gaya Berpikir*", (Surabaya: Universitas Negeri Surabaya, tidak diterbitkan, 2012), 11.

³⁵ Nailul Authary, Tesis: "*Penalaran Aljabar Siswa SMP Dalam Memecahkan Masalah Aljabar Ditinjau Dari Gaya Kognitif*", (Surabaya: Universitas Negeri Surabaya, tidak diterbitkan, 2014), 9.

³⁶ Widayanti Nurma Sa'adah, Skripsi: "*Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis siswa Kelas VIII SMP Negeri 3 Banguntapan Dalam Pembelajaran Matematika Melalui*

Berdasarkan ranah kognitif yang diungkapkan oleh Benyamin S. Bloom yaitu ranah yang mencakup kegiatan mental (otak), terdapat enam jenjang proses berpikir yaitu pengetahuan atau ingatan, pemahaman, penerapan, analisis, sintesis, dan evaluasi. Selama proses berpikir analisis, kemampuan penalaran disini sangat diperlukan. Sebelum kegiatan analisis dilakukan, maka seseorang harus mampu mengajukan dugaan. Dengan demikian, kemampuan mengajukan dugaan merupakan salah satu indikator dari kemampuan penalaran. Kemampuan penalaran juga sangat diperlukan dalam memahami suatu konsep materi pokok. Tanpa adanya kemampuan penalaran, maka peserta didik akan mengalami kesulitan dalam menyelesaikan suatu permasalahan³⁷.

Dalam proses pembelajaran tertumpu pada dua macam penalaran, yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif³⁸.

1. Penalaran induktif

Penalaran induktif yaitu suatu aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang bersifat umum (general) berdasarkan pada beberapa pernyataan khusus yang diketahui benar. Pembelajaran diawali dengan memberikan contoh-contoh atau kasus menuju konsep atau generalisasi.

2. Penalaran deduktif

Penalaran deduktif yaitu kebenaran suatu konsep atau pernyataan diperoleh sebagai akibat logis dari kebenaran sebelumnya. Jacobs menyatakan penalaran deduktif adalah suatu cara kesimpulan dari pernyataan atau fakta-fakta yang dianggap benar dengan menggunakan logika. Jadi proses pembuktian secara deduktif akan melibatkan teori atau rumus matematika lainnya yang sebelumnya sudah dibuktikan kebenarannya secara deduktif juga. Peserta didik sering mengalami kesulitan memahami makna matematika dalam pembelajaran dengan pendekatan deduktif. Hal ini disebabkan

Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)”, (Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta, 2010), 13.

³⁷ Nailil Faroh, Skripsi: “*Pengaruh Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematika Terhadap kemampuan Menyelesaikan Soal Cerita Materi Pokok Himpunan Pada Peserta Didik Semester 2 Kelas VII MTS NU Nurul Huda Mangkang Semarang Tahun Pelajaran 2010/2011*”, (Semarang: IAIN Walisongo, 2011), 10.

³⁸ Ibid, halaman 11.

peserta didik baru memahami konsep atau generalisasi setelah disajikan berbagai contoh³⁹.

Penalaran merupakan suatu proses penting dalam pengerjaan matematika. Roses menyatakan salah satu tujuan terpenting dari pembelajaran matematika adalah mengajarkan kepada siswa penalaran logis (*logical reasoning*). Bila kemampuan bernalar tidak dikembangkan pada siswa, maka bagi siswa matematika hanya akan menjadi materi yang mengikuti serangkaian prosedur dan meniru contoh-contoh tanpa mengetahui maknanya⁴⁰. Menurut Herdian, penalaran merupakan salah satu kompetensi dasar matematik di samping pemahaman, komunikasi dan pemecahan masalah. Penalaran juga merupakan proses mental dalam mengembangkan pikiran dari beberapa fakta atau prinsip. Penalaran adalah proses berpikir yang dilakukan dengan satu cara untuk menarik kesimpulan⁴¹. Selanjutnya ditegaskan bahwa ciri-ciri penalaran adalah:

1. Adanya suatu pola pikir yang disebut logika. Dalam hal ini dapat dikatakan bahwa kegiatan penalaran merupakan suatu proses berpikir logis. Berpikir logis ini diartikan sebagai berpikir menurut suatu pola tertentu atau menurut logika tertentu.
2. Proses berpikirnya bersifat analitik. Penalaran merupakan suatu kegiatan yang mengandalkan diri pada suatu analitik, dalam kerangka berpikir yang dipergunakan untuk analitik tersebut adalah logika penalaran yang bersangkutan⁴².

Russel mengatakan penalaran merupakan pusat untuk belajar matematika. Beliau beranggapan bahwa, matematika adalah suatu disiplin berkenaan dengan objek abstrak dan penalaranlah alat untuk memahami abstraksi. Beliau menambahkan bahwa penalaranlah yang digunakan untuk berpikir tentang sifat-sifat sekumpulan objek matematika dan mengembangkan perumuman⁴³. Penalaran aljabar adalah suatu proses menggeneralisasikan ide-ide

³⁹ Ibid, halaman 11-12.

⁴⁰ Deni Megawati, Tesis: "*Profil Penalaran Siswa Al-Hikmah Surabaya Dalam Membuktikan Identitas trigonometri Ditinjau Dari Kemampuan Matematika*". (Surabaya: Universitas Negeri Surabaya, tidak diterbitkan, 2013), 11.

⁴¹ Ibid, halaman 11.

⁴² Ibid, halaman 12.

⁴³ Nailul Authary, Op.Cit., hal 10.

matematika dari sekumpulan contoh-contoh, membuktikan generalisasi tersebut melalui wacana argumentasi-argumentasi, dan mengaplikasikannya secara meningkat formal sesuai dengan tingkat usia. Penalaran aljabar menuntut siswa untuk dapat mendukung mengeksplorasi suatu hubungan dan membangun generalisasi untuk mendukung pemahaman konseptual dari hubungan dalam suatu rumus⁴⁴. Hal ini berarti, penalaran matematika tidak hanya kemampuan berhitung dan analisis, melainkan juga mencakup beberapa proses, antara lain: mengumpulkan bukti, analisis data, membuat dugaan, membuat argumen, menarik kesimpulan, menshahihkan simpulan logis, serta membuktikan kebenaran pernyataan dengan tegas⁴⁵. Russel menambahkan bahwa penalaran matematika memuat perkembangan, pembenaran dan penggunaan generalisasi matematika yang mengarah pada keterkaitan pengetahuan matematika dalam bidang matematika⁴⁶.

Penalaran merupakan garis pemikiran, cara berpikir, yang diadopsi untuk menghasilkan pernyataan dan kesimpulan yang masuk akal atau logis. Struktur penalaran, ketika siswa mempelajari upaya mencari solusi untuk masalah pemecahan yang tidak rutin adalah⁴⁷:

1. Situasi problematik, ketika siswa masih belum mendapat solusi bagaimana harus melanjutkan penyelesaian.
2. Memilih strategi penyelesaian, ketika siswa kesulitan bagaimana siswa memilih, mengingat, menemukan, dan membangun strategi.
3. Strategi implementasi, ketika siswa kesulitan memilih strategi implementasi.
4. Kesimpulan, kesulitan dalam memperoleh hasil yang dicapai.

Untuk membantu siswa mencapai tingkat kompetensi dalam matematika, salah satu tujuan pembelajaran matematika harus mencakup kemampuan siswa untuk dapat menganalisis dan

⁴⁴ Ibid, halaman 12.

⁴⁵ Moh. Syukron Maftuh, Tesis: “*Profil Penalaran Probabilistik Siswa SMP dalam Pemecahan masalah Probabilistik Ditinjau Dari Perbedaan Jenis Kelamin*”, (Surabaya: Universitas Negeri Surabaya, tidak diterbitkan, 2013), 11.

⁴⁶ Ibid, halaman 12.

⁴⁷ Elly Susanti, *Proses Koneksi Produktif dalam Penyelesaian masalah Matematika* (Malang: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Islam, 2013), 4.

memecahkan masalah matematika. Penalaran merupakan komponen utama dalam pemecahan masalah matematika. Penalaran terdiri dari semua koneksi yang menghubungkan antara pengalaman dan pengetahuan yang digunakan untuk menjelaskan apa yang mereka lihat, mereka pikir, dan mereka simpulkan. Ross menyatakan bahwa pondasi matematika yang harus ditekankan adalah penalaran. Ball, Lewis & Thamel menyatakan bahwa “*mathematical reasoning is the foundation for the construction of mathematical knowledge*” yang artinya penalaran matematika adalah pondasi untuk mendapatkan atau menkonstruksi pengetahuan matematika⁴⁸.

Karin Brodi menuliskan bahwa siswa harus diberi kesempatan untuk melibatkan dan mengembangkan penalaran mereka pada saat menghadapi tantangan dan hambatan yang mereka alami dalam menyelesaikan permasalahan matematika. Pentingnya penalaran mengundang siswa untuk mengkomunikasikan pikiran dan membuat hubungan antara ide-ide, dan antara konsep dalam matematika⁴⁹. Lebih lanjut Ball dan Bass mengatakan bahwa peserta didik yang belajar matematika melalui penalaran dapat menemukan matematika lebih bermakna, karena penalaran matematika memungkinkan peserta didik untuk membentuk hubungan antara pengetahuan baru dengan pengetahuan yang dimiliki sebelumnya⁵⁰. Matematika dan proses penalaran merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan. Matematika dapat dipahami melalui proses penalaran, dan penalaran dapat dilatih melalui belajar matematika.

Indikator-indikator yang menunjukkan kemampuan penalaran matematika antara lain⁵¹:

- a. Mengajukan dugaan.
- b. Melakukan manipulasi matematika.

⁴⁸ Bambang Riyanto, Rusdy A. Siroj, “Meningkatkan Kemampuan Penalaran dan Prestasi Matematika dengan Pendekatan Konstruktivisme pada Siswa Sekolah Menengah Atas”, *Jurnal Pendidikan Matematika*, 5: 2, (Juli, 2011), 113.

⁴⁹ Elly Susanti, “Meningkatkan Penalaran Siswa Melalui Koneksi Matematika” di FMIPA UNY (Makalah dipresentasikan dalam Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika dengan tema “Kontribusi Pendidikan Matematika dan Matematika dalam Membangun Karakter Guru dan Siswa”, Yogyakarta, 2012), 290.

⁵⁰ Ibid, halaman 291.

⁵¹ Sri Wardani, *Analisis SI dan SKI Mata Pelajaran Matematika SMP/MTS Untuk Optimalisasi Tujuan Mata Pelajaran Matematika* (Yogyakarta: Depdiknas, 2008), 14.

- c. Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberi alasan terhadap kebenaran solusi.
- d. Menarik kesimpulan dari suatu pernyataan.
- e. Memeriksa kesahihan suatu argument.
- f. Menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Sedangkan dalam Asep Jihad dijelaskan beberapa indikator dalam penalaran matematika yaitu⁵²:

- a. Menarik kesimpulan logis.
- b. Memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat-sifat, dan hubungan.
- c. Memperkirakan jawaban dan proses solusi.
- d. Menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematika.
- e. Menyusun dan menguji konjektur.
- f. Merumuskan lawan contoh (*counter examples*).
- g. Mengikuti aturan inferensi, memeriksa validitas argument.
- h. Menyusun argument yang valid.
- i. Menyusun pembuktian langsung, tak langsung, dan menggunakan induksi matematika.

Pada dokumen Peraturan Dirjen Dikdasemen melalui Peraturan No. 506/C/PP/2004, penalaran merupakan kompetensi yang ditunjukkan siswa dalam melakukan penalaran gagasan matematika. Sehingga menurut TIM PPPG indikator yang menunjukkan adanya penalaran adalah⁵³:

- a. Menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar dan diagram.
- b. Mengajukan dugaan (*conjectures*)
- c. Melakukan manipulasi matematika
- d. Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi
- e. Menarik kesimpulan dari pernyataan
- f. Memeriksa kesahihan suatu argumen
- g. Menentukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

⁵² Asep Jihad, *Pengembangan Kurikulum Matematika Tinjauan Teoritis dan Historis* (Bandung: Multi Pressindo, 2008), 168-169.

⁵³ Widayanti Nurma Sa'adah, Op. Cit., hal 16.

Dari beberapa indikator diatas, pengukuran kemampuan penalaran siswa dilakukan dengan indikator-indikator yang digunakan dalam penelitian yaitu: menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar, sketsa atau diagram, mengajukan dugaan, menentukan pola, melakukan manipulasi matematika, memberikan alasan terhadap beberapa solusi, memeriksa kesahihan suatu argumen dan menarik kesimpulan atau melakukan generalisasi.

D. Pemahaman Matematika

Salah satu hal penting pembelajaran matematika adalah siswa harus memahami matematika. Hal ini terlihat dari salah satu tujuan diberikannya matematika di jenjang SMP adalah memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma, secara luwes, akurat, efisien dan tepat dalam pemecahan masalah⁵⁴.

Pemahaman diartikan dari kata *understanding*. Istilah *understanding* dideskripsikan oleh Hiebert dan Carpenter sebagai berikut: “A mathematical idea or procedure or fact understood if it is part of an internal network. More specifically, the mathematics is understood if its mental representation is part of a network of representations”⁵⁵. Berdasarkan pendapat diatas, pemahaman dalam matematika dapat dipandang sebagai keterkaitan atau jaringan antar ide, fakta atau prosedur. Pemahaman diartikan sebagai kemampuan untuk menyadari bagaimana suatu hal terkait atau terhubung dengan hal-hal lain yang kita ketahui⁵⁶.

Pemahaman berasal dari kata paham yang artinya mengerti benar dalam suatu hal. Pemahaman merupakan terjemahan dari *comprehension*⁵⁷. Dalam hal ini pemahaman dapat diartikan sebagai proses pembelajaran yang diikuti hasil belajar sesuai dengan tujuan-tujuan pembelajaran. Dengan pemahaman,

⁵⁴ Risy mawardati, Tesis: “Pemahaman Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Matematika Berdasarkan Gaya Belajar dan Gender”, (Surabaya: Universitas Negeri Surabaya, tidak diterbitkan, 2013), 10.

⁵⁵ Novia Qoriatu Aini Hardie, Tesis: “Profil Pemahaman Konseptual Aljabar Siswa SMP dengan Menggunakan Representasi Beragam Ditinjau Dari Perbedaan Gaya Kognitif Visualiser-Verbaliser”, (Surabaya: Universitas Negeri Surabaya, tidak diterbitkan, 2014), 11.

⁵⁶ Ibid, halaman 12.

⁵⁷ Kamus Besar Bahasa Indonesia.

siswa diminta untuk membuktikan bahwa ia memahami hubungan yang sederhana di antara fakta-fakta atau konsep. Bramby mendefinisikan pemahaman sebagai suatu rangkaian pemikiran yang dihasilkan dari representasi yang terkait dengan konsep matematika dan untuk memahami matematika dibutuhkan suatu hubungan antara representasi mental dari konsep-konsep matematika⁵⁸. Menurut Gulo “kegiatan yang diperlukan untuk bisa sampai pada tujuan memahami ialah kegiatan mental intelektual yang mengorganisasikan materi yang telah diketahui”. Pemahaman setingkat lebih tinggi dari pada pengetahuan⁵⁹. Memahami sesuatu berarti memiliki pengetahuan yang menyebabkan seseorang dapat mengenal (mengidentifikasi) dan memproduksi petunjuk, lambang, definisi, serta memiliki ketrampilan untuk menyelesaikan masalah yang terkait dengan sesuatu yang dimaksud secara skematis⁶⁰.

Menurut Driver pemahaman adalah kemampuan untuk menjelaskan suatu situasi atau suatu tindakan. Dari pengertian ini ada tiga aspek pemahaman, yaitu: (1) kemampuan mengenal; (2) kemampuan menjelaskan; (3) kemampuan menginterpretasikan atau menarik kesimpulan⁶¹. Menurut Machener untuk memahami suatu objek secara mendalam, seseorang harus mengetahui: (1) objek itu sendiri; (2) relasinya dengan objek lain yang sejenis; (3) relasinya dengan objek lain yang tidak sejenis; (4) relasi dual dengan objek lain yang sejenis; (5) relasi dengan objek dalam teori lainnya⁶². Pemahaman terkait dengan pemecahan masalah aljabar. Artinya dengan pemahaman yang dimiliki, siswa akan mampu memecahkan masalah aljabar. Tingkat pemahaman siswa berbeda-beda, hal ini dapat dilihat dari kemampuannya memecahkan masalah aljabar. Antara pemahaman dan pemecahan masalah

⁵⁸ Setia Widia Rahayu, Tesis: “*Pemahaman Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Aljabar Ditinjau dari Kecerdasan Spasial*”, (Surabaya: Universitas Negeri Surabaya, tidak diterbitkan, 2014), 7.

⁵⁹ Gulo W., *Strategi Belajar Mengajar* (Jakarta: Grasindo, 2002), 59.

⁶⁰ Nurhaeda, Tesis: “*Pemahaman Siswa SLTP Negeri 3 Pangkajene Terhadap Bangun-Bangun Segiempat*”, (Surabaya: Universitas Negeri Surabaya, tidak diterbitkan, 2003), 11.

⁶¹ Aan Hasanah, Tesis: “*Pengembangan Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematika Siswa Sekolah Menengah yang Menekankan Pada Representasi Matematika*”, (UPI Bandung: tidak diterbitkan, 2004), 20.

⁶² Utari Sumarmo, Disertasi: “*Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematika Siswa SMA Dikaitkan dengan Kemampuan Penalaran Logik Siswa dan Beberapa Unsur Proses Belajar Mengajar*”, (IKIP Bandung: tidak diterbitkan, 1987), 24.

memiliki keterkaitan yang erat, maksudnya seorang siswa dikatakan paham konsep apabila siswa tersebut mampu menghubungkan konsep yang satu dengan konsep lainnya dalam memecahkan masalah, khususnya masalah yang diberikan. Disamping itu untuk mengetahui pemahaman siswa tidak hanya dilihat dari kemampuan memecahkan masalah tetapi juga dilakukan wawancara atau interview pada siswa tentang bagaimana siswa menyelesaikan suatu masalah dan komponen-komponen apa saja yang mendasari masalah yang diberikan⁶³.

Menurut Haylock mendefinisikan pemahaman sebagai “*A simple model that enable us to talk about understanding in mathematics is to view the growth of understanding as the building up of cognitive connection. More specifically, when we encounter some new experiences there is a sense in which we understand it if we can connet it to previous experiences or, better, to a network of previously connected experiences*”. Pemahaman merupakan suatu kemampuan untuk membangun koneksi kognitif. Seseorang merasa memahami sesuatu ketika mereka dapat menghubungkan pengalaman baru dengan pengalaman yang telah diperoleh sebelumnya⁶⁴.

Pemahaman siswa terhadap konsep matematika menurut NCTM dapat dilihat dari kemampuan siswa dalam⁶⁵:

- a. Mendefinisikan konsep secara verbal dan tulisan.
- b. Membuat contoh dan non contoh peyangkal.
- c. Mempresentasikan suatu konsep model, diagram, dan simbol.
- d. Mengubah suatu bentuk representasi ke bentuk yang lain.
- e. Mengenal berbagai makna dan interpretasi konsep.
- f. Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep dan mengenal syarat-syarat yang menentukan suatu konsep.
- g. Membandingkan dan membedakan konsep-konsep.

⁶³ Setia Widia Rahayu, Op. Cit., hal 22.

⁶⁴ Anzora, Tesis: “*Pemahaman siswa SD dalam Menyelesaikan Tugas Klasifikasi Segiempat Ditinjau dari Kemampuan Matematika*”, (Surabaya: Universitas Negeri Surabaya, tidak diterbitkan, 2013), 9.

⁶⁵ Munggaranti, Skripsi: “*Penerapan Model Pembelajaran Berprogama Tipe Bercabang Dalam Pembelajaran Matematika Terhadap Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika Siswa SMK (Studi Eksperimen Terhadap Siswa Kelas II Semester 1 SMK Pasundan 1 Bandung)*”, (Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia, 2007), 25.

Pengertian pemahaman matematika dapat dipandang sebagai proses dan tujuan dari suatu pembelajaran matematika. Pemahaman matematika sebagai proses, berarti pemahaman matematika adalah suatu proses pengamatan kognisi yang tidak langsung dalam menyerap pengertian dari konsep/teori yang akan dipahami, mempertunjukkan kemampuannya di dalam menerapkan konsep/teori yang dipahami pada keadaan dan situasi-situasi yang lainnya. Sedangkan sebagai tujuan, pemahaman matematika berarti suatu kemampuan memahami konsep, membedakan sejumlah konsep-konsep yang saling terpisah, serta kemampuan melakukan perhitungan secara bermakna pada situasi atau permasalahan-permasalahan yang lebih luas. Dengan demikian Wiharno menyimpulkan bahwa “kemampuan pemahaman matematika merupakan suatu kekuatan yang harus diperhatikan dan diperlukan secara fungsional dalam proses dan tujuan pembelajaran matematika, terlebih lagi untuk memperoleh pemahaman matematika pada saat pembelajaran, hal tersebut hanya bisa dilakukan melalui pembelajaran dengan pemahaman.”

Selanjutnya Munir mengemukakan pemahaman matematika akan mampu menjelaskan atau membedakan sesuatu, kemampuan itu menyangkut⁶⁶:

- a. Penerjemahan (*interpreting*), yaitu verbalisasi atau sebaliknya
- b. Memberikan contoh (*exemplifying*), yaitu menemukan contoh-contoh yang spesifik.
- c. Mengklasifikasikan (*classifying*), yaitu membedakan sesuatu berdasarkan kategorinya.
- d. Meringkas (*summarizing*), yaitu membuat ringkasan secara umum.
- e. Berpendapat (*inferring*), yaitu memberikan gambaran tentang kesimpulan yang logis.
- f. Membandingkan (*comparing*), yaitu mendeteksi hubungan antara dua idea tau objek.
- g. Menjelaskan (*explaining*), yaitu mengkonstruksi model sebab-akibat.

Selanjutnya dalam Wardhani menjelaskan indikator pencapaian pemahaman matematika adalah⁶⁷:

⁶⁶ Munir, *Kurikulum Berbasis Teknologi Informasi dan Komunikasi* (Bandung: Alfabeta, 2008), 55.

- a. Menyatakan ulang sebuah konsep
- b. Mengklasifikasi objek menurut sifat-sifat tertentu sesuai dengan konsepnya
- c. Memberi contoh dan bukan contoh dari konsep
- d. Menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis.
- e. Mengembangkan syarat perlu atau syarat cukup dari suatu konsep
- f. Menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur atau operasi tertentu
- g. Mengaplikasikan konsep atau algoritma ke pemecahan masalah

Proses pemahaman matematika siswa menunjukkan kemampuan memahami materi pembelajaran, dari pemahaman ini akan mampu menjelaskan atau membedakan sesuatu. Dari beberapa indikator diatas, pengukuran pemahaman matematika siswa dilakukan dengan indikator-indikator yang digunakan dalam penelitian yaitu: menyatakan ulang sebuah konsep, mengklasifikasi objek menurut sifat-sifat tertentu sesuai dengan konsepnya, memberi contoh dan bukan contoh dari konsep, menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis, mengembangkan syarat perlu atau syarat cukup dari suatu konsep, menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur atau operasi tertentu dan mengaplikasikan konsep atau algoritma ke pemecahan masalah.

⁶⁷ Isti Hardiyanti Kusumaningtyas, Skripsi: ”Upaya Meningkatkan Pemahaman Konsep Matematika Melalui Pendekatan Problem Posing dengan Pembelajaran Kooperatif tipe STAD (Student Teams Achievement Divisions) Pada Siswa Kelas Bilingual VIII C SMP Negeri 1 Wonosari”, (Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta, 2011), 13.