

BAB II KAJIAN PUSTAKA

A. Penelitian Rancangan (*Design Research*)

Sebuah penelitian yang muatan utamanya berupa proses perancangan sebagai bagian yang penting, maka penelitian tersebut dapat dikatakan sebagai *design research*. Istilah *design research* juga dimasukkan ke dalam penelitian pengembangan (*development research*), karena berkaitan dengan pengembangan materi dan bahan pembelajaran.¹ Baik *design research*, *development research* maupun *design experiments* semuanya menempatkan proses perancangan (*design*) sebagai strategi untuk mengembangkan teori.² Model-model penelitian ini banyak digunakan dalam berbagai penelitian di berbagai bidang sesuai dengan masalah penelitian yang diajukan. Istilah *design research* juga memiliki kaitan istilah atau karakteristik dengan model-model penelitian seperti *design study*, *development research*, *formatif research*, *formatif evaluation* dan *engineering research*.³

Setiap model penelitian memiliki karakteristik masing-masing, termasuk *design research*. Adapun karakteristik *design research* adalah sebagai berikut⁴

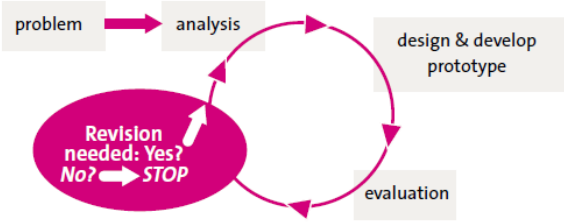
1. *Interventionist* : penelitian bertujuan untuk merancang suatu intervensi dalam dunia nyata.
2. *Iterative* : penelitian yang menggabungkan pendekatan siklikal (daur) yang meliputi perancangan, evaluasi dan revisi.
3. *Utility oriented* : keunggulan rancangan diukur untuk bisa digunakan secara praktis oleh pengguna.
4. *Theory oriented* : rancangan dibangun berdasarkan pada preposisi teoritis kemudian dilakukan pengujian lapangan untuk memberikan kontribusi pada teori.

¹ Gravemeijer – Cobb, “Design Research from a Learning Perspective”: *Educational Design Research*. (New York : Routledge 2006)

² Arthur Bakker, “Design Research in Statistics Education” : *On Symbolizing and Computer Tools*. Doctoral Dissertation. (Utrecht University 2004).

³ Lidinillah. *Design Research Sebagai Penelitian Pendidikan : A Theoretical Framework for Action*. (Tasikmalaya : PGSD UPI, 2012).

⁴ Cobb et al. Kelly (2003), “Design-Based Research Collective” : Reeves et al. Van den Akker (2006). 5.



Gambar 2.1

Alur penelitian *design research* menurut Tjeerd Ploomp⁵

Berdasarkan karakteristik tersebut, berikut salah satu definisi *educational design research* menurut Barab dan Squire adalah serangkaian pendekatan, dengan maksud untuk menghasilkan teori-teori baru, artefak, dan model praktis yang menjelaskan dan berdampak pada pembelajaran dengan pengaturan yang alami (*naturalistic*).⁶

Untuk mengetahui letak perbandingan antara *design research* dengan penelitian yang lain, berikut adalah berbagai jenis penelitian berdasarkan fungsinya⁷

Tabel 2.1
Jenis Penelitian dan Fungsinya

No	Jenis penelitian	Fungsi penelitian
1	Survey	Menguraikan, membandingkan, mengevaluasi.
2	Studi kasus	Menguraikan, membandingkan, menjelaskan.
3	Eksperiment	Menjelaskan, membandingkan.
4	Penelitian tindakan	Merancang atau mengembangkan solusi untuk masalah praktis.
5	Etnografi	Menguraikan, menjelaskan.
6	Penelitian	Menguraikan, membandingkan.

⁵ Plomp. “Educational Design Research An Introduction” : *An Introduction to Educational Research*. (Enschede, Netherland : National Institute for Curriculum Development, 2007). 11

⁶ Barab, S., & Squire, K..” Design-based Research: Putting a Stake in the Ground”. *Journal of the Learning Sciences*, 13(1), (2004). 14.

⁷ Ibid, hal 12

	hubungan	
7	Penelitian evaluasi	Menentukan tingkat efektivitas program
8	Penelitian rancangan (<i>design research</i>)	Merancang atau mengembangkan suatu intervensi (seperti program, strategi dan materi pembelajaran, dan produk) dengan tujuan untuk memecahkan masalah pendidikan yang kompleks dan untuk mengembangkan pengetahuan (teori) tentang suatu karakteristik dari intervensi serta proses prancangan dan pengembangan tersebut.

Istilah *design research* memang jarang dimuat dalam buku-buku penelitian termasuk penelitian pendidikan⁸. Istilah yang sering banyak digunakan adalah penelitian pengembangan (*developmental research*) atau penelitian dan pengembangan (*research and development*). Istilah *design research* kurang begitu populer dalam penelitian-penelitian di bidang pendidikan. *Design research* baru mengalami momentum pada tahun-tahun belakangan ini terutama untuk digunakan dalam penelitian pendidikan⁹. Kajian tentang *design research* dalam aplikasi pada penelitian pendidikan paling awal diperkenalkan oleh Van den Akker.

Instrument yang digunakan dalam *design research* adalah *Hypothetical learning trajectory* (HLT). Simon mendefinisikan HLT sebagai berikut¹⁰ :

The hypothetical learning trajectory is made up of three component : the learning goal that defines the direction, the learning activities, and the hypothetical learning process a

⁸ Lidinillah, Loc. Cit., hal 4

⁹ Van den Akker, J. et al., "Introducing Educational Design Research" : *Educational Design Research*. (New York : Routledge, 2006). 3

¹⁰ Arthur Bakker, "Design research in statistics education" : *On symbolizing and computer tools*. Doctoral Disertation. (Utrecht University, 2004).

prediction of how the students thinking and understanding will evolve in the context of learning activities (p. 136). HLT terdiri dari tiga komponen : tujuan pembelajaran yang mendefinisikan arah (tujuan pembelajaran), kegiatan belajar, dan hipotesis proses belajar untuk memprediksi bagaimana pikiran dan pemahaman siswa akan berkembang dalam konteks kegiatan belajar.

Sebuah penelitian dikatakan *design research* maka penelitian tersebut harus mengikuti prinsip-prinsip penelitian ilmiah sebagaimana halnya penelitian lain agar proses dan hasil penelitiannya diakui secara ilmiah, berikut adalah prinsip-prinsip *design research*¹¹ : 1) Mengajukan pertanyaan (rumusan masalah) penting yang dapat diselidiki, 2) Menghubungkan penelitian dengan teori yang relevan, 3) Menggunakan metode secara langsung yang memungkinkan dapat menyelidiki pertanyaan penelitian, 4) Menyajikan urutan penalaran, 5) Melakukan replikasi dari keseluruhan penelitian, 6) Membuka penelitian untuk pengawasan professional dan kritik.

Dari penelitian *design research* yang melalui prinsip-prinsip tersebut, ada tiga hasil yang bisa diperoleh dari *design research*¹², yaitu :

1. Prinsip Desain dan Teori Intervensi

Design research bertujuan untuk menghasilkan pengetahuan tentang apakah dan kenapa suatu intervensi bekerja dalam konteks tertentu. Istilah lainnya adalah *design principle or intervention theory*.¹³ Penulis lain menyebutnya *domain specific theory*.¹⁴ Sedangkan menurut istilah Van den Akker adalah *heuristic or just lessons learned*.¹⁵

Prinsip rancangan (*principle design*) adalah urutan pernyataan (*heuristic statement*) dibuat dengan format berikut¹⁶ :

“Jika Anda ingin merancang intervensi X untuk tujuan atau menghasilkan Y dalam konteks Z, maka lebih baik Anda

¹¹Plomp, Loc. Cit., hal 12

¹² Ibid. 20-22

¹³ Ibid. 23

¹⁴ Ibid

¹⁵Van den Akker, J. et al., “Introducing Educational Design Research”: *Educational Design Research*. (New York : Routledge, 2006).

¹⁶Plomp, Loc. Cit., hal. 20

melakukan intervensi dengan karakteristik A, B, dan C (penekanan substantif), dan dilakukan dengan prosedur K, L dan M (penekanan prosedural), dengan argumen P, Q, dan R.”

Prinsip heuristik mengandung arti untuk mendukung peneliti atau perancang dalam tugasnya, tetapi tidak memastikan keberhasilan, hal itu dimaksudkan untuk memilih dan menyeleksi pengetahuan yang tepat (substantif maupun prosedural) untuk rancangan yang spesifik dan pengembangan tugas. Pengetahuan substantif adalah pengetahuan tentang karakteristik penting dari intervensi dan dapat diekstraksi dari intervensi yang dihasilkan.¹⁷ Sementara pengetahuan prosedural adalah berkaitan dengan sejumlah aktivitas perancangan yang dianggap paling menjajikan dalam mengembangkan intervensi yang dapat bekerja dan efektif.¹⁸

2. Model Intervensi

Design research akan menghasilkan rancangan-rancangan program, strategi pembelajaran, bahan ajar, produk dan sistem yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah dalam pembelajaran atau pendidikan secara empiris.

3. Pengembangan Profesi

Design research dilakukan secara kolaboratif dan kolekatif oleh para peneliti dan praktisi pendidikan di lapangan. Kolaborasi praktis yang dilakukan dapat bermanfaat untuk mengatasi berbagai permasalahan pembelajaran dan pendidikan dengan cepat dan tepat. Namun selain itu kegiatan *design research* akan mendorong pengembangan profesi praktisi di lapangan seperti guru dan dosen serta para pengambil kebijakan pendidikan.

Dalam *design research*, hasil penelitian tidak dapat digeneralisasi dari sampel ke populasi. *Design research* generalisasi hasil penelitian dilakukan bukan dari sampel ke populasi tetapi menggeneralisasi prinsip rancangan (*design principle*) sebagai hasil penelitian kepada teori yang lebih luas. Generalisasi yang dimaksud adalah *analytical generalizability*¹⁹.

¹⁷Lidinillah. Loc. Cit., hal 7

¹⁸Ibid.

¹⁹Plomp, Loc. Cit., hal 21

Berdasarkan karakteristik, fungsi dan prinsip *design research*, maka *design research* dianggap sebagai model penelitian yang sangat relevan untuk mengembangkan kualitas pendidikan, khususnya pembelajaran karena mampu menjembatani perkembangan teori dengan praktik serta menghasilkan rancangan pembelajaran yang aplikatif dan praktis. Di sisi lain *design research* dapat menghasilkan suatu teori (*grounded theory*) yang berbasiskan praktik eksperimen suatu rancangan. Pendekatan penelitian secara luas yang digunakan memang lebih mengarah kepada penelitian kualitatif naturalistik yang melibatkan suatu proses perancangan, pengembangan, eksperimen dan evaluasi²⁰.

B. Penelitian Desain Didaktis (*Didactical Design Research*)

Didaktik berasal dari kata *didaskein* dalam bahasa Yunani berarti pengajaran dan *didaktikos* yang artinya pandai mengajar²¹. *Didactical design research* merupakan salah satu model penelitian *Design research*. *Didactical designer search* adalah suatu kajian sistematis tentang merancang, mengembangkan dan mengevaluasi intervensi pendidikan (seperti program, strategi dan bahan pembelajaran, dan produk) sebagai solusi untuk memecahkan masalah yang kompleks dalam praktik pendidikan, yang juga bertujuan untuk memajukan pengetahuan kita tentang karakteristik dari intervensi-intervensi tersebut serta proses perancangan dan pengembangannya.²²

Design research digunakan dalam penelitian untuk mengembangkan teori-teori didaktis dari pembelajaran bidang studi tertentu mulai dari tingkat dasar maupun perguruan tinggi. Istilah lain yang digunakan dan relevan sebagai model khusus dari *design research* adalah *didactical design research*.²³ Menurut Lidinillah *didactical design research* adalah bentuk khusus dari penerapan *design research* baik yang mengacu kepada *validation study* maupun *development study*. Hanya saja penggunaan desain didaktis (*didactical design*) menunjukkan bahwa terdapat penekanan pada

²⁰ Lidinillah, Loc. Cit., hal 6

²¹ Nasution. "*Didaktis Asas-Asas Mengajar*". (Jakarta : Bumi Aksara, 2004). 1

²² Plomp, Loc. Cit., hal 13

²³ Lidinillah, Loc. Cit., hal 2

aspek didaktik dalam perancangan pembelajaran yang mengacu kepada teori pembelajaran yang lebih mikro.²⁴

Ada dua model pengembangan dan penerapan *Didactical Design Research*, yaitu model yang dikembangkan oleh Hudson (2008) dan Suryadi (2010).²⁵ Model Hudson lebih menekankan pada pengembangan didaktis, artinya dalam menyusun desain pembelajaran guru berfokus pada hubungan siswa dengan bahan ajar (HD). Proses desain didaktis (*didactical design*) Hudson mengadaptasi dari model perancangan pembelajaran (*Instructional design*), yaitu meliputi tahap : 1) analisis, 2) perancangan, 3) pengembangan, 4) interaksi, 5) evaluasi²⁶.

Adapun tahapan utama dalam penelitian desain didaktis menurut Suryadi terdiri dari tiga tahap yaitu²⁷ :1. Analisis situasi didaktis sebelum pembelajaran yang wujudnya berupa desain didaktis, 2. Analisis Metapedadidaktik (analisis hubungan segitiga didaktis), 3. Analisis *retrospektif* yakni analisis yang mengaitkan hasil analisis situasi didaktis hipotesis dengan analisis metapedadidaktik.

Dari ketiga tahapan ini akan diperoleh *Desain Didaktis Empirik* yang tidak tertutup kemungkinan untuk terus disempurnakan melalui tiga tahapan DDR tersebut. Berdasarkan pernyataan tersebut, maka desain didaktis dirancang untuk menciptakan hubungan siswa dengan materi (HD), yang sesuai dengan situasi didaktis, menciptakan hubungan antara guru dengan siswa (HP) yang sesuai dengan situasi pedagogis, dan menciptakan hubungan antara guru dengan materi (ADP) yang sesuai dengan situasi didaktis dan pedagogis.

Pedagogik dan *didaktik* merupakan dua istilah yang menggambarkan suatu proses pembelajaran. Ilmu pendidikan sering disebut *pedagogik*, merupakan terjemahan dari bahasa Inggris yaitu "*pedagogics*". *Pedagogics* berasal dari bahasa Yunani yaitu "*pais*" yang artinya anak, dan "*again*" yang artinya membimbing.²⁸

²⁴ Ibid. 16-17

²⁵ Ibid. 17

²⁶ Hudson. " Didactical design research for teaching as a design profession" : *Teacher Education Policy in Europe : A Voice of Higher Education Institutions*. (Umea, Swedia : university of umea, 2008). 354-355

²⁷ Ibid. 13

²⁸ S. Sagala,. *Konsep dan Makna Pembelajaran*. (Bandung : Alfabeta, 2012). 2

Guru professional harus mampu menciptakan hubungan guru, siswa dan materi ajar terintegrasi dengan baik.

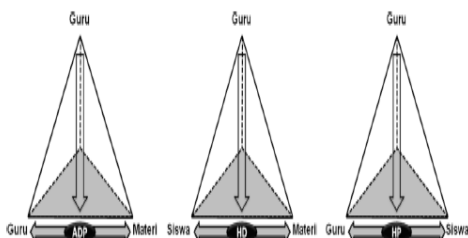
Desain didaktis merupakan suatu rancangan tertulis tentang sajian bahan ajar yang memperhatikan respon siswa, penyusunan desain didaktis berdasarkan sifat konsep yang akan disajikan dengan mempertimbangkan *learning obstacle* yang diidentifikasi, desain didaktis dirancang guna mengurangi munculnya *learning obstacle*.²⁹ Di Indonesia penggunaan penelitian desain didaktis sebagai model penelitian pendidikan diperkenalkan oleh Suryadi (2010) untuk menunjang teori yang telah beliau kembangkan yaitu teori *Metapedadidaktik* untuk pembelajaran matematika.

C. Metapedadidaktik

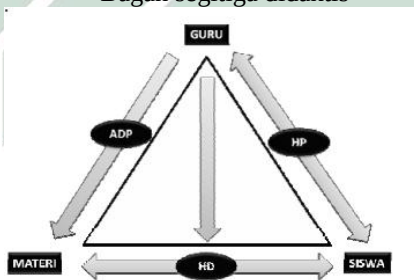
Dalam pembelajaran harus terjalin hubungan antara guru dengan siswa (HP), siswa dengan materi (HD), dan guru dengan materi (ADP). Ketiga hubungan tersebut diilustrasikan dalam segitiga didaktis. Hubungan guru, siswa dan materi digambarkan oleh Kansanen menjadi sebuah segitiga Didaktis. Segitiga Didaktis ini kemudian dimodifikasi karena hanya menggambarkan hubungan pedagogis (HP) antara guru dengan siswa dan hubungan didaktis (HD) antara siswa dengan materi.³⁰ Setelah dimodifikasi segitiga Didaktis menggambarkan hubungan pedagogis (HP) antar guru dengan siswa dan hubungan didaktis (HD) antar siswa dengan materi, dan hubungan antisipasi guru dan materi yang disebut sebagai antisipasi didaktis dan pedagogis (ADP).

²⁹Wiraldy., Skripsi : *Kajian Learning Obstacle (Khususnya Hambatan Epistimologis) dan Repersonalisasi Pada Materi Peluang Di SMP*. (Bandung, FMIPA UPI, 2013). 8

³⁰P. Kansanen, "Studying The Realistic Bridge between Instruction and Learning" : *An Attempt to A Conceptual Whole of The Theacing –Studying-Laerning Process. Education Studies*, (2003). Vol. 29, no. 2/3, 221-232.



Gambar 2.2
Bagan segitiga didaktis³¹



Gambar 2.3

Bagan segitiga didaktis yang telah dimodifikasi³²

Model yang dikembangkan oleh Suryadi lebih menekankan pada analisis *Metapedadidaktik*, yaitu kemampuan guru dalam menganalisis hubungan antara guru-siswa, guru-materi dan siswa-materi atau segitiga didaktis sehingga menghasilkan desain didaktis. Dari tiga langkah berpikir guru tersebut dapat dirangkai dalam suatu kegiatan penelitian yang disebut *didactical design research*.³³

Peran guru yang paling utama dalam konteks segitiga didaktis ini adalah menciptakan suatu situasi didaktis (*didactical situation*) sehingga terjadi proses belajar dalam diri siswa (*learning situation*). Ini berarti bahwa seorang guru selain perlu menguasai

³¹ D. Suryadi, "Penelitian Pembelajaran Matematika untuk Pembentukan Karakter Bangsa", *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*. (Yogyakarta, 27 November 2010) . 4

³² Ibid.

³³ Ibid, hal 12

materi ajar, juga perlu memiliki pengetahuan lain yang terkait dengan siswa serta mampu menciptakan situasi didaktis yang dapat mendorong proses belajar secara optimal. Dengan kata lain seorang guru perlu memiliki kemampuan untuk menciptakan relasi didaktis (*didactical relation*) antara siswa dengan materi ajar sehingga tercipta suatu situasi didaktis yang ideal bagi siswa.³⁴

Setelah tercipta situasi didaktis dalam proses pembelajaran akan memunculkan suatu hubungan pedagogis (HP), yakni hubungan yang tercipta antara guru dengan siswa, meliputi hubungan psikologis, emosional, dan komunikasi. Adapun aspek dan indikator kompetensi pedagogik³⁵ hubungan pedagogis, adalah sebagai berikut :

1. Menguasai karakteristik peserta didik
 - a. Guru memastikan bahwa semua peserta didik mendapatkan kesempatan yang sama untuk berpartisipasi aktif dalam kegiatan pembelajaran.
 - b. Guru dapat mengatur kelas untuk memberikan kesempatan belajar yang sama pada semua peserta didik dengan kelainan fisik dan kemampuan belajar yang berbeda.
 - c. Guru mencoba mengetahui penyebab penyimpangan perilaku peserta didik untuk mencegah agar perilaku tersebut tidak merugikan peserta didik lainnya.
 - d. Guru membantu mengembangkan potensi dan mengatasi kekurangan peserta didik.
 - e. Guru memperhatikan peserta didik dengan kelemahan fisik tertentu agar dapat mengikuti aktivitas pembelajaran, sehingga peserta didik tersebut tidak termarginalkan (tersisihkan, diolok-olok, minder, dsb).
2. Menguasai teori belajar dan prinsip-prinsip pembelajaran yang mendidik
 - a. Guru memberi kesempatan kepada peserta didik untuk menguasai materi pembelajaran sesuai usia dan kemampuan belajarnya melalui pengaturan proses pembelajaran dan aktivitas yang bervariasi.

³⁴Ibid. 4

³⁵Kementerian Pendidikan Nasional, Direktorat Jenderal Peningkatan Mutu Pendidik dan Tenaga Kependidikan.. *Pedoman Pelaksanaan Penilaian Kinerja Guru (PK Guru)*. (Jakarta. 2010, bermutuprofesi.org)

- b. Guru selalu memastikan tingkat pemahaman peserta didik terhadap materi pembelajaran tertentu dan menyesuaikan aktivitas pembelajaran berikutnya berdasarkan tingkat pemahaman tersebut.
 - c. Guru menggunakan berbagai teknik untuk memotivasi kemauan belajar peserta didik.
 - d. Guru merencanakan kegiatan pembelajaran yang saling terkait satu sama lain, dengan memperhatikan tujuan pembelajaran maupun proses belajar peserta didik.
 - e. Guru memperhatikan respon peserta didik yang belum/kurang memahami materi pembelajaran yang diajarkan dan menggunakannya untuk memperbaiki rancangan pembelajaran berikutnya.
3. Kegiatan pembelajaran yang mendidik
- a. Guru melaksanakan aktivitas pembelajaran sesuai dengan rancangan yang telah disusun secara lengkap dan pelaksanaan aktivitas tersebut mengindikasikan bahwa guru mengerti tentang tujuannya.
 - b. Guru melaksanakan aktivitas pembelajaran yang bertujuan untuk membantu proses belajar peserta didik, bukan untuk menguji sehingga membuat peserta didik merasa tertekan.
 - c. Guru menyikapi kesalahan yang dilakukan peserta didik sebagai tahapan proses pembelajaran, bukan semata-mata kesalahan yang harus dikoreksi. Misalnya: dengan mengetahui terlebih dahulu peserta didik lain yang setuju/tidak setuju dengan jawaban tersebut, sebelum memberikan penjelasan tentang jawaban yang benar.
 - d. Guru melakukan aktivitas pembelajaran secara bervariasi dengan waktu yang cukup untuk kegiatan pembelajaran yang sesuai dengan usia dan tingkat kemampuan belajar dan mempertahankan perhatian peserta didik.
 - e. Guru mengelola kelas dengan efektif tanpa mendominasi atau sibuk dengan kegiatannya sendiri agar semua waktu peserta dapat dimanfaatkan secara produktif.
 - f. Guru memberikan banyak kesempatan kepada peserta didik untuk bertanya, mempraktekkan dan berinteraksi dengan peserta didik lain.

4. Pengembangan potensi peserta didik
 - a. Guru secara aktif membantu peserta didik dalam proses pembelajaran dengan memberikan perhatian kepada setiap individu.
 - b. Guru memberikan kesempatan belajar kepada peserta didik sesuai dengan cara belajarnya masing-masing.
 - c. Guru memusatkan perhatian pada interaksi dengan peserta didik dan mendorongnya untuk memahami dan menggunakan informasi yang disampaikan.
5. Komunikasi dengan peserta didik
 - a. Guru menggunakan pertanyaan untuk mengetahui pemahaman dan menjaga partisipasi peserta didik, termasuk memberikan pertanyaan terbuka yang menuntut peserta didik untuk menjawab dengan ide dan pengetahuan mereka.
 - b. Guru memberikan perhatian dan mendengarkan semua pertanyaan dan tanggapan peserta didik, tanpa menginterupsi, kecuali jika diperlukan untuk membantu atau mengklarifikasi pertanyaan/tanggapan tersebut.
 - c. Guru menanggapi pertanyaan peserta didik secara tepat, benar, dan mutakhir, sesuai tujuan pembelajaran dan isi kurikulum, tanpa mempermalukannya.
 - d. Guru menyajikan kegiatan pembelajaran yang dapat menumbuhkan kerja sama yang baik antarpeserta didik.
 - e. Guru mendengarkan dan memberikan perhatian terhadap semua jawaban peserta didik baik yang benar maupun yang dianggap salah untuk mengukur tingkat pemahaman peserta didik.
 - f. Guru memberikan perhatian terhadap pertanyaan peserta didik dan meresponnya secara lengkap dan relevan untuk menghilangkan kebingungan pada peserta didik.
 - g. Menggunakan bahasa lisan secara jelas dan lancar.
 - h. Guru menyadari adanya keterbatasan perbendaharaan kata-kata dan ungkapan yang dimiliki siswa, maka itu guru tidak menggunakan kalimat yang berbelit-belit.
 - i. Guru menghindari penggunaan kata-kata yang meragukan dan berlebih-lebihan.
 - j. Guru menunjukkan variasi suara dalam memberikan penekanan pada hal-hal penting dalam penjelasannya.

- k. Butir-butir penting dalam penjelasan diberi tekanan dengan cara mengulanginya, mengatakan dalam kalimat lain, ataupun dengan gerakan selama pelajaran berlangsung.
- l. Menggunakan bahasa tulis yang baik dan benar.

Dalam suatu proses pembelajaran, seorang guru biasanya mengawali aktivitas dengan melakukan suatu aksi misalnya dalam menjelaskan suatu konsep, menyajikan permasalahan kontekstual, atau menyajikan permainan matematik. Berdasarkan aksi tersebut selanjutnya terciptalah suatu situasi yang menjadi sumber informasi bagi siswa sehingga terjadi proses belajar. Dalam proses belajar ini siswa akan menjadi sumber informasi bagi guru. Aksi lanjutan guru sebagai respon atas aksi siswa terhadap situasi didaktis sebelumnya, kemudian akan menciptakan situasi didaktis baru. Kompleksitas situasi didaktis, merupakan tantangan tersendiri bagi guru untuk mampu menciptakan situasi pedagogis yang sesuai sehingga interaktivitas yang berkembang mampu mendukung proses pencapaian kemampuan potensial masing-masing siswa.³⁶

Menurut Brousseau, untuk menciptakan situasi didaktis maupun pedagogis yang sesuai, dalam menyusun rencana pembelajaran guru perlu memandang situasi pembelajaran secara utuh sebagai suatu obyek.³⁷ Kemampuan yang perlu dimiliki guru adalah kemampuan *Metapedadidaktis* yang dapat diartikan sebagai kemampuan guru untuk³⁸:

- 1) Memandang komponen-komponen segitiga didaktis yang dimodifikasi yaitu ADP, HD dan HP sebagai suatu kesatuan yang utuh.
- 2) Mengembangkan tindakan sehingga tercipta situasi didaktis dan pedagogis yang sesuai kebutuhan.
- 3) Mengidentifikasi serta menganalisis respon siswa akibat tindakan didaktis maupun pedagogis yang dilakukan.
- 4) Melakukan tindakan pedagogis dan didaktis lanjutan berdasarkan hasil respon siswa menuju pencapaian target pembelajaran.

³⁶Ibid. 8

³⁷Brousseau, G. *Theory of Didactical Situation in Mathematics*. Dordrecht.: Kluwer Academic Publisher. (1997).

³⁸D Suryadi, Loc. Cit., hal 8-9

Metapedadidaktik meliputi tiga komponen, yaitu kesatuan, fleksibilitas, dan koherensi³⁹. Komponen kesatuan berkenaan dengan kemampuan guru untuk memandang sisi-sisi segitiga didaktis yang dimodifikasi sebagai suatu kesatuan yang utuh dan saling berkaitan.⁴⁰ Dalam menyusun sebuah desain didaktis guru memikirkan berbagai kemungkinan atau respon siswa danantisipasi dari respon tersebut. Ada tiga kemungkinan respon siswa yang muncul. Seluruhnya sesuai prediksi guru, sebagian sesuai prediksi, atau tidak ada satupun yang sesuai prediksi. Maka dalam menyusun desain pembelajaran guru berpikir bagaimana keterkaitan HD, HP dan ADP dalam proses pembelajaran berlangsung secara utuh.

Komponen kedua adalah fleksibilitas. Prediksi respon siswa yang telah dibuat oleh guru tidak selalu terjadi. Hal itu menuntut kemampuan guru dalam mengidentifikasi dan menganalisis situasi didaktis dan situasi pedagogis yang terjadi, sehingga guru dapat dengan cepat dan cermat mampu memodifikasi antisipasi selama proses pembelajaran agar antisipasi belajar tersebut sesuai dengan kenyataan yang terjadi. Dengan demikian, antisipasi yang sudah disiapkan perlu senantiasa disesuaikan dengan situasi didaktis maupun pedagogis yang terjadi⁴¹.

Komponen ketiga adalah koherensi atau pertalian logis. Situasi didaktis yang diciptakan guru sejak awal tidak selalu bersifat statis karena pada saat respon siswa muncul yang dilanjutkan dengan tindakan didaktis atau pedagogis yang diperlukan, maka akan terjadi situasi didaktis dan pedagogis yang baru. Hal ini menunjukkan bahwa situasi didaktis dan situasi pedagogis bersifat dinamis. Perubahan situasi yang terjadi selama proses pembelajaran harus dikelola guru dengan memperhatikan aspek koherensi atau pertalian logis, agar selama proses pembelajaran HD, HP dan ADP dapat terkoordinasi dengan baik. Suasana pembelajaran yang kondusif mendukung siswa dalam mencapai hasil belajar secara optimal.

Aktivitas berpikir guru terjadi pada tiga tahap, yaitu sebelum pembelajaran, saat pembelajaran dan sesudah

³⁹Ibid, 9

⁴⁰Ibid.

⁴¹D.Suryadi, *Model Antisipasi dan Situasi Didaktis Dalam Pembelajaran Matematika Kombinatorik Berbasis Pendekatan Tidak Langsung*. Jurnal Pendidikan Matematika FMIPA UPI. Bandung, November 2010. 7

pembelajaran. aktivitas berpikir guru sebelum pembelajaran disebut *analisis prospective*, meliputi *rekontekstualisasi*, *repersonalisasi*, prediksi respon, dan antisipasi respon. Aktivitas berpikir saat pembelajaran menekankan pada kemampuan *metapedadidaktik*. Aktivitas berpikir guru setelah pembelajaran disebut *retrospective analisis* atau refleksi terhadap desain pembelajaran dengan pembelajaran yang telah dilakukan⁴². Hal ini sangat penting dilakukan untuk mengetahui kekurangan dan kelebihan proses pembelajaran, kemudian direfleksikan dengan desain pembelajaran selanjutnya.

Salah satu aspek yang perlu menjadi pertimbangan guru dalam menyusun antisipasi didaktis pedagogis (ADP) adalah adanya *learning obstacle* khususnya yang bersifat epistemologis (*epistemological obstacle*).⁴³

D. Hambatan Epistemologis (*Epistemological Obstacle*)

Pada dasarnya kesulitan belajar siswa pada matematika bukan karena kebodohan siswa atau ketidakmampuannya dalam belajar, tetapi terdapat kondisi-kondisi tertentu yang membuatnya tidak siap untuk belajar. Indikator kesulitan belajar siswa pada matematika terlihat ketika siswa melakukan kesalahan saat melakukan proses pemecahan soal-soal matematika. (Soedjadi, dalam Nisa) mengatakan bahwa kesulitan merupakan penyebab terjadinya kesalahan⁴⁴. Oleh karena itu, untuk menciptakan dan mempersiapkan pembelajaran matematika yang efektif dan efisien, para guru haruslah dapat mengidentifikasi dan menganalisis kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa pada saat melakukan pemecahan masalah matematika kemudian berusaha memberikan solusi yang tepat untuk mengatasinya. Kesalahan yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan soal matematika erat kaitannya dengan kesulitan belajar yang dialami oleh siswa. Siswa yang mengalami kesulitan belajar tentu saja akan lebih mempunyai peluang untuk membuat kesalahan dari pada siswa yang tidak mengalami kesulitan

⁴²M. Hilda, Skripsi : “*Pengembangan Desain Pembelajaran Ipa Berbasis Konstruktivisme Tentang Gaya Magnet di Sekolah Dasar*”. (Bandung : FMIPA UPI, 2013). 18

⁴³D.Suryadi, Loc. Cit., hal 12

⁴⁴Nisa, Titin Fardatun, skripsi : “*Analisis Kesalahan Siswa Kelas VIII SMP Kemala Bhayangkari Surabaya dalam Menyelesaikan Soal Cerita pada Materi Bangun Ruang*”. (Surabaya: UNESA, 2010).

belajar. Kesulitan belajar dapat diartikan sebagai suatu kondisi dalam proses belajar mengajar yang ditandai oleh adanya hambatan-hambatan tertentu untuk mencapai hasil belajar⁴⁵.

Tujuan proses pembelajaran adalah untuk memperoleh suatu pengetahuan baru. Dalam proses perkembangan pengetahuan, seorang individu seringkali mengalami kendala, atau hambatan⁴⁶. Terdapat tiga faktor penyebab munculnya hambatan belajar (*Learning obstacle*), yaitu hambatan *ontogeny* (kesiapan mental belajar), hambatan *didaktis* (akibat pengajaran atau bahan ajar) dan hambatan *epistemologis*.⁴⁷ Sedangkan Cornu membedakan antara empat jenis hambatan (*obstacle*), yaitu : hambatan kognitif (*cognitive obstacle*), hambatan genetis dan psikologis, hambatan didaktis serta hambatan epistemologi.⁴⁸

Hercovics menjelaskan bahwa perkembangan pengetahuan ilmiah seorang individu banyak mengalami kendala epistemologi, dimana *schemata* konseptual pada diri pelajar mengalami kendala kognitif.⁴⁹ Hambatan epistemologi sendiri adalah pengetahuan seseorang yang hanya terbatas pada konteks tertentu saja, sehingga saat ia dihadapkan pada situasi yang berbeda mengalami kesulitan dan kesalahan. Hercovics lebih suka menggunakan kendala kognitif dalam proses pembelajaran dan istilah kendala epistemologi ketika merujuk ke masa lalu.

Kendala atau hambatan epistemologi memiliki keterkaitan dengan hambatan kognitif, hambatan didaktis dan hambatan ontogenetis. Hambatan epistemologis pertama kali diperkenalkan dalam konteks pengembangan pengetahuan ilmiah oleh Bachelard.⁵⁰ Pengembangan pengetahuan ilmiah terjadi pada situasi didaktis, dan melalui konsep lompatan informasi.⁵¹

⁴⁵Ibid

⁴⁶S. Euis, *Hambatan Epistemologis (Epistemological Obstacle) dalam Persamaan Kuadrat Pada Siswa Madrasah Aliyah* : International Seminar and the Fourth National Conference on Mathematics Education. (Yogyakarta, July 21-23 2011). 793.

⁴⁷G. Brousseau, "*Theory of Didactical Situation in Mathematic*". Dordrecht : Kluwer Academic Publisher, 1997).

⁴⁸B. Cornu - O. Tall (Ed). "*Advanced Mathematical Thinking*". (Dordrecht : Kluwer Academic Publisher, 1991). 153-166 .

⁴⁹S. Euis, Loc. Cit., hal 793.

⁵⁰Ibid. 794.

⁵¹G. Brousseau, Loc. Cit., hal 98.

Hambatan kognitif terjadi ketika siswa mengalami kesulitan dalam proses belajar. Hambatan genetis dan psikologis terjadi sebagai akibat dari perkembangan siswa. Hambatan didaktis terjadi karena sifat pengajaran dari guru, dan hambatan epistemologi terjadi karena sifat konsep matematika sendiri.⁵²

Hambatan epistemologis sangat berkaitan erat dengan kesulitan dan kesalahan yang terjadi pada objek kajian abstrak matematika, objek-objek matematika meliputi fakta, konsep, prinsip, dan operasi. Penjabaran objek-objek tersebut sebagai berikut :

a. Fakta

Fakta matematika berupa konveksi-konveksi perjanjian (perjanjian yang diungkap dengan simbol-simbol tertentu⁵³. Fakta meliputi istilah (nama), notasi, (lambang/simbol), dan lain-lain. Fakta dapat dipelajari dengan teknik yaitu : menghafal, banyak latihan, peragaan dan sebagainya. Contoh dar fakta : “3” adalah simbol dari bilangan tiga, “+” adalah lambang dari operasi tambah.

b. Konsep

Konsep adalah suatu ide abstrak yang memungkinkan kita dapat mengelompokkan objek kedalam contoh dan non contoh⁵⁴. Konsep dibangun dari definisi, seperti kalimat, simbol, atau rumus yang menunjukkan gejala sebagaimana yang dimaksudkan konsep.

c. Operasi

Operasi merupakan pengerjaan hitung secara prosedural atau aturan untuk mendapatkan suatu hasil tertentu. Contohnya memfaktorkan suku banyak, membagi bilangan pecahan dan sebagainya.

d. Prinsip

Prinsip adalah objek matematika yang kompleks, dapat berupa gabungan beberapa konsep, beberapa fakta yang dibentuk melalui operasi dan relasi. Prinsip dapat berupa

⁵²Ibid.

⁵³Soedjadi. R, Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia : Konstantasi Keadaan Masa Kini Menuju Masa Depan. (Jakarta Depdikbud, 2000). 13

⁵⁴Suherman, dkk, *Strategi Belajar Mengajar Kontemporer*. (Bandung : Depdikbud, 2001). 35-36

aksioma/postulat, teorema, sifat dan sebagainya. Sehingga prinsip dapat dikatakan hubungan antar konsep-konsep⁵⁵.

Cooney, et al (dalam Fajar Hidayati) memberi petunjuk, bahwa kesulitan siswa-siswa dalam belajar matematika agar difokuskan pada dua jenis pengetahuan penting, yaitu konsep-konsep dan pengetahuan prinsip-prinsip⁵⁶. Untuk mengetahui pengetahuan siswa tentang kedua hal tersebut perlu diberikan persoalan-persoalan matematika yang harus diselesaikan.

Sedangkan berdasarkan penelitian dari Arti Sriati, kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan soal cerita pada kompetensi dasar segi empat meliputi tiga aspek⁵⁷, yaitu :

- 1) Aspek Bahasa /Terjemahan, indikator kesalahan aspek bahasa antara lain : a) Tidak menuliskan apa yang diketahui, b) Tidak menuliskan apa yang ditanyakan, c) Salah dalam menyatakan soal dalam model / kalimat matematika.
- 2) Aspek Tanggapan / Konsep, indikator kesalahan aspek tanggapan / konsep antara lain : a) Salah dalam mencari cara menentukan rumus keliling dan luas, b) Salah dalam menemukan ide dalam mencari cara menyelesaikan soal cerita.
- 3) Aspek Strategi / Penyelesaian Masalah indikator kesalahan aspek strategi / Penyelesaian antara lain : a) Salah dalam menentukan cara mencari panjang sisi, b) Salah dalam memahami perbandingan panjang dan lebar, c) Salah dalam melakukan penghitungan.

Adapun macam-macam hambatan epistemologis dalam penelitian ini adalah hambatan epistemologis konseptual, prosedural dan teknik operasional. Indikator-indikator dari macam-macam hambatan tersebut berdasarkan indikator kesalahan Kastolan. Indikator kesalahan Kastolan antara lain⁵⁸ :

⁵⁵Soedjadi. R, Op. Cit., hal 15

⁵⁶Hidayati, skripsi : *Kajian Kesulitan Belajar Siswa Kelas VII SMP Negeri 16 Yogyakarta dalam Mempelajari Aljabar*. (Yogyakarta : FMIPA UNY, 2101). 16

⁵⁷Sriati. *Kesulitan Belajar Matematika pada Siswa SMA (Pengkajian Diagnosa)*. Jurnal Kependidikan. Jogjakarta, 1994

⁵⁸Kastolan, dkk. 1992. *Identifikasi Jenis-Jenis Kesalahan Menyelesaikan Soal-Soal Matematika yang Dilakukan Peserta Didik Kelas II Program A₁ SMA Negeri Se-Kotamadya Malang*. (IKIP Malang). 6

1. Hambatan konseptual
 - a. Salah dalam menentukan rumus, teorema atau definisi untuk menjawab suatu masalah.
 - b. Penggunaan rumus, teorema atau definisi yang tidak sesuai dengan Kondisi prasyarat berlakunya rumus, teorema atau definisi.
 - c. Tidak menuliskan rumus, teorema atau definisi untuk menjawab suatu masalah.
2. Hambatan prosedural :
 - a. Ketidakesesuaian langkah penyelesaian soal yang diperintahkan dengan langkah penyelesaian yang dilakukan oleh siswa.
 - b. Siswa tidak dapat menyelesaikan soal sampai pada bentuk paling sederhana sehingga perlu dilakukan langkah-langkah lanjutan.
3. Hambatan teknik operasional :
 - a. Siswa melakukan kesalahan dalam menghitung nilai dari suatu operasi hitung.
 - b. Siswa melakukan kesalahan dalam penulisan, yaitu ada konstanta atau variabel yang terlewat atau kesalahan memindahkan konstanta atau variabel dari satu langkah ke langkah berikutnya.

Hambatan atau kesulitan siswa dapat diidentifikasi dari hasil penyelesaian persoalan matematika secara tertulis yang dilanjutkan dengan pengajuan pertanyaan-pertanyaan lisan.⁵⁹ Apabila hasil tersebut menunjukkan bahwa siswa membuat suatu kesalahan, maka perlu dilakukan analisis kesulitannya terhadap siswa tersebut, bagaimana siswa membuat kesalahan tersebut. Sehingga untuk mengkaji kesulitan belajar siswa dalam mempelajari limit fungsi aljabar, maka perlu dirancang tes khusus dengan materi limit fungsi aljabar.

⁵⁹Hidayati, Loc. Cit., hal 16

E. Limit Fungsi Aljabar

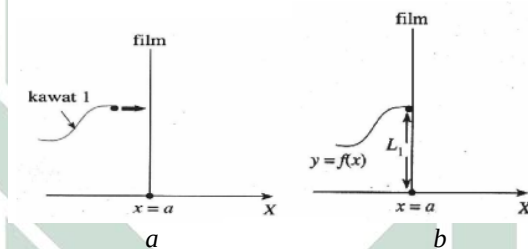
Gagasan tentang limit inilah yang membedakan kalkulus dari cabang matematika yang lainnya, karena kalkulus dapat didefinisikan sebagai pengkajian limit tentang limit⁶⁰.

1. Pengertian limit fungsi

a. Pengertian limit fungsi melalui pengamatan grafik

Pengertian limit fungsi di sebuah titik melalui pengamatan grafik fungsi di sekitar titik itu, dapat dideskripsikan dengan menggunakan alat peraga berupa dua buah potongan kawat dan satu lembar film tipis.

Misalkan kawat satu dibentuk seperti pada gambar 2.4a, titik ujung kawat ditandai dengan noktah • di $x = a$ digerakkan terus menerus sehingga makin dekat dengan film. Dikatakan jarak antara titik ujung kawat dengan film mendekati nol.



Gambar 2.4

Suatu ketika titik ujung kawat akan menyentuh film (gambar 2. b), sehingga dapat diperkirakan berapa tinggi titik ujung kawat terhadap sumbu X diucapkan sebagai *limit fungsi $f(x)$ untuk x mendekati a dari arah kiri*. Misalkan ketinggian yang diperkirakan itu adalah L_1 , maka notasi singkat untuk menuliskan pernyataan itu adalah:

$$f(x) \rightarrow L_1 \text{ Untuk } x \rightarrow a^-$$

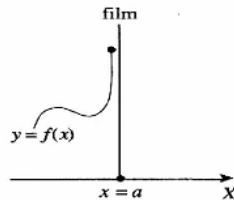
Atau

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$$

Apabila kawat 1 dibentuk seperti pada gambar 2.5 , Maka titik ujung kawat tidak pernah menyentuh film.

⁶⁰ Purcell et.al, *calculus 8th Edition*, (prentice hall, inc.2003), terj. I nyoman susila, (Jakarta : Erlangga, 2003), hal 64

Dalam kasus demikian dikatakan bahwa *limit fungsi $f(x)$ untuk x mendekati a dari arah kiri tidak ada*.



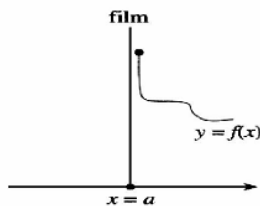
Gambar 2.5

Dengan menggunakan bentuk kawat yang berbeda-beda dan kawat digerakkan ke kiri mendekati film, maka berbagai kemungkinan kedudukan titik ujung kawat terhadap film diperlihatkan pada gambar 2.5, dapat ditulis sebagai:

$$f(x) \rightarrow L_2 \text{ Untuk } x \rightarrow a^+$$

Atau

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$$



Gambar 2.6

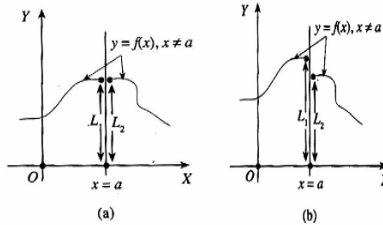
Sedangkan untuk gambar 2.6 Dapat ditulis sebagai :

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \text{tidak ada}$$

Dari berbagai kemungkinan bentuk fungsi $y = f(x)$ untuk $x \neq a$, dapat dikemukakan sebagai berikut :

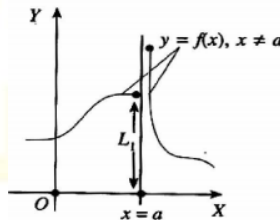
1. Jika $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$, dan $L_1 = L_2 = L$, maka dikatakan bahwa limit fungsi $f(x)$ untuk x mendekati a ada dan nilai limit itu sama dengan L . Seperti pada gambar 2.7 a

2. Jika $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$, tetapi $L_1 \neq L_2$, maka dikatakan bahwa limit fungsi $f(x)$ untuk x mendekati a tidak ada, seperti pada gambar 2.7 b



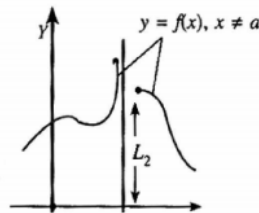
Gambar 2.7

3. Jika $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$ tetapi $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ tidak ada, maka limit fungsi $f(x)$ untuk x mendekati a tidak ada, seperti pada gambar 2.8



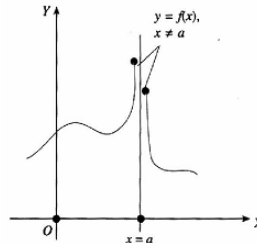
Gambar 2.8

4. Jika $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ tidak ada tetapi $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$, maka limit fungsi $f(x)$ untuk x mendekati a tidak ada, seperti pada gambar 2.9



Gambar 2.9

5. Jika $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ tidak ada dan $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ juga tidak ada maka limit fungsi $f(x)$ untuk x mendekati a tidak ada, seperti pada gambar 2.10



Gambar 2.10

Berdasarkan deskripsi di atas diperoleh definisi limit sebagai berikut :

“ Suatu fungsi $y = f(x)$ didefinisikan untuk x disekitar a , maka $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$ ”.

b. Pengertian Limit Fungsi Melalui Perhitungan Nilai-Nilai Fungsi

Fungsi $f(x) = x + 1$ dengan daerah asal $D_f = \{ x \mid x \in \mathbf{R} \}$, memiliki beberapa nilai fungsi $f(x)$ jika x mendekati 2. Nilai-nilai fungsi $f(x) = x + 1$ untuk x yang dekat dengan 2 dibuat daftar seperti pada tabel 2. berikut

Tabel 2.2

x	1,9	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
$f(x) = x + 1$	2,9	2,99	2,999	...	3,001	3,01	3,1

Dari table 2. diatas tampak bahwa fungsi $f(x) = x + 1$ mendekati nilai $L = 3$ jika x mendekati 2, baik dari arah kiri maupun dari arah kanan. Dengan demikian dapat dituliskan bahwa :

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 1) = 3$$

Contoh

Diketahui fungsi $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ dengan daerah asal $D_f = \{x \in \mathbf{R} \text{ dan } x \neq 2\}$. Hitunglah nilai $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ dengan cara menghitung nilai-nilai fungsi di sekitar $x = 2$.

JAWAB :

Nilai-nilai fungsi $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ disekitar $x = 2$ disajikan dalam table 2. berikut ini.

Tabel 2.3

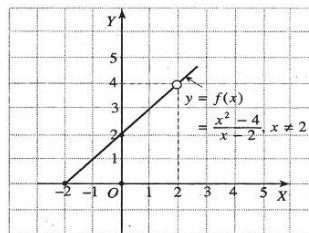
x	1,99	1,999	2	2,001	2,01	2,1
$\frac{x^2-4}{x-2}$	3,99	3,999	.	4,001	4,01	4,1

Berdasarkan tabel 2. diatas tampak bahwa $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ mendekati nilai $L = 4$ ketika x mendekati 2 baik dari kiri maupun dari kanan.

Beberapa hal yang perlu diperhatikan tentang $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$, yaitu :

- $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ untuk $x = 2$ diperoleh $f(2) = \frac{2^2-4}{2-2} = \frac{0}{0}$ tidak terdefinisi
- untuk $x \neq 2$, $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ dapat disederhanakan menjadi $f(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = x + 2$

Dengan demikian, grafik fungsi $y = f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ untuk $x \neq 2$ adalah sebuah garis lurus dengan persamaan $y = f(x) = x + 2$ yang terputus di titik (2,4). Seperti grafik berikut



Gambar 2.11 Grafik fungsi

2. Menentukan limit fungsi aljabar

Untuk menentukan nilai limit fungsi berbentuk $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ ada beberapa cara, yaitu :

1) Substitusi

Contoh : Jika ada, tentukan nilai dari $\lim_{x \rightarrow 2} 3x - 2$!

$$\text{Jawab : } \lim_{x \rightarrow 2} 3x - 2 = 3(2) - 2 = 4$$

2) Faktorisasi

Contoh : Tentukan nilai limit dari fungsi $f(x) = \frac{2^2 - 4}{2 - 2}$ saat x mendekati 2 !

$$\text{Jawab : } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^2 - 4}{2 - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 2 = 4$$

3) Perkalian sekawan

Contoh : tentukanlah nilai limit dari fungsi $f(x) =$

$$\frac{4 - x^2}{3 - \sqrt{x^2 + 5}} \text{ saat } t \text{ mendekati } 2!$$

$$\begin{aligned} \text{Jawab : } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{3 - \sqrt{x^2 + 5}} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{3 - \sqrt{x^2 + 5}} \cdot \frac{3 + \sqrt{x^2 + 5}}{3 + \sqrt{x^2 + 5}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(4 - x^2)(3 + \sqrt{x^2 + 5})}{9 - (x^2 + 5)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(4 - x^2) + \sqrt{x^2 + 5} \cdot (4 - x^2)}{(4 - x^2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} 3 + \sqrt{x^2 + 5} \\ &= 3 + \sqrt{4 + 5} \\ &= 3 + 3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

3. Teorema-teorema limit fungsi

1. $\lim_{x \rightarrow a} k = k$, untuk $k = \text{konstanta}$
2. $\lim_{x \rightarrow a} x = a$
3. $\lim_{x \rightarrow a} k \cdot f(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$
4. $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
5. $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
6. $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) \cdot g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
7. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}, \frac{f(x)}{g(x)} \neq 0$

$$8. \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$$

F. Teori Pendukung

Teori yang mendukung dalam menyusun desain didaktis berdasarkan penelitian desain didaktis adalah :

1. Teori Bruner

Jerome Bruner berpendapat bahwa belajar akan efektif jika menggunakan struktur konsep, sehingga tampak keterkaitan antara konsep yang satu dengan konsep yang lainnya serta hubungan antar konsep prasyarat dengan konsep suksesornya. Belajar menggunakan struktur konsep adalah belajar secara komperhensif karena konsep dipahami secara menyeluruh, implikasinya bahwa dengan belajar menggunakan struktur konsep retensi siswa menjadi kuat dan memorinya lebih tahan lama.

Selain itu, Bruner juga mengemukakan bahwa perkembangan intelektual anak mencakup tiga tahapan⁶¹ antara lain, tahap enaktif, tahap ikonik, dan tahap simbolik. Pada tahap enaktif, seorang anak biasanya sudah bisa melakukan manipulasi, kontruksi, serta penyusunan dengan memanfaatkan benda-benda kongkrit. Pada tahap ikonik, anak sudah mampu berpikir secara representatif yakni proses berpikir dengan menggunakan representasi obyek-obyek tertentu dalam bentuk gambar. Dengan teori, ini pemahaman siswa akan menjadi komperhensif dan terasa bermanfaat mempelajari konsep tersebut sehingga mereka dapat termotivasi.

2. Toeri Piaget

Ahli psikologi kogmitif Jean Piaget, melihat anak sebagai siswa yang aktif seperti *saintis* kecil. Hal ini menunjukkan bahwa sejak kecil anak sudah mempunyai potensi sebagai *saintis* yang aktif mencari tahu bagaimana dan

⁶¹D. Suryadi, "Menciptakan proses belajar aktif" : *Kajian dari Sudut Pandang Teori Belajar dan Teori Didaktis*. Seminar Nasional Pendidikan Matematika (UNP, 9 Oktober 2010). 2

mengapa sesuatu bisa terjadi sesuai dengan dunia dan cara pandang mereka.

Menurut Piaget manusia memiliki struktur pengetahuan dalam otaknya, seperti sebuah kotak-kotak yang masing-masing mempunyai makna yang berbeda-beda. Ketika seseorang mendapatkan informasi atau pengalaman yang sama, setiap individu akan memaknai informasi atau pengalaman tersebut secara berbeda-beda.⁶² Hal ini dikarenakan kotak-kotak atau struktur pengetahuan awal manusia yang berbeda pula. Adapun proses konstruksi manusia ketika belajar menurut Jean Piaget adalah sebagai berikut⁶³ :

a. Skemata

Skemata adalah struktur kognitif yang selalu berkembang dan berubah. Menurut wadsworth, skemata adalah hasil kesimpulan atau bentuk mental, konstruksi hipotesis, seperti intelek, kreativitas, kemampuan, dan naluri,⁶⁴ hal ini ditunjukkan dengan cara manusia menyesuaikan diri dengan lingkungannya.

b. Asimilasi

Asimilasi merupakan proses kognitif dengan cara mengintegrasikan stimulus dengan persepsi, konsep, pengalaman dan skemata yang sudah ada. Asimilasi tidak menyebabkan perubahan atau pergantian skemata, melainkan memperkembangkan skemata.⁶⁵ Proses asimilasi terjadi secara terus menerus selama proses perkembangan intelektual siswa.

c. Akomodasi

Suatu proses struktur kognitif yang berlangsung sesuai dengan pengalaman baru. Akomodasi berbeda dengan asimilasi. Proses akomodasi mengakibatkan perubahan skema. Setiap stimulus, informasi atau pengalaman baru tidak selalu sesuai dan dapat diterima

⁶²A. Cahyo, *Panduan Teori Aplikasi Belajar Mengajar*. (Yogyakarta : Diva Press, 2013).
37

⁶³Ibid. 38- 41

⁶⁴P. Suparno, *Filsafat Konstruktivisme dalam Pendidikan*. (Yogyakarta : kanisius, 2012).
31

⁶⁵Ibid.

dengan skema yang ada. Oleh karena itu proses akomodasi akan menghasilkan skemata baru jika skemata yang ada tidak cocok dengan stimulus dan skemata yang lama akan dimodifikasi disesuaikan dengan stimulus yang baru.

d. Keseimbangan

Dalam proses perkembangan siswa harus mencapai keseimbangan (*equilibrium*). *Equilibrium* merupakan suatu keadaan dimana seseorang dapat mengatur dirinya untuk mencapai keseimbangan antara asimilasi dan akomodasi.

3. Teori Vygotsky

Menurut Slavin teori Vygotsky didasarkan pada dua ide utama. Pertama, perkembangan intelektual dapat dipahami apabila ditinjau dari konteks histori dan budaya pengalaman anak. Kedua, perkembangan bergantung pada system-sistem isyarat mengacu pada symbol-simbol yang diciptakan oleh budaya untuk membantu orang berpikir, berkomunikasi, dan memecahkan masalah⁶⁶. Ratumanan menguraikan lima prinsip konstruktivisme Vygotsky⁶⁷, antara lain : 1. Penekanan pada hakikat sosiokultural belajar, 2. Daerah perkembangan terdekat (*zone of proximal development* = *ZDP*), 3. Masa magang kognitif (*cognitive apprenticeship*), 4. Pembelajaran termediasi (*scaffolding*), 5. Bergumam (*private speech*)

Bergumam adalah berbicara dengan diri sendiri atau berbicara dalam hati yang bertujuan untuk membimbing dan mengarahkan diri sendiri. Menurut Vygotsky, *private speech* dapat memperkuat interaksi sosial anak dengan orang lain.⁶⁸

4. Teori Dienes

Sementara itu Zoltan P. Dienes atau yang dikenal dengan teori Dienes berpendapat bahwa belajar matematika

⁶⁶A. Cahyo, *Panduan Teori Aplikasi Belajar Mengajar*. (Yogyakarta : Diva Press, 2013).

43

⁶⁷Ibid. 45-46

⁶⁸Ibid. 48

itu mencakup lima tahapan⁶⁹ yaitu, bermain bebas, generalisasi, representasi, simbolisasi, dan formalisasi. Pada tahap bermain bebas, anak biasanya berinteraksi langsung dengan benda-benda kongkrit sebagai bagian dari aktivitas belajarnya. Selanjutnya pada tahap generalisasi, anak sudah memiliki kemampuan untuk mengobservasi pola, keteraturan, dan sifat yang dimiliki bersama. Dalam tahap representasi, anak memiliki kemampuan untuk melakukan proses berpikir dengan menggunakan representasi obyek-obyek tertentu dalam bentuk gambar. Tahap simbolisasi, adalah suatu tahapan dimana anak sudah memiliki kemampuan untuk menggunakan simbol-simbol matematik dalam proses berpikirnya. Sedangkan tahap yang terakhir tahap formalisasi, yaitu suatu tahap di mana anak sudah memiliki kemampuan untuk memandang matematika sebagai suatu system yang terstruktur.

5. Teori APOS

Teori APOS adalah sebuah teori konstruktivis tentang bagaimana seseorang belajar konsep matematika. Teori tersebut pada dasarnya berlandaskan pada hipotesis tentang hakekat pengetahuan matematika (*mathematical knowledge*) dan bagaimana pengetahuan tersebut berkembang. Pandangan teoritik tersebut dikemukakan oleh Dubinsky yang menyatakan⁷⁰ :

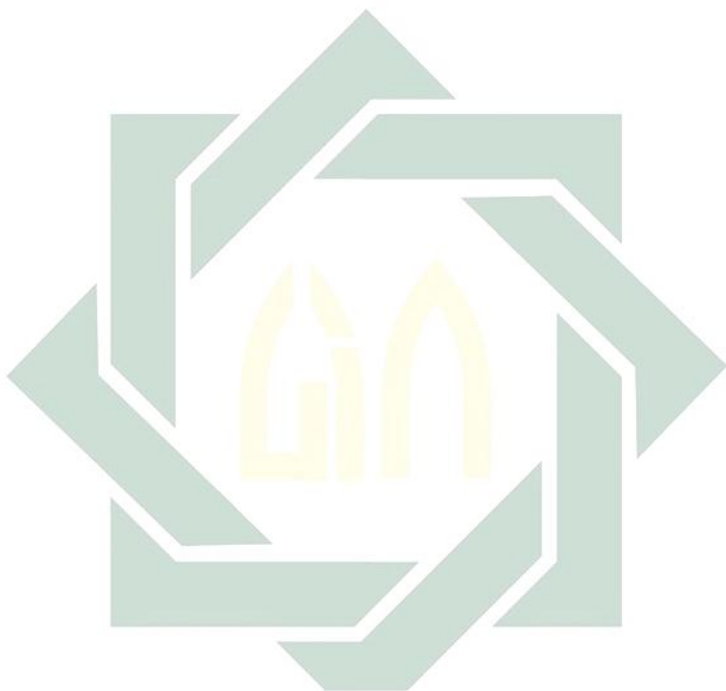
“An individual’s mathematical knowledge is her or his tendency to respond to perceived mathematical problem Situations by reflecting on problems and their solutions in a social context and by constructing mathematical actions, processes, and objects and organizing these in schemas to use in dealing with the situations”.

Istilah-istilah aksi (action), proses (process), obyek (object), dan skema (Schema) pada hakekatnya merupakan suatu konstruksi mental seseorang dalam upaya memahami

⁶⁹D. Suryadi, “Menciptakan Proses Belajar Aktif” : *Kajian Dari Sudut Pandang Teori Belajar dan Teori Didaktis*. Seminar Nasional Pendidikan Matematika. (UNP, 9 Oktober 2010). 3

⁷⁰E. Dubinsky, *Using a Theory of Learning in College Mathematics Courses*. (Conventry : University of Warwick, 2001). 11

sebuah ide matematik. Menurut teori tersebut, manakala seseorang berusaha memahami suatu ide matematik maka prosesnya akan dimulai dari suatu aksi mental terhadap ide matematik tersebut, dan pada akhirnya akan sampai pada konstruksi suatu skema tentang konsep matematik tertentu yang tercakup dalam masalah yang diberikan⁷¹.



⁷¹D. Suryadi, "Menciptakan Proses Belajar Aktif" : *Kajian dari Sudut Pandang Teori Belajar dan Teori Didaktis*. Seminar Nasional Pendidikan Matematika (UNP, 9 Oktober 2010). 5.