

BAB II

KAJIAN TEORI

A. Kemampuan Spasial

1. Pengertian Kemampuan Spasial

Spasial merupakan sesuatu yang berkenaan dengan ruang atau tempat¹¹. Kemampuan spasial adalah kemampuan seseorang untuk menangkap ruang dengan segala implikasinya¹². Menurut Armstrong, Kemampuan spasial merupakan kemampuan untuk menangkap dunia ruang secara tepat atau dengan kata lain kemampuan untuk memvisualisasikan gambar, yang di dalamnya termasuk kemampuan mengenal bentuk dan benda secara tepat, melakukan perubahan suatu benda dalam pikirannya dan mengenali perubahan tersebut, menggambarkan sesuatu hal atau benda dalam pikiran dan mengubahnya dalam bentuk nyata, mengungkapkan data dalam bentuk grafik serta kepekaan terhadap keseimbangan, relasi, warna, garis, bentuk, dan ruang¹³. Sedangkan menurut pendapat Carter, kemampuan spasial merupakan kemampuan persepsi dan kognitif yang menjadikan seseorang mampu melihat hubungan ruang¹⁴. Pendapat lain mengatakan bahwa kemampuan spasial menyangkut kemampuan mempresentasi, mentransformasi, dan memanggil kembali informasi simbolis¹⁵. Berdasarkan beberapa pendapat tersebut, maka kemampuan spasial merupakan suatu keterampilan dalam melihat hubungan ruang, mempresentasikan, mentransformasikan, dan memanggil kembali informasi

¹¹ W.J.S. Purwadarminta, *Kamus Umum*, (Jakarta: Balai Pustaka, 2006), 1086

¹² M. Hariwijaya, *Tes Intelegensi*, (Yogyakarta: Andi Offset, 2005), 14.

¹³ Harmony, Junsella dan Roseli and Theis, "Jurnal Edumatica" *Pengaruh Kemampuan Spasial Terhadap Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas VII SMP Negeri 9 Kota Jambi*, 2:1, (April, 2012), 12.

¹⁴ Philip Carter. *Tes IQ dan Bakat: Menilai Kemampuan, Penalaran Verbal, Numerik, dan Spasial Anda*. (Jakarta: PT. Indeks, 2010), 28.

¹⁵ Evi Febriana, "Jurnal Elemen" *Profil Kemampuan Spasial Siswa Menengah Pertama (SMP) dalam Menyelesaikan Masalah Geometri Dimensi Tiga Ditinjau dari Kemampuan Matematika.*, (Januari 2015), 14.

simbolik serta kemampuan untuk menggambarkan sesuatu yang ada dalam pikiran dan mengubahnya dalam bentuk nyata.

Kemampuan spasial memuat kemampuan seseorang untuk memahami secara lebih mendalam hubungan antara objek dan ruang¹⁶. Adapun kemampuan spasial memiliki ciri-ciri antara lain: (1) Memberikan gambaran visual yang jelas ketika mengerjakan sesuatu; (2) Mudah membaca peta atau diagram; (3) Menggambar sosok orang atau benda mirip dengan aslinya; (4) Sangat menikmati kegiatan visual, seperti teka-teki atau sejenisnya; (5) Mencoret-coret di atas kertas atau buku tugas sekolah; dan (6) Lebih mendalami informasi lewat gambar daripada kata-kata atau uraian¹⁷. Siswa yang memiliki kemampuan spasial yang baik relatif lebih mudah belajar dengan gambar-gambar visual. Mereka lebih mampu menyerap pembelajaran jika disajikan dengan bentuk benda-benda visual.

2. Unsur-unsur Kemampuan Spasial

Maier menjelaskan bahwa banyak peneliti membuktikan kemampuan mengenai ruang adalah hal yang kompleks sehingga kemampuan mengenai ruang pada umumnya dibagi menjadi lima unsur¹⁸. Menurut Maier, kemampuan spasial meliputi *spatial perception*, *vizualitation*, *mental rotation*, *spatial relation*, *spatial orientation*¹⁹. Menurut Piaget dan Inhelder, kemampuan spasial sebagai konsep abstrak yang di dalamnya meliputi hubungan spasial (kemampuan untuk mengamati hubungan posisi objek dalam ruang), kerangka acuan (tanda yang dipakai sebagai patokan untuk menentukan posisi objek dalam ruang), hubungan proyektif (kemampuan untuk melihat objek dari berbagai sudut pandang), konservasi jarak (kemampuan untuk memperkirakan jarak antara dua titik), representasi spasial

¹⁶ Moch. Masykur Ag, *Mathematical Intelligence*, (Yogyakarta: Ar-Ruz, 2007), 107.

¹⁷ Moch. Masykur Ag, *Mathematical Intelligence*, (Yogyakarta: Ar-Ruz, 2007), 108.

¹⁸ Agus Efendi, *Revolusi Kecerdasan Abad 21*, (Bandung: Alfabeta, 2005), 147.

¹⁹ A. Yahya, dkk, "Unnes Journal of Mathematics Education" *Pembelajaran Kooperatif Berbasis Proyek Model Bangun Ruang Secara Modular untuk Meningkatkan Kemampuan Keruangan Siswa SMK Penerangan*, (Agustus, 2014), 95.

(kemampuan untuk mempresetasikan hubungan spasial dengan memanipulasi secara kognitif), rotasi mental (membayangkan perputaran objek dalam ruang)²⁰. Menurut McGee, dua komponen penyusun kemampuan spasial, yaitu visualisasi spasial dan orientasi spasial. Visualisasi spasial menyangkut kemampuan memanipulasi, merotasi, atau membalik suatu objek sedangkan orientasi spasial diartikan sebagai kemampuan membayangkan suatu objek dari orientasi (persektif) berbeda pengamat²¹. Sedangkan Linn dan Petersen mengelompokkan kemampuan spasial ke dalam tiga kategori yaitu: (1) Persepsi spasial, (2) Rotasi mental, dan (3) visualisasi spasial²². Hal ini mencakup kemampuan untuk memvisualisasikan, mewakili ide-ide visual atau spasial secara grafis, dan mengorektasi diri secara tepat dalam sebuah matriks spasial.

Untuk mengidentifikasi kemampuan Spasial dalam penelitian ini maka peneliti menggunakan kemampuan spasial menurut Linn dan Petersen yang meliputi persepsi spasial, rotasi mental, dan visualisasi spasial.

a. Persepsi spasial

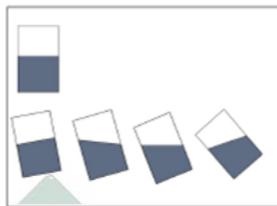
Persepsi spasial adalah kemampuan membedakan garis, bidang horizontal, dan bidang vertikal pada bangun ruang²³. Kemampuan spasial ini meliputi kemampuan seseorang dalam mengidentifikasi objek-objek vertikal dan horizontal, meskipun posisi objek dimanipulasi. Contoh tes persepsi spasial misalnya adalah mengidentifikasi posisi horizontal pada gambar air dalam bejana, meskipun posisi bejana dimiringkan.

²⁰ Siti Marliah Tambunan, "Jurnal Makara, Sosial Humaniora" *Hubungan Antara Kemampuan Spasial dengan Prestasi Belajar matematika*", 10:1 (Juni, 2006), 27.

²¹ Evi Febriana, "Jurnal Elemen" *Profil kemampuan spasial siswa menengah pertama (SMP) dalam menyelesaikan masalah geometri dimensi tiga ditinjau dari kemampuan matematika*, 1:1 (Januari, 2015), 14.

²² National Academy of Science, 2006. *Learning to Think Spatially*, Washington DC: The National Academy Press, 46.

²³ Kumastuti, dkk, "Unnes Journal of Mathematics Education" *Pembelajaran Bercirikan Pemberdayaan Kegiatan Pembelajaran Kelompok untuk Meningkatkan Kemampuan Keruangan*, (Juni, 2013), 147.

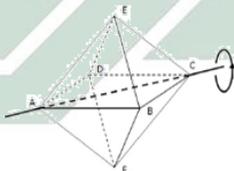


Gambar 2.1.

Persepsi spasial

b. Rotasi mental

Rotasi mental adalah kemampuan untuk menggambarkan bangun ruang di dimensi 2 atau 3, setelah dikenai rotasi²⁴. Kemampuan rotasi mental ini meliputi kemampuan seseorang untuk mengidentifikasi suatu objek dan unsur-unsur yang telah dimanipulasi posisinya, dimana manipulasi berupa rotasi terhadap objek. Rotasi mental mencakup kemampuan merotasikan suatu bangun ruang dan membayangkan perputaran dari bangun ruang secara cepat dan tepat. Contoh tes rotasi mental adalah mengidentifikasi posisi titik sudut dari suatu bangun ruang yang telah dirotasikan dengan sudut dan sumbu putar tertentu.



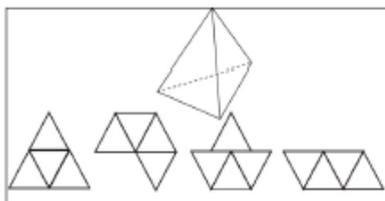
Gambar 2.2.

Rotasi mental

²⁴ Kumastuti, dkk, "Unnes Journal of Mathematics Education" *Pembelajaran Bercirikan Pernerdayaan Kegiatan Pembelajaran Kelompok untuk Meningkatkan Kemampuan Keruangan*, (Juni, 2013), 147.

c. Visualisasi spasial

Visualisasi spasial merupakan kemampuan untuk memvisualisasikan atau melihat sebuah konfigurasi dimana terdapat gerakan atau perpindahan pada bagian dari konfigurasi tersebut²⁵. Kemampuan ini meliputi kemampuan seseorang untuk melihat komposisi suatu objek setelah dimanipulasi posisi dan bentuknya. Contoh tes visualisasi spasial misalkan adalah mengidentifikasi pola jaring-jaring dari suatu bangun ruang.



Gambar 2.3.
Visualisasi spasial

Berdasarkan kemampuan spasial Linn dan Petersen, maka indikator kemampuan spasial sebagai berikut²⁶:

Tabel 2.1.
Indikator Kemampuan Spasial

Kemampuan Spasial	Kemampuan yang Diukur	Indikator
Persepsi Spasial	Mengamati suatu bangun ruang atau	• Mengidentifikasi bangun ruang yang diletakkan

²⁵Ahmad, dkk. "Jurnal Elektronik Pembelajaran Matematika" *Eksperimentasi Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Group Investigation (GI) dan Jigsaw II Pada Materi Pokok Bangun Ruang Ditinjau dari Kemampuan Spasial Siswa Kelas VIII SMP Negeri Se-Kabupaten Karanganyar Tahun Pelajaran 2013/2014*, 2:8 , (Agustus, 2014), 807

²⁶ Evi Febriana, "Jurnal Elemen" *Profil Kemampuan Spasial Siswa Menengah Pertama (SMP) dalam Menyelesaikan Masalah Geometri Dimensi Tiga Ditinjau dari Kemampuan Matematika.*, (Januari 2015), 14-15.

	bagian-bagian bangun ruang.	posisi vertikal atau horizontal.
Rotasi Mental	Merotasikan suatu objek	<ul style="list-style-type: none"> • Mengidentifikasi suatu objek dan unsur-unsur yang telah dimanipulasi posisinya, dimana manipulasi berupa rotasi terhadap objek.
Visualisasi spasial	Memmanipulasi suatu objek.	<ul style="list-style-type: none"> • Mengidentifikasi komposisi suatu objek, dimana bentuk bangun ruang yang bagiannya terdapat perubahan atau perpindahan.

B. Geometri Bangun Ruang Sisi Datar

Geometri merupakan ilmu yang mempelajari titik, garis, bidang, benda-benda ruang serta sifat, ukuran, dan hubungan satu dengan lainnya. Tujuan pembelajaran geometri adalah untuk mengembangkan kemampuan keruangan pada dunia nyata dan menunjang pembelajaran mata pelajaran yang lain. Belajar geometri berarti belajar berpikir kritis matematis yaitu meletakkan struktur hierarki dari konsep-konsep pada tingkat yang lebih tinggi yang dibentuk atas dasar apa yang telah terbentuk sebelumnya. Misalnya ketika siswa dihadapkan pada suatu kubus dan diberi satu konsep jaring-jaring maka siswa dituntut untuk berpikir kritis untuk menemukan jaring-jaring kubus yang lain.

Salah satu cabang ilmu geometri adalah bangun ruang sisi datar. Sisi pada bangun ruang berupa bidang datar, karena yang membatasi bagian dalam dan luar bangun ruang adalah bidang. Sedangkan sisi pada bangun datar berupa garis, karena yang membatasi bagian dalam dan bagian luar bangun datar adalah garis²⁷. Bangun ruang memiliki beberapa unsur di dalamnya antara

²⁷Endah Budi Rahaju dkk, *Contextual Teaching and Learning Matematika SMP/MTs. Kelas VIII Edisi 4*, (Jakarta: Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional, 2008), 172.

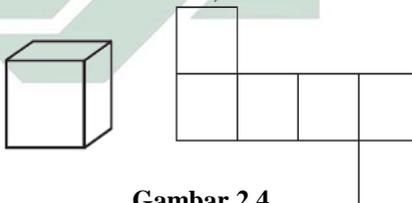
lain: sisi/bidang, rusuk, titik sudut, diagonal bidang, diagonal ruang, dan bidang diagonal. Bangun ruang sisi dalam penelitian ini diantaranya kubus, balok, prisma, dan limas.

1. Kubus

Kubus adalah bangun ruang yang dibatasi oleh enam daerah persegi yang kongruen. Kubus merupakan bangun ruang yang semua sisinya berbentuk persegi dan semua rusuknya sama panjang²⁸. Unsur-unsur dari kubus adalah sebagai berikut:

- a. Sisi kubus adalah bidang yang membatasi kubus²⁹. Kubus memiliki 6 buah sisi yang semuanya berbentuk persegi
- b. Rusuk kubus adalah garis potong antara dua sisi kubus. Kubus memiliki 12 buah rusuk.
- c. Titik sudut merupakan titik potong antara tiga buah rusuk³⁰. Kubus memiliki 8 buah titik sudut.
- d. Diagonal bidang kubus merupakan ruas garis yang menghubungkan dua titik sudut yang saling berhadapan dalam setiap sisi kubus.
- e. Diagonal ruang kubus merupakan garis yang menghubungkan dua titik sudut yang saling berhadapan dalam satu ruang.
- f. Luas permukaan kubus = $6 \times s^2$
- g. $V = s^3$

Dengan V = Volume kubus, s = sisi kubus



Gambar 2.4.
Kubus dan jaring-jaring kubus

²⁸ Nuniek Avianti Agus, *Mudah Belajar Matematika 2 untuk Kelas VIII SMP/ MTs.*, (Jakarta: Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional, 2007), 184

²⁹ Ibid.

³⁰ Dewi Nuharini, dkk, *Matematika Konsep dan Aplikasinya: untuk SMP/ MTs Kelas VIII*, (Jakarta: Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional, 2008), 201.

2. Balok

Balok adalah bangun ruang yang dibatasi oleh dua sisi/bidang berhadapan yang sama dan sebangun atau kongruen dan sejajar. Unsur-unsur dari balok adalah sebagai berikut:

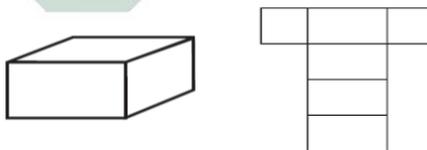
- Sisi balok adalah bidang yang membatasi suatu balok. Balok memiliki 6 buah sisi dan sisi-sisi yang berhadapan sama panjang.
- Rusuk balok adalah garis potong antara dua sisi balok. Balok memiliki 12 buah rusuk.
- Titik sudut merupakan titik potong antara tiga buah rusuk. Balok memiliki 8 buah titik sudut.
- Diagonal bidang balok adalah ruas garis menghubungkan dua titik sudut yang saling berhadapan dalam setiap sisi balok.
- Diagonal ruang balok adalah ruas garis menghubungkan dua titik sudut yang saling berhadapan dalam satu ruang.
- Luas Permukaan Balok:

$$= 2(p \times l) + 2(l \times t) + 2(p \times t)$$

$$= 2\{(p \times l) + (l \times t) + (p \times t)\}$$

- $V = p \times l \times t$

Dengan V = Volume balok, p = panjang balok, l = lebar balok, t = tinggi balok

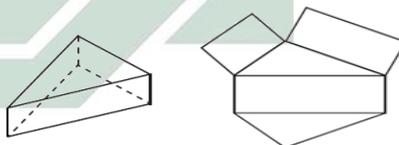


Gambar 2.5.
Balok dan jaring-jaring balok

3. Prisma

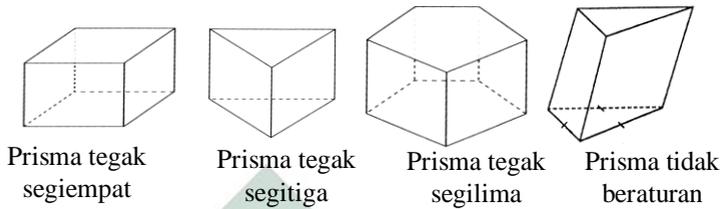
Prisma adalah bangun ruang yang dibatasi oleh dua sisi/bidang berhadapan yang sama dan sebangun atau kongruen dan sejajar, serta bidang-bidang lain yang berpotongan menurut rusuk-rusuk yang sejajar. Unsur-unsur dari prisma adalah sebagai berikut:

- a. Sisi prisma adalah bidang yang membatasi prisma.
- b. Rusuk prisma adalah garis potong antara dua sisi prisma.
- c. Titik sudut prisma adalah titik potong antara tiga buah rusuk.
- d. Diagonal bidang prisma adalah ruas garis yang menghubungkan titik sudut yang saling berhadapan dalam satu sisi.
- e. Diagonal ruang prisma adalah ruas garis menghubungkan dua titik sudut yang saling berhadapan dalam satu ruang.
- f. Bidang diagonal prisma adalah diagonal bidang yang sejajar.
- g. Luas Permukaan Prisma = $2 \times \text{luas alas} + \text{luas sisi-sisi tegak}$
- h. $V = L_{\text{alas}} \times t_{\text{prisma}}$
 Dengan $V =$ Volume prisma, $L_{\text{alas}} =$ luas alas, $t_{\text{prisma}} =$ tinggi prisma



Gambar 2.6.
Prisma dan jaring-jaring prisma

Macam-macam Prisma



Gambar 2.7.
Macam-macam Prisma

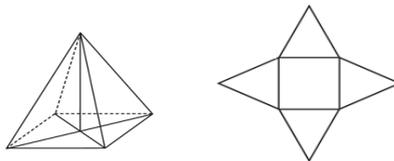
4. Limas

Limas adalah bangun ruang yang dibatasi oleh sebuah segitiga ataupun segibanyak sebagai alas dan beberapa buah sisi/bidang berbentuk segitiga sebagai sisi/bidang tegak yang bertemu pada satu titik puncak. Dari definisi tersebut dapat diketahui bahwa unsur-unsur dari limas adalah sebagai berikut:

- Sisi limas adalah bidang yang membatasi limas.
- Rusuk limas adalah garis potong antara dua sisi bidang limas.
- Titik sudut limas adalah titik potong antara dua rusuk.
- Luas Permukaan Limas = Luas alas + jumlah luas sisi-sisi tegak

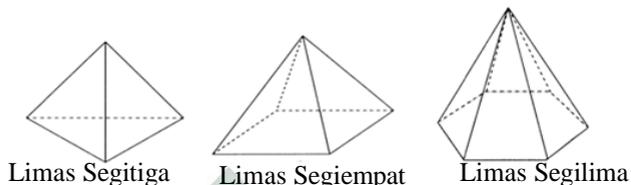
$$e. \quad V = \frac{1}{3} \times L_{\text{alas}} \times t_{\text{limas}}$$

Dengan V = Volume limas, L_{alas} = luas alas, t_{limas} = tinggi limas



Gambar 2.8.
Limas dan jaring-jaring limas

Macam-macam Limas



Gambar 2.9.

Macam-macam limas

C. Kemampuan *Rigorous Mathematical Thinking* (RMT)

Kemampuan diartikan juga sebagai kapasitas seseorang individu untuk melakukan beragam tugas dalam suatu pekerjaan³¹. Kinard mendefinisikan *Rigorous Mathematical Thinking* (RMT) sebagai kombinasi dan penggunaan operasi mental untuk : 1) Memperoleh pengetahuan tentang pola dan hubungan; 2) Menerapkan alat dan skema yang diperoleh secara kultural untuk menguraikan pengetahuan mereka untuk mengorganisasi, hubungan, teknik penyusunan, dan gambaran abstrak untuk membentuk pemahaman dan gagasan; 3) Mentransformasi dan menggeneralisasikan terjadinya konseptualisasi dan pemahaman kedalam ide yang koheren, logika, dan ide yang saling terkait; 4) Perencanaan pemakaian ide untuk memfasilitasi solusi sebuah masalah dan menurunnya pengetahuan baru dalam berbagai konteks dan lingkungan kegiatan manusia; 5) Mengadakan ujian secara kritis, analisis, intropeksi dan observasi secara struktural, operasi dan proses RMT untuk pemahaman mereka sendiri dan hakikat integritas. Jadi *Rigorous Mathematical Thinking* (RMT) merupakan suatu aktivitas berpikir matematis yang melibatkan penggunaan beberapa fungsi kognitif dan operasi mental yang dimiliki sehingga dapat dijadikan sebagai landasan untuk mengetahui sejauh mana kognitif yang dimiliki siswa.

Berpikir matematis mensintesis dan memanfaatkan proses kognitif yang meningkatkan level abstraksi tingkat tinggi, oleh

³¹ Robbins, Stephen P. & Judge, Timothy A. *Perilaku Organisasi*. (Jakarta: Salemba Empat, 2008), 57.

karenanya ia haruslah *rigorous* sifatnya. Ada tiga unsur-unsur yang dimiliki oleh *rigor*. Unsur-unsur dasar *rigor*, yaitu: (1) Ketajaman fokus dan persepsi; (2) Kejelasan dan kelengkapan dalam definisi, konsep, dan penggambaran atribut kritis; (3) Keseksamaan dan ketepatan. Sedangkan unsur-unsur sistemik dari *rigor*, yaitu: (1) Penemuan kritis dan pencarian kebenaran yang intens; (2) Keterlibatan mental yang intensif dan agresif yang secara dinamis berusaha untuk menciptakan dan mempertahankan kualitas berpikir yang lebih tinggi. Selain unsur-unsur dasar dan sistemik, *rigor* juga meliputi superstruktur tingkat tinggi, yaitu: (1) Sebuah pola pikir untuk keterlibatan kritis; (2) Suatu keadaan waspada yang didorong oleh keinginan yang kuat, gigih, dan tidak fleksibel untuk mengetahui dan memahami secara mendalam³². Jika semua unsur-unsur tersebut telah terpenuhi maka siswa tersebut sudah mencapai level abstraksi yang lebih tinggi.

Paradigma *Rigorous Mathematical Thinking* (RMT) didasarkan pada dua teori belajar, yaitu teori sosio-kultural Vygotsky dengan penekanan khususnya pada konsep peralatan psikologisnya sebagai mediator proses kognitif, dan teori pengalaman belajar termediasi (MLE) Feuerstein.

1. Teori Sosio-Kultural Vygotsky

Menurut Vygotsky, perolehan pengetahuan dan perkembangan kognitif seseorang itu sesuai dengan yang diungkapkan oleh teori sosiogenesis. Dimensi kesadaran bersifat primer, sedangkan dimensinya bersifat derivatif atau merupakan turunan dan bersifat sekunder³³. Artinya, pengetahuan dan perkembangan kognitif individu berasal dari sumber-sumber sosial diluar dirinya. Hal ini tidak berarti bahwa individu bersikap pasif dalam perkembangan kognitifnya, tetapi Vygotsky juga menekankan pentingnya peran aktif seseorang dalam mengkonstruksi pengetahuannya. Teori Vygotsky juga menyatakan bahwa perkembangan proses mental anak yang lebih tinggi tergantung pada hadirnya perantara mediasi dalam interaksi anak dengan lingkungan. Vygotsky sendiri menekankan mediator peralatan

³² J. T. Kinard & A. Kozulin, *Rigorous Mathematical Thinking: Conceptual Formation in the Mathematics Classroom*, (New York : Cambridge University Press, 2008), 6.

³³ *Ibid*, 89.

simbolis disesuaikan dengan anak-anak dalam konteks sosio-kultural tertentu, yang paling penting yang dia anggap sebagai pendidikan formal.

Teori sosio-kultural mengidentifikasi adanya tiga kelompok mediator antara siswa dan lingkungannya, yaitu: (1) Mediator fisik, (2) Alat simbolis, dan (3) Mediator manusia. Sedangkan aspek mediasi meliputi tiga hal, yaitu: (1) Perolehan alat simbolis dan internalisasinya dalam bentuk peralatan psikologis intern kemudian menjadi salah satu tujuan pokok pendidikan, (2) Pembelajaran di ruang kelas menjadi terorganisir khususnya merancang kegiatan belajar yang memainkan peran mediator antara siswa dan kurikulum, (3) Peran guru juga berubah dari penyedia informasi dan aturan ke sumber pengalaman belajar termediasi³⁴. Dua konsep dalam teori sosio-kultural Vygotsky yang penting adalah peralatan psikologis dan zona perkembangan terdekat yang akan dipakai dalam penelitian ini.

a) Peralatan Psikologis

Kinard mendefinisikan peralatan psikologis sebagai isyarat-isyarat, simbol-simbol atau artefak-artefak yang memiliki makna khusus dalam kultural seseorang dan masyarakat³⁵. Sedangkan peralatan psikologis menurut Kozulin adalah artefak-artefak simbolis (isyarat-isyarat, simbol-simbol, naskah, rumus, grafik) yang membantu seorang individu menguasai fungsi-fungsi psikologis alaminya sendiri menyangkut persepsi, memori, perhatian dan sebagainya³⁶. Sehingga yang dimaksud peralatan psikologis adalah segala sesuatu yang mengandung makna khusus dan berguna dalam menguasai fungsi-fungsi psikologis alami seseorang di dalam kultural dan masyarakatnya.

Kelompok alat psikologis matematis Spesifik terdiri dari tiga kategori kode dan simbol. Kategori

³⁴ Ibid, 51.

³⁵ J.T. Kinard, *Method and Apparatus for Creating Rigorous Mathemaical Thinking*, 2007, Diakses dari <http://www.freepatentsonline.com/...> Pada tanggal 31 Oktober 2014, 4.

³⁶ J. T. Kinard. & A. Kozulin, *Creating Rigorous Mathemaical Thinking: A Dynamic that Drives Mathematical and Science Conceptual Development*, 2001, Diakses dari www.umanitoba.ca/unevoc/conference/... Pada tanggal 17 Oktober 2014, 3.

pertama terdiri dari kode dan simbol untuk membentuk hubungan kualitatif, seperti urutan operasi atau hubungan geometris (misalnya, paralel atau tegak lurus). kategori kedua terdiri dari kode dan simbol untuk pengkodean hubungan kuantitatif (misalnya, $=$, $<$, $>$) dan operasi matematika ($+$, $-$, \times , dan \div). Masing-masing menandakan definisi operasi kuantitatif antara aspek kuantitatif dari dua konsepsi. Arah membaca dari kiri ke kanan dikombinasikan dengan mengkodekan makna dari proses tertentu membentuk hubungan yang menunjukkan hubungan konsep/ fungsi-fungsi. Kategori ketiga terdiri dari kode-kode dan simbol untuk membentuk hubungan fungsional dan kompleks, seperti rumus, tanda Σ , turunan, differensial, integral, dan sebagainya³⁷. Peralatan psikologis tersebut berfungsi sebagai jembatan antara tindakan-tindakan kognisi individu dan prasyarat simbolis sosio-kultural dari tindakan-tindakan tersebut.

b) *Zone of Proximal Development (ZPD)*

Konsep Vygotsky tentang *zone of proximal development (ZPD)* atau zona perkembangan terdekat didasarkan pada ide bahwa perkembangan didefinisikan pertama oleh apa yang dilakukan oleh seorang anak secara mandiri dan kedua oleh apa yang dapat dilakukan seorang anak apabila dibantu oleh orang dewasa atau teman sebaya yang lebih kompeten³⁸. ZPD merupakan celah antara kemampuan aktual dan kemampuan potensial, yaitu jarak antara apa yang seorang anak dapat melakukan sesuatu tanpa bantuan orang dewasa (secara mandiri) dan apa yang seorang anak dapat melakukan sesuatu dengan arahan orang dewasa atau kerjasama dengan teman sebaya. Vygotsky meyakini bahwa belajar terjadi pada saat anak-anak berada pada ZPD mereka. Tugas-tugas dalam ZPD adalah tugas-tugas yang tidak bisa dikerjakan anak secara mandiri tapi bisa

³⁷ J.T. Kinard, *Method and Apparatus for Creating Rigorous Mathematical Thinking*, 2007, Diakses dari <http://www.freepatentsonline.com/...> Pada tanggal 31 Oktober 2014, 110-112.

³⁸ M. Nur, *Teori-teori Perkembangan Kognitif*, (Surabaya: UNESA Press, 2004), Hal 51

dikerjakannya dengan bantuan orang dewasa atau teman sebaya yang kompeten.

2. **Belajar Termediasi**

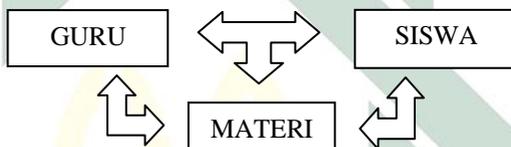
Teori Feuerstein tentang pengalaman belajar termediasi (MLE) berbeda dari pengalaman belajar langsung. Menurut Feuerstein, anak terkena dua jenis situasi belajar. Situasi pembelajaran langsung meliputi interaksi tidak termediasi antara materi pembelajaran dan pikiran anak. Jika pikiran anak siap untuk menerima materi ini akan mendapatkan keuntungan dari itu. Jika anak tidak siap menerima materi, tidak dapat mengerti maknanya, atau tidak tahu bagaimana menanggapi, kedua jenis pembelajaran yang termediasi menjadi sangat penting. Pengalaman belajar yang termediasi dapat diartikan sebagai kualitas interaksi antara anak dan lingkungan yang tergantung pada maksud aktivitas orang dewasa dan dimulai dengan menempatkan dirinya di antara anak dan dunia. Pengalaman belajar termediasi adalah kondisi yang sangat penting bagi perkembangan. Kondisi manusia yang sangat unik atau kemampuan untuk mendapatkan keuntungan dari paparan terhadap rangsangan dengan cara yang lebih umum daripada yang biasanya terjadi.

Sebagaimana pembahasan sebelumnya bahwa teori RMT didasari oleh teori sosio-kultural Vygotsky dan teori MLE Feuerstein. Teori sosio-kultural Vygotsky yang ditekankan dalam teori RMT ini adalah konsep peralatan psikologis. Peralatan psikologis dirancang untuk mengubah proses kognitif dasar menjadi proses psikologis yang lebih tinggi. Sedangkan teori MLE penerapannya pada belajar termediasi dengan menggunakan tugas kognitif yang dirancang untuk mengembangkan berpikir umum dan belajar bagaimana mempelajari keterampilan.

Rigorous Mathematical Thinking (RMT) memediasi siswa untuk mendefinisikan masalah, untuk menggambarkan apa yang harus dilakukan siswa ketika menghadapi masalah, menganalisis peralatan psikologis yang ada untuk memecahkan masalah, menentukan hubungan antara penggunaan peralatan psikologis dan pemecahan masalah, memanfaatkan, dan menerapkan peralatan

psikologis untuk memecahkan masalah, dan menggunakan strategi yang berbeda. Proses pembelajaran dengan menggunakan paradigma RMT menuntut siswanya berpikir dan belajar bagaimana belajar sehingga proses pembelajarannya menjadi lebih bermakna. Sedangkan guru bertindak sebagai mediator yang akan membimbing dan mendorong siswanya menjadi lebih aktif dalam membangun proses berpikir dan belajar dengan memanfaatkan peralatan psikologis dan pengetahuan yang dimilikinya.

Pembentukan RMT serta perkembangan konsep dan ilmu pengetahuan disusun dan dicapai melalui ikatan yang kuat dan pola hubungan seperti pada Gambar 2.10. Sedangkan penyusunan dan pemeliharaan ikatan dibangun melalui konsep MLE.



Gambar 2.10.

Ikatan *Rigorous* untuk RMT

Interaksi yang dikembangkan melalui *rigor* adalah dinamis, saling bergantung, dan transformatif sehingga ketika interaksi dua arah tersebut diserap masing-masing untuk menghasilkan keterlibatan dinamis melalui interaksi yang terjadi, maka ikatan *rigorous* telah dimulai. Berdasarkan uraian diatas dapat disimpulkan bahwa dalam proses pembelajaran RMT siswa dimediasi untuk membangun dan mengembangkan pemahaman dan pengetahuan yang dimiliki sebelumnya dengan memanfaatkan dan memadukan operasi mental dan fungsi kognitif yang dimiliki oleh siswa. selain itu terdapat ikatan penting antara guru, siswa, dan materi dalam kegiatan pembelajarannya.

Paradigma yang muncul dalam RMT ada 3 aspek fungsi kognitif yang bekerja terjalin di antara aspek-aspek untuk memberikan fungsi kognitif pada integrasi sebagai kegiatan mental atau proses. Ketiga aspek yang komponen konseptual, komponen tindakan, dan komponen motivasi. Komponen memberi mekanisme kemudi konseptual untuk aktivitas mental dengan mendefinisikan atau memberikan komponen ilustrasi. Ini dapat

dilihat sebagai interaksi antara prosedur dan tujuan. Komponen tindakan adalah realisasi komponen. Sedangkan konseptual, komponen motivasi berasal dari kesadaran siswa tentang pentingnya dan manfaat dari tindakan mental. Dengan adanya pembelajaran yang melibatkan intervensi RMT ini diharapkan kemampuan dan keterampilan berpikir matematis *rigor* siswa akan terasah dan berkembang.

Paradigma RMT memuat fungsi-fungsi kognitif memberikan dasar untuk dan menghasilkan mekanisme berpikir matematis secara rigorous yang menjadi katalis dan pembangunan kembali untuk pembentukan konsep. Terdapat tiga level dalam fungsi kognitif yang diperlukan untuk berpikir matematis rigor. Ketiga level fungsi kognitif itu secara bersama-sama mendefinisikan proses mental dari keterampilan kognitif umum ke fungsi kognitif matematis khusus tingkat lebih tinggi. Kinard & Kozulin mengatakan bahwa untuk berpikir matematis secara rigorous diperlukan tiga level fungsi kognitif.³⁹ Ketiga level tersebut diuraikan pada Tabel 2.2. berikut :

Tabel 2.2.
Tiga Level Fungsi Kognitif RMT

Level 1- Fungsi kognitif untuk berpikir kualitatif

Fungsi Kognitif	Keterangan
1. Pelabelan-visualisasi	Memberikan suatu nama berdasarkan atribut kritisnya sementara itu mengkonstruksi gambar dalam pikirannya atau menghasilkan sebuah konstruk dari sebuah objek yang namanya diberikan.
2. Perbandingan	Mencari persamaan dan perbedaan (dalam hal ciri/ atribut kritis) antara dua atau lebih objek, kejadian atau situasi.
3. Pencarian secara	Memperhatikan (misal gambar)

³⁹ J. T. Kinard & A. Kozulin, *Rigorous Mathematical Thinking: Conceptual Formation in the Mathematics Classroom*, (New York : Cambridge University Press, 2008), 86-88.

sistematis untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi	dengan seksama, terorganisir, dan penuh rencana untuk untuk mengumpulkan informasi yang benar dan lengkap.
4. Penggunaan lebih dari satu sumber informasi	Bekerja secara mental dengan dua atau lebih konsep pada saat yang sama seperti warna, ukuran, dan bentuk atau menguji situasi dari lebih dari berbagai sudut pandang
5. Penyandian-pemecahan kode	Memaknai (objek) ke dalam kode/symbol dan mengartikan suatu kode/symbol suatu objek.

Level 2- Fungsi kognitif untuk berpikir kuantitatif dengan ketelitian

Fungsi Kognitif	Keterangan
1. Pengawetan ketetapan	Mengidentifikasi dan menjelaskan apa yang tetap sama dalam hal atribut, konsep atau hubungan ketika beberapa lainnya berubah.
2. Pengukuran ruang dan hubungan spasial	Menggunakan referensi internal/eksternal sebagai panduan untuk mengatur, menganalisis hubungan spasial berdasarkan hubungan keseluruhan ke sebagian.
3. Pengukuran waktu dan hubungan temporal	Menetapkan referensi untuk mengkategorikan, mengukur, dan mengurutkan waktu dan hubungan temporal (sementara) berdasarkan hubungan keseluruhan ke sebagian.
4. Penganalisisan-pengintegrasian	Memilah keseluruhan atau menguraikan kuantitas ke dalam atribut kritis atau susunan kuantitasnya; membangun keseluruhan dengan menggabungkan bagian-bagiannya,

	atribut kritisnya, atau menyusun sebuah kuantitas dengan menggabungkan kuantitas lainnya secara bersama-sama.
5. Penggeneralisasian	Mengamati dan menggambarkan sifat suatu tanpa merujuk ke rincian khususnya atau atribut kritisnya.
6. Ketelitian	Menyimpulkan/ memutuskan dengan fokus dan tepat.

Level 3- Fungsi kognitif untuk berpikir relasional abstrak dengan ketelitian

Fungsi Kognitif	Keterangan
1. Pengaktifan pengetahuan matematika sebelumnya	Menghimpun pengetahuan matematika yang diperoleh berdasarkan pengalaman yang diperoleh sebelumnya untuk membuat hubungan; dan menyesuaikan aspek yang sedang dipikirkan dan aspek pengalaman yang diperoleh sebelumnya.
2. Penyediaan dan pengartikulasian bukti matematika logis	Memberikan rincian pendukung, petunjuk, dan bukti matematis yang masuk akal untuk memperkuat validitas atau pernyataan, hipotesis, atau dugaan. Membangun dugaan, pertanyaan, pencarian jawaban, dan mengkomunikasikan penjelasan yang sesuai dengan aturan matematika dan tetap logis.
3. Pendefinisian masalah	Mencermati masalah dengan menganalisis dan melihat hubungan untuk mengetahui secara tepat apa yang harus dilakukan secara matematis.
4. Berpikir hipotesis-	Membentuk proposisi matematika atau hipotesis dan mencari bukti

inferensial	matematis untuk mendukung atau menyangkal proposisi atau hipotesisnya tersebut; Mengembangkan generalisasi dan bukti yang valid berdasarkan sejumlah permasalahan matematika.
5. Pemroyeksian dan restrukturisasi hubungan	Membentuk hubungan antara objek atau kejadian yang tampak dan membangun kembali keberadaan hubungan antara objek atau kejadian untuk memecahkan masalah baru.
6. Pembentukan hubungan kuantitatif proporsional	Menetapkan hubungan kuantitatif yang menghubungkan antara konsep A dan konsep B dengan menentukan berapa banyak konsep A dan hubungannya dengan konsep B atau dalam konsep yang sama dalam konteks yang berbeda.
7. Pembentukan hubungan fungsional	Membentuk hubungan antara dua atau lebih hal yang merubah nilai mereka, sedemikian rupa perubahan bentuk jaringan atau kerja sama tersebut saling bergantung atau berkaitan.
8. Pembentukan unit hubungan fungsional	Membentuk hubungan antara perubahan dalam jumlah variabel terikat yang dihasilkan oleh unit perubahan sejumlah variabel bebasnya yang didefinisikan oleh hubungan fungsional antara dua variabel dinyatakan dalam fungsi matematika atau persamaan aljabar.
9. Berpikir induktif-deduktif matematis	Mengambil aspek dari berbagai rincian matematis yang diberikan untuk membentuk pola,

	<p>mengkategorikan ke dalam hubungan atribut umum dan / atau perilaku, dan mengatur hasilnya untuk membentuk aturan matematika umum, prinsip, rumus, atau panduan; menerapkan aturan umum atau formula pada situasi tertentu; menerapkan aturan umum atau rumus untuk situasi khusus atau kumpulan rincian yang terhubung hanya dengan aturan kategori atribut tersebut dan/atau perilaku yang diungkapkan oleh aturan itu.</p>
10. Berpikir analogis matematis	<p>Menganalisa struktur yang dipahami dan operasi matematika yang baru, prinsip, atau masalah, membentuk aspek relasional dari masing-masing komponen struktur secara terpisah, memetakan situasi hubungan untuk struktur yang baru, dan menggunakan pengetahuan seseorang tentang situasi yang telah dipahami dengan baik bersama dengan pemetaan untuk memahami konstruk dan wawasan mengenai situasi yang baru.</p>
11. Berpikir silogisme matematis	<p>Menggunakan hubungan yang terbentuk antara obyek A dan B yang dinyatakan dalam proposisi matematika dengan hubungan yang dibentuk antara obyek A dan C yang dinyatakan dalam sebuah proposisi matematika kedua, untuk kemudian disimpulkan secara logis hubungan yang tidak diketahui sebelumnya antara obyek B dan C.</p>
12. Berpikir relasional	<p>Mempertimbangkan proposisi</p>

transitif matematis	matematika yang menyajikan sebuah hubungan terurut secara kuantitatif ($>$, $<$, $=$, dll) antara dua objek matematika A dan B, dengan proposisi matematika kedua yang menyajikan hubungan antara objek A dan C dan kemudian menyimpulkan secara logis hubungan B dan C.
13. Penjabaran aktivitas matematika melalui kategori kognitif	Merefleksikan dan menganalisis aktivitas matematika dan menemukan, menandai, dan mengartikulasikan, secara lisan dan tertulis, menggaris bawahi dasar-dasar dan konsep matematika dengan menggunakan bahasa matematika dan fungsi kognitif.

Sedangkan deskripsi tiga level fungsi kognitif menurut Kinard (2007) sedikit berbeda dengan yang diungkapkan di atas. Kinard (2007) hanya mencantumkan butir 1 sampai butir 6 untuk level ketiga atau level berpikir relasional abstrak. Sedangkan level 1 dan level 2 sama dengan pemaparan di atas. Menurut hemat penulis, karena keterbatasan penulis, juga dalam hal analisa, dalam penelitian ini fungsi kognitif untuk berpikir *rigorous* akan mengacu pada deskripsi menurut Kinard (2007).

Berdasarkan uraian tersebut, maka peneliti mendefinisikan Fungsi kognitif *Rigorous Mathematical Thinking* (RMT) sebagai proses mental yang memiliki makna khusus yang terdiri dari tiga level fungsi kognitif yaitu level satu (level berpikir kualitatif). Level dua (berpikir kuantitatif), dan level tiga (level berpikir relasional abstrak).

D. Keterkaitan Antara Kemampuan Spasial *Rigorous Mathematical Thinking* (RMT)

Kemampuan spasial yang baik akan membuat siswa mampu mendeteksi hubungan dan perubahan bentuk bangun geometri. Materi geometri ini memuat beberapa konsep yang dinotasikan berupa simbol-simbol dan beberapa macam abstraksi gambar yang tidak mudah untuk dipahami dan dimengerti bagi siswa tanpa bimbingan,

arahan dan mediasi dari guru atau pun dari orang dewasa. Saat siswa menyelesaikan soal-soal atau masalah yang berkaitan dengan matematika maka siswa tersebut sedang melakukan aktifitas berpikir matematis. Berpikir matematis bukan hanya sekedar berpikir seadanya, tetapi perlu berpikir dengan tingkatan yang paling dalam atau berpikir dengan menggunakan prosedur atau langkah-langkah untuk dapat menyelesaikan masalah. Berpikir matematis mensintesis dan memanfaatkan proses kognitif yang meningkatkan level abstraksi lebih tinggi. Untuk memecahkan soal-soal dalam bangun ruang sisi datar, seseorang harus memiliki kemampuan spasial karena dalam materi bangun ruang sisi datar banyak materi-materi soal yang tidak dapat diwujudkan dalam bentuk atau bangun yang sesungguhnya. Tanpa kemampuan spasial siswa tidak akan mampu mengkomunikasikan tentang posisi dan hubungan antar objek, memberi dan menerima arah, serta membayangkan perubahan posisi atau ukuran suatu objek.

