

**ANALISIS KEMAMPUAN PENALARAN VISUAL SISWA
DALAM MENYELESAIKAN MASALAH GRAFIK
TURUNAN FUNGSI BERDASARKAN GAYA BELAJAR
HONEY DAN MUMFORD**

SKRIPSI

Oleh:
ANA ULFIYA
NIM D94214072



**UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A**

**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN
JURUSAN PMIPA
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
DESEMBER 2019**

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ana Ulfiya
NIM : D94214072
Jurusan / Program Studi : PMIPA / PMT
Fakultas : Tarbiyah dan Keguruan

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar tulisan saya, dan bukan merupakan plagiasi baik sebagian atau seluruhnya.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil plagiasi, baik sebagian atau seluruhnya, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Surabaya, 15 November 2019

Yang membuat pernyataan



Ana Ulfiya
NIM D94214072

PERSETUJUAN PEMBIMBING SKRIPSI

Skripsi Oleh:

Nama : Ana Ulfiya

NIM : D94214072

Judul : ANALISIS KEMAMPUAN PENALARAN VISUAL
SISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH
GRAFIK TURUNAN FUNGSI BERDASARKAN GAYA
BELAJAR HONEY DAN MUMFORD

Ini telah diperiksa dan disetujui untuk diujikan.

Surabaya, 15 November 2019

Pembimbing I,



Dr. Siti Lailiyah, M.Si
NIP. 198409282009122007

Pembimbing II,



Lisanul Uswah Sadieda, S.Si, M.Pd
NIP. 198309262006042002

PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI

Skripsi oleh Ana Ulfiya ini telah dipertahankan di depan Tim Penguji
Skripsi

Surabaya, 19 Desember 2019

Menghaskan, Fakultas Tarbiyah dan Keguruan
Universitas Islam Negeri Sunan Ampel Surabaya
Dekan,



Al Mas'ud, M.Ag, M.Pd.I

NIP. 196301231993031002

Tim Penguji

Penguji I,



Aning Wida Yanti, S.Si, M.Pd

NIP. 198012072008012010

Penguji II,



Dr. Sutini, M.Si

NIP. 197701032009122001

Penguji III,



Dr. Siti Lailiyah, M.Si

NIP. 198409282009122007

Penguji IV,



Lisanul Uswah Sadleha, S.Si, M.Pd

NIP. 198309262006042002



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
PERPUSTAKAAN

Jl. Jend. A. Yani 117 Surabaya 60237 Telp. 031-8431972 Fax 031-8413300
E-Mail: perpustakaan@uinsby.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika UIN Sunan Ampel Surabaya, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : ANA ULFIYA
NIM : D94214072
Fakultas/Jurusan : TARBIYAH DAN KEGURUAN/PENDIDIKAN MATEMATIKA
E-mail address : fiyanna46@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah :

Sekripsi Tesis Desertasi Lain-lain (.....)

yang berjudul :

ANALISIS KEMAMPUAN PENALARAN VISUAL SISWA DALAM MENYELESAIKAN
MASALAH GRAFIK TURUNAN FUNGSI BERDASARKAN GAYA BELAJAR HONEY
DAN MUMFORD

berserta perangkat yang diperlukan (bila ada). Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (database), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di Internet atau media lain secara **fulltext** untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini yang saya buat dengan sebenarnya.

Surabaya, 31 Desember 2019

Penulis

(Ana Ulfiya)

KEMAMPUAN PENALARAN VISUAL SISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH GRAFIK TURUNAN FUNGSI BERDASARKAN GAYA BELAJAR HONEY DAN MUMFORD

Oleh:
Ana Ulfiya

ABSTRAK

Penalaran visual adalah kemampuan untuk membaca dan menafsirkan informasi visual seperti gambar, grafik, dsb. Penalaran visual dibagi menjadi tiga level yaitu investigasi, interpretasi, dan aplikasi. Pada level investigasi meliputi identifikasi koordinat y dari suatu titik, perubahan satu variabel dengan variabel terkait lainnya, koordinat titik singgung, serta posisi grafik dan garis singgung. Pada level interpretasi meliputi menentukan perbandingan perubahan grafik dan gradien, serta identifikasi jarak dua fungsi. Pada level aplikasi meliputi identifikasi hubungan antara perubahan sesaat dan rata-rata, serta hubungan gradien garis singgung di titik tertentu. Gaya belajar mempengaruhi pemahaman siswa dalam membaca dan menginterpretasi data visual. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan penalaran visual siswa dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi berdasarkan gaya belajar Honey dan Mumford yang terdiri dari aktivis, reflektor, teoritis, dan pragmatis.

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Subjek dalam penelitian ini terdiri dari delapan siswa dengan dua aktivis, dua reflektor, dua teoritis, dan dua pragmatis dari kelas XII-MIA 1 di SMA Al Falah Surabaya. Teknik pengumpulan data dilakukan dengan tes tertulis dan wawancara. Hasil data tes tertulis dan wawancara akan dipaparkan dan dianalisis menggunakan analisis deskriptif.

Hasil penelitian ini, diperoleh kesimpulan bahwa: (1) Siswa aktivis mampu memenuhi beberapa indikator level investigasi, kecuali identifikasi perubahan satu variabel dengan variabel terkait lainnya, namun memenuhi semua indikator level interpretasi dan aplikasi. (2) Siswa reflektor mampu memenuhi semua indikator level investigasi dan interpretasi, serta beberapa indikator level aplikasi, kecuali identifikasi hubungan antara perubahan sesaat dan rata-rata. (3) Siswa teoritis mampu memenuhi beberapa indikator level investigasi yaitu identifikasi koordinat titik singgung dan posisi grafik fungsi dan garis singgung, namun memenuhi semua indikator level interpretasi dan aplikasi. (4) Siswa pragmatis mampu memenuhi beberapa indikator level investigasi, kecuali identifikasi perubahan satu variabel dengan variabel terkait lainnya, dan beberapa indikator level interpretasi, kecuali menentukan perbandingan perubahan grafik, namun memenuhi semua indikator level aplikasi.

Kata Kunci: Penalaran Visual, Grafik Turunan Fungsi, Gaya Belajar Honey dan Mumford

DAFTAR ISI

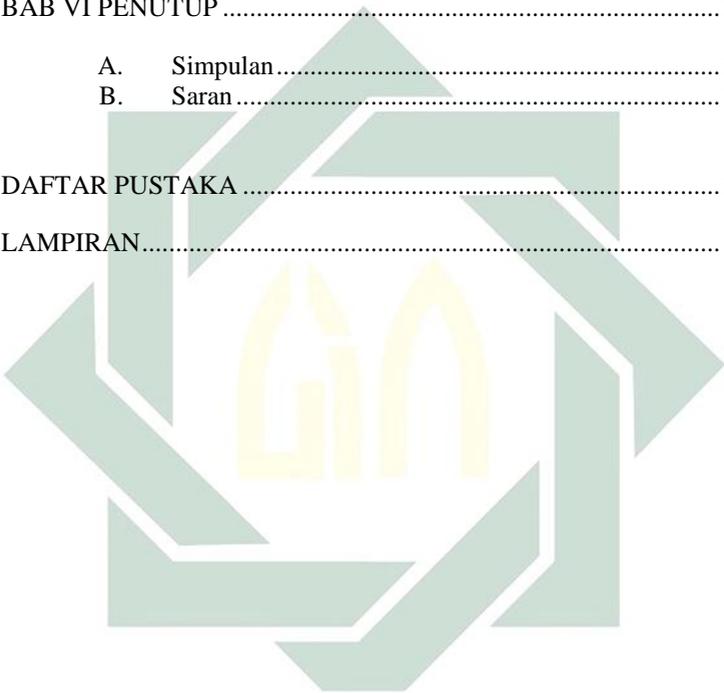
SAMPUL DALAM.....	i
PERSETUJUAN PEMBIMBING.....	ii
PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI.....	iii
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN.....	iv
MOTTO.....	v
PERSEMBAHAN.....	vi
ABSTRAK.....	vii
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL.....	xiv
DAFTAR GAMBAR.....	xv
DAFTAR LAMPIRAN.....	xviii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
A. Latar Belakang.....	1
B. Rumusan Masalah.....	9
C. Tujuan Penelitian.....	9
D. Manfaat Penelitian.....	9
E. Batasan Penelitian.....	10
F. Definisi Operasional.....	10

BAB II KAJIAN PUSTAKA	12
A. Kemampuan Penalaran Visual	12
1. Penalaran	12
2. Penalaran Visual	14
B. Penyelesaian Masalah Grafik Turunan Fungsi	17
1. Penyelesaian Masalah	17
2. Gradien Garis Singgung	18
3. Konsep Turunan Fungsi	19
4. Turunan Pertama Fungsi $f'(x)$ Adalah Gradien Garis Singgung	20
C. Penalaran Visual Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi	22
D. Gaya Belajar Honey dan Mumford	25
1. Aktivist (<i>Activist</i>)	27
2. Reflektor (<i>Reflector</i>)	28
3. Teoris (<i>Teorist</i>)	29
4. Pragmatis (<i>Pragmatist</i>)	30
E. Hubungan Penalaran Visual dengan Gaya Belajar Honey dan Mumford	31
 BAB III METODE PENELITIAN	 34
A. Jenis Penelitian	34
B. Tempat dan Waktu Penelitian	34
C. Subjek Penelitian	35
D. Teknik Pengumpulan Data	40
1. Tes Penalaran Visual	40
2. Wawancara	40
E. Instrumen Pengumpulan Data	41
1. Lembar Soal Tes Penalaran Visual	41
2. Lembar Pedoman Wawancara	42
F. Keabsahan Data	43
G. Teknik Analisis Data	43
1. Analisis Tes Penalaran Visual	43
2. Analisis Hasil Wawancara	45
3. Menarik Simpulan	46

H.	Prosedur Penelitian	51
1.	Tahap Persiapan	51
2.	Tahap Pelaksanaan	51
3.	Tahap Analisis Data	52
4.	Tahap Pembuatan Laporan	52
BAB IV HASIL PENELITIAN		53
A.	Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Aktifis Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi	55
1.	Subjek S_1	55
a.	Deskripsi Data S_1	55
b.	Analisis Data S_1	65
2.	Subjek S_2	67
a.	Deskripsi Data S_2	67
b.	Analisis Data S_2	75
3.	Hasil Analisis Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Aktifis Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi	78
B.	Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Reflektor Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi	81
1.	Subjek S_3	81
a.	Deskripsi Data S_3	81
b.	Analisis Data S_3	90
2.	Subjek S_4	93
a.	Deskripsi Data S_4	93
b.	Analisis Data S_4	102
3.	Hasil Analisis Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Reflektor Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi	104
C.	Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Teoris Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi	106
1.	Subjek S_5	106

a.	Deskripsi Data S_5	106
b.	Analisis Data S_5	115
2.	Subjek S_6	117
a.	Deskripsi Data S_6	117
b.	Analisis Data S_6	126
3.	Hasil Analisis Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Teoris Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi	131
D.	Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Pragmatis Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi	131
1.	Subjek S_7	131
a.	Deskripsi Data S_7	131
b.	Analisis Data S_7	139
2.	Subjek S_8	141
a.	Deskripsi Data S_8	141
b.	Analisis Data S_8	148
3.	Hasil Analisis Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Pragmatis Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi	150
BAB V PEMBAHASAN		153
A.	Pembahasan Kemampuan Penalaran Visual Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi Berdasarkan Gaya Belajar Honey dan Mumford di Kelas XII MIA 1 Al Falah Surabaya ...	153
1.	Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Aktivistis Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi.....	153
2.	Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Reflektor Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi.....	156
3.	Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Teoris Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi	158

4. Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Pragmatis Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi.....	161
B. Hasil Diskusi	163
BAB VI PENUTUP	165
A. Simpulan.....	165
B. Saran	166
DAFTAR PUSTAKA	167
LAMPIRAN.....	173



DAFTAR TABEL

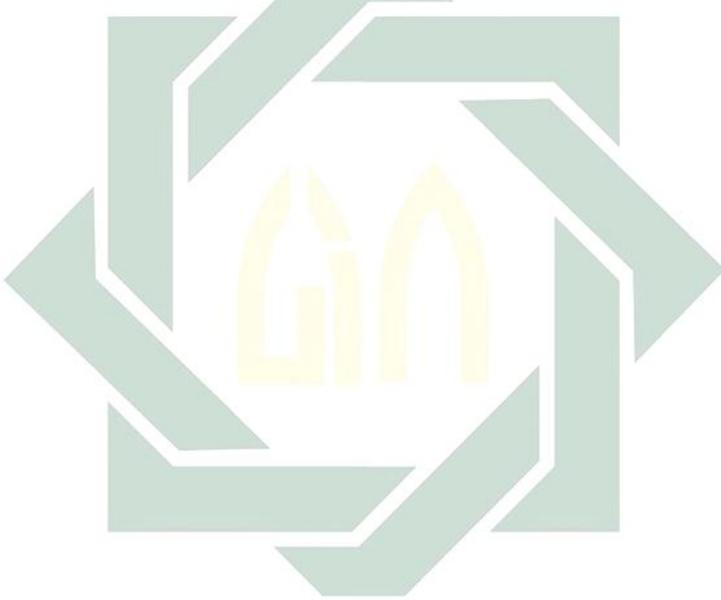
2.1	Kemampuan Penalaran Visual	17
2.2	Indikator Kemampuan Penalaran Visual.....	22
2.3	Hubungan Penalaran Visual dengan Gaya Belajar Honey dan Mumford.....	32
3.1	Jadwal Kegiatan Penelitian	34
3.2	Daftar Validator Angket Gaya Belajar Honey dan Mumford	38
3.3	Daftar Subjek Penelitian	39
3.4	Daftar Validator Instrumen Penelitian	41
3.5	Pengkodean Indikator Tes Penalaran Visual	44
3.6	Kategori Penalaran Visual Siswa	46
4.1	Analisis Data Subjek S ₁	65
4.2	Analisis Data Subjek S ₂	75
4.3	Hasil Analisis Data Subjek S ₁ dan S ₂	78
4.4	Analisis Data Subjek S ₃	91
4.5	Analisis Data Subjek S ₄	102
4.6	Hasil Analisis Data Subjek S ₃ dan S ₄	104
4.7	Analisis Data Subjek S ₅	115
4.8	Analisis Data Subjek S ₆	126
4.9	Hasil Analisis Data Subjek S ₅ dan S ₆	128
4.10	Analisis Data Subjek S ₇	139
4.11	Analisis Data Subjek S ₈	149
4.12	Hasil Analisis Data Subjek S ₇ dan S ₈	150

DAFTAR GAMBAR

2.1	Grafik Konsep Gradien	18
2.2	Grafik Konsep Turunan.....	20
2.3	Grafik Naik dan Turun Pada Fungsi $y = f(x)$	21
2.4	Siklus Belajar dan Gaya Belajar.....	26
2.5	Siklus Belajar dan Gaya Belajar Honey dan Mumford ...	27
4.1	Jawaban Tertulis S ₁ Soal Nomor 1a	55
4.2	Jawaban Tertulis S ₁ Soal Nomor 1b	56
4.3	Jawaban Tertulis S ₁ Soal Nomor 1c	57
4.4	Jawaban Tertulis S ₁ Soal Nomor 1d	58
4.5	Jawaban Tertulis S ₁ Soal Nomor 1e	59
4.6	Jawaban Tertulis S ₁ Soal Nomor 2a	60
4.7	Jawaban Tertulis S ₁ Soal Nomor 2b	61
4.8	Jawaban Tertulis S ₁ Soal Nomor 3a	62
4.9	Jawaban Tertulis S ₁ Soal Nomor 3b	63
4.10	Jawaban Tertulis S ₁ Soal Nomor 3c	64
4.11	Jawaban Tertulis S ₂ Soal Nomor 1a	67
4.12	Jawaban Tertulis S ₂ Soal Nomor 1b	67
4.13	Jawaban Tertulis S ₂ Soal Nomor 1c	69
4.14	Jawaban Tertulis S ₂ Soal Nomor 1d	69
4.15	Jawaban Tertulis S ₂ Soal Nomor 1e	71
4.16	Jawaban Tertulis S ₂ Soal Nomor 2a	71
4.17	Jawaban Tertulis S ₂ Soal Nomor 2b	72
4.18	Jawaban Tertulis S ₂ Soal Nomor 3a	73
4.19	Jawaban Tertulis S ₂ Soal Nomor 3b	74
4.20	Jawaban Tertulis S ₂ Soal Nomor 3c	75
4.21	Jawaban Tertulis S ₃ Soal Nomor 1a	81
4.22	Jawaban Tertulis S ₃ Soal Nomor 1b	82
4.23	Jawaban Tertulis S ₃ Soal Nomor 1c	83
4.24	Jawaban Tertulis S ₃ Soal Nomor 1d	84
4.25	Jawaban Tertulis S ₃ Soal Nomor 1e	84
4.26	Jawaban Tertulis S ₃ Soal Nomor 2a	86
4.27	Jawaban Tertulis S ₃ Soal Nomor 2b	86
4.28	Jawaban Tertulis S ₃ Soal Nomor 3a	87
4.29	Jawaban Tertulis S ₃ Soal Nomor 3b	88
4.30	Jawaban Tertulis S ₃ Soal Nomor 3c	90
4.31	Jawaban Tertulis S ₄ Soal Nomor 1a	93
4.32	Jawaban Tertulis S ₄ Soal Nomor 1b	93

4.33	Jawaban Tertulis S ₄ Soal Nomor 1c	94
4.34	Jawaban Tertulis S ₄ Soal Nomor 1d	95
4.35	Jawaban Tertulis S ₄ Soal Nomor 1e	96
4.36	Jawaban Tertulis S ₄ Soal Nomor 2a	97
4.37	Jawaban Tertulis S ₄ Soal Nomor 2b	98
4.38	Jawaban Tertulis S ₄ Soal Nomor 3a	99
4.39	Jawaban Tertulis S ₄ Soal Nomor 3b	100
4.40	Jawaban Tertulis S ₄ Soal Nomor 3c	101
4.41	Jawaban Tertulis S ₅ Soal Nomor 1a	106
4.42	Jawaban Tertulis S ₅ Soal Nomor 1b	107
4.43	Jawaban Tertulis S ₅ Soal Nomor 1c	108
4.44	Jawaban Tertulis S ₅ Soal Nomor 1d	110
4.45	Jawaban Tertulis S ₅ Soal Nomor 1e	110
4.46	Jawaban Tertulis S ₅ Soal Nomor 2a	111
4.47	Jawaban Tertulis S ₅ Soal Nomor 2b	111
4.48	Jawaban Tertulis S ₅ Soal Nomor 3a	112
4.49	Jawaban Tertulis S ₅ Soal Nomor 3b	113
4.50	Jawaban Tertulis S ₅ Soal Nomor 3c	114
4.51	Jawaban Tertulis S ₆ Soal Nomor 1a	117
4.52	Jawaban Tertulis S ₆ Soal Nomor 1b	118
4.53	Jawaban Tertulis S ₆ Soal Nomor 1c	119
4.54	Jawaban Tertulis S ₆ Soal Nomor 1d	120
4.55	Jawaban Tertulis S ₆ Soal Nomor 1e	121
4.56	Jawaban Tertulis S ₆ Soal Nomor 2a	122
4.57	Jawaban Tertulis S ₆ Soal Nomor 2b	122
4.58	Jawaban Tertulis S ₆ Soal Nomor 3a	123
4.59	Jawaban Tertulis S ₆ Soal Nomor 3b	124
4.60	Jawaban Tertulis S ₆ Soal Nomor 3c	125
4.61	Jawaban Tertulis S ₇ Soal Nomor 1a	131
4.62	Jawaban Tertulis S ₇ Soal Nomor 1b	132
4.63	Jawaban Tertulis S ₇ Soal Nomor 1c	132
4.64	Jawaban Tertulis S ₇ Soal Nomor 1d	133
4.65	Jawaban Tertulis S ₇ Soal Nomor 1e	134
4.66	Jawaban Tertulis S ₇ Soal Nomor 2a	135
4.67	Jawaban Tertulis S ₇ Soal Nomor 2b	135
4.68	Jawaban Tertulis S ₇ Soal Nomor 3a	136
4.69	Jawaban Tertulis S ₇ Soal Nomor 3b	137
4.70	Jawaban Tertulis S ₇ Soal Nomor 3c	138
4.71	Jawaban Tertulis S ₈ Soal Nomor 1a	141

4.72	Jawaban Tertulis S ₈ Soal Nomor 1b	141
4.73	Jawaban Tertulis S ₈ Soal Nomor 1c	142
4.74	Jawaban Tertulis S ₈ Soal Nomor 1d	143
4.75	Jawaban Tertulis S ₈ Soal Nomor 1e	144
4.76	Jawaban Tertulis S ₈ Soal Nomor 2a	144
4.77	Jawaban Tertulis S ₈ Soal Nomor 2b	145
4.78	Jawaban Tertulis S ₈ Soal Nomor 3a	146
4.79	Jawaban Tertulis S ₈ Soal Nomor 3b	147
4.80	Jawaban Tertulis S ₈ Soal Nomor 3c	148



DAFTAR LAMPIRAN

1.	Lembar Angket Gaya Belajar Honey dan Mumford.....	174
2.	Lembar Validasi Angket Gaya Belajar Honey dan Mumford.....	179
3.	Hasil Penyebaran Angket Gaya Belajar Honey dan Mumford.....	183
4.	Tes Penalaran Visual	223
5.	Lembar Validasi Tes Penalaran Visual.....	235
6.	Pedoman Wawancara.....	241
7.	Lembar Validasi Pedoman Wawancara	243
8.	Hasil Tes Penalaran Visual	249
9.	Transkrip Wawancara	273
10.	Surat Keterangan Penelitian.....	295
11.	Surat Tugas Dosen Pembimbing.....	297
12.	Lembar Konsultasi Bimbingan	298
13.	Biodata Penulis	300

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Dalam kehidupan sehari-hari manusia tidak lepas dari masalah. Pemecahan dari suatu masalah biasanya diperoleh melalui pengambilan keputusan.¹ Sebelum mengambil keputusan diperlukan penarikan kesimpulan dari beberapa informasi dan fakta yang ada terkait masalah yang tengah dihadapi. Untuk melakukan hal tersebut dibutuhkan penalaran. Melalui penalaran manusia dapat membuat kesimpulan yang benar dan juga dapat memeriksa benar atau tidaknya proses penarikan suatu kesimpulan.

Menurut Hardjosatoto penalaran adalah salah satu kejadian dari proses pemikiran sehingga penalaran merupakan suatu bentuk dari proses pemikiran.² Berpikir (*thinking*) merupakan serangkaian aktivitas yang meliputi mengingat sesuatu, mengkhayal, menghafal sesuatu, menghitung dalam kepala, menghubungkan beberapa hal yang memiliki keterkaitan tertentu, menciptakan suatu konsep atau memperkirakan berbagai kemungkinan yang dapat terjadi.³ Sedangkan penalaran merupakan proses berpikir untuk menarik kesimpulan berdasarkan pernyataan-pernyataan yang telah dibuktikan atau diasumsikan kebenarannya terlebih dahulu.⁴ Jadi dapat dikatakan

¹ Johnson Dongoran, "Pemecahan Masalah dan Pengambilan Keputusan Oleh SDM", *Proceeding for call Paper Pekan Ilmiah Dosen FEB – UKSW*, (Desember 2012), 144

² Enika Wulandari. Tesis. *Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Melalui Pendekatan Problem Posing di Kelas VIII A SMP Negeri 2 Yogyakarta*. (Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta, 2011), 11

³ Habriah Ahmad, "Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematika Materi Trigonometri Melalui Penerapan Model Pembelajaran Discovery Learning Dengan Pendekatan Saintifik Pada Kelas X Sma Negeri 11 Makassar", *Jurnal Daya Matematis*, 3(3), (November 2015), 300

⁴ Nurmanita & Edy Surya, *Membangun Kemampuan Penalaran Matematis (Reasoning Mathematics Ability) Dalam Pembelajaran Matematika*, ([https://www.researchgate.net/publication/321825158 MEMBANGUN_KEMAMPUAN_N_PENALARAN_MATEMATIS_REASONING_MATHEMATICS_ABILITY](https://www.researchgate.net/publication/321825158_MEMBANGUN_KEMAMPUAN_N_PENALARAN_MATEMATIS_REASONING_MATHEMATICS_ABILITY)) diakses pada tanggal 1 Maret 2018)

bahwa bernalar dan berpikir itu berbeda, dalam penalaran dapat terjadi salah satu pemikiran, tetapi tidak semua kegiatan berpikir merupakan penalaran.

Penalaran telah dilatih dan diajarkan dalam dunia pendidikan, salah satunya melalui pembelajaran matematika. Dalam mempelajari mata pelajaran matematika dibutuhkan penalaran. Depdiknas menyatakan bahwa materi matematika dan penalaran merupakan dua hal yang saling berkaitan dan tidak dapat dipisahkan.⁵ Hal tersebut berarti bahwa siswa dapat memahami matematika melalui penalaran dan penalaran dapat dilatih melalui pembelajaran matematika. Matematika merupakan pengetahuan yang lebih banyak menggunakan penalaran daripada mengingat fakta-fakta, dimana pemecahan masalah lebih diperhatikan.⁶ Oleh karena itu, pemahaman siswa terhadap matematika tergantung pada penalaran.

Penalaran biasanya diperlukan dalam menghadapi berbagai tes, misalnya pada TPA (Tes Potensi Akademik) ketika siswa mengikuti SBMPN (*Seleksi Bersama Masuk Perguruan Tinggi Negeri*).⁷ Dalam TPA terdapat beberapa jenis tes, salah satunya tes kemampuan *figural* dimana siswa diharuskan untuk menganalisis soal dalam bentuk gambar atau visual.⁸ Kemudian tugas siswa adalah menjawab pertanyaan yang sesuai dengan informasi yang ada pada soal tersebut. Hal tersebut dilakukan untuk mengukur pemahaman dan penalaran siswa dengan menggunakan gambar.⁹ Tes mengenai gambar pada tahun 2019 terdapat sebanyak 15 soal dari 45 soal.¹⁰ Selain digunakan pada tes TPA untuk SBMPTN, tes

⁵ Mikrayanti, "Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah", *Suska Journal of Mathematics Education*, 2(2) (2016), 98

⁶ Kholis Faisol. Tesis. *Kemampuan Penalaran Visual Siswa MTs Dalam Geometri Ditinjau Dari Gaya Belajar 4MAT*. (Surabaya: Pasca Sarjana UNESA, 2017), 2

⁷ The King Eduka, *Mega Bank SBMPTN SAINTEK 2019*, (Jakarta Selatan: Cmedia, 2018), 20.

⁸ Diakses di <https://www.m4th-lab.net/2018/05/download-soal-sbmptn-2018-naskah-asli.html> pada tanggal 1 Mei 2019

⁹ Benny N Joewono, *Disdik Surabaya Terapkan TPA untuk Sekolah Kawasan*, diakses dari <https://edukasi.kompas.com/read/2013/06/03/01025967/Disdik.Surabaya.Terapkan.TPA.Untuk.Sekolah.Kawasan> pada tanggal 20 Maret 2018.

¹⁰ Wilona Arieta, "Persiapan Efektif Belajar TPS/TPA SBMPTN", diakses di <https://www.zenius.net/blog/1269/persiapan-belajar-tps-tpa-sbmptn> pada tanggal 1 Mei 2019.

gambar juga diujikan dalam TPA untuk rekrutmen karyawan swasta, karyawan BUMN, dan CPNS.¹¹

Materi pada Matematika juga tidak lepas dari analisis gambar seperti pada bidang geometri yang menyediakan pendekatan-pendekatan untuk pemecahan masalah melalui gambar-gambar, diagram, sistem koordinat, dan lain sebagainya.¹² Selain itu, pada bidang kalkulus data yang disajikan dapat grafik.¹³ Untuk menyelesaikan soal terkait analisis gambar, siswa perlu menggunakan penalaran visual.

Penalaran visual menurut Herskowitz adalah kemampuan untuk mewakili, mentransformasikan, menghasilkan, mengkomunikasikan, mendokumentasikan, dan merefleksikan informasi visual.¹⁴ Selain itu, menurut Faisol, penalaran visual dapat didefinisikan sebagai proses analitis untuk memahami, menafsirkan dan memproduksi pesan visual.¹⁵ Jadi dapat disimpulkan bahwa penalaran visual adalah proses analitis untuk membaca, memahami, dan menafsirkan informasi dalam bentuk visual.

Penalaran visual dapat dinilai atau diukur dengan menggunakan teori *Making Sense of Graphs (MSG)* dimana terdapat tiga level yaitu investigasi grafik (*reading the data*), interpretasi grafik (*reading between the data*), dan aplikasi grafik (*reading beyond the data*).¹⁶ Pada level investigasi, siswa hanya membaca dan memahami grafik atau jawaban dari pertanyaan dapat langsung diketahui hanya dengan melihat grafik. Sedangkan pada level investigasi, siswa perlu menentukan hubungan antar data pada grafik terlebih dahulu menemukan jawaban dari pertanyaan yang diberikan. Pada level aplikasi, siswa akan

¹¹Diakses dari <http://mcscv.com/detail-kategori/TPA-tes-logika-psikotes-wawancara-kerja/88606/TPA-Tes-Potensi-Akademik-Psikotes/> pada tanggal 2 Mei 2019

¹² Kholis Faisol, Op.cit, 14

¹³ Haliza Abd Hamid & Noraini Idris, "Assessing Pre-University Students' Visual Reasoning: A Graphical Approach", *International Journal of Assessment and Evaluation in Education*, 4, (Dec 2014), 24

¹⁴ Hershlowitz & Van Dormolen, "Space and Shape", *In International Handbook of Mathematics Education*, edited by A. J. Bishop et. al. (Kluwer Academic Publisher), (1996), 165

¹⁵ Kholis Faisol, Op.cit, 14

¹⁶ Haliza Abd Hamid & Noraini Idris, Op.cit, 25

memperkirakan nilai suatu variabel yang melampaui interval grafik aslinya dan membuat kesimpulan dari data.

Penalaran visual berhubungan dengan kedalaman pemahaman konsep matematika. Salah satu penelitian terkait kemampuan penalaran visual dalam geometri dilakukan oleh Faisol menyatakan bahwa kemampuan siswa MTs Darul Ulum Banyuwangi Pamekasan kelas VIII masih lemah dalam menginterpretasi dan mengaplikasikan data visual karena mereka tidak dapat menentukan hubungan bangun 2 dimensi dan 3 dimensi.¹⁷ Selain itu, penelitian yang dilakukan oleh Hamid dan Idris juga menunjukkan bahwa masih banyak siswa yang merupakan calon mahasiswa di Malaysia mengalami kesulitan dalam menginterpretasi dan mengaplikasikan data visual karena mereka tidak dapat menentukan hubungan grafik terkait dengan turunan fungsinya.¹⁸ Banyak siswa yang dapat menyelesaikan suatu permasalahan jika masalah tersebut sama persis dengan apa yang dicontohkan oleh guru. Akan tetapi jika siswa diberikan masalah yang sejenis namun ada unsur tertentu yang tidak diketahui, maka siswa akan mulai merasa kebingungan sehingga tidak dapat menyelesaikan permasalahan tersebut. Hal tersebut dikarenakan siswa selalu belajar dengan menghafal suatu rumus dan mereka memiliki pemahaman konsep yang kabur sehingga mereka kurang melatih penalarannya. Oleh karena itu, guru harus memodifikasi metode pengajaran mereka dengan lebih banyak menyajikan materi secara visual di kelas sehingga dapat menarik perhatian siswa dan memudahkan siswa dalam memahami konsep yang diajarkan.

Informasi visual pada suatu permasalahan dapat beragam rupa, salah satunya berupa grafik. Kompetensi siswa dalam interpretasi grafik dan data telah menjadi bagian penting dalam pembelajaran matematika dan sains.¹⁹ Ada penyampaian materi, hasil penelitian dan percobaan yang disajikan dalam bentuk grafik namun masih banyak siswa yang kesulitan dalam menyelesaikan

¹⁷ Kholis Faisol, Op.cit

¹⁸ Haliza Abd Hamid & Noraini Idris, Op.cit, 34

¹⁹ Iing Mustain, "Kemampuan Membaca Dan Interpretasi Grafik Dan Data: Studi Kasus Pada Siswa Kelas 8 SMPN", *Scientiae Educatia*, 5(2), (2015), 2

masalah terkait dengan grafik.²⁰ Hal ini dapat dilihat dari hasil penelitian Mustain dimana capaian jawaban benar siswa kurang dari 50% dan siswa juga tidak mengerti hubungan antar variabel dalam data pada grafik sehingga dapat disimpulkan bahwa banyak siswa yang mengalami kesulitan dalam membaca grafik.²¹ Selain itu, berdasarkan hasil wawancara pada pra penelitian yang dilakukan oleh peneliti pada tiga siswa SMA Wachid Hasyim 2 Taman Sidoarjo pada tanggal 21 November 2018 diperoleh informasi bahwa mereka dapat menentukan grafik dari suatu fungsi eksponen, namun mereka kesulitan dalam menentukan persamaan dari suatu grafik eksponen tersebut. Grafik merupakan salah satu contoh data visual. Setiap siswa memiliki tingkat pemahaman yang berbeda dalam membaca dan menginterpretasikan data visual. Hal tersebut dipengaruhi oleh berbagai faktor, salah satunya gaya belajar.²²

Gaya belajar adalah karakteristik individu dan cara yang disukai dalam menerima dan memproses informasi sebagai indikator bagaimana siswa berinteraksi dan tanggapan terhadap lingkungan belajar.²³ Gaya belajar tersebut dapat mempengaruhi prestasi siswa. Jika seorang guru mengetahui gaya belajar setiap siswanya maka guru tersebut dapat membuat kegiatan pembelajaran yang sesuai dengan gaya belajar siswanya. Hal tersebut dapat membuat siswa memahami dengan mudah segala sesuatu yang disampaikan dan diajarkan oleh guru pada saat kegiatan pembelajaran.

Honey dan Mumford mendefinisikan gaya belajar sebagai sikap dan perilaku yang ditentukan melalui cara belajar yang terbaik menurut masing-masing individu.²⁴ Gaya belajar yang digunakan dalam penelitian ini adalah gaya belajar menurut Honey dan Mumford yang lebih dikenal dengan *Honey & Mumford's*

²⁰ Hasbullah dan Lina Nazriana, "Peningkatan Kemampuan Interpretasi Grafik Melalui Pendekatan Multi-Representasi Pada Materi Gerak Lurus", *Seminar Nasional II USM 2017: Eksplorasi Kekayaan Maritim Aceh di Era Globalisasi dalam Mewujudkan Indonesia sebagai Poros Maritim Dunia*, 1, (Oktober 2017), 114

²¹ Ling Mustain, Op.cit

²² Kholis Faisol, Op.cit

²³ Ibid

²⁴ Zilla Padmasari Handoko & Aryani Tri Wrastari, "Hubungan antara Gaya Belajar dengan Metode Pengajaran Guru SMA di Kawasan Surabaya", *Jurnal Psikologi Klinis dan Kesehatan Mental*, 3(2), (Agustus 2014), 92

Learning Style. Gaya belajar ini mengadopsi dari gaya belajar Kolb dimana pengelompokkan gaya belajar Kolb merupakan kombinasi dari dua siklus belajar Kolb yang membentuk satu kecenderungan gaya belajar.²⁵ Sedangkan gaya belajar yang dibuat oleh Honey dan Mumford berdasarkan perbedaan metode dan tingkat pengalaman belajarnya.²⁶ Terdapat 4 jenis gaya belajar Honey dan Mumford yaitu gaya belajar aktivis, teoritis, pragmatis dan reflektor.²⁷ Masing-masing gaya belajar memiliki kecenderungan yang berbeda-beda²⁸ yaitu (1) gaya belajar aktivis (*activist*) memiliki kecenderungan untuk belajar dengan melakukan, (2) gaya belajar teoritis (*theorist*) lebih menyukai memahami teori, menganalisa dan sintesis, mendeskripsikan informasi baru ke dalam teori melalui pemikiran yang logis dan sistematis, (3) gaya belajar reflektor (*reflector*) cenderung untuk belajar melalui pengamatan dan pemikiran terkait peristiwa yang terjadi, (4) gaya belajar pragmatis (*pragmatist*) lebih cenderung untuk melihat kegunaan informasi yang telah dipelajari dalam kehidupan sehari-hari.

Gaya belajar Honey dan Mumford berhubungan dengan penalaran visual. Siswa dengan gaya belajar aktivis cenderung berpikiran terbuka, terfokus, antusias dan menyukai tantangan pada kegiatan studi kasus.²⁹ Hal tersebut sama halnya dengan penalaran visual dimana siswa akan menyelidiki suatu masalah dengan memfokuskan pada penggalian data.³⁰ Sedangkan siswa bergaya belajar reflektor cenderung belajar melalui pengamatan kemudian informasi dikumpulkan dan dipertimbangkan dahulu sebelum diambil sebuah keputusan sehingga diperoleh keputusan yang bijaksana.³¹ Hal tersebut sama halnya dengan penalaran

²⁵ M. Nur Ghufron dan Rini Risnawati, *Gaya Belajar: Kajian Teoritik*, (Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2014), 96

²⁶ Ibid, 104

²⁷ Alan Mumford, "Learning Styles and Mentoring", *Industrial and Commercial Training*, 27(8), (1995), 5

²⁸ Victoria & Aryani, "Studi Deskriptif Profil Gaya Belajar Guru SMP dan SMA di Surabaya Dikaji dari Faktor Sosiodemografis", *Jurnal Psikologi Pendidikan dan Perkembangan*, 3 (2), (2014), 139

²⁹ Parulian Hutapea & Nurianna Thoha, *Kompetensi Plus: Teori, Desain, Kasus, dan Penerapan untuk HR serta Organisasi yang Dinamis*, (Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama, 2008), 112

³⁰ Haliza Abd Hamid & Noraini Idris, Op.cit, 25

³¹ Andrea Molloy, *Success: Sukses Bukan Mimpi*, (Depok: Raih Asa Sukses, 2010), 172

visual dimana siswa perlu mengidentifikasi beberapa konsekuensi atau menentukan implikasi dari kesimpulan yang akan dibuat berdasarkan pengetahuan yang dimilikinya.³² Siswa dengan gaya belajar teoritis cenderung menggunakan teori dan algoritma dalam memecahkan masalah serta mengambil keputusan sehingga akan diperoleh informasi yang sesuai dengan ketentuan yang berlaku.³³ Hal tersebut sama halnya dengan penalaran visual dimana siswa harus mencari dan menerjemahkan informasi berdasarkan peraturan atau ketentuan tertentu.³⁴ Sedangkan siswa bergaya belajar pragmatis harus mengetahui kegunaan dari suatu materi dalam dunia nyata terlebih dahulu.³⁵ Hal tersebut sama halnya dengan penalaran visual yang berguna dalam menentukan hasil SBMPTN.³⁶

Penelitian yang dilakukan oleh Heryati menyatakan bahwa gaya belajar Honey dan Mumford (gaya belajar reflektor dan pragmatis) berpengaruh signifikan terhadap keterampilan metakognitif siswa sebesar 13,8%, namun jika siswa diberi pembelajaran yang sesuai dengan gaya belajarnya, maka keterampilan metakognitif yang dimiliki siswa akan meningkat.³⁷ Berdasarkan hasil penelitian Fauziyah dkk menunjukkan ada hubungan yang signifikan antara keterampilan metakognitif dengan hasil belajar kognitif siswa sebesar 32,5%, baik terkait dalam ranah afektif, psikomotor maupun kognitif yang meliputi daya pikir, pengetahuan dan penalaran.³⁸ Di samping itu, Nintias juga menyatakan bahwa setiap aspek gaya belajar memiliki korelasi signifikan dengan pencapaian prestasi belajar karena nilai probabilitas (sig.2-tailed digunakan untuk menguji hipotesis yang

³² Haliza Abd Hamid & Noraini Idris, Op.cit

³³ Fariz Setyawan. Tesis. *Profil Pemahaman Konseptual Materi PLSV Siswa SMP Ditinjau Dari Gaya Belajar KOLB*. (Surabaya: PASCA SARJANA UNESA, 2015), 30

³⁴ Haliza Abd Hamid & Noraini Idris, Op.cit, 25

³⁵ M. Nur Ghufron, Op.cit, 106

³⁶ Benny N Joewono, *Disdik Surabaya Terapkan TPA untuk Sekolah Kawasan*, diakses dari <https://edukasi.kompas.com/read/2013/06/03/01025967/Disdik.Surabaya.Terapkan.TPA.Untuk.Sekolah.Kawasan> pada tanggal 20 Maret 2018.

³⁷ Teti Heryati. Tesis. *Pengaruh Gaya Belajar Reflektor dan Gaya Belajar Pragmatis Terhadap Keterampilan Belajar Metakognitif Siswa Dalam Pelajaran Ekonomi*, (Bandung: PASCASARJANA Universitas Pendidikan Indonesia, 2015)

³⁸ Dyah Ratna Fauziyah. Skripsi. *Hubungan Keterampilan Metakognitif Terhadap Hasil Belajar Biologi Dan Retensi Siswa Kelas X Dengan Penerapan Strategi Pembelajaran Think Pair Share Di SMA Negeri 6 Malang*, (Malang: Universitas Negeri Malang, 2013)

tidak terarah) 0.043 (aktivis), 0.007 (teoris), 0.002 (reflektor) dan 0.000 (pragmatis) tersebut lebih kecil dari 0.05 atau karena $p < 0.05$ maka H_0 ditolak yang berarti ada korelasi antara preferensi gaya belajar siswa dengan prestasi belajar kelas X SMAN 5 Kendari.³⁹ Oleh karena itu, guru perlu mengetahui gaya belajar siswanya sehingga guru dapat menyesuaikan kegiatan pembelajaran terhadap gaya belajar siswa supaya kegiatan pembelajaran dapat efektif. Jika suatu pembelajaran dapat efektif maka siswa dapat melatih dan mengembangkan segala pengetahuan, pemikiran, dan penalaran yang dimilikinya.

Penelitian yang akan dilakukan oleh peneliti sedikit berbeda dengan penelitian-penelitian sebelumnya terkait penalaran visual. Penelitian yang dibuat oleh Friel, Curcio dan Bright berupa kajian teori yang mengembangkan *Teori Making Sense of Graphs (MSG)* terkait kemampuan penalaran visual, sedangkan peneliti melakukan kegiatan penelitian secara langsung dengan menggunakan siswa sebagai subjeknya. Pada penelitian Hamid & Idris menggunakan calon mahasiswa sebagai subjeknya sedangkan peneliti menggunakan subjek siswa SMA yang dibedakan berdasarkan gaya belajar Honey dan Mumford sehingga hasil yang diperoleh akan lebih spesifik. Penelitian yang dilakukan oleh Faisol bertujuan untuk mengetahui kemampuan penalaran visual siswa dalam menyelesaikan masalah geometri berdasarkan gaya belajar 4MAT sedangkan peneliti menggunakan masalah grafik turunan fungsi berdasarkan gaya belajar Honey dan Mumford.

Berdasarkan latar belakang yang telah dijabarkan tersebut, maka peneliti tertarik untuk melakukan penelitian yang berjudul “ANALISIS KEMAMPUAN PENALARAN VISUAL SISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH GRAFIK TURUNAN FUNGSI BERDASARKAN GAYA BELAJAR HONEY DAN MUMFORD”

³⁹ Nita Ayu Nintias. Skripsi. *Korelasi Antara Preferensi Gaya Belajar Siswa Dan Prestasi Belajar Kelas X SMAN 5 Kendari* (Kendari: Universitas Halu Oleo, 2018)

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka diperoleh rumusan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana kemampuan penalaran visual siswa bergaya belajar aktivis dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi?
2. Bagaimana kemampuan penalaran visual siswa bergaya belajar reflektor dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi?
3. Bagaimana kemampuan penalaran visual siswa bergaya belajar teoritis dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi?
4. Bagaimana kemampuan penalaran visual siswa bergaya belajar pragmatis dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka diperoleh tujuan penelitian sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan kemampuan penalaran visual siswa bergaya belajar aktivis dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi.
2. Mendeskripsikan kemampuan penalaran visual siswa bergaya belajar reflektor dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi.
3. Mendeskripsikan kemampuan penalaran visual siswa bergaya belajar teoritis dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi.
4. Mendeskripsikan kemampuan penalaran visual siswa bergaya belajar pragmatis dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi.

D. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Bagi Guru
Memberikan informasi kepada guru terkait kemampuan penalaran visual siswa sehingga dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan untuk mengajarkan materi yang membutuhkan kemampuan penalaran visual dalam penyelesaiannya.

2. Bagi Siswa
Melatih kemampuan penalaran visual siswa dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi.
3. Bagi Peneliti Lain
Sebagai referensi dalam melakukan penelitian yang serupa mengenai kemampuan penalaran visual siswa dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi berdasarkan gaya belajar Honey dan Mumford.

E. Batasan Penelitian

Berikut ini batasan-batasan dalam penelitian yang diberikan oleh peneliti supaya penelitian ini tidak meluas:

1. Penelitian ini dilakukan pada siswa kelas XII SMA Al Falah Ketintang Surabaya tahun ajaran 2019/2020
2. Materi grafik yang digunakan dalam penelitian ini adalah grafik turunan fungsi. Turunan fungsi merupakan materi kelas XI semester 2 pada kurikulum 2013.

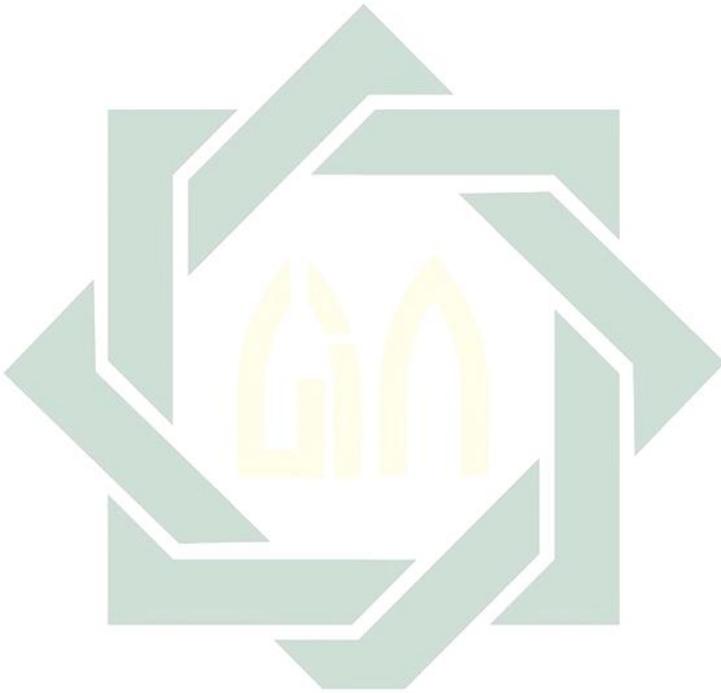
F. Definisi Operasional

Untuk menghindari perbedaan penafsiran, maka beberapa istilah yang perlu didefinisikan sebagai berikut:

1. Penalaran visual adalah kemampuan untuk membaca dan menafsirkan informasi visual seperti gambar, diagram, dan lain sebagainya.
2. Kemampuan penalaran visual terdiri dari tiga level yaitu investigasi grafik (*reading the data*), interpretasi grafik (*reading between the data*), dan aplikasi grafik (*reading beyond the data*)
3. Penyelesaian masalah grafik turunan fungsi adalah proses yang dilakukan oleh siswa dalam menjawab soal terkait grafik turunan fungsi.
4. Gaya belajar aktivis adalah individu belajar dengan melakukan atau terlibat langsung dalam kegiatan pembelajaran.
5. Gaya belajar teoritis adalah individu belajar dengan membaca teori-teori, konsep, model, dan fakta kemudian mengaitkan semuanya kedalam proses belajar.
6. Gaya belajar reflektor adalah individu belajar dengan mengamati suatu peristiwa dan menganalisis informasi yang

ada kemudian meninjau kembali ide sekarang dengan ide yang dimiliki.

7. Gaya belajar pragmatis adalah individu belajar dengan mencari dan mencoba ide-ide baru kemudian dianalisis dengan menggunakan ide praktis dan teori yang dimiliki sebelumnya.



BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Kemampuan Penalaran Visual

1. Penalaran

Penalaran menurut kamus Oxford adalah tindakan berpikir tentang sesuatu dengan cara yang logis dan masuk akal.¹ Sedangkan menurut kamus besar bahasa Indonesia, penalaran berarti proses mental dalam mengembangkan pemikiran dari beberapa fakta atau prinsip.² Lithner berpendapat bahwa penalaran didefinisikan sebagai pemikiran atau cara berpikir yang digunakan untuk menghasilkan pernyataan dan mencapai kesimpulan.³ Diezmann dan Watters berpendapat bahwa penalaran itu menggunakan fakta, sifat, hubungan untuk membuat dan menguji dugaan serta mengikuti dan mengembangkan argumen yang logis.⁴ Suriasumantri berpendapat bahwa penalaran merupakan proses berpikir untuk menarik kesimpulan yang berupa pengetahuan.⁵ Penalaran menurut Shadiq merupakan suatu kegiatan, proses atau aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat pernyataan baru berdasarkan pernyataan-pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan benar sebelumnya.⁶ Suparno dan Yunus berpendapat bahwa penalaran adalah proses berpikir

¹ Diakses di <https://en.oxforddictionaries.com/definition/reasoning>, pada tanggal 1 April 2018

² Diakses di <https://kbbi.kemdikbud.go.id/entri/penalaran>, pada tanggal 1 April 2018

³ Johan Lithner, "Mathematical Reasoning In Task Solving", *Educational Studies in Mathematics*, 41 (2), (Februari, 2000), 166

⁴ Carmel M Diezmann dan James J Watters, "Implementing Mathematical Investigations with Young Children", *In Proceedings 24th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, (2001), 2

⁵ Suriasumantri & Jujun, *Filsafat Ilmu: Sebuah Pengantar Populer*, (Jakarta: Sinar Harapan, 2010), 42

⁶ Shadiq, F. 2004. "Pemecahan Masalah, Penalaran, dan Komunikasi", *Makalah. Disampaikan dalam Diklat Instruktur/Pengembang Matematika Jenjang Dasar*, Yogyakarta: PPPG Matematika.(online), diakses di <https://jurutunguru.files.wordpress.com/2008/09/pemecahanmasalah.pdf> pada 1 April 2018, 2

sistematis dan logis untuk memperoleh sebuah simpulan yang berupa pengetahuan atau keyakinan.⁷ Berdasarkan uraian tersebut dapat disimpulkan bahwa penalaran adalah suatu kegiatan berpikir yang logis untuk menarik sebuah kesimpulan berupa pengetahuan.

Penalaran berbeda dengan berpikir, dimana jika seseorang bernalar maka dia juga sedang berpikir, namun jika seseorang berpikir maka belum tentu dia sedang bernalar.⁸ Dalam kegiatan berpikir, kegiatan menghubungkan pikiran-pikiran yang diarahkan untuk menarik suatu kesimpulan merupakan penalaran.⁹ Kegiatan yang termasuk dalam kategori penalaran matematika yaitu menyusun pembuktian secara langsung dan tidak langsung, menganalisis situasi dengan menggunakan pola dan hubungan, memeriksa validitas argumen, dan lain sebagainya.¹⁰

Penalaran sangat dibutuhkan dalam kehidupan setiap orang. Shadiq berpendapat jika seni bernalar diperlukan di setiap segi dan sisi kehidupan misalnya supaya siswa dapat menunjukkan dan memecahkan masalah dengan tepat, menilai segala sesuatu secara kritis dan objektif, serta dapat mengemukakan pendapat maupun idenya secara runtut dan logis.¹¹ Selain itu, bernalar akan membantu seseorang berpikir lurus, efisien, tepat, dan teratur untuk memperoleh kebenaran dan juga dapat terhindar dari kekeliruan.¹² Bernalar juga mengarahkan seseorang untuk berpikir benar, lepas dari berbagai prasangka emosi dan keyakinannya pada orang lain.¹³ Jadi penalaran dapat mendidik manusia bersikap objektif, tegas, dan berani dimana sikap tersebut dibutuhkan dalam segala kondisi.

⁷ Suparno & Yunus, *Keterampilan Dasar Menulis*, (Jakarta: Universitas Terbuka, 2006), 41

⁸ Siti Lailiyah dkk, "Proses Berpikir Versus Penalaran Matematika", *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, (2015), ISBN No. 978-979-028-728-0, 1022

⁹ Prof. Dr. B. Arief Sidharta SH, *Pengantar Logika*, (Bandung: PT Refika Aditama, 2012), 5

¹⁰ Siti Lailiyah, Op.cit

¹¹ Topic Offirstson, *Aktivitas Pembelajaran Matematika Melalui Inkuiri Berbantuan Software Cinderella*, (Yogyakarta: Deepublish, 2014), 41

¹² Minto Rahayu, *Bahasa Indonesia di Perguruan Tinggi*, (Jakarta: Grasindo, 2009), 35

¹³ Ibid.

2. Penalaran Visual

Dalam penalaran visual, informasi yang diberikan berupa informasi visual seperti sketsa atau gambar. Untuk menyimpulkan informasi tersebut harus melakukan observasi dan interpretasi informasi visual terlebih dahulu.¹⁴ Penalaran visual menurut Herskowitz, penalaran visual berarti kemampuan untuk mewakili, mentransformasikan, menghasilkan, mengkomunikasikan, mendokumentasikan, dan merefleksikan informasi visual.¹⁵ Sedangkan menurut Natsheh dan Karsenty pada dasarnya penalaran visual mengacu pada kemampuan dalam membuat kesimpulan secara visual yaitu untuk menyimpulkan informasi implisit dari tampilan visual yang diberikan, untuk menghasilkan pembenaran yang benar sesuai dengan pemahaman konseptual.¹⁶ Menurut Faisol, penalaran visual dapat didefinisikan sebagai proses analitis untuk memahami, menafsirkan dan memproduksi pesan visual.¹⁷ Berdasarkan definisi tersebut dapat disimpulkan bahwa penalaran visual adalah kemampuan untuk membaca dan menafsirkan informasi visual seperti gambar, diagram, dan lain sebagainya.

Penalaran visual siswa dapat dinilai melalui penggunaan grafik. Menurut Ratwani dkk, cara untuk menilai penalaran visual siswa dapat dilakukan melalui penggunaan grafik yang berfokus pada integrasi kemampuan seperti membaca dan menafsirkan grafik).¹⁸ Selain itu, Beberapa peneliti dan matematikawan berfokus pada penelitian tentang pengembangan kemampuan penalaran visual dalam

¹⁴ Kholis Faisol. Tesis. *Kemampuan Penalaran Visual Siswa MTs Dalam Geometri Ditinjau Dari Gaya Belajar 4MAT*. (Surabaya: PASCA SARJANA UNESA, 2017), 14

¹⁵ Hershlowitz & Van Dormolen, "Space and Shape", *In International Handbook of Mathematics Education*, edited by A. J. Bishop et. al. (Kluwer Academic Publisher), (1996), 165

¹⁶ Intisar Natsheh & Ronnie Karsenty, "Exploring The Potential Role Of Visual Reasoning Tasks Among Inexperienced Solvers", *ZDM Mathematics Education*, (2014) 46:109–122, 109

¹⁷ Kholis Faisol, Op.cit, 14

¹⁸ Ratwani, R.M., Trafton, J. G. & Boehm-Davis, D. A. Thinking Graphically: Connecting Vision And Cognition During Graph Comprehension, *Journal of Experimental Psychology: Applied*, 14(1), (2008), 37

memecahkan masalah matematika dari berbagai pendekatan seperti membaca dan menafsirkan grafik.¹⁹

Teori Making Sense of Graphs (MSG) dikembangkan oleh Friel, Curcio dan Bright untuk menilai kemampuan penalaran visual siswa. Mereka menggunakan teori tersebut untuk menyusun item yang terdiri dari tiga level dalam membaca grafik yaitu:²⁰

- a. Membaca data yaitu mengambil informasi dari grafik untuk menjawab pertanyaan eksplisit yang jawabannya jelas ada dalam grafik. Misalnya, berapa banyak kotak kismis yang di dalamnya terdapat 30 kismis?
- b. Membaca antara data yaitu menginterpretasi dan integrasi informasi yang disajikan dalam grafik. Pada proses penyelesaiannya diperlukan setidaknya satu langkah logis atau pragmatis dalam membuat kesimpulan untuk mendapatkan jawaban dari pertanyaan. Misalnya, Berapa banyak kotak kismis memiliki lebih dari 34 kismis di dalamnya?
- c. Membaca di luar data yaitu memperluas, memprediksi, atau menyimpulkan dari representasi untuk menjawab pertanyaan. Dalam menjawab diperlukan pengetahuan tentang jawaban dari pertanyaan yang terkait dengan grafik sebelumnya. Misalnya, Jika siswa membuka satu kotak kismis lagi, berapa banyak kismis yang mungkin mereka temukan?²¹

Kemudian Faisol dalam penelitiannya yang berjudul “Kemampuan Penalaran Visual Siswa MTS Dalam Geometri Ditinjau Dari Gaya Belajar 4MAT” juga mengungkapkan bahwa kemampuan penalaran visual terdiri atas tiga tingkat yaitu²²:

¹⁹ Haliza Abd Hamid & Noraini Idris, “Assessing Pre-University Students’ Visual Reasoning: A Graphical Approach”, *International Journal of Assessment and Evaluation in Education*, 4, (Dec, 2014), 24

²⁰ Friel, Curcio dan Bright. “Making Sense of Graphs: Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional Implications”. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32 : 2 (2001), 130

²¹ Ibid.

²² Kholis Faisol, Op.cit, h. 6

a. Investigasi

Kemampuan menginvestigasi berfokus pada bagaimana siswa menggali data dari informasi visual. Pada tingkat ini, siswa harus menemukan, menempatkan serta menerjemahkan informasi berdasarkan aturan-aturan tertentu atau ciri khusus. Dalam hal ini siswa mampu menjelaskan struktur khusus dari informasi visual yang diperoleh.

b. Interpretasi

Kemampuan menginterpretasi berfokus pada bagaimana siswa menemukan hubungan antar informasi visual. Pada tingkat ini, siswa harus dapat mengintegrasikan dua atau lebih informasi secara bersama-sama dengan membuat perbandingan (persamaan atau perbedaan) dan mengamati hubungan antar ciri khusus pada data dari informasi visual.

c. Aplikasi

Kemampuan mengaplikasikan berfokus pada bagaimana siswa mengaplikasikan informasi visual untuk memperhitungkan dan menganalisis hubungan yang tersirat. Dalam hal ini siswa perlu untuk menyusun kembali informasi berdasarkan substansinya.

Selain itu, menurut Hamid & Idris dalam penelitiannya yang berjudul “*Assessing Pre-University Students’ Visual Reasoning: A Graphical Approach*” mengungkapkan bahwa kemampuan penalaran visual terdiri atas tiga level yaitu investigasi grafik, interpretasi grafik, dan aplikasi grafik.²³ Dalam penelitian ini, peneliti mengadopsi level kemampuan penalaran visual dari Hamid & Idris karena indikator penelitian yang digunakan jelas, dan terdapat contoh soal beserta jawaban alternatif yang telah mendeskripsikan indikatornya. Berikut ini adalah indikator kemampuan penalaran visual²⁴:

²³ Haliza Abd Hamid & Noraini Idris, Op.cit, 25

²⁴ Ibid.

Tabel 2.1
Kemampuan Penalaran Visual

Level	Deskriptor
Investigasi	Pada level ini, siswa mampu mendeskripsikan hasil dari membaca grafik dengan bahasa yang komunikatif.
Interpretasi	Pada level ini, siswa mampu menemukan nilai yang terdapat pada grafik dan menemukan hubungan antar data yang diperoleh dari grafik.
Aplikasi	Pada level ini, siswa mampu mengidentifikasi beberapa konsekuensi atau menentukan implikasi dari kesimpulan yang akan dibuat berdasarkan pengetahuan yang dimilikinya.

Penalaran visual siswa dapat diidentifikasi melalui analisis alasan mereka dalam menggunakan metode tertentu dalam penyelesaiannya.

B. Penyelesaian Masalah Grafik Turunan Fungsi

1. Penyelesaian Masalah

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia masalah adalah sesuatu yang harus dicari jalan keluarnya atau diselesaikan.²⁵ Orang-orang biasanya menyebut masalah sebagai kesulitan, hambatan, gangguan, ketidakpuasan, atau kesenjangan.²⁶ Dalam matematika, masalah biasanya berbentuk soal matematika, tetapi tidak semua soal matematika merupakan masalah. Menurut Hudojo, suatu soal/pertanyaan

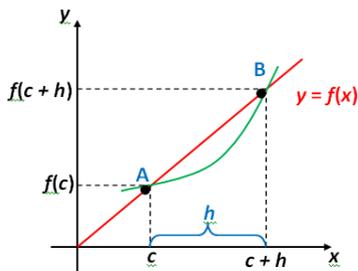
²⁵ <https://kbbi.web.id/masalah>, diakses pada tanggal 1 Maret 2019

²⁶ Suharnan, *Psikologi Kognitif. Edisi Revisi*, (Surabaya: Srikandi, 2005), 283

merupakan masalah atau bukan itu tergantung pada pengetahuan yang dimiliki oleh orang yang menjawab, misalnya bagi seseorang soal itu dapat dijawab dengan menggunakan prosedur rutin, namun bagi orang lain soal tersebut memerlukan pengorganisasian pengetahuan yang telah dimiliki secara tidak rutin dan orang tersebut merasa tertantang untuk menjawabnya.²⁷ Masalah yang dimaksud dalam penelitian ini ialah pertanyaan atau soal yang membutuhkan jawaban dalam penyelesaiannya.

Penyelesaian masalah merupakan proses dari menerima tantangan dan selalu berusaha untuk menyelesaikannya hingga penyelesaiannya dapat ditemukan.²⁸ Penyelesaian yang dimaksud dalam penelitian ini ialah proses yang dilakukan dalam menjawab pertanyaan atau soal yang diberikan oleh peneliti.

2. Gradien Garis Singgung



Gambar 2.1:
Grafik Konsep Gradien

Pada grafik $y = f(x)$, A adalah suatu titik tetap dan B adalah sebuah titik berdekatan yang dapat dipindah-pindahkan sepanjang grafik $y = f(x)$. Jika titik A berkoordinat $(c, f(c))$, dan titik B berkoordinat $(c + h, f(c + h))$, maka garis yang

²⁷ Hudojo, *Belajar Mengajar Matematika*, (Jakarta: Depdiknas, Proyek P2LPTK, 1988), 174

²⁸ Suryanti, Upaya Peningkatan Minat Dan Hasil Belajar Matematika Materi Trigonometri Analitika Melalui Penggunaan Metode Problem Solving Bagi Siswa Kelas XI MIPA 8 SMA Negeri 1 Surakarta Pada Semester 1 Tahun 2017/2018, *Jurnal Pendidikan Konvergensi edisi 28, 5*, (2018), 168

melalui titik A dan B mempunyai gradien (kemiringan), sebagai berikut:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(c+h) - f(c)}{(c+h) - c} = \frac{f(c+h) - f(c)}{h}$$

Garis ini memotong grafik di dua titik A dan B yang berbeda.

Jika titik B bergerak sepanjang kurva $y = f(x)$, mendekati titik A maka nilai h semakin kecil. Jika nilai h mendekati nol maka titik B akan berimpit dengan titik A. Akibatnya, garis singgung (jika tidak tegak lurus pada sumbu x) adalah garis yang melalui A $(c, f(c))$, dengan gradien²⁹:

$$m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h}$$

3. Konsep Turunan Fungsi

Turunan pertama suatu fungsi $y = f(x)$, adalah fungsi yang nilainya di sembarang bilangan x yang ditentukan oleh

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

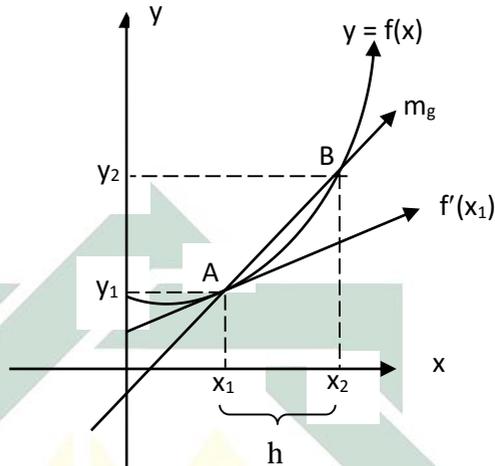
notasi turunan $f(x)$, adalah $f'(x)$, atau $\frac{df(x)}{dx}$ atau

$$D_x f(x)^{30}$$

4. Turunan pertama $f'(x)$ adalah gradien garis singgung

²⁹ Varberg, Purcell, dan Rigdon, *Kalkulus Edisi Kesembilan Jilid 1*, (Jakarta: Erlangga, 2010), 93

³⁰ Ibid, 100



Gambar 2.2
Grafik Konsep Turunan

Misalkan kurva $y = f(x)$, melalui titik A dan B, maka gradien garis yang melalui AB (garis g) atau m_g adalah

$$m_g = \frac{f(x_1+h) - f(x_1)}{h}$$

Jika h mendekati 0, maka

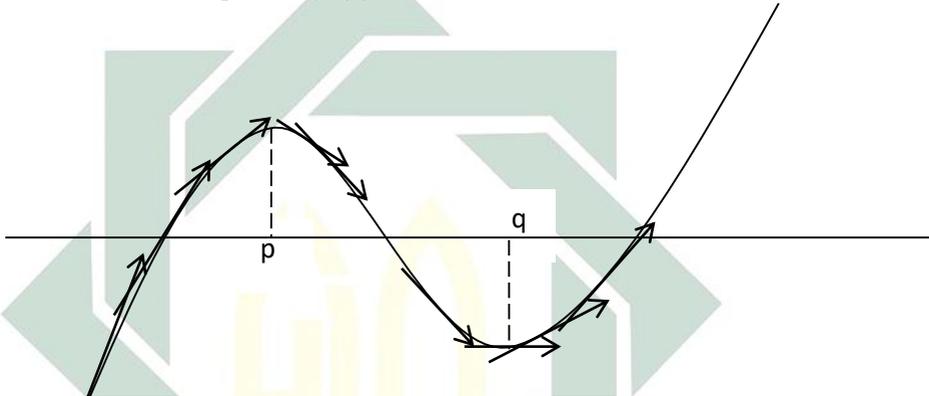
$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}$$

Titik $B \approx A$, garis g berubah arah sehingga menyinggung $y = f(x)$, di titik A, yang tidak lain dari turunan $y = f(x)$, di $x = x_1$

$$f'(x_1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}$$

Dengan demikian turunan pertama $f'(x)$, adalah gradien garis singgung, kurva $y = f(x)$ di sembarang nilai x .³¹

Gradien garis singgung untuk setiap $x < a$, arahnya positif. Ini berarti $f'(x) > 0$, sedangkan untuk setiap x pada $\{x | a < x < b\}$, gradien garis singgung, arahnya negatif $f'(x) < 0$, kemudian gradien garis singgung kembali ke arah positif untuk setiap $x > b$, $f'(x) > 0$



Gambar 2.3
Grafik Naik dan Turun Pada Fungsi $y=f(x)$

Ini berarti fungsi $y = f(x)$ dikatakan

- naik pada suatu interval jika $f'(x) > 0$ pada interval tersebut
- turun pada suatu interval jika $f'(x) < 0$ pada interval tersebut³²

³¹ Ibid, 93.

³² Ibid, 104

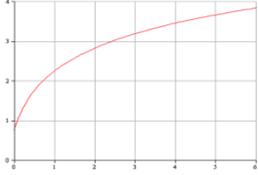
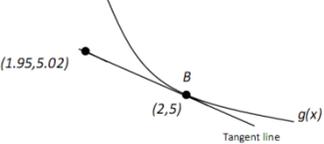
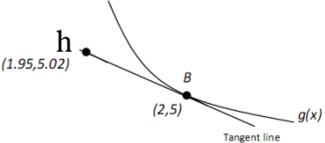
C. Penalaran Visual Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi

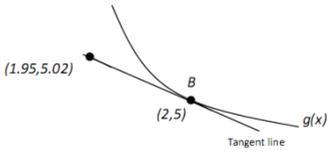
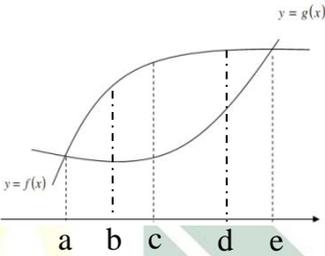
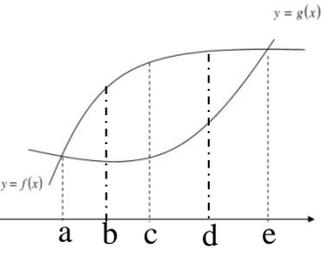
Hal yang diungkapkan dalam penelitian ini adalah kemampuan penalaran visual yang meliputi investigasi, interpretasi, dan aplikasi dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi berdasarkan gaya belajar Honey dan Mumford. Untuk mengungkap hal tersebut diperlukan indikator penalaran visual dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi. Pada penelitian ini, peneliti mengambil materi terkait tingkat perubahan grafik dan garis singgung karena materi tersebut telah diajarkan pada kelas XI semester 2. Berikut ini adalah indikator penalaran visual dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi³³:

Tabel 2.2
Indikator Kemampuan Penalaran Visual

	Ke- mam- puan Pena- laran Visual	Indikator	Contoh Soal
Ting- kat Peru- bahan	Investi- gasi Grafik	Mengidenti- fikasi koordinat y dari suatu titik	<p>Berapa nilai dari $f(2)$?</p>
		Mengidenti- fikasi per- tambahan satu variabel dengan variabel terkait lainnya	<p>Berapa nilai dari $f(3)$? Berapa nilai dari $f(4)$?</p>

³³ Haliza Abd Hamid & Noraini Idris, Op.cit, 26

	Interpretasi Grafik	Menentukan perbandingan perubahan grafik	 <p>Lebih besar manakah perubahan antara $f(2)$ ke $f(1)$ dan $f(4)$ ke $f(3)$?</p>
	Aplikasi Grafik	Mengidentifikasi hubungan antara tingkat perubahan sesaat dan rata-rata	 <p>Tentukan perubahan saat $f(2)$ dan pada saat $2 \leq x \leq 3$!</p>
Garis Singgung	Investigasi Grafik	Identifikasi koordinat titik pada grafik dan garis sebagai titik singgung	 <p>Tentukan koordinat titik singgung!</p>
		Identifikasi posisi grafik fungsi dan garis singgung	 <p>Apakah garis h dapat disebut sebagai garis singgung? Beri alasan!</p>

<p>Interpretasi Grafik</p>	<p>Menghitung kemiringan tangen pada titik singgung</p>	 <p style="text-align: center;">$g'(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$</p>
	<p>Mengidentifikasi jarak pada dua fungsi</p>	 <p>Manakah jarak terbesar diantara dua kurva?</p>
<p>Aplikasi Grafik</p>	<p>Mengidentifikasi hubungan kemiringan garis singgung pada titik-titik tertentu atau kondisi tertentu</p>	 <p>Apa hubungan yang istimewa pada jarak terbesar antar dua kurva?</p>

D. Gaya Belajar Honey dan Mumford

Semua siswa belajar tetapi tidak semua belajar dengan cara yang sama.³⁴ Ketika siswa akan mempelajari hal baru seperti sifat bangun ruang, ada beberapa siswa yang mudah memahaminya dengan melihat video terkait bangun ruang. Selain itu ada pula yang cepat paham dengan mendengarkan penjelasan dari seseorang yang lebih ahli, membaca buku sendiri, atau dengan melihat dan mengamati secara langsung bentuk-bentuk dari bangun ruang. Cara-cara yang disukai dalam menyerap informasi tersebut merupakan gaya belajar.

Menurut Gunawan gaya belajar merupakan cara yang disukai pada saat melakukan kegiatan berpikir, memproses dan memahami suatu informasi.³⁵ Susilo juga berpendapat demikian, menurutnya gaya belajar adalah cara yang cenderung dipilih seseorang untuk menerima informasi dari lingkungan dan memproses informasi tersebut.³⁶ Rita dan Dunn berpendapat bahwa gaya belajar merupakan cara untuk mulai berkonsentrasi, menyerap, memproses, dan menyimpan informasi yang baru dan sulit.³⁷ Selain itu, menurut Ghufron gaya belajar merupakan sebuah pendekatan yang menjelaskan cara yang ditempuh oleh masing-masing orang untuk berkonsentrasi pada proses, menguasai informasi yang sulit dan baru melalui persepsi yang berbeda.³⁸ Jadi gaya belajar merupakan cara yang disukai dan memudahkan seseorang dalam mempelajari dan memahami hal yang baru atau sulit.

Gaya belajar yang dipaparkan oleh Honey dan Mumford merupakan pengembangan dari gaya belajar milik Kolb.³⁹ Honey dan Mumford mengikuti Kolb yang membuat gagasan

³⁴ Adel M. Novin dkk, "An Investigation into the Preferred Learning Styles of Accounting, Management, Marketing, and General Business Majors", *Teaching & Learning*, 18(1), (2003), 24

³⁵ Adi W. Gunawan, *Genius Learning Strategy: Petunjuk Praktis untuk Menerapkan Accelerated Learning*, (Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama, 2003), 139

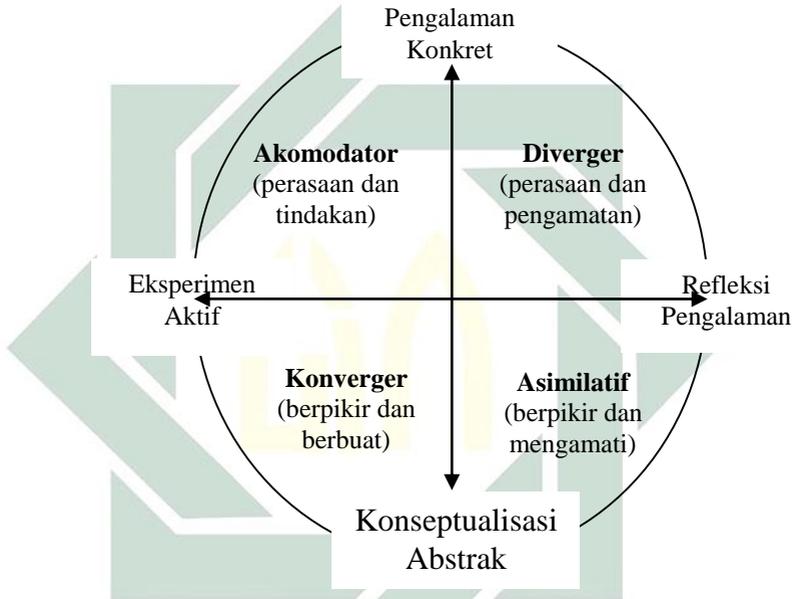
³⁶ M. Djoko Susilo, *Gaya Belajar Menjadikan Makin Pintar*, (Yogyakarta: Pinus, 2006), 94

³⁷ Barbara Prashing, *The Power of Learning Styles: Memacu Anak Melejitkan Prestasi dengan Mengenal Gaya Belajarnya*, (Bandung: Kaifa, 2007), 31

³⁸ M. Nur Ghufron dan Rini Risnawati, Op.cit, 42

³⁹ Zilla Padmasari Handoko dan Aryani Tri Wrastari, "Hubungan antara Gaya Belajar dengan Metode Pengajaran Guru SMA di Kawasan Surabaya", *Jurnal Psikologi Klinis dan Kesehatan Mental*, 3 : 2, (Agustus 2014), 92

pembelajaran melalui siklus belajar empat tahap.⁴⁰ Kolb berpendapat bahwa tidak ada individu yang gaya belajarnya secara mutlak didominasi oleh salah satu dari siklus belajar yang meliputi pengalaman konkret, refleksi pengalaman, konseptualisasi abstrak, dan eksperimen aktif. Menurut Kolb, yang biasanya terjadi adalah kombinasi dari dua siklus belajar yang membentuk satu kecenderungan gaya belajar.⁴¹



Gambar 2.4
Siklus belajar dan gaya belajar KOLB

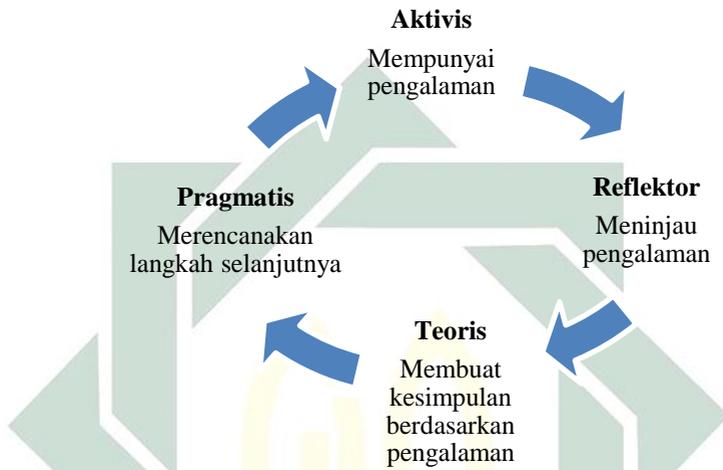
Sedangkan Honey dan Mumford berpendapat bahwa individu cenderung mempunyai perbedaan metode belajar, tergantung situasi dan tingkat pengalaman dengan begitu mereka bergerak di antara empat siklus belajar, dibandingkan mendominasi pada salah satu gaya belajar.⁴² Mereka berpendapat bahwa individu akan mencoba masing-masing gaya belajar

⁴⁰ Alan Mumford, "Learning styles and mentoring", *Industrial and Commercial Training*, 27(8), (1995), 5

⁴¹ M. Nur Ghufron, *Op.cit*, 96

⁴² *Ibid*, 104

tersebut sebelum akhirnya memilih gaya belajar yang sesuai. Selain itu, mereka juga berpendapat bahwa sebenarnya pembelajaran salah satunya berasal dari pengalaman.⁴³



Gambar 2.5
Siklus belajar dan gaya belajar Honey dan Mumford

Gaya belajar Honey dan Mumford membagi gaya belajar menjadi empat gaya belajar yaitu reflektif, teoritis, pragmatis dan aktifis.⁴⁴ Berikut ini uraian dari gaya belajar Honey dan Mumford:

1. Aktivist

Orang dengan gaya belajar aktifis memiliki prinsip untuk mencoba segala sesuatu sekali dan cenderung berkembang jika diberi tantangan serta pengalaman baru.⁴⁵ Mereka memerlukan keterlibatan langsung yang memiliki pendekatan belajar dengan pemikiran terbuka, mereka melibatkan diri secara penuh untuk menghindari bias dalam mempelajari pengalaman baru.⁴⁶ Oleh karena itu, orang dengan

⁴³ Alan Mumford, Op.cit, 96

⁴⁴ Ibid.

⁴⁵ Alan Mumford, Op.cit

⁴⁶ Zilla Padmasari Handoko & Aryani Tri Wrastari, Op.cit

gaya belajar aktivis menyukai kegiatan eksperimen, simulasi, studi kasus, dan mengerjakan pekerjaan rumah.⁴⁷

Selain itu, orang dengan gaya belajar aktivis memiliki sifat fleksibel terhadap lingkungan sekitarnya, berpikiran terbuka, terfokus, antusias, menyukai tantangan, mudah mengambil keputusan dan berjiwa sosial.⁴⁸ Mereka juga suka merepresentasikan masalah-masalah dalam situasi konkret, selalu mencari tantangan baru, belajar dengan pengalaman langsung, dan menyelesaikan masalah dengan pengalaman yang dimiliki.⁴⁹ Akan tetapi mereka cenderung dalam melakukan segala sesuatunya terlebih dahulu tanpa memperhatikan resiko yang akan dihadapi dikemudian waktu sehingga peluang terjadinya kesalahan dalam melakukan sesuatu juga cukup besar.⁵⁰

2. Reflektor

Orang dengan gaya belajar ini menyukai diskusi, seminar, dan debat dalam proses belajarnya.⁵¹ Mereka cenderung belajar melalui pengamatan dan memikirkan tentang hal yang terjadi tanpa ikut terlibat secara langsung. Mereka juga selalu mengumpulkan informasi dan mempertimbangkannya terlebih dahulu sebelum mengambil keputusan.⁵² Pengumpulan data menjadi sangat penting untuk mereka lakukan karena hal tersebut menjadi pertimbangan utamanya dalam membuat sebuah kesimpulan.⁵³ Dilihat dari cara mereka mendapatkan, memproses dan memberikan

⁴⁷ M. Nur Ghufron, Op.cit, 105

⁴⁸ Parulian Hutapea & Nurianna Thoha, *Kompetensi Plus: Teori, Desain, Kasus, dan Penerapan untuk HR serta Organisasi yang Dinamis*, (Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama, 2008), 112

⁴⁹ Fariz Setyawan, Tesis, *Profil Pemahaman Konseptual Materi PLSV Siswa SMP Ditinjau Dari Gaya Belajar KOLB*, (Surabaya: PASCASARJANA UNESA, 2015), 30

⁵⁰ M. Nur Ghufron, Op.cit, 108

⁵¹ Ibid, 106

⁵² Andrea Molloy, *Success: Sukses Bukan Mimpi*, (Depok: Raih Asa Sukses, 2010), 172

⁵³ M. Nur Ghufron, Op.cit, 106

penilaian atau menyimpulkan sesuatu tentu akan memakan waktu yang lama dan tergolong pasif.⁵⁴

Selain itu, mereka adalah orang yang lebih banyak pertimbangan, cenderung berhati-hati.⁵⁵ Mereka juga selalu menganalisis informasi, berpikir imajinatif dan kreatif, mendengar sebelum berbicara, dan bijaksana dalam mengambil keputusan.⁵⁶ Mereka juga seorang pendengar yang baik sehingga mudah disukai oleh orang lain. Akan tetapi, mereka tidak berani mengambil resiko dan cenderung lambat dalam mengambil keputusan.⁵⁷

3. Teoris

Orang yang memiliki gaya belajar teoritis adalah individu yang dalam aktivitas belajarnya cenderung kepada membaca buku, berpikir, membuat analogi, dan membandingkan teori satu dengan teori lainnya.⁵⁸ Mereka tertarik pada asumsi, prinsip, teori, model, logika, dan penalaran.⁵⁹ Oleh karena itu, mereka suka menganalisis dan mensintesis suatu hal berdasarkan penalaran, logika dan teori. Mereka akan menolak segala hal yang tidak logis, tidak objektif dan tidak berdasarkan ketentuan tertentu.⁶⁰

Selain itu, mereka adalah orang yang berdisiplin tinggi, berpikiran logis, rasional, sistematis, konseptual, dan objektif dalam mengumpulkan informasi, misalnya dengan bertanya.⁶¹ Mereka juga selalu menyelesaikan masalah sesuai dengan algoritma, serta menggunakan teori untuk memecahkan masalah dan mengambil keputusan.⁶² Akan tetapi, tingkat

⁵⁴ Victoria & Aryani, "Studi Deskriptif Profil Gaya Belajar Guru SMP dan SMA di Surabaya Dikaji dari Faktor Sosiodemografis", *Jurnal Psikologi Pendidikan dan Perkembangan*, 3 (2), (2014), 139

⁵⁵ Alan Mumford, Op.cit

⁵⁶ Fariz Setyawan, Op.cit

⁵⁷ M. Nur Ghufron, Op.cit, 108

⁵⁸ Ibid.

⁵⁹ Alan Mumford, Op.cit

⁶⁰ M. Nur Ghufron, Op.cit, 107

⁶¹ Parulian Hutapea & Nurianna Thoha, Op.cit

⁶² Fariz Setyawan, Op.cit

toleransi mereka terhadap sesuatu yang sifatnya subjektif dan intuitif sangat rendah.⁶³

4. Pragmatis

Orang dengan gaya belajar pragmatis dalam aktivitas belajarnya cenderung kepada pengalaman konkret baik di laboratorium, bekerja di lapangan, maupun observasi.⁶⁴ Ketika belajar, mereka perlu mengetahui kegunaan hasil dari suatu pembelajaran tersebut dalam dunia nyata.⁶⁵ Mereka selalu berusaha untuk mencari ide-ide dan teknik baru, melakukan eksperimen, mencoba ide dan teknik-teknik baru untuk memastikan apakah teori itu dapat diaplikasikan dengan baik, dan menanggapi masalah dan peluang sebagai tantangan.⁶⁶ Akan tetapi mereka tidak tertarik pada teori kecuali jika bisa diaplikasikan dalam kehidupan sehari-hari.

Selain itu, mereka juga orang yang rendah hati, berpikiran realistis, tidak bertele-tele serta berorientasi pada teknis, serta senang jika bekerjasama dengan orang lain.⁶⁷ Mereka akan selalu mencari dan mencoba ide-ide baru, menganalisis suatu masalah, praktis dengan menggunakan ide praktis dan teori yang dimiliki sebelumnya, dan mengambil keputusan dengan cepat.⁶⁸

Gaya belajar dapat diukur dengan melakukan kuesioner, salah satunya yaitu dengan instrument *Learning Styles Questionnaire* (LSQ) yang dikembangkan oleh Honey & Mumford. LSQ adalah kuesioner gaya belajar yang terdiri dari 80 item pernyataan dan terdiri dari gaya belajar aktivis, teoritis, reflektif, dan pragmatis.⁶⁹

⁶³ M. Nur Ghufron, Op.cit, 109

⁶⁴ Ibid, 106

⁶⁵ Ibid.

⁶⁶ Alan Mumford, Op.cit

⁶⁷ Parulian Hutapea & Nurianna Thoha, *Kompetensi Plus: Teori, Desain, Kasus, dan Penerapan untuk HR serta Organisasi yang Dinamis*, (Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama, 2008), 112

⁶⁸ Fariz Setyawan, Op.cit

⁶⁹ Peter Honey and Alan Mumford, *The Learning Styles Questionnaire, 80-item version* (Revised edition, July 2006), Maidenhead Berks: Peter Honey Publications Limited.

E. Hubungan Penalaran Visual dengan Gaya Belajar Honey & Mumford

Penalaran adalah proses berpikir yang sistematis dan logis untuk memperoleh sebuah simpulan yang berupa pengetahuan atau keyakinan.⁷⁰ Berpikir dapat diartikan sebagai proses mengambil informasi-informasi yang diperoleh dan mencampurnya dengan informasi-informasi yang telah dimiliki agar tersusun informasi baru yang dibutuhkan di masa depan.⁷¹ Kemudian Gunawan menyatakan bahwa gaya belajar merupakan cara yang disukai pada saat melakukan kegiatan berpikir, memproses dan memahami suatu informasi.⁷² Berdasarkan definisi-definisi tersebut dapat dikatakan bahwa penalaran juga berkaitan dengan gaya belajar. Hal tersebut dikarenakan penalaran merupakan proses berpikir dalam pengolahan informasi dengan suatu cara tertentu dan cara yang digunakan dalam memproses informasi tersebut merupakan gaya belajar.

Komponen terpenting dalam benalar adalah cara seseorang dalam mengolah dan memproses suatu informasi. Hal tersebut dapat dilihat dari penelitian Hamidah dan Rosyidi menunjukkan bahwa bahwa perbedaan gaya belajar berpengaruh dalam penalaran.⁷³ Berdasarkan penelitian tersebut, peneliti menduga bahwa terdapat hubungan antara gaya belajar dengan penalaran matematika siswa. Berikut ini hubungan penalaran visual dengan gaya belajar Honey dan Mumford:

⁷⁰ Suparno & Yunus, *Keterampilan Dasar Menulis*, (Jakarta: Universitas Terbuka, 2006), 41

⁷¹ Dr. Muhammad Sayyid Muhammad az-Za'balawi, *Pendidikan Remaja antara Islam dan Ilmu Jiwa*, (Jakarta: Gema Insani, 2007), 9

⁷² Adi W. Gunawan, *Genius Learning Strategy: Petunjuk Praktis untuk Menerapkan Accelerated Learning*, (Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama, 2003), 139

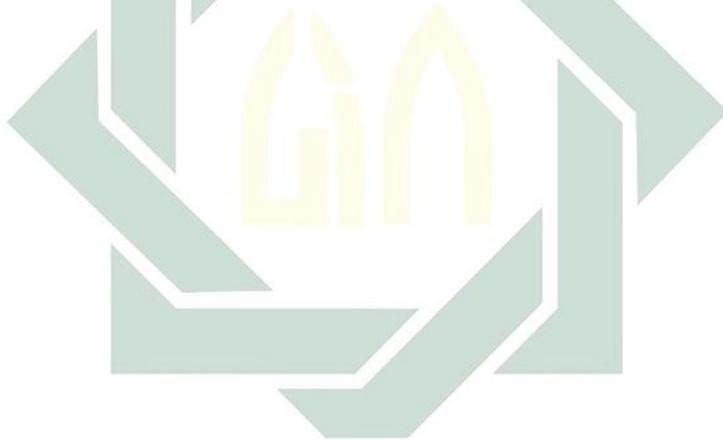
⁷³ Khairunnisa Nur Hamidah & Abdul Haris Rosyidi, "Profil Penalaran Matematika Siswa SMP Ditinjau Dari Gaya Belajar Kolb", *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika* 3(5), (2016), 218

Tabel 2.3
Hubungan Penalaran Visual dengan Gaya Belajar Honey dan Mumford

No.	Karakteristik masalah penalaran visual	Karakteristik Gaya Belajar Honey dan Mumford
1.	Siswa menyelidiki suatu masalah dengan memfokuskan pada penggalan data	Aktivis Siswa berpikiran terbuka, terfokus, antusias dan menyukai tantangan pada kegiatan studi kasus
2.	Siswa perlu mengidentifikasi beberapa konsekuensi atau menentukan implikasi dari kesimpulan yang akan dibuat berdasarkan pengetahuan yang dimilikinya	Reflektor Siswa belajar melalui pengamatan kemudian informasi dikumpulkan dan dipertimbangkan dahulu sebelum diambil sebuah keputusan sehingga diperoleh keputusan yang bijaksana
3.	Siswa mencari dan menerjemahkan informasi berdasarkan peraturan atau ketentuan tertentu	Teoris Siswa menggunakan teori dan algoritma dalam memecahkan masalah serta mengambil keputusan sehingga akan diperoleh informasi yang sesuai dengan ketentuan yang berlaku
4.	Masalah-masalah yang digunakan berkaitan dengan kehidupan sehari-hari	Pragmatis Siswa harus mengetahui kegunaan dari suatu materi dalam dunia nyata

Penalaran visual terbagi menjadi tiga level yaitu investigasi grafik, interpretasi grafik, dan aplikasi grafik. Pada level

investigasi grafik, siswa bergaya belajar. Siswa bergaya belajar teoritis cenderung memiliki kemampuan yang lebih baik dalam level investigasi grafik karena mereka berpikiran logis, rasional, analitis, dan suka mengelompokkan hal-hal terkait data ke dalam pola yang koheren terlebih dahulu.⁷⁴ Siswa bergaya belajar reflektor cenderung memiliki kemampuan yang lebih baik dalam level interpretasi grafik karena mereka selalu memperhatikan interpretasi dari data yang disediakan dengan sangat detail.⁷⁵ Selain itu, siswa bergaya belajar reflektor juga cenderung memiliki kemampuan yang lebih baik dalam level aplikasi grafik karena mereka suka mengambil keputusan dengan hati-hati setelah mempertimbangkan konsekuensi dari keputusan yang akan diambil. Keputusan yang diambil oleh siswa bergaya belajar reflektor juga berdasarkan analisis informasi secara menyeluruh.⁷⁶



⁷⁴Peter Honey and Alan Mumford, Learning styles questionnaire diakses di <http://www.mycit.ie/contentfiles/Careers/4.%20HoneyandMumfordLearningStylesQuestionnaire.pdf> pada tanggal 13 Februari 2019

⁷⁵ Ibid.

⁷⁶ Ibid.

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan tujuan untuk mendeskripsikan kemampuan penalaran visual siswa SMA dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi sehingga termasuk penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif karena peneliti ingin memberikan gambaran terkait penalaran visual siswa dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi berdasarkan gaya belajar Honey and Mumford melalui hasil tes tulis dan wawancara yang diperoleh dari penelitian tersebut. Selain itu, penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif karena gambaran yang akan dideskripsikan oleh peneliti disajikan dalam bentuk kata-kata secara tertulis. Data dalam penelitian kualitatif adalah data deskriptif yang umumnya berupa kata-kata, gambar-gambar, atau rekaman.¹

B. Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada 17 Juli 2019 sampai 6 Agustus 2019, semester ganjil tahun ajaran 2019/2020 di SMA Al Falah Ketintang, Surabaya. Adapun jadwal pelaksanaan penelitian disajikan pada Tabel 3.1 berikut ini:

Tabel 3.1
Jadwal Pelaksanaan Penelitian

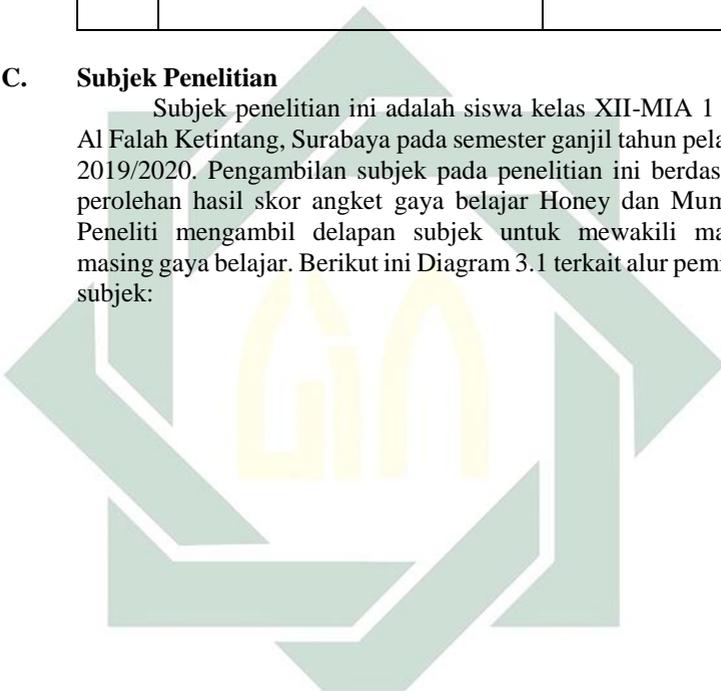
No.	Kegiatan	Tanggal
1.	Permohonan izin penelitian kepada Kepala Sekolah dan guru bidang studi Matematika	17 Juli 2019
2.	Pemberian angket gaya belajar Honey dan Mumford	1 Agustus 2019

¹ Eko Sugiarto, *Menyusun Proposal Penelitian Kualitatif: Skripsi dan Tesis*, (Yogyakarta: Suaka Media, 2015), 9

3.	Pemberian tes kemampuan penalaran visual kepada subjek bergaya belajar aktivis, reflektor, teoris, dan pragmatis yang terpilih	6 Agustus 2019
4.	Surat keterangan penelitian	8 Agustus 2019

C. Subjek Penelitian

Subjek penelitian ini adalah siswa kelas XII-MIA 1 SMA Al Falah Ketintang, Surabaya pada semester ganjil tahun pelajaran 2019/2020. Pengambilan subjek pada penelitian ini berdasarkan perolehan hasil skor angket gaya belajar Honey dan Mumford. Peneliti mengambil delapan subjek untuk mewakili masing-masing gaya belajar. Berikut ini Diagram 3.1 terkait alur pemilihan subjek:



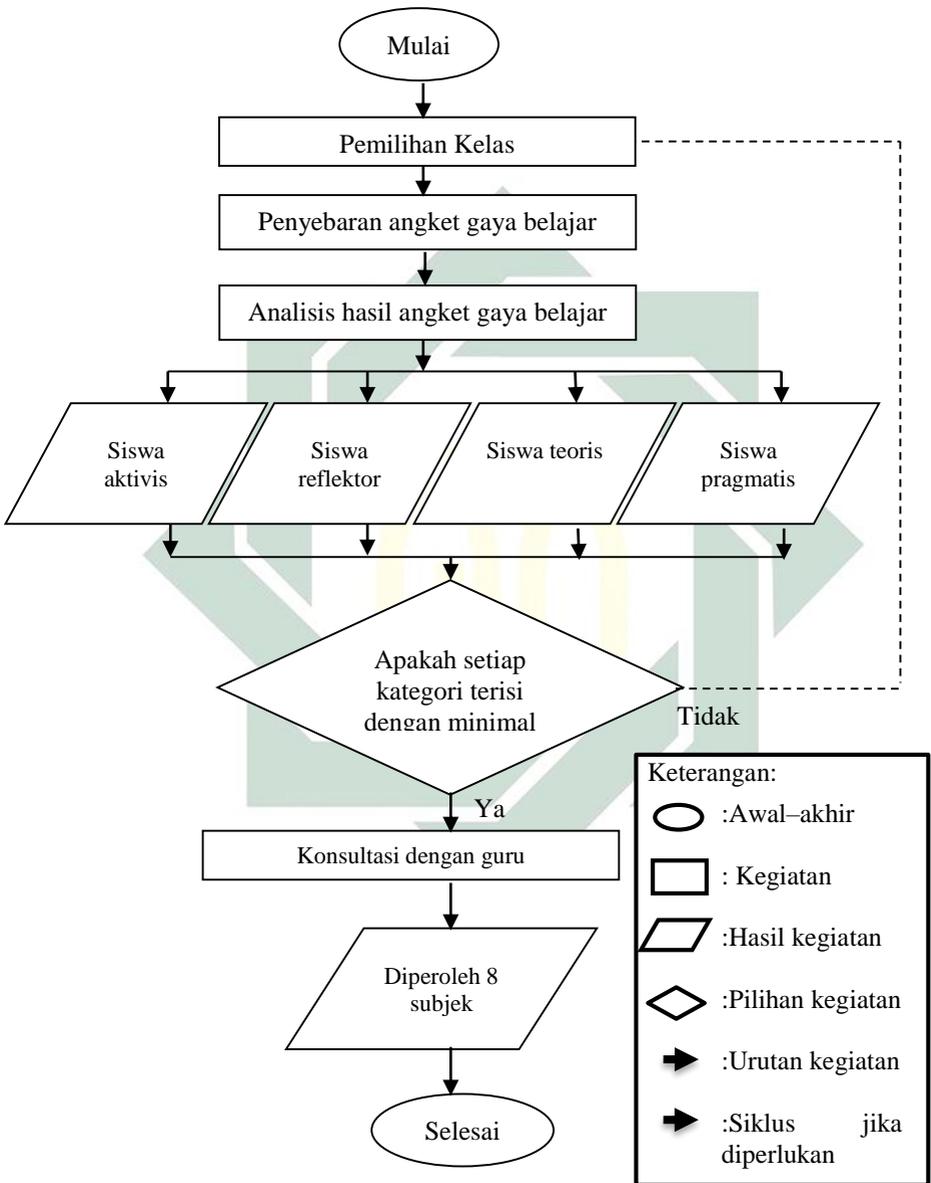


Diagram 3.1: Alur Pemilihan Subjek Penelitian

Dari 20 siswa kelas XII MIA 1 SMA Al Falah Ketintang, Surabaya hanya dipilih delapan siswa sebagai subjek penelitian yang mewakili masing-masing gaya belajar. Siswa kelas XII MIA 1 diminta untuk mengisi angket gaya belajar Honey dan Mumford.

Angket merupakan suatu teknik atau cara pengumpulan data secara tidak langsung.² Angket dalam penelitian ini berupa pernyataan-pernyataan yang akan dipilih siswa untuk menentukan gaya belajar siswa yaitu aktivis, teoritis, reflektif, atau pragmatis. Lembar angket gaya belajar yang dibagikan berdasarkan pada *Honey and Mumford (Learning Style Inventory/LSI)* dari buku *The Manual of Learning Styles* oleh Honey and Mumford (1992).³ Dalam angket gaya belajar ini terdiri dari 80 pernyataan-pernyataan terkait karakter siswa. Adapun lembar angket gaya belajar Honey dan Mumford dalam penelitian ini terdapat pada lampiran 1. Jika pernyataan tersebut sesuai dengan karakternya, maka siswa akan memberi tanda centang (√) pada pernyataan tersebut dan jika tidak sesuai maka siswa member tanda silang (x) pada pernyataan tersebut. Kemudian hasil angket yang telah diisi oleh siswa akan dicocokkan dengan kunci jawaban yang sudah dirancang khusus untuk gaya belajar Honey dan Mumford. Masing-masing gaya belajar memperoleh skor yang terpisah. Perhitungan skor didasarkan pada banyaknya pilihan yang cocok yang dipilih subjek untuk mengetahui jenis gaya belajar yang dimiliki oleh setiap siswa.

Instrumen gaya belajar Honey dan Mumford yang digunakan oleh peneliti merupakan hasil adopsi dari *Honey and Mumford (Learning Style Inventory/LSI)* dalam buku *The Manual of Learning Styles* oleh Honey and Mumford (1992).⁴ Peneliti tidak dapat menemukan terjemahan dari angket gaya belajar Honey dan Mumford. Oleh karena itu, peneliti menerjemahkan *Honey and Mumford (Learning Style Inventory/LSI)* yang berbahasa Inggris dan disesuaikan dengan subjek penelitian. Mengingat angket merupakan hasil terjemahan peneliti, maka

² Nana Syaodih Sukmadinata, *Metode Penelitian Pendidikan*, (Bandung: Remaja Rosdakarya, 2015), 219

³ Peter Honey and Alan Mumford, Learning styles questionnaire diakses di <http://www.mycit.ie/contentfiles/Careers/4.%20HoneyandMumfordLearningStylesQuestionnaire.pdf> pada tanggal 13 Februari 2019

⁴ Ibid

perlu dilakukan validasi. Angket gaya belajar divalidasi oleh satu Dosen Pendidikan Bahasa Inggris UIN Sunan Ampel Surabaya terkait dari segi bahasa dan satu Dosen Psikologi UIN Sunan Ampel Surabaya terkait konten psikologinya sesuai .

Instrumen angket gaya belajar pada proses validasi oleh validator pertama yaitu Dosen Pendidikan Bahasa Inggris UIN Sunan Ampel Surabaya dinyatakan layak digunakan karena hasil terjemahan peneliti sudah sesuai dengan kaidah Bahasa Indonesia. Beliau memberi saran yaitu perlu mengganti beberapa diksi atau kata yang kurang tepat. Validator kedua yaitu Dosen Psikologi UIN Sunan Ampel Surabaya menyatakan bahwa instrument layak digunakan karena sudah sesuai dengan konten penggolongan angket gaya belajar. Beliau memberi saran yaitu mengganti penggunaan kata-kata yang menggunakan bahasa asing ke bahasa Indonesia seperti kata *to the point* menjadi inti masalah dan lebih dipersingkat dalam menyusun redaksi. Adapun lembar validasi angket gaya belajar Honey dan Mumford dalam penelitian ini terdapat pada lampiran 2. Berikut ini adalah nama-nama validator dalam penelitian ini:

Tabel 3.2
Daftar Validator Angket Gaya Belajar Honey dan Mumford

No.	Nama Validator	Jabatan
1.	Alda Dea Delfina, M. TESOL	Dosen Pendidikan Bahasa Inggris UIN Sunan Ampel Surabaya
2.	Nailatin Fauziyah, S.Psi, M.Si	Dosen Psikologi UIN Sunan Ampel Surabaya

Pada penelitian ini, peneliti mengambil subjek dengan menggunakan teknik *purposive sampling* dimana pengambilan subjek berdasarkan pertimbangan-pertimbangan tertentu. Jika dalam penelitian ini diperoleh lebih dari 2 siswa bergaya belajar aktivis, reflektor, teoritis, dan pragmatis, maka peneliti meminta pertimbangan dari Bapak/Ibu Guru yang disesuaikan dengan tingkat keaktifan siswa selama kegiatan pembelajaran dan kemampuan dari masing-masing siswa. Jika pada penelitian ini diperoleh subjek kurang dari 2 siswa bergaya belajar aktivis,

reflektor, teoritis, dan pragmatis, maka dilakukan pemberian angket di kelas lain hingga diperoleh 2 siswa bergaya belajar aktivis, 2 siswa bergaya belajar teoritis, 2 siswa bergaya belajar reflektif, dan 2 siswa bergaya belajar pragmatis.

Berdasarkan kesesuaian jawaban angket *Honey and Mumford (Learning Style Inventory/LSI)* yang telah dikerjakan oleh siswa serta saran dan rekomendasi guru mata pelajaran matematika terkait kemampuan matematika siswa dipilih 8 subjek yang terdiri dari 2 siswa bergaya belajar aktivis, 2 siswa bergaya belajar teoritis, 2 siswa bergaya belajar reflektif, dan 2 siswa bergaya belajar pragmatis. Peneliti mengambil masing-masing 2 subjek supaya bisa membandingkan antara subjek pertama dan kedua berdasarkan gaya belajar yang dimilikinya. Kemudian 8 subjek yang terpilih diberikan tes kemampuan penalaran visual tentang grafik turunan fungsi. Setelah itu peneliti melakukan wawancara berbasis tugas kepada setiap subjek. Adapun hasil penyebaran angket gaya belajar Honey dan Mumford dalam penelitian ini terdapat pada lampiran 3. Berikut adalah siswa yang dipilih menjadi subjek penelitian:

Tabel 3.3
Daftar Subjek Penelitian

No.	Inisial Subjek	Gaya Belajar	Kode Subjek
1.	AR	Aktivis	S ₁
2.	ZN	Aktivis	S ₂
3.	MW	Reflektor	S ₃
4.	TP	Reflektor	S ₄
5.	AD	Teoris	S ₅
6.	FS	Teoris	S ₆
7.	SPW	Pragmatis	S ₇
8.	VMC	Pragmatis	S ₈

D. Teknik Pengumpulan Data

Dalam penelitian ini, teknik pengumpulan data yang digunakan peneliti untuk mengetahui bagaimana penalaran visual dari masing-masing siswa yang bergaya belajar aktivis, teoritis, reflektif, dan pragmatis dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi adalah sebagai berikut:

1. Tes Penalaran Visual

Tes penalaran visual ini digunakan untuk memperoleh data kualitatif tentang penalaran visual siswa dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi berdasarkan gaya belajar Honey and Mumford. Tes ini menggunakan tiga soal uraian dengan level yang berbeda. Soal nomor satu tentang level investigasi (*investigating*) grafik, soal nomor dua tentang level interpretasi (*interpreting*) grafik, dan soal nomor tiga tentang level aplikasi (*applying*) grafik. Tes ini diujikan kepada delapan siswa yang dipilih peneliti untuk dikerjakan sesuai kemampuannya. Tes ini dikerjakan dalam waktu 60 menit dan dikerjakan secara individu sehingga siswa tidak diperbolehkan untuk berdiskusi dengan temannya.

2. Wawancara

Wawancara ini digunakan untuk memperoleh informasi yang mungkin tidak diperoleh saat tes penalaran visual karena tidak semua yang dipikirkan siswa mampu dituliskan. Peneliti menggunakan jenis wawancara berbasis tugas yaitu wawancara dilakukan setelah siswa mengerjakan tes kemampuan penalaran visual dengan memberikan pertanyaan tentang bagaimana siswa mengambil keputusan untuk menyelesaikan soal matematika yang telah diberikan. Wawancara ini bersifat semi terstruktur dimana kalimat pertanyaan wawancara yang diajukan disesuaikan dengan kondisi siswa, tetapi mengandung isi permasalahan yang telah ditetapkan sebelumnya. Jika siswa merasa kesulitan dalam menjawab pertanyaan, maka siswa akan diberi pertanyaan yang lebih sederhana namun tidak mengubah makna dari pertanyaan yang telah ditetapkan sebelumnya oleh peneliti.

E. Instrumen Penelitian

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini terdiri atas:

1. Lembar Soal Tes Penalaran Visual

Soal tes yang digunakan dalam penelitian ini adalah soal tes tulis untuk mengetahui kemampuan penalaran visual siswa dalam menyelesaikan soal matematika yang telah disusun oleh peneliti. Soal ini disusun oleh peneliti berupa soal uraian yang didasarkan pada indikator kemampuan penalaran visual dalam grafik turunan fungsi pada BAB II Tabel 2.2. Soal ini terdiri atas tiga soal dengan level yang berbeda. Soal nomor satu tentang level investigasi (*investigating*) grafik, soal nomor dua tentang level interpretasi (*interpreting*) grafik, dan soal nomor tiga tentang level aplikasi (*applying*) grafik. Adapun lembar tes penalaran visual terdapat pada lampiran 4. Sebelum tes penalaran visual diberikan kepada subjek penelitian terpilih, terlebih dahulu akan divalidasi oleh validator untuk mengecek kevalidan dan kelayakan soal tes kemampuan penalaran visual tersebut.

Instrumen penelitian ini divalidasi oleh tiga validator yang terdiri dari dua dosen Pendidikan Matematika UIN Sunan Ampel Surabaya dan satu guru bidang studi matematika SMA Al Falah Surabaya. Adapun lembar validasi tes penalaran visual dalam penelitian ini terdapat pada lampiran 5. Berikut ini nama-nama validator dalam penelitian ini:

Tabel 3.4
Daftar Validator Instrumen Penelitian

No.	Nama Validator	Jabatan
1.	Novita Vindri Harini, M.Pd	Dosen Pendidikan Matematika UIN Sunan Ampel Surabaya
2.	Fanny Adibah, M.Pd	Dosen Pendidikan Matematika UIN Sunan Ampel Surabaya
3.	Indah Rahmawati, S.Pd	Guru bidang studi matematika SMA Al Falah Surabaya

Instrumen tes ini pada proses validasi oleh validator pertama dinyatakan layak digunakan. Adapun saran dari validator pertama pada tes kemampuan penalaran visual ini yaitu pada soal nomor 3 siswa diminta untuk membuat garis dalam menentukan jarak terjauh antara dua grafik agar data penelitian yang dibutuhkan lebih mampu mengungkapkan kemampuan penalaran visual siswa. Validator kedua pada proses validasi juga menyatakan bahwa instrumen tes kemampuan penalaran visual ini layak digunakan. Adapun saran dari validator kedua yaitu butir soal 1 b kurang sesuai dengan indikator penalaran visual yang ke-2 dan memberi petunjuk pada lembar tes tentang lembar jawaban tes (Apakah jawaban dituliskan pada lembar soal atau di lembar lain yang disediakan). Pada proses validasi ketiga, instrumen soal dinyatakan layak digunakan tanpa ada perubahan. Jadi berdasarkan ketiga validator tersebut bahwa instrumen soal layak digunakan.

2. Lembar Pedoman Wawancara

Pedoman Wawancara Pedoman wawancara ini terdiri dari pertanyaan-pertanyaan yang berhubungan dengan jawaban yang dihasilkan oleh siswa dalam menyelesaikan tes penalaran visual. Penyusunan pedoman wawancara didasarkan pada indikator kemampuan penalaran visual dalam grafik turunan fungsi pada BAB II Tabel 2.2. Adapun lembar pedoman wawancara dalam penelitian ini terdapat pada lampiran 9. Kalimat pertanyaan wawancara yang diajukan disesuaikan dengan kondisi subjek, namun tetap fokus pada inti dari pedoman wawancara yang telah disusun oleh peneliti.

Instrumen pedoman wawancara ini divalidasi oleh tiga validator. Adapun validator untuk pedoman wawancara ini sama seperti validator instrumen tes penalaran visual dan lembar validasi tes penalaran visual dalam penelitian ini terdapat pada lampiran 6. Setelah divalidasi, validator pertama instrumen pedoman wawancara dinyatakan layak dengan perbaikan. Adapun saran dari validator pertama yaitu menyederhanakan pertanyaan sehingga subjek bisa lebih memahami isi pertanyaan yang telah dibuat. Validator kedua

menyatakan instrumen pedoman wawancara layak dengan perbaikan. Adapun saran dari validator kedua yaitu wawancara lebih diperdalam lagi untuk memancing penalaran visual siswa. Pada proses validasi ketiga, instrumen pedoman wawancara dinyatakan layak digunakan tanpa ada perubahan. Jadi berdasarkan ketiga validator tersebut bahwa instrumen pedoman wawancara layak digunakan.

F. Keabsahan Data

Dalam penelitian ini, kredibilitas dan keabsahan data diuji dengan menggunakan triangulasi sumber yakni usaha pengecekan data penelitian berdasarkan beberapa sumber pengumpulan data.⁵ Peneliti akan membandingkan data hasil tes tertulis dan wawancara subjek satu dengan subjek lain. Data dikatakan valid jika terdapat kesamaan pemikiran dari dua sumber tersebut. Kemudian data yang valid tersebut dianalisis untuk mendeskripsikan kemampuan penalaran visual siswa dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi.

G. Teknik Analisis Data

Penelitian ini adalah penelitian kualitatif sehingga teknik analisis data yang dipergunakan adalah analisis deskriptif kualitatif. Analisis data dari tes penalaran visual dan wawancara berupa data kualitatif.

1. Analisis Tes Penalaran Visual

Analisis hasil tes penalaran visual dilakukan dengan mendeskripsikan jawaban subjek sesuai dengan indikator penalaran visual yang dijelaskan pada Bab II Tabel 2.2 dan sesuai dengan alternatif jawaban yang telah dibuat oleh peneliti. Hasil tes ini digunakan sebagai pendukung untuk mendeskripsikan hasil dari data wawancara. Berikut ini Tabel 3.5 pengkodean dalam tes hasil penalaran visual pada penelitian ini:

⁵ Sugiyono, *Metode Penelitian Kuantitatif dan R & D*, (Bandung: Alfabeta, 2012), 272

Tabel 3.5
Pengkodean Indikator Tes Penalaran Visual

Kategori	No Soal	Kemampuan Penalaran Visual	Indikator	No. Indikator Kemampuan Penalaran Visual
1	1a	Investigasi Grafik	Mengidentifikasi koordinat y dari suatu titik	A ₁
	1b		Mengidentifikasi perubahan dalam satu variabel dengan variabel terkait lainnya	A ₂
2	1c	Interpretasi Grafik	Menentukan perbandingan perubahan grafik	B ₁
3	1d	Aplikasi Grafik	Mengidentifikasi hubungan antara tingkat perubahan sesaat dan rata-rata	C ₁
	1e			
1.	2a	Investigasi Grafik	Identifikasi koordinat titik pada grafik dan garis sebagai titik singgung	A ₃
	2b (pada saat menentukan (x_1, y_1) dan (x_2, y_2))		Identifikasi posisi grafik fungsi dan garis singgung	A ₄
2	2b	Interpretasi Grafik	Menghitung kemiringan tangen pada titik singgung	B ₂
	3a 3b		Mengidentifikasi jarak pada dua fungsi	B ₃

3	3c	Aplikasi Grafik	Mengidentifikasi hubungan kemiringan garis singgung pada titik-titik tertentu atau kondisi tertentu	C ₂
---	----	-----------------	---	----------------

2. Analisis Hasil Wawancara

Adapun langkah-langkah menurut Model Miles dan Huberman, sebagai berikut:

a. Reduksi Data

Reduksi data merupakan suatu bentuk analisis yang mengacu pada proses memusatkan, menggolongkan informasi, membuang data yang tidak diperlukan dan mengorganisasi data mentah dari lapangan.⁶ Peneliti mengumpulkan data-data yang dapat membantu peneliti dalam menjawab pertanyaan-pertanyaan mengenai gambaran penalaran visual siswa dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi.

Data yang diperoleh diperoleh dari hasil wawancara yang dituangkan secara tertulis dengan cara sebagai berikut:

- 1) Mendengarkan hasil wawancara melalui alat perekam dengan mengulang berkali-kali supaya dapat menulis dengan tepat apa yang diucapkan oleh subjek.
- 2) Mentranskrip hasil wawancara peneliti dengan subjek wawancara yang telah diberikan kode yang berbeda setiap subjeknya. Adapun cara pengkodean dalam hasil wawancara, disusun sebagai berikut:

Pa.b.c dan Sa.b.c

Keterangan:

P :Pewawancara

S :Subjek Penelitian

a :Subjek ke- a

b :Wawancara soal ke-b

c :Pertanyaan atau jawaban wawancara ke-c

⁶ Hamid Patilima, *Metode Penelitian Kualitatif*, (Bandung: Alfabeta, 2005), 53

- 3) Memeriksa hasil transkrip wawancara tersebut dengan mendengarkan kembali rekaman tersebut untuk meminimalisir kesalahan peneliti.

b. Penyajian Data

Pada tahap ini, peneliti menyajikan data yang merupakan hasil dari reduksi data. Data yang disajikan adalah data transkrip wawancara. Berikut ini cara peneliti dalam menyajikan data:

- 1) Menyajikan data transkrip wawancara sesuai dengan klasifikasi gaya berpikir yang dimiliki subjek.
- 2) Mendeskripsikan data sesuai dengan indikator penalaran visual pada Bab II Tabel 2.2.
- 3) Menganalisis data untuk mengetahui penalaran visual siswa dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi.
- 4) Melakukan triangulasi sumber untuk melihat kesamaan data.

3. Menarik Kesimpulan

Pada penelitian ini, penarikan kesimpulan dilakukan dengan mendeskripsikan penalaran visual siswa dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi dibedakan berdasarkan gaya belajar Honey dan Mumford. Kesimpulan penggunaan penalaran visual siswa berdasarkan deskriptor penalaran visual yang terdapat pada Bab II Tabel 2.2 dan dapat dijelaskan pada Tabel 3.6 berikut ini⁷:

Tabel 3.6

Kategori Penalaran Visual Siswa

Indikator	Kategori		
	Mampu	Kurang Mampu	Tidak Mampu
	Dapat mengidentifikasi	Dapat mengidentifikasi koordinat y dari suatu titik dengan	Tidak dapat Mengidentifikasi

⁷ Haliza Abd Hamid & Noraini Idris, Op.cit, 26

A ₁	koordinat y dari suatu titik dengan benar dan alasan yang tepat	benar namun alasan tidak tepat atau tidak dapat mengidentifikasi koordinat y dari suatu titik dengan benar namun alasan tepat	koordinat y dari suatu titik dengan benar dan alasan tidak tepat
A ₂	Dapat mengidentifikasi perubahan dalam satu variabel dengan variabel terkait lainnya dengan benar dan alasan yang tepat	Dapat mengidentifikasi perubahan dalam satu variabel dengan variabel terkait lainnya dengan benar namun alasan tidak tepat atau tidak dapat mengidentifikasi perubahan dalam satu variabel dengan variabel terkait lainnya dengan benar namun alasan tepat	Tidak dapat mengidentifikasi perubahan dalam satu variabel dengan variabel terkait lainnya dengan benar dan alasan tidak tepat
B ₁	Dapat menentukan perbandingan perubahan grafik dengan benar dan alasan yang tepat	Dapat menentukan perbandingan perubahan grafik dengan benar namun alasan tidak tepat atau tidak dapat menentukan perbandingan perubahan grafik dengan benar namun alasan tepat	Tidak dapat menentukan perbandingan perubahan grafik dengan benar dan alasan tidak tepat
C ₁	Dapat mengidentifikasi hubungan antara tingkat perubahan	Dapat mengidentifikasi hubungan antara tingkat perubahan sesaat dan rata-rata dengan benar namun alasan tidak tepat atau tidak dapat	Tidak dapat mengidentifikasi hubungan antara tingkat perubahan sesaat dan

	sesaat dan rata-rata dengan benar dan alasan yang tepat	mengidenti-fikasi hubungan antara tingkat perubahan sesaat dan rata-rata dengan benar namun alasan tepat	rata-rata dengan benar dan alasan tidak tepat
A ₃	Dapat mengidenti-fikasi koordinat titik pada grafik dan garis sebagai titik singgung dengan benar dan alasan yang tepat	Dapat mengidenti-fikasi koordinat titik pada grafik dan garis sebagai titik singgung dengan benar namun alasan tidak tepat atau tidak dapat mengidenti-fikasi koordinat titik pada grafik dan garis sebagai titik singgung dengan benar namun alasan tepat	Tidak dapat mengidenti-fikasi koordinat titik pada grafik dan garis sebagai titik singgung dengan benar dan alasan tidak tepat
A ₄	Dapat mengidenti-fikasi posisi grafik fungsi dan garis singgung dengan benar dan alasan yang tepat	Dapat mengidenti-fikasi posisi grafik fungsi dan garis singgung dengan benar namun alasan tidak tepat atau tidak dapat mengidenti-fikasi posisi grafik fungsi dan garis singgung dengan benar namun alasan tepat	Tidak dapat mengidenti-fikasi posisi grafik fungsi dan garis singgung dengan benar dan alasan tidak tepat
B ₂	Dapat menghitung kemiringan tangen pada titik singgung dengan benar	Dapat menghitung kemiringan tangen pada titik singgung dengan benar namun alasan tidak tepat atau tidak dapat menghitung kemiringan tangen	Tidak dapat menghitung kemiringan tangen pada titik singgung dengan benar dan alasan tidak tepat

	dan alasan yang tepat	pada titik singgung dengan benar namun alasan tepat	
B ₃	Dapat mengidentifikasi jarak pada dua fungsi dengan benar dan alasan yang tepat	Dapat mengidentifikasi jarak pada dua fungsi dengan benar namun alasan tidak tepat atau tidak dapat mengidentifikasi jarak pada dua fungsi dengan benar namun alasan tepat	Tidak dapat mengidentifikasi jarak pada dua fungsi dengan benar dan alasan tidak tepat
C ₂	Dapat mengidentifikasi hubungan kemiringan garis singgung pada titik-titik tertentu atau kondisi tertentu dengan benar dan alasan yang tepat	Dapat mengidentifikasi hubungan kemiringan garis singgung pada titik-titik tertentu atau kondisi tertentu dengan benar namun alasan tidak tepat atau tidak dapat mengidentifikasi hubungan kemiringan garis singgung pada titik-titik tertentu atau kondisi tertentu dengan benar namun alasan tepat	Tidak dapat mengidentifikasi hubungan kemiringan garis singgung pada titik-titik tertentu atau kondisi tertentu dengan benar dan alasan tidak tepat

Secara sistematis, alur teknik analisis data hasil tugas penalaran visual dan wawancara dapat dilihat dalam diagram 3.2:

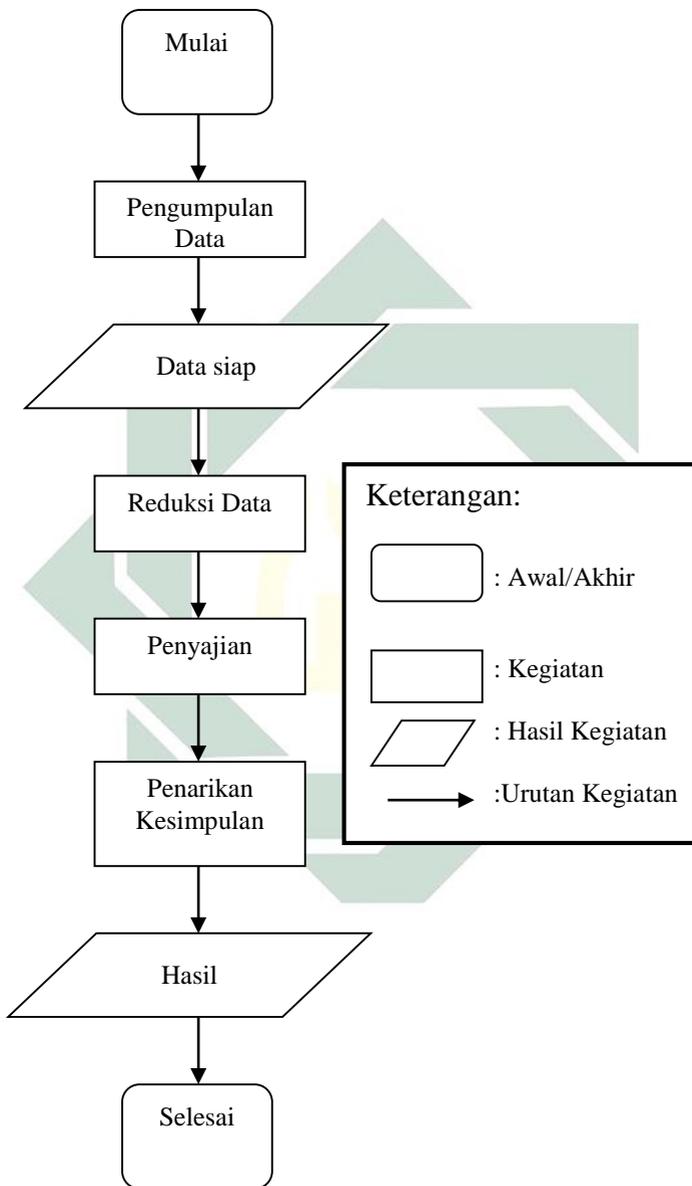


Diagram 3.2 Alur Teknik Analisis Data

H. Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian ini terdiri dari beberapa tahap, yaitu:

1. Tahap Persiapan

Pada tahap pertama ini, peneliti menyusun proposal penelitian terlebih dahulu dengan arahan dari dosen pembimbing. Kemudian, ditentukan sekolah yang dijadikan lokasi penelitian. Selanjutnya, dipersiapkan segala sesuatu yang digunakan dalam penelitian, yaitu sebagai berikut:

- a. Surat izin penelitian dan *recorder* untuk merekam
- b. Mendatangi sekolah untuk menyerahkan surat izin penelitian dan berdiskusi dengan guru bidang studi matematika, meliputi waktu yang digunakan untuk penelitian dan kelas yang digunakan untuk penelitian.
- c. Instrumen penelitian seperti angket gaya belajar siswa, soal tes penalaran visual dan pedoman wawancara

2. Tahap Pelaksanaan

Pada tahap ini kegiatan yang dilakukan adalah sebagai berikut:

- a. Pemberian angket gaya belajar Honey dan Mumford

Setelah membuat kesepakatan dan meminta izin menggunakan waktu dan kelas yang digunakan untuk pengambilan data dengan pihak sekolah dan guru bidang studi matematika, peneliti kemudian memberikan lembar angket gaya belajar Honey dan Mumford pada siswa.

- b. Pemilihan Subjek Penelitian

Setelah siswa selesai mengisi angket, peneliti memeriksa lembar angket siswa. Dari lembar angket yang diisi oleh siswa, peneliti mengelompokkan siswa menjadi 4 kelompok, yaitu kelompok siswa yang memiliki gaya belajar aktivis, teoris, reflektor, dan pragmatis. Kemudian diambil masing-masing 2 siswa dari tiap kelompok gaya belajar tersebut.

- c. Pemberian Tes Penalaran Visual

Pemberian tes ini dilakukan berdasarkan waktu yang sudah disepakati. Soal berupa uraian. Selama proses pengerjaan peneliti bertindak sebagai pengawas agar subjek mengerjakan sesuai kemampuan sendiri.

d. Melakukan Wawancara

Setelah menyelesaikan tes penalaran visual, subjek akan diwawancarai agar peneliti memperoleh informasi mengenai proses penyelesaian tes sebelumnya. Dengan demikian, peneliti akan mendapat informasi mengenai kemampuan penalaran siswa dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi sebagai bahan untuk menarik kesimpulan.

3. Tahap Analisis Data

Pada tahap ini kegiatan yang dilakukan adalah:

- a. Analisis data tes gaya belajar siswa. Tes tersebut adalah tes LSI (*learning style inventory*) untuk mengelompokkan siswa kedalam empat kelompok gaya belajar yaitu gaya belajar aktivis, teoritis, reflektif, dan pragmatis. Tes ini terdiri dari 80 pernyataan-pernyataan terkait kebiasaan siswa. Jika pernyataan tersebut sesuai dengan kebiasaan siswa maka diberi tanda centang pada pernyataan tersebut dan jika tidak sesuai maka siswa akan memberi tanda silang.
- b. Analisis hasil tes dan hasil wawancara untuk setiap subjek penelitian. Analisis dilakukan dengan mendeskripsikan jawaban subjek sesuai dengan indikator penalaran visual dan sesuai dengan alternatif jawaban yang sudah dibuat oleh peneliti. Hasil tes ini digunakan sebagai pendukung untuk mendeskripsikan hasil dari data wawancara.

4. Tahap Pembuatan Laporan

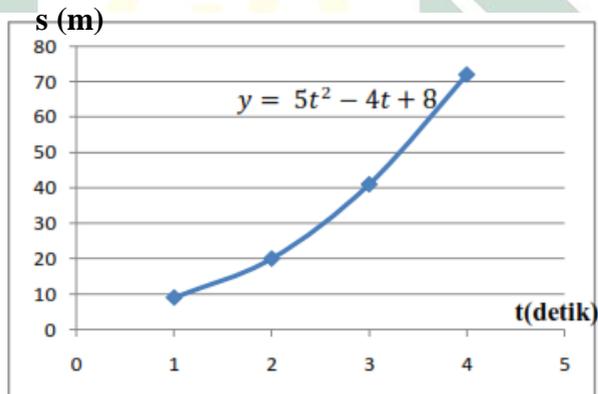
Pada tahap ini peneliti menyusun laporan akhir hasil penelitian mengenai kemampuan penalaran visual dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi berdasarkan gaya belajar Honey dan Mumford.

BAB IV

HASIL PENELITIAN

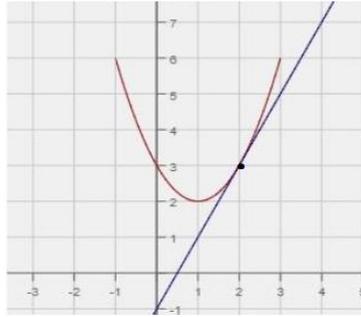
Pada bab IV penelitian ini, peneliti mendeskripsikan dan menganalisis data mengenai kemampuan penalaran visual siswa dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi berdasarkan gaya belajar Honey dan Mumford. Data ini diperoleh dari hasil tes penalaran visual dan wawancara terhadap dua subjek bergaya belajar aktivis, dua subjek bergaya belajar reflektor, dua subjek bergaya belajar teoritis, dan dua subjek bergaya belajar pragmatis. Berikut ini tes penalaran visual yang diberikan kepada subjek:

1. Berikut ini grafik jarak (m) terhadap waktu (t) dari suatu kendaraan.



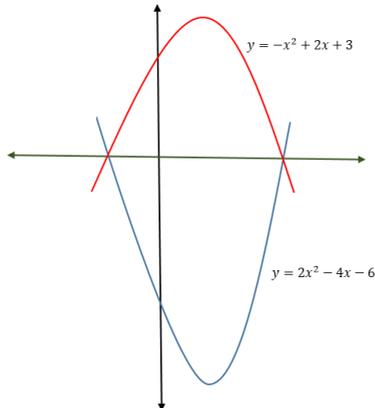
- a. Berapa jarak yang ditempuh pada detik ke-2?
- b. Berapa jarak yang ditempuh pada detik ke-3 dan detik ke-1?
- c. Kapan kendaraan tersebut mengalami perubahan jarak tempuh paling jauh?
- d. Berapa kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik?
- e. Berapa kecepatan rata-rata kendaraan tersebut?

2. Perhatikan grafik berikut ini!



- a. Tentukan koordinat titik singgung (g)!
- b. Tentukan gradient garis singgung (g')!

3. Perhatikan grafik berikut ini!



- a. Buat garis yang menunjukkan jarak terjauh diantara dua kurva tersebut! Beri nama titik A pada perpotongan antara garis yang telah kamu buat dengan kurva $y = 2x^2 - 4x - 6$ dan titik B pada perpotongan antara garis yang telah kamu buat dengan kurva $y = -x^2 + 2x + 3$!
- b. Berapa satuan jarak terjauh diantara dua kurva tersebut?

- c. Buatlah kesimpulan berdasarkan gradien di dua titik yang kamu buat!

Hasil pengerjaan tes penalaran visual dan wawancara subjek penelitian yang memiliki gaya belajar aktivis, reflektor, teoritis, dan pragmatis dideskripsikan dan dianalisis sebagai berikut:

A. Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Aktivis Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi

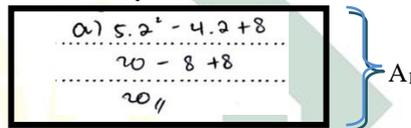
Berikut ini data hasil penelitian kemampuan penalaran visual S_1 dan S_2 dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi.

1. Deskripsi dan Analisis Data S_1

- a. Deskripsi Data S_1

- 1) Soal No 1

Berikut ini jawaban tertulis S_1



$$\begin{array}{l} a) 5 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 8 \\ \hline 20 - 8 + 8 \\ \hline 20 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} a) 5 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 8 \\ \hline 20 - 8 + 8 \\ \hline 20 \end{array}} \right\} A_1$$

Gambar 4.1
Jawaban Tertulis S_1 Soal Nomor 1a

Jawaban tes kemampuan penalaran visual pada Gambar 4.1 menunjukkan hasil tes tertulis S_1 pada nomor 1a, memperlihatkan bahwa subjek memperoleh jawaban dengan mensubstitusi $t = 2$ ke dalam persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ dan diperoleh hasil 20.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S_1 pada soal nomor 1a:

$P_{1.1.1}$: Bagaimana cara kamu mengetahui nilai y dari suatu titik?

$S_{1.1.1}$: Saya melihat persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ pada grafik, sehingga saya mensubstitusikan $t = 2$ ke dalam persamaan tersebut. Kemudian saya amati lagi grafiknya. Pada saat itu saya melihat jika hasil perhitungan saya itu sama dengan koordinat titik y pada saat $t = 2$

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mensubstitusikan $t = 2$ ke dalam persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ untuk memperoleh jawaban yang sudah pasti kebenarannya. Kemudian subjek membandingkan hasil hitung dengan koordinat titik y pada saat $t = 2$ dan subjek menyadari jika hasilnya sama.

b. Berapa jarak yang ditempuh pada detik ke-3 dan detik ke-1? 40, 10

A₂

Gambar 4.2

Jawaban Tertulis S₁ Soal Nomor 1b

Gambar 4.2 menunjukkan bahwa subjek tidak melakukan perhitungan lagi seperti yang dilakukan pada soal nomor 1a. Subjek meyakini bahwa hasilnya akan sama antara substitusi $t = 3$ dan $t = 1$ ke persamaan dengan membaca koordinat y pada saat $t = 3$ dan $t = 1$.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₁ pada soal nomor 1b:

P_{1.1.2}: Bagaimana cara kamu mengetahui nilai y pada saat $t=3$ dan $t=1$?

S_{1.1.2}: Karena pada soal pertama nilai dengan cara mensubstitusi ke persamaan itu sama dengan hanya melihat koordinat titik y , maka saya hanya melihat nilai koordinat y pada saat $t = 3$ yaitu 40 dan $t = 1$ yaitu 10

P_{1.1.3}: Coba kamu perhatikan lagi grafiknya, apakah pada saat $t = 3$ titiknya tepat di koordinat $y = 40$?

S_{1.1.3}: Ehm, agak ke atas dikit kak titiknya, karena sedikit jadi saya kira tidak ada bedanya makanya saya menjawab 40

P_{1.1.4}: Sekarang coba kamu substitusi $t = 3$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$, kemudian berapa hasilnya?

S_{1.1.4}: Hasilnya 41 kak

P_{1.1.5}: Jadi apakah hasilnya sama?

S_{1.1.5}: Tidak kak, hasilnya beda 1

- P_{1.1.6}: Sekarang coba kamu perhatikan lagi grafiknya, apakah pada saat $t = 1$ titiknya tepat di koordinat $y = 10$?
- S_{1.1.6}: Agak ke bawah dikit kak titiknya
- P_{1.1.7}: Sekarang coba kamu substitusi $t = 1$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$, kemudian berapa hasilnya?
- S_{1.1.7}: Hasilnya 9 kak
- P_{1.1.8}: Jadi apakah hasilnya sama?
- S_{1.1.8}: Tidak kak, hasilnya juga beda 1
- P_{1.1.9}: Bagaimana nilai y pada saat $t = 3$ dengan pada saat $t=2$?
- S_{1.1.9}: Nilai y pada saat $t = 3$ lebih besar dari pada saat $t = 2$ karena grafiknya semakin naik, jadi nilainya lebih besar
- P_{1.1.10}: Bagaimana nilai y pada saat $t = 1$ dengan pada saat $t=2$?
- S_{1.1.10}: Nilai y pada saat $t = 1$ lebih kecil dari pada saat $t = 2$ karena semakin besar nilai t maka grafiknya semakin naik dan lebih besar nilai y -nya.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek dalam menentukan jarak pada saat $t = 3$ dan $t = 1$ hanya dengan membaca grafiknya.

2. Kapan kendaraan tersebut mengalami perubahan jarak tempuh paling jauh? detik - 4

Gambar 4.3

Jawaban Tertulis S₁ Soal Nomor 1c

Gambar 4.3 menunjukkan bahwa subjek memperoleh jawaban dengan mengamati grafik pada soal dimana perubahan paling besar terjadi pada selang detik 3 ke 4.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₁ pada soal nomor 1c:

P_{1.1.11}: Bagaimana cara kamu menentukan perbandingan perubahan yang paling besar antar titik?

S_{1.1.11}: Saya menentukannya hanya dengan melihat grafik. Pada selang detik ke-1 dan ke-2 selisihnya 10, pada selang detik ke-2 dan detik ke-3 selisihnya 20, dan pada selang detik ke-3 dan detik ke-4 selisihnya 30 jadi sudah terlihat jelas bahwa perubahan jarak tempuh paling jauh itu pada selang detik ke-3 dan detik ke-4.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek menentukan perbandingan perubahan paling besar dengan melihat grafik. Melalui gambar grafik, subjek mengetahui jika pada saat $t = 1$ jaraknya 10, $t = 2$ jaraknya 20, $t = 3$ jaraknya 40, dan saat $t = 4$ jaraknya 70. Kemudian subjek menghitung selisih jarak setiap detik.

$$\begin{aligned}
 & d) \ y = 5t^2 - 4t + 8 \\
 & \quad 2 \cdot 5t - 4t + 8 \\
 & \quad 10t - 4t + 8 \\
 & \quad \text{kecepatan} \\
 & \quad 10t - 4 \\
 & \quad = 10 \cdot 2 - 4 = 10 \cdot 3 - 4 \\
 & \quad = 20 - 4 \quad \quad 30 - 4 \\
 & \quad = 16 \quad \quad \quad 26 \\
 & \quad \text{Solusi} = 10 //
 \end{aligned}$$

Gambar 4.4

Jawaban Tertulis S₁ Soal Nomor 1d

Gambar 4.4 menunjukkan bahwa subjek menurunkan persamaan jarak. Kemudian subjek mensubstitusi $t = 2$ dan $t = 3$ ke dalam persamaan $y = 10t - 4$ yang merupakan hasil turunan, lalu menghitung selisih kecepatan saat $t = 3$ dan $t = 2$.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₁ pada soal nomor 1d:

P_{1.1.12}: Bagaimana cara kamu menentukan persamaan kecepatan?

- S_{1.1.12}: Persamaan kecepatan diperoleh dengan menurunkan persamaan jarak terhadap waktu, sehingga saya menurunkan persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ terlebih dahulu dan diperoleh persamaan $y = 10t - 4$
- P_{1.1.13}: Bagaimana cara kamu menentukan kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik?
- S_{1.1.13}: Setelah saya memperoleh persamaan $y = 10t - 4$, saya mensubstitusi $t = 2$ dan $t = 3$ kemudian hasilnya saya kurangi.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mengetahui jika turunan dari persamaan jarak menghasilkan persamaan kecepatan.

Handwritten work showing the calculation of average velocity:

$$e) 10t - 4$$

$$10 \cdot 1 - 4 = 6$$

$$\textcircled{2} 10t - 4 = 10 \cdot 2 - 4 = 16$$

$$\textcircled{3} 10t - 4 = 10 \cdot 3 - 4 = 26$$

$$\textcircled{4} 10t - 4 = 10 \cdot 4 - 4 = 36$$

$$= 16 + 26 + 36 = 84 : 4 = 21$$

Gambar 4.5
Jawaban Tertulis S₁ Soal Nomor 1e

Gambar 4.5 menunjukkan bahwa subjek menentukan kecepatan rata-rata dengan mensubstitusi $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, dan $t = 4$ ke dalam persamaan $y = 10t - 4$. Kemudian, subjek menjumlahkan hasil substitusi dan membagi 4 sehingga memperoleh hasil 21.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₁ pada soal nomor 1e:

- P_{1.1.14}: Bagaimana cara kamu menentukan kecepatan rata-rata?
- S_{1.1.14}: Setelah saya memperoleh persamaan $y = 10t - 4$, saya mensubstitusi $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$

dan $t = 4$, kemudian hasilnya saya jumlahkan semuanya terus dibagi dengan 4.

P_{1.1.15}: Apakah $16+26+36$ itu sama dengan 84?

S_{1.1.15}: Tidak kak, 84 itu saya peroleh dari $6+16+26+36$, yang disitu angka 6-nya belum saya tulis aja, tapi sudah masuk ke hitungan jumlahnya.

P_{1.1.16}: Apa hubungan antara kecepatan sesaat dengan kecepatan rata-rata?

S_{1.1.16}: Kecepataan sesaat itu untuk satu waktu tertentu dan kalau kecepatan rata-rata itu untuk semua waktu yang diketahui.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mengetahui cara menentukan rata-rata yaitu jumlah data dibagi banyak data. Meskipun dalam tes tulis subjek kurang menambahkan angka 6, namun pada hasil yang diperoleh, angka 6 sudah ikut dijumlahkan oleh subjek.

2) Soal No 2

Berikut ini jawaban tertulis S₁



Gambar 4.6
Jawaban Tertulis S₁ Soal Nomor 2a

Gambar 4.6 menunjukkan bahwa menurut subjek, titik singgung kurva terletak pada koordinat (2, 3).

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₁ pada soal nomor 2a:

P_{1.2.17}: Bagaimana cara kamu menentukan titik singgung?

S_{1.2.17}: Dengan cara melihat titik mana pada garis yang menyinggung kurva dan disini titik (2, 3) yang menyinggung kurva.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa menurut subjek, titik singgung adalah titik pada garis singgung yang tepat menyinggung kurva sehingga subjek memilih titik (2, 3).

$$\begin{array}{l} (x_1, y_1) \quad 1, 1 \\ (x_2, y_2) \quad 2, 3 \\ a) \quad (1, 1) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ b) \quad \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 1}{2 - 1} = \frac{2}{1} = 2 \end{array}$$

Gambar 4.7
Jawaban Tertulis S₁ Soal Nomor 2b

Gambar 4.7 menunjukkan bahwa subjek dapat menentukan gradien garis singgung kurva. Subjek menggunakan titik singgung sebagai (x_1, y_1) dan titik lain sebagai (x_2, y_2) . Kemudian subjek menggunakan rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ untuk menentukan gradiennya.

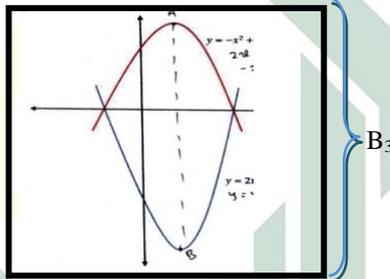
Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₁ pada soal nomor 2b:

- P_{1.2.18}: Bagaimana cara kamu menentukan gradien singgung?
- S_{1.2.18}: Saya mengambil titik lain pada garis yang terdapat titik singgung itu, kemudian saya menentukan gradien dengan menggunakan rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ dengan titik singgungnya menjadi (x_2, y_2) dan titik lain yang saya ambil ini menjadi (x_1, y_1)
- P_{1.2.19}: Kurva yang disinggung oleh garis itu termasuk fungsi naik atau fungsi turun?
- S_{1.2.19}: Menurut saya fungsi naik kak, karena kurva bergerak ke atas
- P_{1.2.20}: Apa yang bisa kamu simpulkan dari hubungan antara nilai gradien garis singgung dengan fungsi naik?

S_{1.2.20}: Setahu saya jika garis singgung menyinggung kurva fungsi naik, gradiennya positif kak.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui cara subjek mengambil titik lain sebagai (x_2, y_2) . Subjek menentukan titik lainnya dengan cara mengambil titik pada garis yang menyinggung kurva. Kemudian subjek menggunakan titik singgung sebagai (x_1, y_1) . Setelah itu subjek mensubstitusikan (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ke dalam rumus $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

- 3) Soal No 3
Berikut ini jawaban tertulis S₁



Gambar 4.8

Jawaban Tertulis S₁ Soal Nomor 3a

Gambar 4.8 menunjukkan bahwa subjek dapat menentukan jarak terjauh antara dua kurva. Subjek membuat garis yang menghubungkan titik puncak pada grafik $y = -x^2 + 2x + 3$ dan $y = 2x^2 - 4x - 6$.

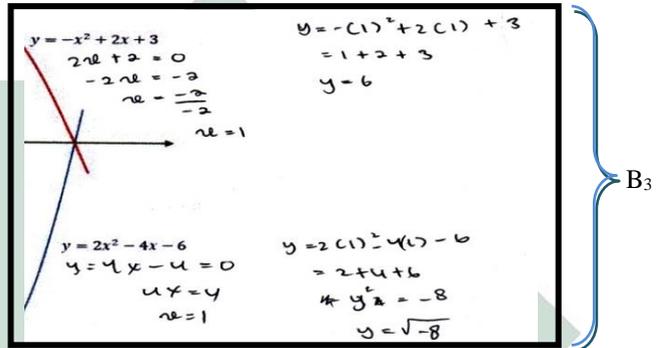
Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₁ pada soal nomor 3a:

P_{1.3.21}: Bagaimana cara kamu menentukan jarak terjauh dari dua grafik tersebut?

S_{1.3.21}: Dari gambar grafik langsung dapat diketahui bahwa jarak terjauh dari dua grafik tersebut diperoleh dengan menghubungkan titik

maksimum dari fungsi $y = -x^2 + 2x + 3$ dan titik minimum dari fungsi $y = 2x^2 - 4x - 6$

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mengetahui jarak terjauh antar dua kurva hanya dengan melihat gambar grafik yang terdapat pada soal.



Gambar 4.9
Jawaban Tertulis S₁ Soal Nomor 3b

Gambar 4.9 menunjukkan bahwa subjek menentukan koordinat masing-masing titik puncak. Subjek menentukan turunan dari kedua grafik untuk mencari nilai x-nya. Kemudian subjek mensubstitusikan nilai x yang diperoleh ke dalam persamaan awal masing-masing kurva guna memperoleh nilai y.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₁ pada soal nomor 3b:

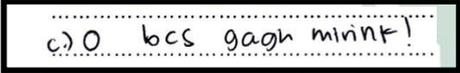
- P_{1.3.22}: Bagaimana cara kamu menentukan berapa jarak terjauhnya?
- S_{1.3.22}: Saya mencari koordinat dari titik maksimum dan titik minimumnya.
- P_{1.3.23}: Bagaimana cara kamu menentukan koordinat dari titik maksimum dan titik minimumnya?
- S_{1.3.23}: Saya menurunkan persamaan $y = -x^2 + 2x + 3$ untuk menentukan nilai x-nya kemudian saya

mensubstitusikan nilai x ke dalam persamaan $y = -x^2 + 2x + 3$ untuk menentukan nilai y -nya. Setelah itu Saya menurunkan persamaan $y = 2x^2 - 4x - 6$ untuk menentukan nilai x -nya kemudian saya mensubstitusikan nilai x ke dalam persamaan $y = 2x^2 - 4x - 6$ untuk menentukan nilai y -nya.

P_{1.3.24}: Jadi berapa jarak terjauhnya?

S_{1.3.24}: Jaraknya 6 dan -8.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek menyelesaikan soal dengan mencari koordinat titik puncak masing-masing kedua kurva. Akan tetapi, subjek bingung menentukan jarak terjauh, sehingga ketika ditanyakan berapa jarak terjauh, subjek menjawab jika jarak terjauhnya 6 dan -8.



} C₂

Gambar 4.10

Jawaban Tertulis S₁ Soal Nomor 3c

Gambar 4.10 menunjukkan bahwa subjek membuat kesimpulan jika gradien bernilai 0 ketika tidak miring.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₁ pada soal nomor 3c:

P_{1.3.25}: Apa yang bisa kamu simpulkan dari pertanyaan no 3a dan 3b?

S_{1.3.25}: Menurut saya, titik puncak itu tidak miring jadi tidak mempunyai kemiringan sehingga gradiennya 0. Oleh karena itu dalam menentukan nilai x -nya, turunannya saya sama dengankan 0.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa menurut subjek titik puncak grafik tidak miring sehingga titik puncak itu gradiennya 0.

b. Analisis Data S_1

Berdasarkan deskripsi data di atas, berikut hasil analisis tes kemampuan penalaran visual S_1 dalam menyelesaikan soal grafik turunan fungsi yang disesuaikan dengan indikator penalaran visual pada proses investigasi, interpretasi, dan aplikasi grafik disajikan dalam Tabel 4.1 sebagai berikut:

Tabel 4.1
Analisis Data S_1

Indikator	No. Soal	Hasil Analisis Data S_1
A ₁	1a	Data tertulis pada Gambar 4.1 menunjukkan bahwa subjek mengidentifikasi koordinat y dengan mensubstitusi nilai t yang ditanyakan ke dalam persamaan yang diketahui pada grafik. Hal ini juga diungkapkan oleh S_1 pada petikan wawancara $S_{1.1.1}$.
A ₂	1b	Data tertulis pada Gambar 4.2 menunjukkan bahwa subjek dapat mengidentifikasi perubahan dalam satu variabel dengan cara melihat koordinat y pada saat $t = 3$ dan $t = 1$ pada grafik. Hal ini diungkapkan oleh S_1 pada petikan wawancara $S_{1.1.2}$. Akan tetapi, S_1 kurang cermat dalam membaca koordinat y pada saat $t = 3$ dan $t = 1$.
A ₃	2a	Data tertulis pada Gambar 4.6 menunjukkan bahwa S_1 dapat menentukan titik singgung. Hal ini juga diungkapkan oleh S_1 pada petikan wawancara $S_{1.2.17}$.
A ₄	2b	Data tertulis pada Gambar 4.7 menunjukkan bahwa S_1 dapat menentukan titik bantu sebagai (x_1, y_1) dan subjek menggunakan titik singgung sebagai (x_2, y_2) . Hal ini juga diungkapkan oleh S_1 pada petikan wawancara $S_{1.2.18}$.
B ₁	1c	Data tertulis pada Gambar 4.3 menunjukkan bahwa S_1 dapat menentukan perubahan jarak paling jauh dengan mengamati grafik. Hal ini diungkapkan oleh S_1 pada petikan wawancara $S_{1.1.11}$.

B ₂	2b	Data tertulis pada Gambar 4.7 menunjukkan bahwa S ₁ menggunakan rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ untuk menentukan gradien. Hal ini diungkapkan oleh S ₁ pada petikan wawancara S _{1.2.18}
B ₃	3a	Data tertulis pada Gambar 4.8 menunjukkan bahwa S ₁ dapat mengidentifikasi jarak terjauh antar dua kurva. Subjek membuat garis yang menghubungkan titik puncak grafik $y = -x^2 + 2x + 3$ dan titik puncak grafik $y = 2x^2 - 4x - 6$. Hal ini juga diungkapkan oleh S ₁ pada petikan wawancara S _{1.3.21} .
	3b	Data tertulis pada Gambar 4.9 menunjukkan bahwa S ₁ menentukan besar jarak terjauh antara dua kurva dengan menentukan koordinat masing-masing titik puncak. Hal ini diungkapkan oleh S ₁ pada petikan wawancara S _{1.3.22} dan S _{1.3.23} . Akan tetapi pada petikan wawancara S _{1.3.24} subjek menjawab jika besar jarak terjauh adalah 6 dan -8 sehingga dapat diketahui bahwa subjek masih bingung dalam menentukan besar jarak terjauhnya.
C ₁	1d	Data tertulis pada Gambar 4.4 menunjukkan bahwa S ₁ menurunkan persamaan jarak $y = 5t^2 - 4t + 8$ sehingga diperoleh persamaan $y = 10t - 4$. Setelah itu, subjek mensubstitusi $t = 3$ dan $t = 2$. Kemudian subjek menentukan selisih kecepatan saat $t = 3$ dan $t = 2$. Hal ini diungkapkan oleh S ₁ pada petikan wawancara S _{1.1.12} dan S _{1.1.13} .
	1e	Data tertulis pada Gambar 4.5 menunjukkan bahwa S ₁ mensubstitusi $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, dan $t = 4$ ke dalam persamaan kecepatan yaitu $y = 10t - 4$. Kemudian hasilnya dijumlahkan dan dibagi 4 sehingga diperoleh hasil 21. Hal ini diungkapkan oleh S ₁ pada petikan wawancara S _{1.1.14} .
C ₂	3c	Data tertulis pada Gambar 4.10 menunjukkan bahwa subjek berkesimpulan bahwa jika gradien akan bernilai 0 ketika tidak miring. Hal ini diungkapkan oleh subjek S ₁ pada petikan wawancara S _{1.3.25} .

2. Deskripsi dan Analisis Data S₂

a. Deskripsi Data S₂

1) Soal No 1

Berikut ini jawaban tertulis S₂

$$\begin{aligned}
 a. \quad y &= 5 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 8 \\
 &= 5 \cdot 4 - 8 + 8 \\
 &= 20 - 8 + 8 \\
 &= 12 + 8 \\
 &= 20
 \end{aligned}$$

Gambar 4.11
Jawaban Tertulis S₂ Soal Nomor 1a

Gambar 4.11 menunjukkan bahwa subjek menentukan jarak dengan cara mensubstitusi $t = 2$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ sehingga diperoleh hasil 20.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₂ pada soal nomor 1a:

P_{2.1.1}: Bagaimana cara kamu mengetahui nilai y dari suatu titik?

S_{2.1.1}: Saya melihat persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ pada grafik, sehingga saya mensubstitusikan $t = 2$ ke dalam persamaan tersebut untuk menentukan nilai y -nya.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek menyelesaikan soal dengan mensubstitusi $t = 2$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$.

$$\begin{aligned}
 b. \quad &40 \text{ (detik ke 3)} \\
 &10 \text{ (detik ke 1)}
 \end{aligned}$$

Gambar 4.12
Jawaban Tertulis S₂ Soal Nomor 1b

Gambar 4.12 menunjukkan bahwa subjek menjawab jika pada detik ke 3, jarak yang ditempuh adalah 40 dan pada saat detik ke 1, jarak yang ditempuh adalah 10.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₂ pada soal nomor 1b:

P_{2.1.2}: Bagaimana cara kamu mengetahui nilai y pada saat $t=3$ dan $t=1$?

S_{2.1.2}: Saya melihat nilai koordinat y pada saat $t = 3$ dan $t = 1$

P_{2.1.3}: Kenapa kamu tidak menggunakan metode substitusi lagi?

S_{2.1.3}: Karena pada soal sebelumnya hasil dengan cara mensubstitusi itu sama dengan melihat koordinat y .

P_{2.1.4}: Coba kamu perhatikan lagi grafiknya, apakah pada saat $t = 1$ titiknya tepat di koordinat $y = 10$?

S_{2.1.4}: Sebenarnya agak ke bawah dikit kak, karena bedanya sedikit jadi tetap saya menjawab 10 kak

P_{2.1.5}: Coba kamu kamu hitung hasil substitusi $t = 1$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$!

S_{2.1.5}: Hasilnya 9 kak

P_{2.1.6}: Apakah sama dengan 10?

S_{2.1.6}: Tidak kak, hasilnya beda 1

P_{2.1.7}: Sekarang coba kamu perhatikan lagi grafiknya, apakah pada saat $t = 3$, apakah titiknya tepat di koordinat $y = 40$?

S_{2.1.7}: Ehm, agak ke atas sedikit kak titiknya

P_{2.1.8}: Coba kamu juga hitung hasil substitusi $t = 3$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$!

S_{2.1.8}: Hasilnya 39 kak

P_{2.1.9}: Apakah sama dengan 40?

S_{2.1.9}: Tidak kak, hasilnya juga beda 1

P_{2.1.10}: Bagaimana nilai y pada saat $t = 3$ dengan pada saat $t=2$?

S_{2.1.10}: Karena dari $t = 2$ hingga $t = 3$ grafiknya semakin naik berarti nilai y pada saat $t = 3$ itu lebih besar daripada saat $t = 2$

P_{2.1.11}: Bagaimana nilai y pada saat $t = 1$ dengan pada saat $t=2$?

Gambar 4.14 menunjukkan bahwa subjek menurunkan persamaan jarak, kemudian subjek mensubstitusi $t = 2$ dan $t = 3$ ke dalam persamaan $y = 10t - 4$ yang merupakan turunan.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₂ pada soal nomor 1d:

P_{2.1.13}: Bagaimana cara kamu menentukan persamaan kecepatan?

S_{2.1.13}: Saya menurunkan persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ dan diperoleh persamaan $y = 10t - 4$ sebagai persamaan kecepatan

P_{2.1.14}: Bagaimana cara kamu menentukan kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik?

S_{2.1.14}: Saya mensubstitusi $t = 2$ dan $t = 3$ ke dalam persamaan yang sudah diturunkan yaitu $y' = 10t - 4$

P_{2.1.15}: Jadi berapa kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik?

S_{2.1.15}: Kecepatannya 10 kak.

P_{2.1.16}: Kenapa kecepatannya itu 10?

S_{2.1.16}: Karena yang dicari itu kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik, jadi hasil substitusinya dikurangkan sehingga 26 dikurangi 16 sama dengan 10.

P_{2.1.17}: Kenapa tidak ditulis?

S_{2.1.17}: Itu kak, saya kelupaan, tapi hasil sebenarnya itu 10, hanya saja saya lupa menuliskannya.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mengetahui jika persamaan kecepatan bisa diperoleh dengan menurunkan persamaan jarak yang terdapat pada soal. Subjek menyatakan jika kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik adalah 10. Selain itu, subjek menyatakan jika dia tidak menuliskan jawaban 10 karena lupa.

t	$y = 10t - 4$	$y/4$
1	$10 \cdot 1 - 4 = 6$	$6/4 = 1.5$
2	$10 \cdot 2 - 4 = 16$	$16/4 = 4$
3	$10 \cdot 3 - 4 = 26$	$26/4 = 6.5$

$84 : 4 = 21$

Gambar 4.15
Jawaban Tertulis S₂ Soal Nomor 1e

Gambar 4.15 menunjukkan bahwa subjek mensubstitusi $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, dan $t = 4$ ke dalam persamaan kecepatan $y = 10t - 4$. Setelah itu subjek membagi 84 dengan angka 4 dan diperoleh hasil 21.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₂ pada soal nomor 1e:

P_{2.1.18}: Bagaimana cara kamu menentukan kecepatan rata-rata?

S_{2.1.18}: Saya mensubstitusi $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$ dan $t = 4$ ke dalam persamaan $y = 10t - 4$, kemudian hasilnya saya jumlah dan dibagi 4.

P_{2.1.19}: 84 itu kamu peroleh darimana?

S_{2.1.19}: Dari menjumlahkan semua hasil substitusi kak, hasil dari $6+16+26+36$ kak

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa menurut subjek, rata-rata ditentukan dengan menjumlahkan nilai data kemudian dibagi dengan banyaknya data. Meskipun dalam tes tulis subjek tidak menuliskan angka 84 itu diperoleh dari mana, namun subjek dapat memahami cara menentukan rata-rata.

b. Soal No 2

Berikut ini jawaban tertulis S₂

a. Tentukan koordinat titik singgung (g) (2, 3)

Gambar 4.16
Jawaban Tertulis S₂ Soal Nomor 2a

Gambar 4.16 menunjukkan bahwa subjek dapat menentukan titik singgung kurva yaitu pada titik (2, 3).

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₂ pada soal nomor 2a:

P_{2.2.20}: Bagaimana cara kamu menentukan titik singgung?

S_{2.2.20}: Titik singgungnya (2, 3) karena titik itu menyinggung garis dan kurva.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek memahami apa itu titik singgung yaitu titik pada garis singgung yang tepat menyinggung garis dan kurva.

$$\begin{array}{l} (x_1, y_1) = (2, 3) \\ (x_2, y_2) = (4, 7) \\ m = \frac{y^2 - y^1}{x^2 - x^1} = \frac{7-3}{4-2} = \frac{4}{2} = 2. \end{array}$$

Gambar 4.17

Jawaban Tertulis S₂ Soal Nomor 2b

Gambar 4.17 menunjukkan bahwa subjek menentukan gradien dengan menggunakan titik singgung sebagai (x_1, y_1) dan titik lain sebagai (x_2, y_2) dan menggunakan rumus $m = \frac{y^2 - y^1}{x^2 - x^1}$.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₂ pada soal nomor 2b:

P_{2.2.21}: Bagaimana cara kamu menentukan gradien singgung?

S_{2.2.21}: Saya menggunakan rumus $m = \frac{y^2 - y^1}{x^2 - x^1}$

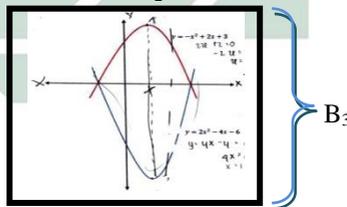
P_{2.2.22}: Jadi $\frac{y^2 - y^1}{x^2 - x^1}$ itu bukan mengartikan bilangannya dipangkatkan?

S_{2.2.22}: Tidak kak

- P_{2.2.23}: Bagaimana cara kamu menentukan (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) nya?
- S_{2.2.23}: Untuk (x_1, y_1) menggunakan koordinat titik singgungnya dan untuk (x_2, y_2) saya ambil titik lain yang masih segaris dengan titik singgungnya.
- P_{2.2.24}: Kurva yang disinggung oleh garis itu termasuk fungsi naik atau fungsi turun?
- S_{2.2.24}: Fungsi naik kak soalnya kurvanya semakin naik
- P_{2.2.25}: Apa yang bisa kamu simpulkan dari hubungan antara nilai gradien garis singgung dengan fungsi naik?
- S_{2.2.25}: Tidak tahu kak.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mengambil titik lain sebagai (x_2, y_2) dengan cara mengambil titik yang segaris dengan titik singgung. Setelah itu subjek mensubstitusikan (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ke dalam rumus $m = \frac{y^2 - y^1}{x^2 - x^1}$. Akan tetapi rumus $m = \frac{y^2 - y^1}{x^2 - x^1}$ tidak mengartikan bilangan berpangkat, namun memiliki arti y ke 1, y ke 2, x ke 1, dan x ke 2.

- c. Soal No 3
Berikut ini jawaban tertulis S₂



Gambar 4.18
Jawaban Tertulis S₂ Soal Nomor 3a

Gambar 4.18 menunjukkan bahwa subjek memilih titik maksimum grafik $y = -x^2 + 2x + 3$ dan diberi nama titik A. Kemudian subjek memilih titik minimum dari grafik $y = 2x^2 - 4x - 6$ dan diberi nama titik B.

Setelah itu, subjek menarik garis dimana ia menghubungkan titik A dan B.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₂ pada soal nomor 3a:

P_{2.3.26}: Bagaimana cara kamu menentukan jarak terjauh dari dua grafik tersebut?

S_{2.3.26}: Saya mengambil titik puncak kurva atas dan titik puncak kurva bawah kemudian saya tarik garis.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mengetahui secara langsung jika jarak terjauh antar dua kurva diperoleh hanya dengan menghubungkan titik maksimum fungsi $y = -x^2 + 2x + 3$ dan titik minimum fungsi $y = 2x^2 - 4x - 6$.

$y = x^2 + 2x + 3$	$y = 2x^2 - 4x - 6$
$2x + 2 = 0$	$y = 4x^2 - 4 = 0$
$-2x = -2$	$4x = 4$
$x = \frac{-2}{-2}$	$x = 1$
$x = 1$	
	$y = 2(1)^2 - 4(1) - 6$
	$= 2 + 4 - 6$
	$y = -6$

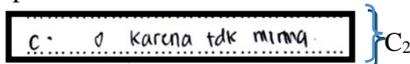
Gambar 4.19
Jawaban Tertulis S₂ Soal Nomor 3b

Gambar 4.19 menunjukkan bahwa subjek menentukan jarak terjauh antara dua kurva dengan menentukan koordinat masing-masing titik puncak. Subjek mencari nilai x dengan menentukan turunan dari masing-masing persamaan, lalu mensubstitusikan nilai x yang diperoleh ke dalam persamaan $y = 2x^2 - 4x - 6$ untuk memperoleh nilai y.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₂ pada soal nomor 3b:

- P_{2.3.27}: Bagaimana cara kamu menentukan berapa jarak terjauhnya?
- S_{2.3.27}: Saya mencari koordinat titik maksimum dan minimumnya.
- P_{2.3.28}: Bagaimana cara kamu menentukan koordinat titik maksimum dan minimumnya?
- S_{2.3.28}: Persamaan $y = -x^2 + 2x + 3$ saya turunkan untuk mencari nilai x-nya. Setelah itu Saya menurunkan persamaan $y = 2x^2 - 4x - 6$ untuk menentukan nilai x-nya kemudian nilai x disubstitusi ke persamaan $y = 2x^2 - 4x - 6$ untuk menentukan nilai y-nya.
- P_{2.3.29}: Kenapa nilai x pada persamaan $y = -x^2 + 2x + 3$ tidak kamu substitusikan atau kenapa kamu tidak mencari nilai y dari persamaan tersebut?
- S_{2.3.29}: Karena waktunya sudah habis
- S_{2.3.30}: Misalnya kamu sudah menemukan nilai y dari persamaan $y = -x^2 + 2x + 3$ itu, bagaimana kamu menentukan berapa jarak terjauhnya?
- P_{2.3.30}: Kalau itu, saya juga masih bingung kak.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mencari koordinat titik maksimum dan minimum kedua kurva. Akan tetapi, subjek masih bingung menentukan jarak terjauh jika koordinat titik puncak sudah diketahui.



Gambar 4.20
Jawaban Tertulis S₂ Soal Nomor 3c

Gambar 4.20 menunjukkan bahwa subjek membuat kesimpulan dimana gradien bernilai 0 karena tidak miring.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S_2 pada soal nomor 3c:

$P_{2.3.31}$: Apa yang bisa kamu simpulkan dari pertanyaan no 3a dan 3b?

$S_{2.3.31}$: Menurut saya, gradien itu miring dan titik puncak ini tidak miring jadi gradiennya 0.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek berpendapat jika titik puncak suatu grafik itu tidak miring sehingga gradiennya itu 0.

b. Analisis Data S_2

Berdasarkan deskripsi data di atas, berikut hasil analisis tes kemampuan penalaran visual S_2 dalam menyelesaikan soal grafik turunan fungsi yang disesuaikan dengan indikator penalaran visual pada proses investigasi, interpretasi, dan aplikasi grafik disajikan dalam Tabel 4.2 sebagai berikut:

Tabel 4.2
Analisis Data S_2

Indikator	No. Soal	Hasil Analisis Data S_2
A ₁	1a	Data tertulis pada Gambar 4.11 menunjukkan bahwa subjek mengidentifikasi koordinat y dengan substitusi $t = 2$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Hal ini diungkapkan oleh S_2 pada petikan wawancara $S_{2.1.1}$.
A ₂	1b	Data tertulis pada Gambar 4.12 menunjukkan bahwa subjek mengidentifikasi perubahan dalam satu variabel dengan melihat koordinat y pada saat $t = 3$ dan $t = 1$. Hal ini diungkapkan S_2 pada petikan wawancara $S_{2.1.2}$ dan $S_{2.1.3}$.
A ₃	2a	Data tertulis pada Gambar 4.16 menunjukkan bahwa S_2 dapat menentukan titik singgungnya. Hal ini diungkapkan oleh S_2 pada petikan wawancara

		<i>S</i> _{2.2.20} dimana subjek mengartikan titik singgung yaitu titik pada garis singgung yang tepat menyinggung garis dan kurva.
A ₄	2b	Data tertulis pada Gambar 4.17 menunjukkan bahwa <i>S</i> ₂ dapat menentukan titik lain yang digunakan sebagai (x_2, y_2) dan subjek menggunakan koordinat titik singgung sebagai (x_1, y_1) . Hal ini diungkapkan oleh <i>S</i> ₂ pada petikan wawancara <i>S</i> _{2.2.23} dimana titik lain yang diambil itu masih segaris dengan titik singgungnya.
B ₁	1c	Data tertulis pada Gambar 4.13 menunjukkan bahwa <i>S</i> ₂ menentukan perubahan jarak paling jauh dengan cara mengamati grafik. Hal ini diungkapkan oleh <i>S</i> ₂ pada petikan wawancara <i>S</i> _{2.1.12} .
B ₂	2b	Data tertulis pada Gambar 4.17 menunjukkan bahwa <i>S</i> ₂ menggunakan rumus $m = \frac{y^2 - y^1}{x^2 - x^1}$ untuk menentukan gradien. Pada petikan wawancara <i>S</i> _{2.2.22} , subjek menjelaskan jika rumus $m = \frac{y^2 - y^1}{x^2 - x^1}$ tidak mengartikan bilangan berpangkat, namun memiliki arti y ke 1, y ke 2, x ke 1, dan x ke 2.
B ₃	3a	Data tertulis pada Gambar 4.18 menunjukkan bahwa <i>S</i> ₂ mengidentifikasi jarak terjauh dengan mengamati grafik. Hal ini diungkapkan oleh <i>S</i> ₂ pada petikan wawancara <i>S</i> _{2.3.26} .
	3b	Data tertulis pada Gambar 4.19 menunjukkan bahwa <i>S</i> ₂ menentukan koordinat titik maksimum dan minimum kedua grafik. Pada petikan wawancara <i>S</i> _{2.3.29} , subjek menjelaskan jika dia tidak mensubstitusi nilai x ke persamaan $y = -x^2 + 2x + 3$ itu dikarenakan waktu mengerjakan telah habis. Selain itu, pada petikan wawancara <i>S</i> _{2.1.30} subjek menjawab jika dia masih bingung cara menentukan besar jarak terjauh jika koordinat titik puncak kedua grafik sudah diketahui.
C ₁	1d	Data tertulis pada Gambar 4.14 menunjukkan bahwa <i>S</i> ₂ menentukan turunan dari persamaan yang diketahui. Kemudian subjek mensubstitusi $t = 3$ dan

		t = 2 ke persamaan turunan yang diperoleh. Hal ini diungkapkan S ₂ pada petikan wawancara S _{2.1.13} dan S _{2.1.14} . Selain itu petikan wawancara S _{2.1.15} menunjukkan bahwa menurut subjek kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik adalah 10 karena yang dicari itu kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik, jadi hasil substitusi dikurangkan. Pada petikan wawancara S _{2.1.17} , S ₂ berkata jika dia tidak menulis jawaban 10 karena lupa.
	1e	Data tertulis pada Gambar 4.15 menunjukkan bahwa S ₂ mensubstitusi t = 1, t = 2, t = 3, dan t = 4 ke dalam persamaan $y = 10t - 4$, lalu hasilnya dijumlah dan dibagi 4. Hal ini diungkapkan oleh S ₂ pada petikan wawancara S _{2.1.18} .
C ₂	3c	Data tertulis pada Gambar 4.20 menunjukkan bahwa subjek berkesimpulan bahwa jika titik puncak tidak miring sehingga gradiennya bernilai 0. Hal ini diungkapkan oleh S ₂ pada petikan wawancara S _{2.3.31} .

3. Hasil Analisis Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Aktifis Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi

Berdasarkan deskripsi dan hasil analisis data di atas, berikut hasil analisis tes penalaran visual S₁ dan S₂ dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi pada proses investigasi grafik, interpretasi grafik, dan aplikasi grafik yang disajikan dalam Tabel 4.3 berikut ini:

Tabel 4.3
Hasil Analisis Data S₁ dan S₂

Indikator	S ₁	S ₂
A ₁	Subjek menentukan koordinat y dengan mesubstitusikan nilai t ke persamaan yang diketahui.	Subjek menentukan koordinat y dengan substitusi nilai t ke dalam persamaan yang diketahui.

Kesimpulan	Siswa bergaya belajar aktivis mampu mengidentifikasi koordinat y dari suatu titik.	
A ₁	Subjek menentukan perubahan titik y dengan mengamati grafik, namun subjek kurang cermat membaca koordinat y .	Subjek menentukan jawaban dengan mengamati grafik, namun subjek kurang cermat membaca koordinat y .
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar aktivis kurang mampu mengidentifikasi perubahan satu variabel dengan variabel terkait lainnya	
A ₃	Subjek berpendapat jika titik singgung itu sebagai titik pada garis singgung yang tepat menyinggung kurva.	Subjek berpendapat jika titik singgung merupakan titik pada garis singgung yang tepat menyinggung garis dan kurva.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar aktivis mampu mengidentifikasi koordinat titik pada grafik dan garis sebagai titik singgung.	
A ₄	Subjek menentukan jika titik lain sebagai (x_1, y_1) dan titik singgung sebagai (x_2, y_2) . Titik lain diambil dari sebarang titik pada garis singgung.	Subjek menentukan jika titik lain yang masih segaris dengan titik singgungnya sebagai (x_2, y_2) dan titik singgung sebagai (x_1, y_1) .
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar aktivis mampu mengidentifikasi posisi grafik fungsi dan garis singgung	
B ₁	Subjek memperoleh jawaban dengan mengamati perubahan jarak setiap detiknya.	Subjek menentukan perubahan jarak paling jauh dengan cara mengamati grafik.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar aktivis mampu menentukan perbandingan perubahan grafik.	
B ₂	Subjek menghitung gradien dengan substitusikan (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ke dalam rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.	Subjek menentukan gradien dengan substitusi (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ke dalam rumus $m = \frac{y^2 - y^1}{x^2 - x^1}$. Namun, subjek

		menyebutkan jika $\frac{y^2-y^1}{x^2-x^1}$ itu bukan bilangan berpangkat, melainkan y ke 1, y ke 2, x ke 1, dan x ke 2.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar aktivis mampu menghitung kemiringan tangen pada titik singgung.	
B ₃	S ₁ menentukan jarak terjauh dengan mengamati grafik sehingga subjek membuat garis yang menghubungkan titik puncak kedua grafik.	S ₂ menentukan jarak terjauh dengan mengamati grafik, kemudian menghubungkan titik puncak dari masing-masing kurva dengan sebuah garis.
	S ₁ menentukan koordinat masing-masing titik puncak dengan menggunakan turunan untuk mencari nilai x-nya dan substitusi nilai x ke dalam persamaan awal untuk mencari nilai y-nya. Subjek menyebutkan jika merasa bingung dalam menentukan besar jarak terjauhnya.	S ₂ menuliskan cara menentukan koordinat titik puncak kedua grafik, dimana nilai x dicari dengan menurunkan kedua persamaan dan nilai y dengan substitusi nilai x ke salah satu persamaan awal saja. Subjek menyebutkan jika dia tidak mensubstitusi nilai x ke persamaan lainnya dikarenakan waktu mengerjakan telah habis.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar aktivis kurang mampu mengidentifikasi jarak pada dua fungsi.	
C ₁	S ₁ menurunkan persamaan jarak, lalu mensubstitusi dua nilai t yang ditentukan. Setelah itu, subjek menentukan selisihnya.	S ₂ menurunkan persamaan jarak, lalu mensubstitusi nilai t = 2 dan t = 3. Akan tetapi subjek menyatakan jika dia lupa menuliskan selisih dari hasil substitusi.
	Subjek S ₁ menentukan kecepatan rata-rata dengan mensubstitusi t = 1, t = 2, t = 3, dan t = 4 ke dalam persamaan kecepatan,	Subjek S ₂ menentukan kecepatan rata-rata dengan mensubstitusi t = 1, t = 2, t = 3, dan t = 4 ke dalam persamaan kecepatan.

	kemudian menjumlahkan hasil substitusi dan membagi 4.	Setelah itu subjek menjumlahkan semua hasil substitusi dan membagi 4.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar aktivis mampu mengidentifikasi hubungan antara tingkat perubahan sesaat dan rata-rata	
C ₂	Subjek membuat kesimpulan bahwa jika gradien akan bernilai 0 ketika tidak miring garis singgungnya.	Subjek membuat kesimpulan bahwa titik puncak itu tidak miring sehingga gradiennya bernilai 0.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar aktivis mampu mengidentifikasi hubungan kemiringan garis singgung pada titik-titik tertentu atau kondisi tertentu	

B. Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Reflektor Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi

Berikut ini data hasil penelitian kemampuan penalaran visual S₃ dan S₄ dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi.

1. Deskripsi dan Analisis Data S₃

a. Deskripsi data S₃

1) Soal No 1

a. Berapa jarak yang ditempuh pada detik ke-2?

$$= 5(2)^2 - 4(2) + 8$$

$$= 20$$

$$= 20$$

Gambar 4.21
Jawaban Tertulis S₃ Soal Nomor 1a

Jawaban tes kemampuan penalaran visual pada Gambar 4.21 menunjukkan bahwa subjek memperoleh jawaban dengan mensubstitusikan $t = 2$ ke dalam persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₃ pada soal nomor 1a:

P_{3.1.1}: Bagaimana cara kamu mengetahui nilai y dari suatu titik?

S_{3.1.1}: Saya mensubstitusi $t = 2$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mensubstitusi $t = 2$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ dalam menentukan koordinat titik y.

b. Berapa jarak yang ditempuh pada detik ke-3 dan detik ke-1? 

}A₂

Gambar 4.22

Jawaban Tertulis S₃ Soal Nomor 1b

Gambar 4.22 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan 40 sebagai jawaban dari pertanyaan tersebut.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₃ pada soal nomor 1b:

P_{3.1.2}: Bagaimana cara kamu mengetahui nilai y pada saat $t = 3$ dan $t = 1$?

S_{3.1.2}: Sama seperti sebelumnya kak, saya mensubstitusikan $t = 3$ dan $t = 1$ ke dalam persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$, caranya juga saya tulis dikertas coret-coretan kak.

P_{3.1.3}: Coba jelaskan secara rinci proses substitusi $t = 3$ ke dalam persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$!

S_{3.1.3}: Untuk $t = 3$, nilai x nya diganti 3 sehingga $y = 5(3)^2 - 4(3) + 8$ dan hasil akhirnya 41 kak.

P_{3.1.4}: Bagaimana dengan saat $t = 1$?

S_{3.1.4}: Untuk $t = 1$, berarti nilai x nya diganti 1 sehingga $y = 5(1)^2 - 4(1) + 8$ dan hasil akhirnya 9 kak

P_{3.1.5}: Bagaimana nilai y pada saat $t = 3$ dengan pada saat $t=2$?

S_{3.1.5}: Grafik dari $t = 2$ ke $t = 3$ semakin naik

P_{3.1.6}: Jadi?

S_{3.1.6}: Jadi nilai y-nya juga semakin besar

P_{3.1.7}: Bagaimana nilai y pada saat $t = 1$ dengan pada saat $t=2$?

S_{3.1.7}: Grafik dari $t = 2$ ke $t = 1$ semakin turun

P_{3.1.8}: Jadi?

S_{3.1.8}: Jadi nilai y-nya juga semakin kecil

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mensubstitusi $t = 3$ dan $t = 1$ ke persamaan. Akan tetapi subjek menyatakan bahwa proses pengerjaannya ditulis di kertas coret-coretan dan menuliskan hasil akhirnya saja pada lembar jawaban. Meskipun demikian, subjek dapat menjelaskan secara rinci proses pengerjaannya. Selain itu, subjek memahami perubahan yang terjadi pada grafik dimana semakin banyak nilai t maka jaraknya akan semakin besar dan kurvanya akan semakin naik dan begitu pula dengan sebaliknya.

$$\begin{array}{l} \text{du detik ke} \\ 3 \text{ sd } 4 \\ = 70 - 40 \\ = 30 \text{ m} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{du detik ke} \\ 3 \text{ sd } 4 \\ = 70 - 40 \\ = 30 \text{ m} \end{array}} \right\} B_1$$

Gambar 4.23
Jawaban Tertulis S₃ Soal Nomor 1c

Gambar 4.23 menunjukkan bahwa menurut subjek memperoleh perubahan paling besar terjadi pada selang detik 3 ke 4 karena selisih jaraknya adalah 30.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₃ pada soal nomor 1c:

P_{3.1.9}: Bagaimana cara kamu menentukan perbandingan perubahan yang paling besar antar titik?

S_{3.1.9}: Saya melihat di grafik dan melihat ketika $t = 3$ ke $t = 4$ mengalami perubahan paling besar. Pada saat $t = 3$ nilai y-nya itu 40 dan pada saat $t = 4$ nilai y-nya itu 70. Setelah itu, saya kurangkan untuk mengetahui besar perubahannya.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mengetahui perubahan paling besar hanya dengan melihat grafik. Melalui gambar grafik,

subjek langsung menyimpulkan jika perubahan jarak paling besar terjadi pada saat $t = 3$ ke $t = 4$.

d. Berapa kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik? 10

Gambar 4.24

Jawaban Tertulis S₃ Soal Nomor 1d

Gambar 4.24 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan 10 sebagai jawaban dari pertanyaan terkait menentukan kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₃ pada soal nomor 1d:

P_{3.1.10}: Bagaimana cara kamu mengetahui bahwa kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik adalah 10?

S_{3.1.10}: Untuk memperoleh persamaan kecepatan, saya menurunkan persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ terlebih dahulu kemudian mensubstitusi $t = 2$ dan $t = 3$ dan hasilnya saya kurangkan. Caranya saya tulis dikertas coret-coretan kak.

P_{3.1.11}: Apa turunan dari persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$?

S_{3.1.11}: Turunannya $y = 10t - 4$ kak

P_{3.1.12}: Berapa hasil substitusi $t = 2$ dan $t = 3$ ke persamaan $y = 10t - 4$?

S_{3.1.12}: Kalau $t = 2$ nilai y -nya 16 kak, kalau $t = 3$ nilai y -nya 26 kak, jadi selisihnya 10

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek dapat menjelaskan bagaimana cara dia mendapat jawaban 10. Subjek menurunkan persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$, lalu substitusi $t = 2$ dan $t = 3$ ke persamaan $y = 10t - 4$. Kemudian, subjek mencari selisih kecepatan saat $t = 3$ dan $t = 2$ hingga diperoleh 10.

e. Berapa kecepatan rata-rata kendaraan tersebut? 20

Gambar 4.25

Jawaban Tertulis S₃ Soal Nomor 1e

Gambar 4.25 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan 20 sebagai jawaban dari pertanyaan terkait menentukan kecepatan rata-rata.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S_3 pada soal nomor 1e:

$P_{3.1.13}$: Bagaimana cara kamu mengetahui bahwa kecepatan rata-ratanya 20?

$S_{3.1.13}$: Saya mesubstitusikan $t = 1$ dan $t = 4$ ke persamaan $y = 10t - 4$ yang merupakan turunan dari persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Setelah itu saya jadi tahu nilai y saat $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, dan $t = 4$ kemudian saya jumlahkan dan bagi dengan 4. Caranya juga saya tulis dikertas coretan kak.

$P_{3.1.14}$: Berapa hasilnya saat $t = 1$ dan $t = 4$?

$S_{3.1.14}$: Saat $t = 1$ nilai y -nya 6 dan saat $t = 4$ nilai y -nya 36 kak.

$P_{3.1.15}$: Jadi berapa jumlahnya?

$S_{3.1.15}$: Jumlahnya 84 kak.

$P_{3.1.16}$: Terus berapa hasil 84:4?

$S_{3.1.16}$: Hasilnya 20 kak.

$P_{3.1.17}$: 20 kali 4 itu berapa?

$S_{3.1.17}$: 80 kak.

$P_{3.1.18}$: Apakah sama dengan 84?

$S_{3.1.18}$: Tidak kak, salah hitung aku.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek dapat menjelaskan bagaimana cara menentukan rata-rata. Subjek mensubstitusi $t = 1$ dan $t = 4$ ke persamaan $y = 10t - 4$. Kemudian subjek menjumlahkan hasil substitusi $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, $t = 4$ dan membagi 4, namun karena kurang teliti dalam menghitung pembagian, hasil yang diperoleh kurang tepat.

2) Soal No 2

Berikut ini jawaban tertulis S_3

a. Tentukan koordinat titik singgung (g)! 2,3

A₃

Gambar 4.26

Jawaban Tertulis S₃ Soal Nomor 2a

Gambar 4.26 menunjukkan bahwa subjek menuliskan koordinat (2, 3) sebagai koordinat titik singgung kurva.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₃ pada soal nomor 2a:

P_{3.2.19}: Bagaimana cara kamu menentukan titik singgung?

S_{3.2.19}: Dengan melihat titik mana yang tepat menyinggung kurva, dan koordinat titik itu adalah (2, 3)

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mengartikan titik singgung itu yaitu titik yang menyinggung kurva dengan tepat.

b. Tentukan gradient garis singgung (g')! 2

B₂

Gambar 4.27

Jawaban Tertulis S₃ Soal Nomor 2b

Gambar 4.27 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan 2 sebagai jawaban dari pertanyaan terkait menentukan gradien singgung kurva.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₃ pada soal nomor 2a:

P_{3.2.20}: Bagaimana kamu mengetahui bahwa gradien garis singgungnya adalah 2?

S_{3.2.20}: Tadi saya mengambil titik lain pada garis yang segaris dengan titik singgungnya. Caranya saya tulis di kertas coretan kak.

P_{3.2.21}: Berapa koordinat titik lain yang kamu ambil itu?

S_{3.2.21}: Koordinatnya (3, 5)

P_{3.2.22}: Kemudian bagaimana cara kamu menentukan gradien garis singgungnya?

S_{3.2.22}: Saya menggunakan rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

P_{3.2.23}: Koordinat mana yang (x_1, y_1) dan koordinat mana yang (x_2, y_2) nya?

S_{3.2.23}: Koordinatnya titik singgungnya sebagai (x_1, y_1) dan koordinat titik lain jadi (x_2, y_2) .

P_{3.2.24}: Coba jelaskan secara rinci perhitungannya seperti apa!

S_{3.2.24}: Rumusnya $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, jadi $m = \frac{3 - 5}{3 - 2} = \frac{-2}{-1} = 2$ kak

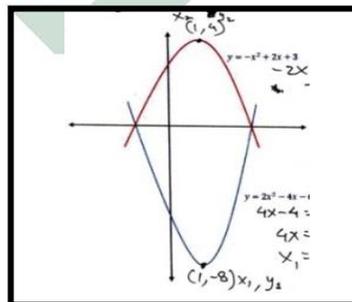
P_{3.2.25}: Apa yang bisa kamu simpulkan dari hubungan antara nilai gradien garis singgung dengan fungsi naik?

S_{3.2.25}: Setahu saya jika garis singgung menyinggung kurva fungsi naik, gradiennya positif kak.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mengambil titik lain sebagai (x_2, y_2) dimana titik itu yang segaris dengan titik singgung, lalu mensubstitusi (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ke dalam rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

3) Soal No 3

Berikut ini jawaban tertulis S₃



Gambar 4.28

Jawaban Tertulis S₃ Soal Nomor 3a

Gambar 4.28 menunjukkan bahwa subjek hanya memberi titik pada titik maksimum pada grafik $y = -x^2 + 2x + 3$ dan titik minimum pada grafik $y = 2x^2 - 4x - 6$.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₃ pada soal nomor 3a:

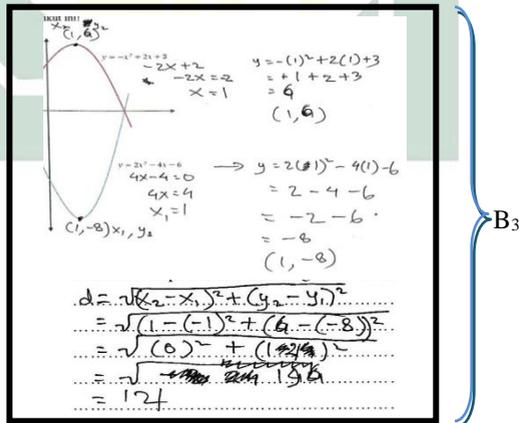
P_{3.3.26}: Yang manakah jarak terjauh dari dua grafik tersebut?

S_{3.3.26}: Jaraknya antara titik maksimum pada grafik $y = -x^2 + 2x + 3$ dan titik minimum pada grafik $y = 2x^2 - 4x - 6$ kak.

P_{3.3.27}: Kenapa tidak ditarik garis?

S_{3.3.27}: Maaf kak, lupa saya.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa menurut subjek jarak terjauh antar dua kurva itu jarak antara titik maksimum dan titik minimum kedua grafik. Akan tetapi, subjek menyebutkan jika dia lupa menarik garis yang menghubungkan titik maksimum dan minimum kedua grafik.



Gambar 4.29
Jawaban Tertulis S₃ Soal Nomor 3b

Gambar 4.29 menunjukkan bahwa dalam menentukan berapa jarak terjauh antara dua kurva, subjek menentukan koordinat masing-masing titik puncak. Subjek menurunkan kedua persamaan untuk mencari nilai x masing-masing kurva. Setelah itu, subjek mensubstitusikan nilai x yang telah diperoleh ke dalam persamaan awal masing-masing kurva untuk memperoleh nilai y masing-masing kurva. Kemudian subjek menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ untuk menentukan berapa jarak terjauhnya.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S_3 pada soal nomor 3b:

$P_{3.3.28}$: Bagaimana cara kamu menentukan berapa jarak terjauhnya?

$S_{3.3.28}$: Saya mencari koordinat titik puncak dari kedua grafik. Saya menurunkan persamaan $y = -x^2 + 2x + 3$ untuk mencari nilai x -nya dan nilai x -nya adalah 1. Setelah itu saya substitusi nilai $x = 1$ ke persamaan $y = -x^2 + 2x + 3$ untuk mencari nilai y -nya dan nilai y -nya adalah 6. Jadi koordinat titik puncaknya adalah (1, 6)

$P_{3.3.29}$: Bagaimana dengan titik puncak kurva $y = 2x^2 - 4x - 6$ tidak kamu substitusikan atau kenapa kamu tidak mencari nilai y dari persamaan tersebut?

$S_{3.3.29}$: Sama seperti sebelumnya, saya menurunkan persamaan $y = 2x^2 - 4x - 6$ untuk mencari nilai x -nya dan nilai x -nya adalah 1. Setelah itu saya substitusi nilai $x = 1$ ke persamaan $y = 2x^2 - 4x - 6$ untuk mencari nilai y -nya dan nilai y -nya adalah -8. Jadi koordinat titik puncaknya adalah (1,-8)

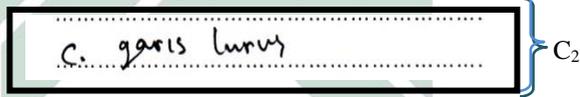
$S_{3.3.30}$: Jadi berapa jarak terjauhnya?

$P_{3.3.30}$: Jaraknya adalah 14.

$S_{3.3.31}$: Bagaimana kamu mengetahui bahwa jaraknya adalah 14?

P_{3.3.31}: Saya menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ dengan titik puncak (1, 6) sebagai (x_2, y_2) dan titik puncak (1, -8) sebagai (x_1, y_1) .

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek menyelesaikan soal dengan mencari koordinat titik puncak kedua kurva, lalu subjek menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ untuk menentukan berapa jarak terjauhnya.



Gambar 4.30
Jawaban Tertulis S₃ Soal Nomor 3c

Gambar 4.30 menunjukkan bahwa subjek membuat kesimpulan berupa garis lurus pada lembar jawaban.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₃ pada soal nomor 3c:

P_{3.3.32}: Apa yang bisa kamu simpulkan dari pertanyaan no 3a dan 3b?

S_{3.3.32}: Menurut saya, karena tidak miring, titik puncak tidak memiliki gradien sehingga berupa garis lurus.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa menurut subjek titik puncak suatu grafik tidak miring sehingga titik puncaknya berupa garis lurus.

b. Analisis Data S₃

Berdasarkan deskripsi data di atas, berikut hasil analisis tes kemampuan penalaran visual S₃ dalam menyelesaikan soal grafik turunan fungsi yang disesuaikan dengan indikator penalaran visual pada proses investigasi, interpretasi, dan aplikasi grafik disajikan dalam Tabel 4.4 sebagai berikut:

Tabel 4.4
Analisis Data S₃

Indikator	No. Soal	Hasil Analisis Data S ₃
A ₁	1a	Data tertulis pada Gambar 4.21 menunjukkan bahwa subjek menentukan koordinat y dengan mensubstitusi $t = 2$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Hal ini juga diungkapkan oleh S ₃ pada petikan wawancara S _{3.1.1} .
A ₂	1b	Data tertulis pada Gambar 4.22 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan hasil akhir dari pertanyaan. Pada petikan wawancara S _{3.1.2} , subjek menyatakan bahwa hasil akhir tersebut diperoleh dengan mensubstitusikan $t = 3$ dan $t = 1$ ke dalam persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Namun proses pengerjaan ditulis subjek pada kertas coret-coretan.
A ₃	2a	Data tertulis pada Gambar 4.26 menunjukkan bahwa S ₃ memilih (2, 3) sebagai koordinat titik singgung. Hal ini diungkapkan oleh S ₃ pada petikan wawancara S _{3.2.19} .
A ₄	2b	Pada Gambar 4.27, S ₃ tidak menuliskan cara menentukan gradien garis singgung. Pada petikan wawancara S _{3.2.20} , S ₃ mengungkapkan jika titik lain diambil dari titik yang segaris dengan titik singgung. Berdasarkan petikan wawancara S _{3.2.20} , S ₃ menggunakan titik singgung sebagai (x_1, y_1) dan titik lain sebagai (x_2, y_2) .
B ₁	1c	Data tertulis pada Gambar 4.23 menunjukkan bahwa menurut S ₃ , perubahan jarak paling besar terjadi pada selang detik 3 ke 4 karena selisihnya 30. Hal ini diungkapkan oleh S ₃ pada petikan wawancara S _{3.2.19} , dimana jawaban diperoleh dengan melihat grafik.
B ₂	2b	Pada Gambar 4.27, subjek tidak menuliskan cara menentukan gradien garis singgung. Akan tetapi, pada petikan wawancara S _{3.2.22} , subjek mengungkapkan jika dia menentukan gradien dengan

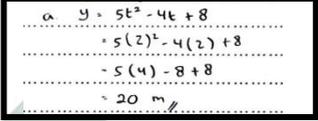
		menggunakan rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
B ₃	3a	Data tertulis pada Gambar 4.28 menunjukkan bahwa S ₃ hanya memberi titik pada titik puncak kedua grafik. Pada petikan wawancara S _{3.3.26} , subjek mengungkapkan bahwa jarak terjauh antar dua kurva itu jarak antara titik puncak dari dua grafik.
	3b	Data tertulis pada Gambar 4.29 menunjukkan bahwa S ₃ menentukan besar jarak terjauh antara dua kurva dengan mencari koordinat titik puncak kedua kurva. Kemudian S ₃ menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ untuk menentukan berapa jarak terjaunya. Hal ini diungkapkan S ₃ pada petikan wawancara S _{3.3.28} , S _{3.3.29} , dan S _{3.3.31} .
C ₁	1d	Pada Gambar 4.24 menunjukkan bahwa kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik menurut subjek adalah 10. Akan tetapi, pada petikan wawancara S _{3.1.10} , subjek mengungkapkan bahwa 10 itu diperoleh dengan menurunkan persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$, kemudian mensubstitusi $t = 2$ dan $t = 3$ ke hasil turunan, lalu menentukan selisih hasilnya.
	1e	Pada Gambar 4.25 menunjukkan bahwa menurut subjek kecepatan rata-ratanya adalah 20. Akan tetapi, pada petikan wawancara S _{3.1.13} , S ₃ mengungkapkan bahwa subjek mensubstitusi $t = 1$ dan $t = 4$ ke persamaan $y = 10t - 4$. Kemudian S ₃ menjumlahkan hasil substitusi $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, $t = 4$ dan membagi 4. Subjek kurang teliti dalam menghitung 84:4, sehingga hasilnya kurang tepat.
C ₂	3c	Data tertulis pada Gambar 4.30 menunjukkan bahwa subjek membuat kesimpulan berupa garis lurus. Pada petikan wawancara S _{3.3.32} , subjek mengungkapkan bahwa titik puncak grafik itu tidak miring sehingga titik puncaknya berupa garis lurus.

2. Deskripsi dan Analisis Data S₄

a. Deskripsi data S₄

1) Soal No 1

Berikut ini jawaban tertulis S₄



A handwritten solution for t=2, enclosed in a black box. The solution shows the substitution of t=2 into the equation y = 5t^2 - 4t + 8. The steps are: y = 5(2)^2 - 4(2) + 8, then y = 5(4) - 8 + 8, and finally y = 20 m. A blue bracket on the right side of the box is labeled A₁.

Gambar 4.31

Jawaban Tertulis S₄ Soal Nomor 1a

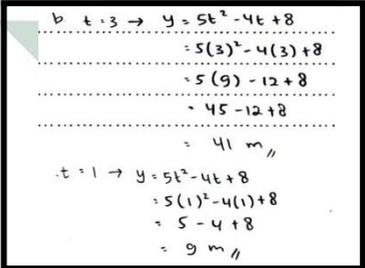
Jawaban tes kemampuan penalaran visual pada Gambar 4.31 menunjukkan bahwa subjek memperoleh jawaban dengan substitusi $t = 2$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ sehingga diperoleh hasil 20.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₄ pada soal nomor 1a:

P_{4.1.1}: Bagaimana cara kamu mengetahui nilai y dari suatu titik?

S_{4.1.1}: Saya mensubstitusikan $t = 2$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ pada grafik

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mensubstitusikan $t = 2$ ke dalam persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$.



Handwritten solutions for t=3 and t=1, enclosed in a black box. For t=3, the steps are: y = 5(3)^2 - 4(3) + 8, y = 5(9) - 12 + 8, y = 45 - 12 + 8, and y = 41 m. For t=1, the steps are: y = 5(1)^2 - 4(1) + 8, y = 5 - 4 + 8, and y = 9 m. A blue bracket on the right side of the box is labeled A₂.

Gambar 4.32

Jawaban Tertulis S₄ Soal Nomor 1b

Gambar 4.32 menunjukkan bahwa subjek mensubstitusi $t = 3$ dan $t = 1$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ sehingga diperoleh hasil 41 dan 9.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S_4 pada soal nomor 1b:

P_{4.1.2}: Bagaimana cara kamu mengetahui nilai y pada saat $t=3$ dan $t=1$?

S_{4.1.2}: Sama seperti sebelumnya, saya mensubstitusikan $t = 3$ dan $t = 1$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$

P_{4.1.3}: Bagaimana nilai y pada saat $t = 3$ dengan pada saat $t=2$?

S_{4.1.3}: Nilai y pada saat $t = 3$ adalah 41 dan pada saat $t = 2$ itu 20 jadi nilai y pada saat $t = 3$ itu lebih besar daripada saat $t = 2$

P_{4.1.4}: Bagaimana nilai y pada saat $t = 1$ dengan pada saat $t=2$?

S_{4.1.4}: Nilai y pada saat $t = 1$ adalah 9 dan pada saat $t = 2$ itu 20 jadi nilai y pada saat $t = 1$ itu lebih kecil daripada saat $t = 2$

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mensubstitusi nilai $t = 3$ dan $t = 1$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$.

C. detik ke 2 - detik ke 1: $20 - 9 = 11$ m

 " 3 - " 2: $41 - 20 = 21$ m

 " 4 - " 3: $72 - 41 = 31$ m

 Jarak tempuh paling jauh dari detik ke-3 ke detik

Gambar 4.33
Jawaban Tertulis S_4 Soal Nomor 1c

Gambar 4.33 menunjukkan bahwa subjek menentukan perubahan jarak tempuh paling besar dengan mencari selisih jarak tempuh setiap detiknya.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₄ pada soal nomor 1c:

P_{4.1.5}: Bagaimana cara kamu menentukan perbandingan perubahan yang paling besar antar titik?

S_{4.1.5}: Dari soal sebelumnya saya sudah mengetahui jarak yang ditempuh pada saat $t=1$, $t=2$, dan $t=3$, jadi saya mencari jarak pada saat $t=4$ dengan mensubstitusikan $t=4$ ke persamaan $y=5t^2-4t+8$. Setelah itu, saya mencari selisih jarak pada saat $t=2$ dan $t=1$. Kemudian saya juga mencari selisih jarak pada saat $t=3$ dan $t=2$. Setelah itu, saya juga mencari selisih jarak pada saat $t=4$ dan $t=3$. Perubahan jarak paling besar terjadi pada saat $t=4$ ke $t=3$ karena selisihnya paling besar jika dibandingkan dengan yang lain.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mengetahui perubahan paling besar dengan menghitung perubahan jarak setiap detiknya.

d. $y = 5t^2 - 4t + 8$

$y = 10t - 4$

$t=2 \rightarrow y = 10(2) - 4$ $t=3 \rightarrow y = 10(3) - 4$

$= 20 - 4$ $= 30 - 4$

$= 16$ $= 26$

$26 - 16 = 10 \text{ m/s}$

e.

C₁

Gambar 4.34
Jawaban Tertulis S₄ Soal Nomor 1d

Gambar 4.34 menunjukkan bahwa Subjek menurunkan persamaan $y=5t^2-4t+8$. Kemudian subjek mensubstitusi $t=2$ dan $t=3$ ke persamaan $y=$

$10t - 4$ yang merupakan hasil turunan, lalu subjek menghitung selisih kecepatan saat $t = 3$ dan $t = 2$.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₄ pada soal nomor 1d:

P_{4.1.6}: Bagaimana cara kamu mengetahui bahwa kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik adalah 10?

S_{4.1.6}: Persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ saya turunkan terlebih dahulu sehingga diperoleh persamaan kecepatannya yaitu $y = 10t - 4$. Setelah itu, saya substitusi $t = 2$ dan $t = 3$ ke dalam persamaan $y = 10t - 4$ kemudian hasilnya dikurangkan.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek menurunkan persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$, lalu mensubstitusi $t = 2$ dan $t = 3$ ke persamaan $y = 10t - 4$ dan menghitung selisih hasil substitusi.

e.

$$\frac{9 + 20 + 41 + 72}{4} = \frac{142}{4} = 35,5 \text{ m/s}$$

C₁

Gambar 4.35
Jawaban Tertulis S₄ Soal Nomor 1e

Gambar 4.35 menunjukkan bahwa subjek menentukan kecepatan rata-rata dengan menjumlahkan jarak pada saat $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, $t = 4$ dan membagi 4.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₄ pada soal nomor 1e:

P_{4.1.7}: Bagaimana cara kamu mengetahui bahwa kecepatan rata-rata?

S_{4.1.7}: Saya menjumlahkan semua nilai y yang telah saya ketahui setelah menjawab pertanyaan 1a, 1b dan 1c kemudian membaginya dengan angka 4.

P_{4.1.8}: y pada di nomer 1a, 1b, dan 1c itu memisalkan apa?

S_{4.1.8}: Jarak kak..

P_{4.1.9}: Nah, nomer 1 e ini yang dicari jarak rata-rata atau kecepatan rata-rata?

S_{4.1.9}: Oh iya ya, kecepatan rata-rata kak. Saya kira tadi pertanyaan untuk mencari jarak rata-rata kak.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek menjumlahkan jarak saat $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, dan $t = 4$, lalu membagi 4. Akan tetapi, subjek kurang fokus karena subjek menentukan jarak rata-rata, bukan menentukan kecepatan rata-rata.

2) Soal No 2

Berikut ini jawaban tertulis S₄

a. Tentukan koordinat titik singgung (g)! (2, 3)

A₃

Gambar 4.36
Jawaban Tertulis S₄ Soal Nomor 2a

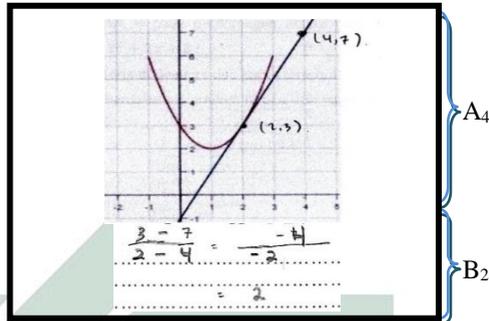
Gambar 4.36 menunjukkan bahwa subjek menuliskan koordinat (2, 3) sebagai koordinat titik singgung kurva.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₄ pada soal nomor 2a:

P_{4.2.10}: Bagaimana cara kamu menentukan titik singgung?

S_{4.2.10}: Dari gambar dapat diketahui bahwa titik (2,3) menyinggung kurva dengan tepat

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mengartikan titik singgung sebagai titik yang menyinggung kurva dengan tepat.



Gambar 4.37
Jawaban Tertulis S₄ Soal Nomor 2b

Gambar 4.37 menunjukkan bahwa subjek mengambil titik lain pada garis singgung yaitu (4, 7). Lalu subjek menghitung hasil dari $\frac{3-7}{2-4}$, dimana (2, 3) itu titik singgung dan (4, 7) itu titik lain yang diambil subjek.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₄ pada soal nomor 2a:

P_{4.2.11}: Bagaimana kamu mengetahui gradien garis singgungnya?

S_{4.2.11}: Tadi saya mengambil titik lain pada garis yang segaris dengan titik singgungnya yaitu titik (4,7). Kemudian saya kurangkan dengan cara $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

P_{4.2.12}: Koordinat mana yang (x_1, y_1) dan koordinat mana yang (x_2, y_2) nya?

S_{4.2.12}: Koordinatnya titik singgungnya sebagai (x_2, y_2) dan koordinat titik lain jadi (x_1, y_1) .

P_{4.2.13}: Jadi $\frac{3-7}{2-4}$ itu $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$?

S_{4.2.13}: Iya kak.

P_{4.2.14}: Berapa hasil dari $\frac{3-7}{2-4}$?

S_{4.2.14}: Hasilnya $\frac{-4}{-2}$ kak

P_{4.2.15}: Jadi berapa gradiennya?

S_{4.2.15}: Gradiennya 2 kak.

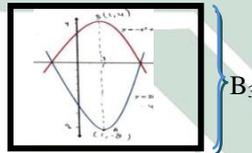
P_{4.2.16}: Kesimpulan apa yang bisa kamu buat?

S_{4.2.16}: Kalau garis singgung menyinggung kurva fungsi naik, gradiennya positif kak.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mengambil titik lain sebagai (x_1, y_1) , lalu subjek mensubstitusi (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ke dalam rumus gradien $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

3) Soal No 3

Berikut ini jawaban tertulis S₄



Gambar 4.38

Jawaban Tertulis S₄ Soal Nomor 3a

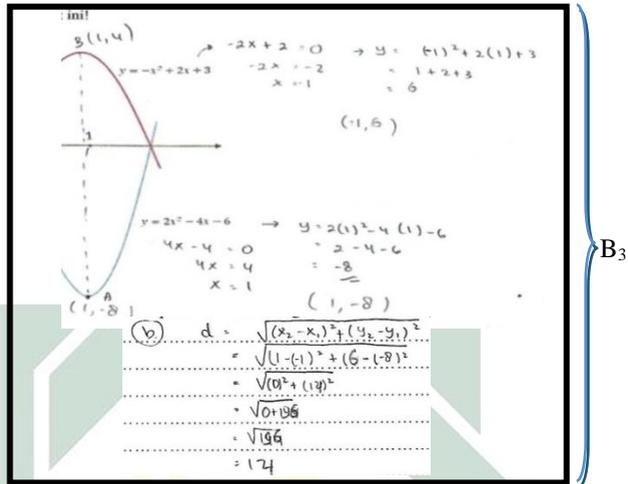
Gambar 4.38 menunjukkan bahwa Subjek membuat garis yang menghubungkan titik maksimum dan titik minimum kedua grafik.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₄ pada soal nomor 3a:

P_{4.3.17}: Bagaimana cara kamu menentukan jarak terjauh dari dua grafik tersebut?

S_{4.3.17}: Saya ambil titik maksimum pada kurva atas dan titik minimum pada kurva bawah kemudian saya tarik garis.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa menurut subjek jarak terjauhnya itu berada diantara titik maksimum grafik $y = -x^2 + 2x + 3$ dan titik minimum grafik $y = 2x^2 - 4x - 6$.



Gambar 4.39
Jawaban Tertulis S₄ Soal Nomor 3b

Gambar 4.39 menunjukkan bahwa subjek menentukan koordinat masing-masing titik puncak. Kemudian subjek menentukan jarak menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₄ pada soal nomor 3b:

P_{4.3.18}: Bagaimana cara kamu menentukan berapa jarak terjauhnya?

S_{4.3.18}: Saya saya menurunkan persamaan $y = 2x^2 - 4x - 6$ untuk mendapat nilai x-nya dan diperoleh nilai $x=1$. Setelah itu saya substitusi nilai $x = 1$ ke persamaan $y = 2x^2 - 4x - 6$ untuk mendapat nilai y-nya dan diperoleh nilai $y = -8$. Jadi koordinat titik minimumnya adalah $(1, -8)$. Terus sama seperti tadi, saya menurunkan persamaan $y = -x^2 + 2x + 3$ dan diperoleh nilai $x = 1$. Kemudian saya substitusi nilai $x = 1$ ke persamaan $y = -x^2 +$

$2x + 3$ dan diperoleh nilai $y = 4$. Jadi koordinat titik maksimumnya adalah $(1, 6)$

P_{4.3.19}: Koordinat titik maksimumnya dari persamaan $y = -x^2 + 2x + 3$ itu $(1, 6)$ atau $(-1, 6)$?

S_{4.3.19}: Koordinatnya $(1, 6)$ kak, itu saya salah tulis, tapi sebenarnya saya pakai $(1, 6)$

P_{4.3.20}: Jadi bagaimana kamu mengetahui jarak terjauhnya?

S_{4.3.20}: Saya menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ dengan titik puncak $(1, 6)$ sebagai (x_2, y_2) dan titik puncak $(1, -8)$ sebagai (x_1, y_1) .

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek menentukan koordinat titik maksimum dan minimum kedua kurva. Kemudian subjek menentukan jarak menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.



Gambar 4.40

Jawaban Tertulis S4 Soal Nomor 3c

Gambar 4.40 menunjukkan subjek membuat kesimpulan jika dua titik membentuk garis lurus.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S4 pada soal nomor 3c:

P_{4.3.21}: Apa yang bisa kamu simpulkan dari pertanyaan no 3a dan 3b?

S_{4.3.21}: Menurut saya, dua titik puncak kurva tadi jika dihubungkan itu membentuk garis lurus.

P_{4.3.22}: Jadi titik yang kamu maksud itu titik puncak?

S_{4.3.22}: Iya kak.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa menurut subjek jika dua titik puncak kurva dihubungkan akan membentuk garis lurus.

b. Analisis Data S_4

Berdasarkan deskripsi data di atas, berikut hasil analisis tes kemampuan penalaran visual S_4 dalam menyelesaikan soal grafik turunan fungsi yang disesuaikan dengan indikator penalaran visual pada proses investigasi, interpretasi, dan aplikasi grafik disajikan dalam Tabel 4.5 sebagai berikut:

Tabel 4.5
Analisis Data S_4

Indikator	No. Soal	Hasil Analisis Data S_4
A ₁	1a	Data tertulis pada Gambar 4.31 menunjukkan bahwa S_4 menentukan koordinat y dengan mensubstitusi $t = 2$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Hal ini diungkapkan oleh S_4 pada petikan wawancara $S_{4.1.1}$.
A ₂	1b	Data tertulis pada Gambar 4.32 menunjukkan bahwa S_4 mengidentifikasi perubahan variabel dengan mensubstitusi $t = 3$ dan $t = 1$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Hal ini diungkapkan oleh S_4 pada petikan wawancara $S_{4.1.2}$.
A ₃	2a	Data tertulis pada Gambar 4.36 menunjukkan bahwa S_4 memilih koordinat $(2, 3)$ sebagai koordinat titik singgung. Hal ini diungkapkan oleh S_4 pada petikan wawancara $S_{4.1.10}$.
A ₄	2b	Pada Gambar 4.37 menunjukkan bahwa S_4 mengambil titik lain. Pada petikan wawancara $S_{4.2.11}$, S_4 mengungkapkan jika dia mengambil titik lain itu karena segaris dengan titik singgung.
B ₁	1c	Data tertulis pada Gambar 4.33 menunjukkan bahwa S_4 menghitung selisih jarak tempuh setiap detiknya. Hal ini diungkapkan oleh S_4 pada petikan wawancara $S_{4.1.5}$
B ₂	2b	Pada Gambar 4.37, subjek menuliskan cara menentukan gradien garis singgung yaitu $\frac{3-7}{2-4}$, dimana $(2, 3)$ merupakan titik singgung dan $(4, 7)$

		merupakan titik lain. Pada petikan wawancara <i>S_{4.2.11}</i> , subjek mengungkapkan jika gradien dapat ditentukan menggunakan rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
B ₃	3a	Data tertulis pada Gambar 4.38 menunjukkan bahwa S ₄ membuat garis yang menghubungkan kedua titik maksimum dan minimum kedua kurva. Hal ini juga diungkapkan subjek pada petikan wawancara <i>S_{4.3.17}</i> .
	3b	Data tertulis pada Gambar 4.39 menunjukkan bahwa S ₄ menentukan koordinat titik puncak kedua kurva. Kemudian S ₄ menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ untuk menentukan berapa jarak terjauhnya. Hal ini diungkapkan oleh S ₄ pada petikan wawancara <i>S_{4.3.18}</i> dan <i>S_{4.3.20}</i> .
C ₁	1d	Pada Gambar 4.34 menunjukkan bahwa subjek menurunkan persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$, kemudian mensubstitusi $t = 2$ dan $t = 3$ ke persamaan turunan. Lalu subjek menentukan selisih dari hasil substitusi. Hal ini diungkapkan oleh S ₄ pada petikan wawancara <i>S_{4.1.6}</i>
	1e	Pada Gambar 4.35 menunjukkan bahwa Subjek menentukan kecepatan rata-rata dengan menjumlahkan jarak saat $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, dan $t = 4$, kemudian membagi 4 hasil penjumlahan. Hal ini diungkapkan oleh S ₄ pada petikan wawancara <i>S_{4.1.7}</i> . Akan tetapi yang ditanyakan adalah kecepatan rata-rata, bukan jarak rata-rata sehingga hasil yang diperoleh kurang tepat.
C ₂	3c	Data tertulis pada Gambar 4.40 menunjukkan bahwa subjek membuat kesimpulan jika dua titik membentuk garis lurus. Hal ini diungkapkan oleh S ₄ pada petikan wawancara <i>S_{4.3.20}</i> .

3. Hasil Analisis Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Reflektor Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi

Berdasarkan deskripsi dan hasil analisis data di atas, berikut hasil analisis tes penalaran visual S_3 dan S_4 dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi pada proses investigasi grafik, interpretasi grafik, dan aplikasi grafik yang disajikan dalam Tabel 4.6 berikut ini:

Tabel 4.6
Hasil Analisis Data Subjek S_3 dan S_4

Indikator	S_3	S_4
A ₁	Subjek menentukan koordinat y yaitu dengan mensubstitusi nilai t ke dalam persamaan yang telah diketahui.	Subjek menentukan koordinat y dengan mensubstitusi nilai t ke dalam persamaan yang ada.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar reflektor mampu mengidentifikasi koordinat y dari suatu titik.	
A ₂	Subjek mensubstitusi nilai t ke persamaan untuk menentukan perubahan titik y .	Subjek menentukan perubahan titik y dengan substitusi nilai t ke dalam persamaan yang diketahui.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar reflektor mampu mengidentifikasi perubahan satu variabel dengan variabel terkait lainnya.	
A ₃	Subjek menyebutkan jika titik singgung itu titik yang menyinggung kurva dengan tepat.	Subjek menyebutkan jika titik singgung itu titik pada garis yang tepat menyinggung kurva.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar reflektor mampu mengidentifikasi koordinat titik pada grafik dan garis sebagai titik singgung.	
A ₄	Subjek mengungkapkan jika dia mengambil titik lain yang segaris dengan titik singgung sebagai (x_2, y_2) dan menggunakan	Subjek menyebutkan jika titik lain yang diambil itu segaris dengan titik singgung, lalu subjek menggunakan titik singgung

	titik singgung sebagai (x_1, y_1) .	sebagai (x_2, y_2) dan titik lain sebagai (x_1, y_1) .
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar reflektor mampu mengidentifikasi posisi grafik fungsi dan garis singgung.	
B ₁	Subjek menentukan selisih jarak setiap detiknya dengan melihat grafik.	Subjek menentukan perubahan jarak paling jauh dengan menentukan perubahan jarak setiap detik.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar reflektor mampu menentukan perbandingan perubahan grafik	
B ₂	Subjek menentukan gradien dengan menggunakan $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	Subjek menentukan gradien dengan menggunakan rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar reflektor mampu menghitung kemiringan tangen pada titik singgung.	
B ₃	S ₃ membuat titik pada titik maksimum dan minimum kedua grafik. Kemudian subjek menyebutkan jika jarak terjauhnya itu antara titik maksimum dan minimum kedua grafik, namun lupa dihubungkan dengan garis	S ₄ membuat garis yang menghubungkan titik puncak kedua grafik. Kemudian S ₄ menyebutkan bahwa jarak terjauh antar dua kurva itu jarak antar titik maksimum dan titik minimum pada kedua grafik.
	S ₃ menentukan koordinat titik puncak. Kemudian subjek menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.	S ₄ menentukan besar jarak terjauh antara dua kurva dengan menentukan koordinat titik puncak kedua kurva, lalu menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar reflektor mampu mengidentifikasi jarak pada dua fungsi.	
C ₁	S ₃ menentukan kecepatan sesaat dengan menurunkan persamaan jarak, lalu mensubstitusi nilai kedua t, dan mencari	S ₄ menentukan kecepatan sesaat yaitu dengan menurunkan persamaan jarak, kemudian substitusi nilai kedua t dan menentukan

	selisih hasil substitusi.	selisih dari hasil substitusi.
	S_3 menentukan kecepatan rata-rata dengan mensubstitusi semua nilai t ke persamaan kecepatan, lalu hasil substitusi dijumlahkan dan dibagi sesuai banyak data, namun hasil yang diperoleh kurang tepat karena kurang teliti dalam menghitung.	S_4 menyelesaikan soal dengan menjumlahkan semua jarak dan membagi sesuai banyaknya data t . Akan tetapi yang ditanyakan adalah kecepatan rata-rata, bukan jarak rata-rata sehingga hasil yang diperoleh kurang tepat.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar reflektor kurang mampu mengidentifikasi hubungan antara tingkat perubahan sesaat dan rata-rata.	
C_2	Subjek membuat kesimpulan bahwa titik puncak suatu grafik itu tidak miring sehingga berupa garis lurus.	Subjek membuat kesimpulan bahwa dua titik puncak suatu grafik jika dihubungkan membentuk garis lurus.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar reflektor mampu mengidentifikasi hubungan kemiringan garis singgung pada titik-titik tertentu atau kondisi tertentu.	

C. Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Teoris Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi

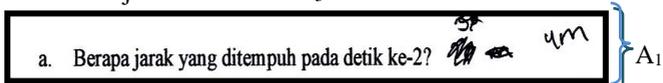
Berikut ini data hasil penelitian kemampuan penalaran visual S_5 dan S_6 dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi.

1. Deskripsi dan Analisis Data S_5

a. Deskripsi Data S_5

1) Soal No 1

Berikut ini jawaban tertulis S_5



Gambar 4.41
Jawaban Tertulis S_5 Soal Nomor 1a

Jawaban tes kemampuan penalaran visual pada Gambar 4.41 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan angka 4 sebagai jawaban.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S_5 pada soal nomor 1a:

P_{5.1.1}: Bagaimana cara kamu mengetahui nilai y dari suatu titik?

S_{5.1.1}: Saya mensubstitusikan $t = 2$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ pada grafik

P_{5.1.2}: Tolong dijelaskan secara rinci cara kamu mengerjakan hingga memperoleh hasil 4!

S_{5.1.2}: Saya mengganti $t = 2$ pada persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ sehingga $y = 5(2)^2 - 4(2) + 8$ dan diperoleh $y = 20 - 8 + 8$, terus $8 + 8 = 16$ jadi $y = 20 - 16$ dan hasilnya 4.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek memperoleh hasil 4 dengan cara substitusi $t = 2$ ke dalam persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Akan tetapi, berdasarkan hasil wawancara dapat diketahui bahwa subjek mengalami kekeliruan dimana $y = 20 - 8 + 8$ dihitung dengan cara $y = 20 - (8 + 8)$ sehingga jawabannya kurang tepat.

b. Berapa jarak yang ditempuh pada detik ke-3 dan detik ke-1? $25 \text{ m}, 9 \text{ m}$

$$5(3)^2 - 4(3) + 8$$

$$45 - 12 + 8$$

Gambar 4.42
Jawaban Tertulis S_5 Soal Nomor 1b

Jawaban tes kemampuan penalaran visual pada Gambar 4.42 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan angka 25 dan 9 sebagai jawaban.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S_5 pada soal nomor 1b:

P_{5.1.3}: Bagaimana cara kamu mengetahui nilai y pada saat $t=3$ dan $t=1$?

- S_{5.1.3}: Sama seperti sebelumnya, saya mensubstitusikan $t = 3$ dan $t = 1$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$
- P_{5.1.4}: Tolong dijelaskan secara rinci cara kamu mengerjakan hingga memperoleh hasil 25 pada saat $t = 3$!
- S_{5.1.4}: Saya mengganti $t = 3$ pada persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ sehingga $y = 5(3)^2 - 4(3) + 8$ dan diperoleh $y = 45 - 12 + 8$, terus $12 + 8 = 20$ jadi $y = 45 - 20$ dan hasilnya 25.
- P_{5.1.5}: Bagaimana nilai y pada saat $t = 3$ dengan pada saat $t=2$?
- S_{5.1.5}: Nilai y pada saat $t = 3$ itu lebih besar daripada saat $t = 2$ karena nilai y pada saat $t = 3$ adalah 25 dan pada saat $t = 2$ itu 4.
- P_{5.1.6}: Bagaimana nilai y pada saat $t = 1$ dengan pada saat $t=2$?
- S_{5.1.6}: Nilai y pada saat $t = 1$ itu lebih besar daripada saat $t = 2$ karena nilai y pada saat $t = 1$ adalah 9 dan pada saat $t = 2$ itu 4.
- P_{5.1.7}: Coba kamu perhatikan gambar grafiknya, apakah dari $t = 1$ ke $t = 2$ itu grafiknya semakin turun?
- S_{5.1.7}: Tidak kak, grafiknya naik.
- P_{5.1.8}: Jadi kenapa berbeda?
- S_{5.1.8}: Iya ya kak, saya juga tidak tahu kak.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek memperoleh hasil akhir 25 dan 9 dengan cara mensubstitusi $t = 3$ dan $t = 1$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Namun subjek sedikit keliru saat substitusi $t = 3$, dimana $y = 45 - 12 + 8$ dihitung dengan $y = 45 - (12 + 8)$ sehingga hasilnya kurang tepat.

Ck. 9, 4, 25, 56, 97
 4. pada saat ke-4 dan 5

Gambar 4.43
Jawaban Tertulis S₅ Soal Nomor 1c

Jawaban tes kemampuan penalaran visual pada Gambar 4.43 menunjukkan bahwa subjek menghitung selisih setiap detiknya, sehingga subjek menjawab jika perubahan jarak paling jauh terjadi pada saat detik 4 ke 5.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S_5 pada soal nomor 1c:

$P_{5.1.9}$: Bagaimana cara kamu menentukan perbandingan perubahan yang paling besar antar titik?

$S_{5.1.9}$: Karena saya sudah mengetahui nilai y pada saat $t = 1$, $t = 2$, dan $t = 3$, jadi saya mencari jarak pada saat $t = 4$ dan $t = 5$ dengan mensubstitusikan $t = 4$ dan $t = 5$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Setelah itu, saya mencari selisih masing-masing t . Perubahan jarak paling besar terjadi pada saat $t = 4$ ke $t = 5$ karena selisihnya paling besar.

$P_{5.1.10}$: Tolong dijelaskan secara rinci cara kamu mengerjakan hingga memperoleh hasil 56 pada saat $t = 4$!

$S_{5.1.10}$: Saya mengganti $t = 4$ pada persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ sehingga $y = 5(4)^2 - 4(4) + 8$ dan diperoleh $y = 80 - 16 + 8$, terus $16 + 8 = 24$ jadi $y = 80 - 24$ dan hasilnya 56.

$P_{5.1.11}$: Sekarang tolong dijelaskan juga secara rinci cara kamu mengerjakan hingga memperoleh hasil 97 pada saat $t = 5$!

$S_{5.1.11}$: Saya mengganti $t = 5$ pada persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ sehingga $y = 5(5)^2 - 4(5) + 8$ dan diperoleh $y = 125 - 20 + 8$, terus $20 + 8 = 28$ jadi $y = 125 - 28$ dan hasilnya 97.

Berdasarkan hasil wawancara dapat diketahui bahwa subjek menentukan perubahan jarak setiap detik. Namun subjek sedikit keliru, dimana $y = 80 - 16 + 8$ dihitung dengan $y = 80 - (16 + 8)$ dan $y = 125 - 20 + 8$ dihitung dengan $y = 125 - (20 + 8)$ sehingga hasilnya kurang tepat.

d. Berapa kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik? ~~10 m/s~~ 10 m/s

$$y = 5t^2 - 4t + 8$$

$$10t - 4$$

} C₁

Gambar 4.44

Jawaban Tertulis S₅ Soal Nomor 1d

Jawaban tes kemampuan penalaran visual pada Gambar 4.44 menunjukkan bahwa kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik menurut subjek adalah 10 m/s.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₅ pada soal nomor 1d:

P_{5.1.12}: Bagaimana cara kamu mengetahui bahwa kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik adalah 10?

S_{5.1.12}: Persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ saya turunkan dan diperoleh $y = 10t - 4$ sebagai persamaan kecepatan. Setelah itu, saya substitusi $t = 2$ dan $t = 3$ ke dalam persamaan $y = 10t - 4$ kemudian hasilnya dikurangkan.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek menurunkan persamaan jarak, lalu mensubstitusi $t = 2$ dan $t = 3$ ke persamaan hasil turunan, kemudian menghitung selisih hasil substitusi.

e. Berapa kecepatan rata-rata kendaraan tersebut? ~~26 m/s~~ 26 m/s

} C₁

Gambar 4.45

Jawaban Tertulis S₅ Soal Nomor 1e

Jawaban tes kemampuan penalaran visual pada Gambar 4.45 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan kecepatan rata-ratanya adalah 26 m/s.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₅ pada soal nomor 1e:

P_{5.1.13}: Bagaimana cara kamu mengetahui bahwa kecepatan rata-rata?

S_{5.1.13}: Saya mensubstitusi $t = 1, t = 2, t = 3, t = 4$ dan $t = 5$ ke dalam persamaan $y = 10t - 4$. Kemudian hasilnya saya jumlah, lalu dibagi 5.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mensubstitusi $t = 1, t = 2, t = 3, t = 4$, dan $t = 5$ ke persamaan $y = 10t - 4$, lalu dijumlahkan dan dibagi 5 sehingga memperoleh hasil 26.

b. Soal No 2

Berikut ini jawaban tertulis S₅

a. Tentukan koordinat titik singgung (g)! $2, 3$ } A₃

Gambar 4.46
Jawaban Tertulis S₅ Soal Nomor 2a

Gambar 4.46 menunjukkan bahwa menurut subjek, titik singgung kurva terletak pada koordinat (2, 3).

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₅ pada soal nomor 2a:

P_{5.2.14}: Bagaimana cara kamu menentukan titik singgung?

S_{5.2.14}: Titik singgung itu titik pada garis yang menyinggung kurva sehingga titik singgungnya adalah (2,3)

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa menurut subjek, titik singgung adalah titik titik pada garis yang menyinggung kurva.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{3 - 3}{4 - 2} = \frac{0}{2} = 0$$
 } B₂

Gambar 4.47
Jawaban Tertulis S₅ Soal Nomor 2b

Gambar 4.47 menunjukkan bahwa subjek menggunakan titik singgung sebagai (x_2, y_2) dan titik lain sebagai (x_1, y_1) . Kemudian subjek menentukan gradien dengan menggunakan rumus $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₅ pada soal nomor 2b:

P_{5.2.15}: Bagaimana cara kamu menentukan gradien singgung?

S_{5.2.15}: Dengan menggunakan rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

P_{5.2.16}: Berapa koordinat (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) nya?

S_{5.2.16}: Titik singgungnya sebagai (x_1, y_1) dan saya ambil titik lain yang segaris dengan titik singgung untuk digunakan sebagai (x_2, y_2) .

P_{5.2.17}: Kurva yang disinggung oleh garis itu termasuk fungsi naik atau fungsi turun?

S_{5.2.17}: Menurut saya fungsi naik kak, karena kurva bergerak ke atas

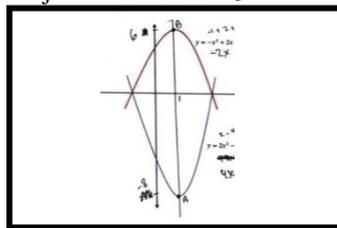
P_{5.2.18}: Apa yang bisa kamu simpulkan?

S_{5.2.18}: Mungkin kalau kurvanya naik, gradiennya positif kak.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mengambil titik lain pada garis singgung, lalu menggunakan ke rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

c. Soal No 3

Berikut ini jawaban tertulis S₅



B₃

Gambar 4.48

Jawaban Tertulis S₅ Soal Nomor 3a

Gambar 4.48 menunjukkan bahwa subjek menghubungkan titik puncak pada grafik $y = -x^2 + 2x + 3$ dan $y = 2x^2 - 4x - 6$ dengan sebuah garis.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S_5 pada soal nomor 3a:

$P_{5.3.19}$: Bagaimana cara kamu menentukan jarak terjauh dari dua grafik tersebut?

$S_{5.3.19}$: Berdasarkan gambar grafik, titik terjauhnya saya peroleh dengan menghubungkan titik maksimum pada kurva atas dan titik minimum pada kurva bawah dengan garis.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mengetahui jarak terjauh antar dua kurva dengan melihat gambar secara langsung.

$b. \begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ y' &= -2x + 2 \\ 0 &= -2x + 2 \\ -2 &= -2x \\ 1 &= x \\ y &= 2x^2 - 4x - 6 \\ y &= 4x - 4 \\ 0 &= 4x - 4 \\ y &= 4y \\ 1 &= x \end{aligned}$	$\begin{aligned} y_2 &= -2x^2 - 4x - 6 \\ y_2' &= -4x - 4 \\ 0 &= -4x - 4 \\ -4 &= -4x \\ 1 &= x \\ y_2 &= 2(1)^2 - 4(1) - 6 \\ &= 2 - 4 - 6 \\ &= -8 \end{aligned}$	} B_3
$\text{Jarak} = 14$		

Gambar 4.49
Jawaban Tertulis S_5 Soal Nomor 3b

Gambar 4.49 menunjukkan bahwa subjek menentukan koordinat masing-masing titik puncak terlebih dahulu. Subjek menggunakan turunan untuk mencari nilai x , lalu mensubstitusikan nilai x ke persamaan awal masing-masing kurva untuk mencari nilai y . Subjek menyimpulkan jika jarak terjauhnya itu 14.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S_5 pada soal nomor 3b:

P_{5.3.20}: Bagaimana cara kamu menentukan berapa jarak terjauhnya?

S_{5.3.20}: Saya menentukan koordinat titik maksimum dan minimum dari kedua grafik. Saya menurunkan masing-masing persamaan untuk mencari nilai x -nya masing-masing. Setelah itu saya substitusi nilai x yang telah diperoleh ke persamaan awal masing-masing kurva.

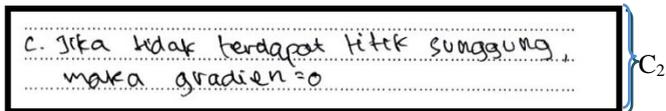
P_{5.3.21}: Bagaimana kamu bisa mengetahui jaraknya adalah 14?

S_{5.3.21}: Yang mempengaruhi jarak dua kurva adalah nilai y pada titik maksimum dan minimum, jadi setelah mengetahui koordinat titik y -nya, koordinat titik y pada titik maksimum dan minimum saya jumlahkan dan diperoleh hasil 14

S_{5.3.22}: Koordinat y pada titik maksimum itu 6 dan titik minimumnya -8 , kenapa jika dijumlahkan hasilnya 14?

P_{5.3.22}: Jarak tidak dipengaruhi oleh arah atau nilainya selalu positif sehingga saya memperoleh hasil 14.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mencari koordinat titik puncak masing-masing kedua kurva, lalu menjumlahkan koordinat y kedua kurva tanpa memperdulikan bilangan positif atau negatif nilai y yang ditemukan. Menurut subjek, jarak tidak dipengaruhi oleh arah sehingga nilainya selalu positif.



c. jika tidak terdapat titik sunggung,
maka gradien = 0

Gambar 4.50
Jawaban Tertulis S₅ Soal Nomor 3c

Gambar 4.50 menunjukkan bahwa subjek membuat kesimpulan jika tidak terdapat titik singgung maka gradiennya itu 0.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S_5 pada soal nomor 3c:

$P_{5.3.23}$: Apa yang bisa kamu simpulkan dari pertanyaan no 3a dan 3b?

$S_{5.3.23}$: Titik puncak tidak memiliki titik singgung atau kemiringan sehingga gradiennya 0.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa menurut subjek titik puncak tidak memiliki titik singgung sehingga gradiennya itu 0.

b. Analisis Data S_5

Berdasarkan deskripsi data di atas, berikut hasil analisis tes kemampuan penalaran visual S_5 dalam menyelesaikan soal grafik turunan fungsi yang disesuaikan dengan indikator penalaran visual pada proses investigasi, interpretasi, dan aplikasi grafik disajikan dalam Tabel 4.7 sebagai berikut:

Tabel 4.7
Analisis Data S_5

Indikator	No. Soal	Hasil Analisis Data S_5
A ₁	1a	Data tertulis pada Gambar 4.41 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan angka 4 sebagai jawaban. Pada petikan wawancara $S_{5.1.1}$, subjek menyebutkan jika angka 4 diperoleh dari substitusi $t = 2$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Namun subjek mengalami kekeliruan dimana $y = 20 - 8 + 8$, dihitung dengan $20 - (8 + 8)$ sehingga jawaban yang diperoleh kurang tepat.
A ₂	1b	Data tertulis pada Gambar 4.42 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan angka 25 dan 9 sebagai jawaban jarak yang ditempuh pada detik ke

		3 dan detik ke 1. Pada petikan wawancara $S_{5.1.3}$, subjek menyebutkan jika angka 25 dan 9 diperoleh dari mensubstitusi $t = 3$ dan $t = 1$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Akan tetapi, berdasarkan petikan wawancara $S_{5.1.4}$ dapat diketahui bahwa subjek mengalami sedikit kekeliruan saat substitusi $t = 3$ dimana $y = 45 - 12 + 8$, dihitung dengan cara $45 - (12 + 8)$ sehingga hasilnya kurang tepat.
A ₃	2a	Data tertulis pada Gambar 4.46 menunjukkan bahwa menurut subjek, titik singgung kurva terletak pada koordinat (2, 3). Hal ini diungkapkan oleh S ₅ pada petikan wawancara $S_{5.2.14}$.
A ₄	2b	Data tertulis pada Gambar 4.47 menunjukkan bahwa subjek menggunakan titik singgung sebagai (x_2, y_2) dan titik lain sebagai (x_1, y_1) . Hal ini diungkapkan oleh S ₅ pada petikan wawancara $S_{5.2.16}$ dimana titik lain diambil subjek dari sebarang titik yang masih segaris dengan titik singgung.
B ₁	1c	Data tertulis pada Gambar 4.43 menunjukkan bahwa subjek menghitung selisih setiap detiknya. Subjek menjawab jika perubahan jarak paling jauh terjadi pada saat detik 4 ke 5 karena memiliki selisih paling besar. Hal ini diungkapkan subjek pada petikan wawancara $S_{5.1.9}$.
B ₂	2b	Data tertulis pada Gambar 4.47 menunjukkan bahwa S ₅ menggunakan $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ untuk menentukan gradien dengan titik lain sebagai (x_1, y_1) dan titik singgung sebagai (x_2, y_2) . Hal ini diungkapkan S ₅ pada petikan wawancara $S_{5.2.15}$
B ₃	3a	Data tertulis pada Gambar 4.48 menunjukkan bahwa S ₅ membuat titik pada titik puncak grafik $y = -x^2 + 2x + 3$ dan $y = 2x^2 - 4x - 6$, lalu S ₅ menghubungkannya dengan garis. Hal ini diungkapkan S ₅ pada petikan wawancara $S_{5.3.19}$.
	3b	Data tertulis pada Gambar 4.49 menunjukkan bahwa subjek menentukan jarak terjauh antara dua kurva dengan menentukan koordinat masing-masing titik puncaknya. Kemudian subjek

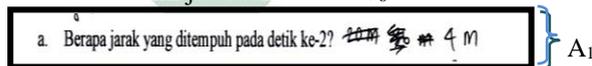
		menyimpulkan jika jarak terjauh kedua kurva adalah 14 yang diperoleh dengan menjumlahkan koordinat y . Hal ini diungkapkan oleh S_5 pada petikan wawancara $S_{5.3.20}$ dan $S_{5.3.21}$.
C_1	1d	Data tertulis pada Gambar 4.44 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik adalah 10 m/s. Akan tetapi, pada petikan wawancara $S_{5.1.12}$ subjek menyebutkan jika dia memperoleh hasil 10 dengan menghitung selisih hasil substitusi $t = 3$ dan $t = 2$ ke persamaan yang telah diturunkan.
	1e	Data tertulis pada Gambar 4.45 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan kecepatan rata-ratanya adalah 26 m/s. Akan tetapi, pada petikan wawancara $S_{5.1.13}$ subjek menyebutkan jika dia memperoleh hasil 20 dari substitusi $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, $t = 4$ dan $t = 5$ ke dalam persamaan $y = 10t - 4$. Kemudian hasilnya dijumlah dan dibagi 5.
C_2	3c	Data tertulis pada Gambar 4.50 menunjukkan bahwa subjek berkesimpulan bahwa jika tidak terdapat titik singgung maka gradiennya itu 0. Hal ini diungkapkan S_5 pada petikan wawancara $S_{5.3.23}$.

2. Deskripsi dan Analisis Data S_6

a. Deskripsi data S_6

1) Soal No 1

Berikut ini jawaban tertulis S_6



Gambar 4.51
Jawaban Tertulis S_6 Soal Nomor 1a

Gambar 4.51 menunjukkan bahwa S_6 hanya menuliskan angka 4 sebagai jawaban.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S_6 pada soal nomor 1a:

- P_{6.1.1}: Bagaimana cara kamu mengetahui nilai y dari suatu titik?
- S_{6.1.1}: Saya mensubstitusikan $t = 2$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ pada grafik
- P_{6.1.2}: Tolong dijelaskan secara rinci cara kamu mengerjakan hingga memperoleh hasil 4!
- S_{6.1.2}: Saya mengganti $t = 2$ sehingga $y = 5(2)^2 - 4(2) + 8$ dan diperoleh $y = 20 - 8 + 8$ dimana $8 + 8 = 16$ maka nilai $y = 20 - 16 = 4$.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek memperoleh hasil 4 dengan mensubstitusi $t = 2$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Namun, berdasarkan hasil wawancara dapat diketahui bahwa subjek mengalami kekeliruan dimana $y = 20 - 8 + 8$, dihitung dengan cara $20 - (8 + 8)$ sehingga hasilnya kurang tepat.

b. Berapa jarak yang ditempuh pada detik ke-3 dan detik ke-1? ~~40~~ = 25 m, 9 m.

Gambar 4.52

Jawaban Tertulis S₆ Soal Nomor 1b

Jawaban tes kemampuan penalaran visual pada Gambar 4.52 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan angka 25 dan 9 sebagai jawaban.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₆ pada soal nomor 1b:

- P_{6.1.3}: Bagaimana cara kamu mengetahui nilai y pada saat $t=3$ dan $t=1$?
- S_{6.1.3}: Sama seperti tadi, t pada persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ diganti dengan 3 dan 1.
- P_{6.1.4}: Tolong dijelaskan cara kamu mengerjakan hingga diperoleh hasil 25 saat $t = 3$!
- S_{6.1.4}: Saya mengganti t pada persamaan dengan angka 3 sehingga $y = 5(3)^2 - 4(3) + 8$ dan diperoleh $y = 45 - 12 + 8$, dimana $12 + 8 = 20$ maka $y = 45 - 20 = 25$.
- P_{6.1.5}: Bagaimana nilai y pada saat $t = 3$ dengan pada saat $t=2$?

- S_{6.1.5}: Nilai y pada saat $t = 2$ itu lebih kecil dibandingkan saat $t = 2$ karena nilai y pada saat $t = 2$ adalah 4 dan pada saat $t = 3$ itu 25.
- P_{6.1.6}: Bagaimana nilai y pada saat $t = 1$ dengan pada saat $t=2$?
- S_{6.1.6}: Nilai y pada saat $t = 2$ itu lebih kecil dibandingkan saat $t = 1$ karena nilai y pada saat $t = 2$ adalah 4 dan pada saat $t = 1$ itu 9.
- P_{6.1.7}: Coba kamu amati grafiknya, apakah dari $t = 2$ ke $t = 1$ itu grafiknya semakin naik?
- S_{6.1.7}: Tidak kak, grafiknya turun.
- P_{6.1.8}: Jadi, kenapa berbeda antara hasil hitungan kamu dengan perubahan grafik pada soal?
- S_{6.1.8}: Waduh, saya juga tidak tahu kak kenapa berbeda.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek memperoleh hasil akhir 25 dari substitusi $t = 3$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Namun, subjek sedikit keliru dimana $y = 45 - 12 + 8$, dengan $45 - (12 + 8)$ sehingga jawabannya kurang tepat.

pada detik ke 4 & 5

Gambar 4.53
Jawaban Tertulis S₆ Soal Nomor 1c

Jawaban tes kemampuan penalaran visual pada Gambar 4.53 menunjukkan bahwa subjek menghitung selisih jarak setiap detiknya. Setelah itu, subjek menyimpulkan jika perubahan jarak paling jauh terjadi pada saat detik 4 ke 5.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₆ pada soal nomor 1c:

- P_{6.1.9}: Bagaimana cara kamu menentukan perbandingan perubahan yang paling besar antar titik?

S_{6.1.9}: Saya mencari jarak pada saat $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, $t = 4$ dan $t = 5$ dengan mensubstitusikan satu-satu ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Kemudian saya kurangi satu-satu supaya tahu selisih masing-masingnya.

P_{6.1.10}: Tolong dijelaskan secara rinci cara kamu mengerjakan hingga memperoleh hasil 56 pada saat $t = 4$ dan juga pada saat $t = 5$ hingga diperoleh hasil 97!

S_{6.1.10}: Saya seperti sebelumnya, saya mengganti t pada grafik menjadi 4 sehingga $y = 5(4)^2 - 4(4) + 8$ dan diperoleh $y = 80 - 16 + 8$, dimana $16 + 8 = 24$ maka nilai $y = 80 - 24 = 56$. Kemudian untuk $t = 5$ caranya sama juga. Saya ganti nilai t menjadi 5 sehingga $y = 5(5)^2 - 4(5) + 8$ dan diperoleh $y = 125 - 20 + 8$, dimana $20 + 8 = 28$ maka nilai $y = 125 - 28 = 97$.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek menentukan jarak setiap detik. Namun, subjek melakukan kesalahan, dimana $y = 80 - 16 + 8$ dihitung dengan $80 - (16 + 8)$ dan $y = 125 - 20 + 8$ dihitung dengan $125 - (20 + 8)$ sehingga hasilnya kurang tepat. Meskipun demikian, subjek memperoleh hasil akhir yang benar dimana perubahan jarak terjauh terjadi pada selang detik 4 ke 5.

d. Berapa kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik? ~~$16 - 4 = 12$~~ $16 - 8 = 8$ } C₁

Gambar 4.54
Jawaban Tertulis S₆ Soal Nomor 1d

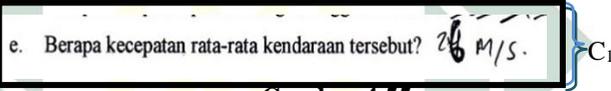
Jawaban tes kemampuan penalaran visual pada Gambar 4.54 menunjukkan bahwa subjek menuliskan kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik adalah 10 m/s.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₆ pada soal nomor 1d:

P_{6.1.11}: Bagaimana cara kamu mengetahui bahwa kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik adalah 10?

S_{6.1.11}: Saya mencari persamaan kecepatan dengan menurunkan persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ sehingga diperoleh $y = 10t - 4$. Setelah itu, saya substitusi $t = 2$ dan $t = 3$ ke dalam persamaan $y = 10t - 4$ dan diperoleh hasil 16 dan 26. Kemudian hasilnya saya dikurangkan untuk mengetahui selisihnya.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek menentukan turunan persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$, lalu mensubstitusi $t = 2$ dan $t = 3$ ke persamaan $y = 10t - 4$. Kemudian subjek menghitung selisih kecepatan saat $t = 3$ dan $t = 2$.



e. Berapa kecepatan rata-rata kendaraan tersebut? 26 m/s. } C₁

Gambar 4.55

Jawaban Tertulis S₆ Soal Nomor 1e

Jawaban tes kemampuan penalaran visual pada Gambar 4.55 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan kecepatan rata-ratanya adalah 26 m/s.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₆ pada soal nomor 1e:

P_{6.1.12}: Bagaimana cara kamu mengetahui bahwa kecepatan rata-rata?

S_{6.1.12}: Sama seperti sebelumnya, saya mensubstitusi $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, $t = 4$ dan $t = 5$ ke dalam persamaan $y = 10t - 4$. Setelah itu hasilnya saya jumlah dan baginya dengan angka 5.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mensubstitusikan $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, $t = 4$, dan $t = 5$ ke dalam persamaan $y = 10t - 4$ secara bergantian. Setelah itu, subjek menjumlahkan semua hasil substitusi dan membaginya dengan angka 5.

2) Soal No 2

Berikut ini jawaban tertulis S₆

a. Tentukan koordinat titik singgung (g)! $(2,3)$ } A₃

Gambar 4.56

Jawaban Tertulis S₆ Soal Nomor 2a

Gambar 4.56 menunjukkan bahwa titik singgung kurva menurut subjek terletak pada koordinat (2, 3).

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₆ pada soal nomor 2a:

P_{6.2.13}: Bagaimana cara kamu menentukan titik singgung?

S_{6.2.13}: Titik singgung itu titik temu antara garis singgung dengan kurva dan titik singgungnya itu (2,3)

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mengartikan dari titik singgung sebagai titik temu antara garis singgung dengan kurva dan titik singgungnya.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 3}{4 - 2} = \frac{4}{2} = 2$$

Gambar 4.57

Jawaban Tertulis S₆ Soal Nomor 2b

Gambar 4.57 menunjukkan bahwa Subjek menggunakan titik singgung sebagai (x_1, y_1) dan titik lain pada garis singgung sebagai (x_2, y_2) , lalu substitusi (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ke dalam rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₆ pada soal nomor 2b:

P_{6.2.14}: Bagaimana cara kamu menentukan gradien singgung?

S_{6.2.14}: Saya memakai rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

P_{6.2.15}: Berapa koordinat (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) nya?

S_{6.2.15}: Untuk (x_1, y_1) menggunakan titik singgung dan untuk (x_2, y_2) nya, saya ambil titik lain yang masih segaris dengan titik singgung.

P_{6.2.16}: Kurva yang disinggung oleh garis itu termasuk fungsi naik atau fungsi turun?

S_{6.2.16}: Menurut saya fungsi naik kak, karena kurva bergerak ke atas

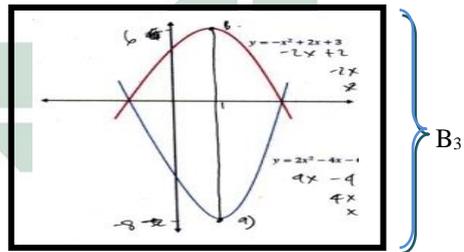
P_{6.2.17}: Apa yang bisa kamu simpulkan dari hubungan antara nilai gradien garis singgung dengan fungsi naik?

S_{6.2.17}: Kalau garis singgung menyinggung kurva fungsi naik, maka gradiennya positif kak.

Pada cuplikan hasil wawancara dapat diketahui cara subjek mengambil titik lain pada garis singgung sebagai (x_2, y_2) . Setelah itu subjek mensubstitusikan (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ke dalam rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

3) Soal No 3

Berikut ini jawaban tertulis S₆



Gambar 4.58

Jawaban Tertulis S₆ Soal Nomor 3a

Gambar 4.58 menunjukkan bahwa Subjek memilih titik maksimum kurva $y = -x^2 + 2x + 3$ dan titik minimum kurva $y = 2x^2 - 4x - 6$. Setelah itu, subjek menarik garis dimana ia menghubungkan titik maksimum dan minimum kedua grafik.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₆ pada soal nomor 3a:

P_{6.3.18}: Bagaimana cara kamu menentukan jarak terjauh dari dua grafik tersebut?

S_{6.3.18}: Berdasarkan gambar grafik, garis yang saya buat berada di tengah dua kurva dimana kurva yang satu mencapai titik maksimum dan kurva satunya lagi mencapai titik minimum.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mengetahui jarak terjauh antar dua kurva dengan mengamati gambar secara langsung.

$y = -x^2 + 2x + 3$ $= -2x + 2$ $= -2x = -2$ $x = 1$	$y = -(1)^2 + 2(1) + 3$ $= 6$
$y = 2x^2 - 4x - 6$ $= 2 - 4 - 6$ $= -8$	} B ₃
$x = 1$	
jarak = 14.	

Gambar 4.59
Jawaban Tertulis S₆ Soal Nomor 3b

Gambar 4.59 menunjukkan bahwa subjek menentukan koordinat titik puncak kedua grafik. Subjek menemukan koordinat x dengan cara menentukan turunan dari kedua kurva, lalu mensubstitusi nilai x yang telah diperoleh ke dalam persamaan awal masing-masing kurva untuk memperoleh koordinat y, lalu menjumlahkan koordinat y sehingga diperoleh 14.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₆ pada soal nomor 3b:

P_{6.3.19}: Bagaimana cara kamu menentukan berapa jarak terjauhnya?

S_{6.3.19}: Saya mencari koordinat titik maksimum dan minimum dua grafik tersebut. Saya

menurunkan persamaannya satu-satu untuk mencari nilai x -nya. Kemudian saya substitusi nilai x yang telah saya peroleh ke masing-masing persamaan awalnya.

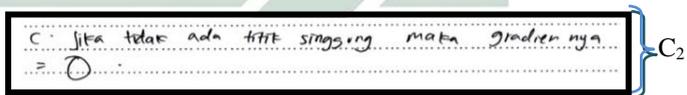
P_{6.3.20}: Bagaimana kamu bisa mengetahui jaraknya adalah 12?

S_{6.3.20}: Karena nilai x -nya sama jadi jarak terjauhnya itu berdasarkan koordinat y pada titik maksimum dan minimum. Setelah mengetahui koordinat titik y masing-masing grafik, koordinat titik y -nya saya jumlahkan.

S_{6.3.21}: Jika 6 dan -8 dijumlahkan, mengapa hasilnya 14?

P_{6.3.21}: Karena yang ditanyakan adalah jarak, koordinat y pada titik puncak adalah 6 sehingga jaraknya 4 satuan dari sumbu x . Kemudian koordinat y pada titik minimum adalah -8 sehingga jaraknya 8 satuan dari sumbu x . Jadi jarak terbesarnya adalah $8 + 6 = 14$.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek menyelesaikan soal dengan mencari koordinat titik maksimum dan minimum kedua kurva. Kemudian subjek menjumlahkan koordinat y kedua kurva tanpa memperdulikan positif atau negatifnya nilai y karena menurut jarak tidak dipengaruhi oleh arah.



Gambar 4.60
Jawaban Tertulis S₆ Soal Nomor 3c

Gambar 4.60 menunjukkan subjek membuat kesimpulan bahwa jika tidak ada titik singgung maka gradiennya sama dengan 0.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₆ pada soal nomor 3c:

P_{6.3.22}: Apa yang bisa kamu simpulkan dari pertanyaan no 3a dan 3b?

S_{6.3.22}: Titik puncak tidak memiliki titik singgung atau kemiringan jadi gradiennya 0.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa menurut subjek titik puncak tidak memiliki titik singgung jadi gradiennya 0.

b. Analisis Data S₆

Berdasarkan deskripsi data di atas, berikut hasil analisis tes kemampuan penalaran visual S₆ dalam menyelesaikan soal grafik turunan fungsi yang disesuaikan dengan indikator penalaran visual pada proses investigasi, interpretasi, dan aplikasi grafik disajikan dalam Tabel 4.8 sebagai berikut:

Tabel 4.8
Analisis Data S₆

Indikator	No. Soal	Hasil Analisis Data S ₆
A ₁	1a	Data tertulis pada Gambar 4.51 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan angka 4 sebagai jawaban. Pada petikan wawancara S _{6.1.1} , subjek menyebutkan jika hasil 4 diperoleh dari mensubstitusi $t = 2$ ke dalam persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$, namun hasil yang diperoleh kurang tepat karena subjek menghitung $y = 20 - 8 + 8$ dengan cara $y = 20 - (8 + 8)$.
A ₂	1b	Data tertulis pada Gambar 4.52 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan angka 25 dan 9 sebagai jawaban. Pada petikan wawancara S _{6.1.4} , subjek menyebutkan jika hasil diperoleh dari substitusi $t = 3$ dan $t = 1$ ke dalam persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$, namun hasil yang diperoleh kurang tepat karena subjek menghitung $y = 45 - 12 + 8$ dengan cara $y = 45 - (12 + 8)$. Hal ini sesuai dengan petikan wawancara S _{6.1.4} .

A ₃	2a	Data tertulis pada Gambar 4.56 menunjukkan bahwa menurut subjek, titik singgung kurva terletak pada koordinat (2, 3). Hal ini diungkapkan oleh S ₆ pada petikan wawancara S _{6.2.13} .
A ₄	2b	Data tertulis pada Gambar 4.57 menunjukkan bahwa S ₆ menggunakan titik singgung sebagai (x ₁ , y ₁) dan titik lain sebagai (x ₂ , y ₂). Hal ini diungkapkan S ₆ pada petikan wawancara S _{6.2.15} .
B ₁	1c	Data tertulis pada Gambar 4.53 menunjukkan bahwa subjek menghitung selisih setiap detiknya. Subjek menjawab jika perubahan jarak paling jauh terjadi pada saat detik 4 ke 5 karena memiliki selisih paling besar. Hal ini diungkapkan pada petikan wawancara S _{6.1.9} .
B ₂	2b	Data tertulis pada Gambar 4.57 menunjukkan bahwa S ₆ menggunakan rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ untuk menentukan gradien dengan (x ₁ , y ₁) untuk titik singgung dan (x ₂ , y ₂) untuk titik lain. Hal ini diungkapkan S ₆ pada petikan wawancara S _{6.2.15} .
B ₃	3a	Data tertulis pada Gambar 4.58 menunjukkan bahwa subjek menghubungkan titik puncak kedua grafik dengan sebuah garis. Hal ini diungkapkan oleh S ₆ pada petikan wawancara S _{6.3.18} .
	3b	Data tertulis pada Gambar 4.59 menunjukkan bahwa S ₆ menentukan jarak terjauh antara dua kurva dengan menentukan koordinat titik puncak kedua grafik. Kemudian S ₆ menyimpulkan jika jarak terjauh kedua kurva dapat diperoleh dengan menjumlahkan koordinat y puncak dengan menghiraukan positif atau negatifnya nilai y puncak. Hal ini diungkapkan oleh S ₆ pada petikan wawancara S _{6.3.19} dan S _{6.3.20} .
C ₁	1d	Data tertulis pada Gambar 4.54 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik adalah 10 m/s. Akan tetapi, pada petikan wawancara S _{6.1.11} subjek menyebutkan hasil 10 diperoleh dengan menentukan turunan persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$, lalu mensubstitusi t =

		2 dan $t = 3$ ke persamaan turunannya, kemudian menghitung selisih kecepatan saat $t = 3$ dan $t = 2$.
	1e	Data tertulis pada Gambar 4.55 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan kecepatan rata-ratanya adalah 26 m/s. Akan tetapi, pada petikan wawancara $S_{6.1.12}$ subjek menyebutkan jika hasil diperoleh dengan substitusi $t = 1, t = 2, t = 3, t = 4,$ dan $t = 5$ ke dalam persamaan $y = 10t - 4$ secara bergantian, lalu hasilnya dijumlah dan dibagi 5.
C_2	3c	Data tertulis pada Gambar 4.60 menunjukkan subjek berkesimpulan bahwa jika tidak ada titik singgung maka gradiennya sama dengan 0. Hal ini diungkapkan S_6 pada petikan wawancara $S_{6.3.22}$.

3. Hasil Analisis Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Teoris Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi

Berdasarkan deskripsi dan hasil analisis data di atas, berikut hasil analisis tes penalaran visual S_5 dan S_6 dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi pada proses investigasi grafik, interpretasi grafik, dan aplikasi grafik yang disajikan dalam Tabel 4.9 berikut ini:

Tabel 4.9
Hasil Analisis Data S_5 dan S_6

Indikator	S_5	S_6
A_1	Subjek menentukan koordinat y dengan mensubstitusi $t = 2$ ke persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Akan tetapi, subjek mengalami kekeliruan dalam proses perhitungan sehingga hasilnya kurang tepat.	Subjek menentukan koordinat y dengan mensubstitusi $t = 2$ ke dalam persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Namun, subjek mengalami kekeliruan pada proses perhitungan sehingga jawabannya yang diperoleh kurang tepat.

Kesimpulan	Siswa bergaya belajar teoritis kurang mampu mengidentifikasi koordinat y dari suatu titik.	
A ₂	Subjek menentukan perubahan koordinat y dengan mensubstitusi nilai t ke persamaan. Akan tetapi subjek mengalami sedikit kekeliruan dalam proses perhitungan sehingga jawaban yang diperoleh kurang tepat.	Subjek menentukan perubahan koordinat y pada grafik ditentukan dengan mensubstitusi nilai t ke dalam persamaan. Akan tetapi subjek mengalami kekeliruan dalam proses perhitungan sehingga hasilnya kurang tepat.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar teoritis kurang mampu mengidentifikasi perubahan satu variabel dengan variabel terkait lainnya.	
A ₃	Subjek menyebutkan jika titik singgung itu sebagai titik pada garis yang menyinggung kurva.	Subjek menyebutkan jika titik singgung itu sebagai titik temu antara garis singgung dengan kurva menyinggung kurva.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar teoritis mampu mengidentifikasi koordinat titik pada grafik dan garis sebagai titik singgung	
A ₄	Subjek menggunakan titik singgung sebagai (x_2, y_2) dan titik lain yang segaris dengan titik singgung sebagai (x_1, y_1) .	Subjek menggunakan titik singgung sebagai (x_1, y_1) dan titik lain yang masih segaris dengan titik singgung sebagai (x_2, y_2) .
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar teoritis mampu mengidentifikasi posisi grafik fungsi dan garis singgung	
B ₁	Subjek menghitung selisih jarak setiap detiknya. Meskipun hasil hitungan sedikit keliru, jawaban yang diperoleh subjek itu benar.	Subjek mensubstitusi semua nilai t ke persamaan jarak, kemudian subjek menghitung selisih setiap detiknya. Meskipun hasil hitungan sedikit keliru, jawaban akhir yang diperoleh subjek itu benar.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar teoritis mampu menentukan perbandingan perubahan grafik	

B ₂	Subjek menghitung gradient dengan mensubstitusi (x_1, y_1) yang merupakan titik lain dan (x_2, y_2) yang merupakan titik singgung ke dalam rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.	Subjek menghitung gradien, dengan mensubstitusi (x_1, y_1) yang merupakan koordinat singgung dan (x_2, y_2) yang merupakan koordinat titik lain ke dalam rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar teoritis mampu menghitung kemiringan tangen pada titik singgung	teoris mampu menghitung kemiringan tangen pada titik singgung
B ₃	S ₅ membuat sebuah garis yang menghubungkan titik puncak kedua grafik dan itu adalah jarak terjauh kedua kurva.	S ₆ garis yang menghubungkan titik maksimum dan minimum kedua kurva itu merupakan jarak terjauhnya.
	S ₅ menentukan koordinat masing-masing titik puncak, lalu menjumlah koordinat y puncak kedua kurva. Menurut subjek, jarak tidak dipengaruhi oleh arah sehingga nilainya akan selalu positif.	S ₆ menentukan koordinat titik puncak kedua kurva, lalu menyimpulkan jika jarak terjauh kedua kurva diperoleh dengan menjumlahkan koordinat y kedua kurva karena jarak tidak dipengaruhi oleh arah.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar teoritis mampu mengidentifikasi jarak pada dua fungsi	teoris mampu mengidentifikasi jarak pada dua fungsi
C ₁	S ₅ menentukan kecepatan saat selang waktu tertentu dengan menurunkan persamaan jarak, kemudian mensubstitusi dua nilai t yang ditentukan, dan menentukan selisihnya.	S ₆ menentukan kecepatan saat selang waktu tertentu dengan menurunkan persamaan jarak, lalu mensubstitusi kedua nilai t ke persamaan turunan, dan menentukan selisihnya.
	S ₅ mensubstitusi semua t ke persamaan kecepatan, lalu dijumlah dan dibagi sesuai dengan banyaknya jenis data.	S ₆ mensubstitusi setiap waktu ke persamaan kecepatan. Kemudian hasilnya dijumlah dan dibagi sesuai banyaknya data oleh subjek.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar teoritis mampu mengidentifikasi hubungan antara tingkat perubahan sesaat dan rata-rata	teoris mampu mengidentifikasi hubungan antara tingkat perubahan sesaat dan rata-rata

C ₂	Subjek membuat kesimpulan bahwa titik puncak tidak memiliki titik singgung sehingga gradiennya sama dengan 0.	Subjek membuat kesimpulan bahwa titik puncak tidak memiliki titik singgung atau kemiringan jadi gradiennya 0.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar teoris mampu mengidentifikasi hubungan kemiringan garis singgung pada titik-titik tertentu atau kondisi tertentu	

D. Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Pragmatis Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi

Berikut ini data hasil penelitian kemampuan penalaran visual S₇ dan S₈ dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi.

1. Deskripsi dan Analisis Data S₇

a. Deskripsi data S₇

1) Soal No 1

Berikut ini jawaban tertulis S₇

a. Berapa jarak yang ditempuh pada detik ke-2? 20 m } A₁

Gambar 4.61
Jawaban Tertulis S₇ Soal Nomor 1a

Jawaban tes kemampuan penalaran visual pada Gambar 4.61 menunjukkan bahwa S₇ hanya menuliskan 20 sebagai jawaban dari pertanyaan.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₇ pada soal nomor 1a:

P_{7.1.1}: Bagaimana cara kamu mengetahui nilai y dari suatu titik?

S_{7.1.1}: Saya hanya melihat koordinat y pada saat t = 2 yaitu 20

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek dalam menentukan jarak pada saat t = 2 hanya dengan melihat grafiknya saja.

b. Berapa jarak yang ditempuh pada detik ke-3 dan detik ke-1? 40, 10

A₂

Gambar 4.62
Jawaban Tertulis S₇ Soal Nomor 1b

Jawaban tes kemampuan penalaran visual pada Gambar 4.62 menunjukkan bahwa S₇ hanya menuliskan 40 dan 10 sebagai jawaban dari pertanyaan.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₇ pada soal nomor 1b:

P_{7.1.2}: Bagaimana cara kamu mengetahui nilai y pada saat $t=3$ dan $t=1$?

S_{7.1.2}: Sama seperti sebelumnya, saya hanya melihat nilai koordinat y pada saat $t = 3$ adalah 40 dan $t = 1$ adalah 10

P_{7.1.3}: Bagaimana nilai y pada saat $t = 3$ dengan pada saat $t=2$?

S_{7.1.3}: Karena dari $t = 2$ ke $t = 3$ grafiknya semakin naik jadi nilai y pada saat $t = 3$ juga lebih besar daripada saat $t = 2$

P_{7.1.4}: Bagaimana nilai y pada saat $t = 1$ dengan pada saat $t=2$?

S_{7.1.4}: Karena dari $t = 2$ ke $t = 1$ grafiknya turun jadi nilai y pada saat $t = 1$ juga lebih kecil daripada saat $t = 2$

Pada cuplikan hasil wawancara dapat diketahui bahwa subjek dalam menentukan jarak pada saat $t = 3$ dan $t = 1$ hanya dengan melihat grafiknya saja.

c. Kapan kendaraan tersebut mengalami perubahan jarak tempuh paling jauh? 4

B₁

Gambar 4.63
Jawaban Tertulis S₇ Soal Nomor 1c

Gambar 4.63 menunjukkan bahwa menurut Subjek perubahan paling besar terjadi pada detik ke 4.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₇ pada soal nomor 1c:

P_{7.1.5}: Bagaimana cara kamu menentukan perubahan jarak yang paling besar?

S_{7.1.5}: Dari grafik sudah terlihat jelas bahwa jarak tempuh pada detik ke-4 itu jarak tempuhnya jauh.

P_{7.1.6}: Barapa jarak tempuhnya?

S_{7.1.6}: Pada saat detik ke 4 itu 70.

Pada cuplikan hasil wawancara dapat diketahui bahwa menurut subjek jarak tempuh yang jauh terjadi pada saat detik ke-4 yaitu sebesar 70. Oleh karena itu, dapat diketahui jika subjek tidak dapat membedakan “jarak tempuh paling jauh” dengan “perubahan jarak paling jauh”.

$$\begin{array}{l}
 d. \quad y = 5t^2 - 4t + 8 \\
 \quad \quad v = 10t - 4 \\
 \quad \quad = 10 \cdot 2 - 4 \\
 \quad \quad = 20 - 4 \\
 \quad \quad = 16 \\
 \quad \quad = 10 \cdot 3 - 4 \\
 \quad \quad = 30 - 4 \\
 \quad \quad = 26 // - 16 = 10
 \end{array}$$

Gambar 4.64
Jawaban Tertulis S₇ Soal Nomor 1d

Gambar 4.64 menunjukkan bahwa Subjek menurunkan persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$, lalu mensubstitusi $t = 2$ dan $t = 3$ ke persamaan $y = 10t - 4$. Kemudian subjek menentukan selisih hasil substitusi.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₇ pada soal nomor 1d:

P_{7.1.7}: Bagaimana cara kamu menentukan persamaan kecepatan?

S_{7.1.7}: Persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ diturunkan sehingga diperoleh persamaan $y = 10t - 4$ yang merupakan persamaan kecepatan.

- P_{7.1.8}: Bagaimana cara kamu menentukan kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik?
- S_{7.1.8}: Setelah saya mencari nilai y saat $t = 2$ dan $t = 3$ dalam persamaan $y = 10t - 4$
- P_{7.1.9}: Jadi berapa kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik?
- S_{7.1.9}: 10 kak, kan $26 - 16 = 20$.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui subjek menurunkan persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$, lalu substitusi $t = 2$ dan $t = 3$ ke persamaan $y = 10t - 4$ yang merupakan hasil turunan. Untuk menentukan kecepatan pada selang waktu, subjek menentukan selisih kecepatan pada saat $t = 2$ dan $t = 3$.

$y = 10t - 4$	$y = 10t - 4$	$y = 10t - 4$
$= 10 \cdot 2 - 4$	$= 10 \cdot 3 - 4$	$= 10 \cdot 3 - 4$
$= 20 - 4$	$= 30 - 4$	$= 30 - 4$
$= 16$	$= 26$	$= 26$
	$= 26 - 16$	
	$= 10$	

Gambar 4.65
Jawaban Tertulis S₇ Soal Nomor 1e

Gambar 4.65 menunjukkan bahwa Subjek mensubstitusi $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$ dan $t = 4$ ke persamaan $y = 10t - 4$. Kemudian hasilnya dijumlah dan dibagi 4.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₇ pada soal nomor 1e:

- P_{7.1.10}: Bagaimana cara kamu menentukan kecepatan rata-rata?
- S_{7.1.10}: Saya mencari nilai y pada saat $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, dan $t = 4$ dalam persamaan $y = 10t - 4$, kemudian hasilnya saya jumlah dan bagi 4.

Pada cuplikan hasil wawancara dapat diketahui bahwa subjek mensubstitusi $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, dan $t = 4$ ke dalam persamaan $y = 10t - 4$ kemudian menjumlahkan hasilnya dan membagi 4 sehingga memperoleh hasil 21.

b. Soal No 2

Berikut ini jawaban tertulis S₇

a. Tentukan koordinat titik singgung (g)! (2, 3) } A₃

Gambar 4.66

Jawaban Tertulis S₇ Soal Nomor 2a

Gambar 4.66 menunjukkan bahwa subjek menuliskan koordinat (2, 3) sebagai titik singgung kurva.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₇ pada soal nomor 2a:

P_{7.2.11}: Bagaimana cara kamu menentukan titik singgung?

S_{7.2.11}: Dari gambar grafik sudah dapat diketahui bahwa titik (2, 3) itu titik yang menyinggung kurva karena titik itu menyinggung kurva dengan tepat.

Pada cuplikan hasil wawancara dapat diketahui bahwa subjek mengartikan titik singgung itu yaitu titik yang menyinggung kurva dengan tepat.

$$m \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{3 - 2} = \frac{2}{1} = 2$$

Gambar 4.67

Jawaban Tertulis S₇ Soal Nomor 2b

Gambar 4.67 menunjukkan bahwa subjek mengambil titik lain yang segaris dengan titik singgung sebagai (x_2, y_2) . Kemudian subjek mensubstitusikan (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ke dalam rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₇ pada soal nomor 2b:

P_{7.2.12}: Bagaimana cara kamu menentukan gradien singgung?

S_{7.2.12}: Saya menggunakan rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

P7.2.13: Titik koordinat untuk (x_2, y_2) dan (x_1, y_1) itu berapa?

S7.2.13: Koordinat untuk (x_1, y_1) menggunakan koordinat titik singgung yaitu (2, 3) dan untuk koordinat (x_2, y_2) itu adalah (3, 5) dimana titik merupakan titik lain yang saya ambil pada garis yang memuat titik singgung

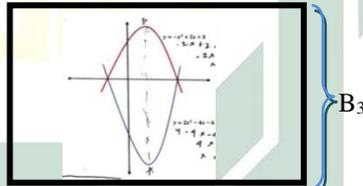
P7.2.14: Apa yang bisa kamu simpulkan dari hubungan antara nilai gradien garis singgung dengan fungsi naik?

S7.2.14: Setahu saya jika garis singgung menyinggung kurva fungsi naik maka gradiennya positif kak.

Pada cuplikan hasil wawancara dapat diketahui subjek mengambil titik lain yang segaris dengan titik singgung sebagai (x_2, y_2) . Setelah itu subjek mensubstitusi (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ke dalam rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

c. Soal No 3

Berikut ini jawaban tertulis S7



Gambar 4.68

Jawaban Tertulis S7 Soal Nomor 3a

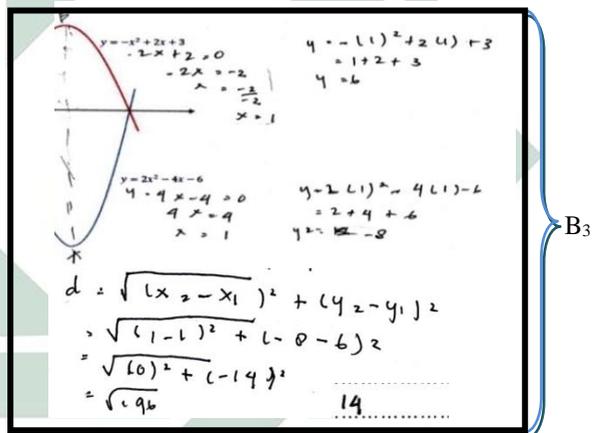
Gambar 4.68 menunjukkan bahwa subjek membuat garis yang menghubungkan titik maksimum grafik $y = -x^2 + 2x + 3$ dan titik minimum grafik $y = 2x^2 - 4x - 6$.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S7 pada soal nomor 3a:

P7.3.15: Bagaimana cara kamu menentukan jarak terjauh dari dua grafik tersebut?

S_{7.3.15}: Dari gambar grafik langsung dapat diketahui bahwa jarak terjauh dari dua grafik tersebut diperoleh dengan menghubungkan titik maksimum dan titik minimum dari kedua kurva.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa menurut subjek jarak terjauh antar dua kurva itu jarak antara titik maksimum pada grafik $y = -x^2 + 2x + 3$ dan titik minimum pada grafik $y = 2x^2 - 4x - 6$. Subjek mengetahui hal tersebut hanya dengan melihat gambar grafik.



Gambar 4.69
Jawaban Tertulis S₇ Soal Nomor 3b

Gambar 4.69 menunjukkan bahwa dalam menentukan berapa jarak terjauh antara dua kurva, subjek menentukan koordinat masing-masing titik puncak. Kemudian subjek menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ untuk menentukan berapa jarak terjauhnya.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₇ pada soal nomor 3b:

P_{7.3.16}: Bagaimana cara kamu menentukan berapa jarak terjauhnya?

S_{7.3.16}: Saya menentukan koordinat titik maksimum dari persamaan $y = -x^2 + 2x + 3$. Saya turunkan dulu persamaannya untuk memperoleh nilai x-nya. Setelah itu saya substitusi nilai x ke persamaan $y = -x^2 + 2x + 3$ untuk memperoleh koordinat y sehingga saya memperoleh titik maksimumnya adalah (1, 6)

P_{7.3.17}: Bagaimana dengan titik puncak kurva $y = 2x^2 - 4x - 6$?

S_{7.3.17}: Sama seperti sebelumnya, $y = 2x^2 - 4x - 6$ saya turunkan untuk mencari nilai x. Kemudian saya substitusi nilai x ke persamaan $y = 2x^2 - 4x - 6$ untuk memperoleh koordinat y-nya sehingga saya memperoleh titik minimumnya adalah (1,-8)

S_{7.3.18}: Bagaimana kamu mengetahui bahwa jaraknya adalah 14?

P_{7.3.18}: Saya menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ dengan titik puncak (1, 6) sebagai (x_1, y_1) dan titik puncak (1,-8) sebagai (x_2, y_2) .

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek menyelesaikan soal dengan mencari koordinat titik puncak kedua kurva. Kemudian subjek menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ dengan (x_1, y_1) itu koordinat maksimum kurva $y = -x^2 + 2x + 3$ dan (x_2, y_2) itu koordinat minimum kurva $y = 2x^2 - 4x - 6$.

c. gradien 0 karena garisnya lurus } C₂

Gambar 4.70
Jawaban Tertulis S₇ Soal Nomor 3c

Gambar 4.70 menunjukkan subjek membuat kesimpulan bahwa gradien 0 karena garisnya lurus.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S_7 pada soal nomor 3c:

$P_{7.3.19}$: Apa yang bisa kamu simpulkan dari pertanyaan no 3a dan 3b?

$S_{7.3.19}$: Karena tidak miring maka gradien titik puncaknya 0 atau berupa garis lurus.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa menurut subjek titik puncak tidak miring atau berupa garis lurus sehingga gradiennya itu 0.

b. Analisis Data S_7

Berdasarkan deskripsi data di atas, berikut hasil analisis tes kemampuan penalaran visual S_7 dalam menyelesaikan soal grafik turunan fungsi yang disesuaikan dengan indikator penalaran visual pada proses investigasi, interpretasi, dan aplikasi grafik disajikan dalam Tabel 4.10 sebagai berikut:

Tabel 4.10
Analisis Data S_7

Indikator	No. Soal	Hasil Analisis Data S_7
A_1	1a	Data tertulis pada Gambar 4.61 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan 20. Pada petikan wawancara $S_{7.1.1}$, subjek menyebutkan jika hasil diperoleh dengan melihat grafiknya saja.
A_2	1b	Data tertulis pada Gambar 4.62 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan 40 dan 10 sebagai jawaban dari pertanyaan. Pada petikan wawancara $S_{7.1.2}$, hasil diperoleh dengan melihat grafiknya saja.
A_3	2a	Data tertulis pada Gambar 4.66 menunjukkan bahwa S_7 memilih (2, 3) sebagai titik singgung. Hal ini diungkapkan oleh S_7 pada petikan wawancara $S_{7.2.11}$ titik itu menyinggung kurva dengan tepat.

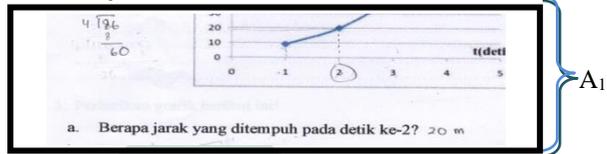
A ₄	2b	Pada Gambar 4.67 menunjukkan bahwa Subjek mengambil titik lain pada garis singgung kurva. Hal ini diungkapkan pada petikan wawancara S _{7.2.13} .
B ₁	1c	Data tertulis pada Gambar 4.63 menunjukkan bahwa menurut Subjek perubahan paling besar terjadi pada detik ke- 4 karena jarak tempuhnya pada saat detik ke-4 adalah 70. Hal ini diungkapkan oleh S ₇ pada petikan wawancara S _{7.1.5} dan S _{7.1.6} .
B ₂	2b	Pada Gambar 4.67, subjek menentukan gradien dengan mensubstitusikan (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ke dalam rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Hal tersebut diungkapkan subjek pada petikan wawancara S _{7.2.13} .
B ₃	3a	Data tertulis pada Gambar 4.68 menunjukkan bahwa S ₇ menghubungkan titik puncak grafik $y = -x^2 + 2x + 3$ dan $y = 2x^2 - 4x - 6$ dengan sebuah garis. Hal ini diungkapkan subjek ada petikan wawancara S _{7.3.15} .
	3b	Data tertulis pada Gambar 4.69 menunjukkan bahwa S ₇ menentukan koordinat titik puncak kedua kurva. Kemudian subjek menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. Hal ini diungkapkan S ₇ pada petikan wawancara S _{7.3.16} , S _{7.3.17} dan S _{7.3.18} .
C ₁	1d	Pada Gambar 4.64 menunjukkan bahwa subjek menurunkan persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$, kemudian mensubstitusi $t = 2$ dan $t = 3$ ke persamaan hasil turunan. Hal ini diungkapkan oleh S ₇ pada petikan wawancara S _{7.1.7} .
	1e	Pada Gambar 4.65 menunjukkan bahwa Subjek mensubstitusi $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$ dan $t = 4$ ke persamaan $y = 10t - 4$. Kemudian hasil substitusi dijumlah dan dibagi 4. Hal tersebut diungkapkan S ₇ pada petikan wawancara S _{7.1.10}
C ₂	3c	Data tertulis pada Gambar 4.70 menunjukkan bahwa subjek membuat kesimpulan bahwa gradien 0 karena garisnya lurus. Hal ini diungkapkan subjek Pada petikan wawancara S _{7.3.19} .

2. Deskripsi dan Analisis S₈

a. Deskripsi data S₈

1) Soal No 1

Berikut ini jawaban tertulis S₈



Gambar 4.71

Jawaban Tertulis S₈ Soal Nomor 1a

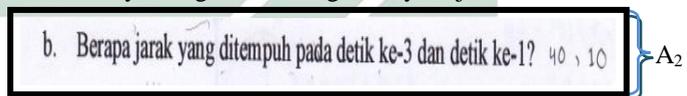
Jawaban tes kemampuan penalaran visual pada Gambar 4.71 menunjukkan bahwa subjek hanya menuliskan angka 20 sebagai jawaban.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₈ pada soal nomor 1a:

P_{8.1.1}: Bagaimana cara kamu mengetahui nilai y dari suatu titik?

S_{8.1.1}: Saya lihat pada saat $t = 2$, koordinat y-nya adalah 20

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek dalam menentukan jarak pada saat $t = 2$ hanya dengan melihat grafiknya saja.



Gambar 4.72

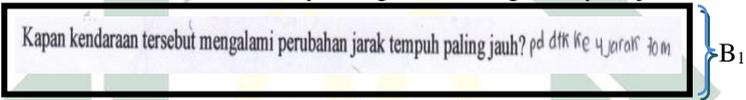
Jawaban Tertulis S₈ Soal Nomor 1b

Jawaban tes kemampuan penalaran visual pada Gambar 4.72 menunjukkan bahwa S₈ hanya menuliskan 40 dan 10 sebagai jawaban dari pertanyaan.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₈ pada soal nomor 1b:

- P_{8.1.2}: Bagaimana cara kamu mengetahui nilai y pada saat $t=3$ dan $t=1$?
- S_{8.1.2}: Sama seperti sebelumnya, saya hanya melihat pada saat $t = 3$, koordinat y -nya itu 40 dan pada saat $t = 1$ koordinat y -nya 10
- P_{8.1.3}: Bagaimana nilai y pada saat $t = 3$ dan $t = 1$ jika dibandingkan dengan pada saat $t = 2$?
- S_{8.1.3}: Grafik dari $t = 1$ sampai $t = 3$ itu semakin naik sehingga nilai y pada saat $t = 3$ juga lebih besar daripada saat $t = 2$ dan nilai y pada saat $t = 1$ lebih kecil daripada saat $t = 2$.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek dalam menentukan jarak pada saat $t = 3$ dan $t = 1$ hanya dengan melihat grafiknya saja.



Kapan kendaraan tersebut mengalami perubahan jarak tempuh paling jauh? pd dtk ke 4 jarak 70 m

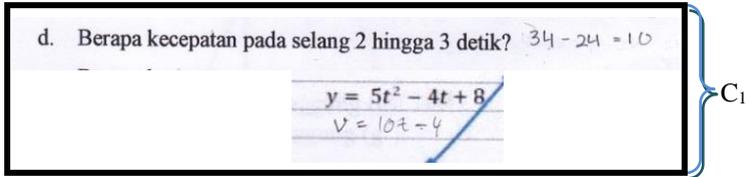
Gambar 4.73
Jawaban Tertulis S₈ Soal Nomor 1c

Gambar 4.73 menunjukkan bahwa menurut subjek hanya menuliskan jika perubahan jarak tempuh paling jauh itu pada detik ke 4 yaitu 70 m.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₈ pada soal nomor 1c:

- P_{8.1.4}: Bagaimana cara kamu menentukan perbandingan perubahan yang paling besar antar titik?
- S_{8.1.4}: Menurut saya jarak terjauhnya itu pada saat detik ke-4 yaitu 70, jarak terjauh yang ditempuh jika dibandingkan dengan pada saat detik ke-1, ke-2, maupun ke-3.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek tidak dapat membedakan antara jarak paling besar dengan perubahan jarak paling besar.



Gambar 4.74

Jawaban Tertulis S₈ Soal Nomor 1d

Gambar 4.74 menunjukkan bahwa subjek menurunkan persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Kemudian subjek mengurangkan 34 dengan 24 dan diperoleh 10.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₈ pada soal nomor 1d:

P_{8.1.5}: Bagaimana cara kamu menentukan persamaan kecepatan?

S_{8.1.5}: Saya turunkan persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$ sehingga saya memperoleh persamaan kecepatan yaitu $y = 10t - 4$.

P_{8.1.6}: Bagaimana cara kamu menentukan kecepatan pada selang 2 hingga 3 detik?

S_{8.1.6}: Setelah mensubstitusi $t = 2$ dan $t = 3$ ke dalam persamaan $y = 10t - 4$ dan hasilnya 24 dan 34

P_{8.1.7}: Jadi berapa kecepatan pada selang 2 hingga 3?

S_{8.1.7}: Kecepatannya itu $34 - 24 = 10$ kak

P_{8.1.8}: Sekarang tolong dijelaskan cara kamu mengerjakan hingga diperoleh 24 saat $t = 2$!

S_{8.1.8}: Pada persamaan $y = 10t - 4$, t -nya diganti dengan angka 2 sehingga $y = 10 \cdot 2 - 4$

P_{8.1.9}: Berapa hasil $10 \cdot 2 - 4$?

S_{8.1.9}: $10 \cdot 2 - 4 = 20 - 4 = 16$ kak

P_{8.1.10}: Jadi?

S_{8.1.10}: Hitungan saya salah kak, hasil perkalian tidak saya kurangkan, tapi malah saya tambahkan.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui subjek menurunkan persamaan $y = 5t^2 - 4t +$

8, lalu mensubstitusikan $t = 2$ dan $t = 3$ ke persamaan turunannya.

e. Berapa kecepatan rata-rata kendaraan tersebut? $\frac{6+16+26+36}{4} = \frac{84}{4} = 21$

selang 1 $\rightarrow 10(1) - 4 = 6$
 selang 2 $\rightarrow 10(2) - 4 = 16$
 selang 3 $\rightarrow 10(3) - 4 = 26$
 selang 4 $\rightarrow 10(4) - 4 = 36$

84

} C₁

Gambar 4.75

Jawaban Tertulis S₈ Soal Nomor 1e

Gambar 4.75 menunjukkan bahwa subjek mensubstitusikan $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, dan $t = 4$ ke persamaan $y = 10t - 4$, lalu subjek menjumlahkan hasil substitusi dan membagi 4.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₈ pada soal nomor 1e:

P_{8.1.11}: Bagaimana cara kamu menentukan kecepatan rata-rata?

S_{8.1.11}: Saya menentukan nilai y dengan mensubstitusikan $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, dan $t = 4$ dalam persamaan $y = 10t - 4$ dulu, setelah itu hasilnya dijumlahkan dan dibagi 4.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mensubstitusikan $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, dan $t = 4$ ke dalam persamaan $y = 10t - 4$, lalu hasil substitusi dijumlah dan dibagi 4.

2) Soal No 2

Berikut ini jawaban tertulis S₈

a. Tentukan koordinat titik singgung (g)! (2,3) } A₃

Gambar 4.76

Jawaban Tertulis S₈ Soal Nomor 2a

Gambar 4.76 menunjukkan bahwa Subjek menuliskan koordinat (2, 3) sebagai titik singgung kurva.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₈ pada soal nomor 2a:

P_{8.2.12}: Bagaimana cara kamu menentukan titik singgung?

S_{8.2.12}: Titik singgungnya itu (2, 3) karena titik itu yang menyinggung kurva.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa subjek mengartikan titik singgung itu yaitu titik itu tepat menyinggung kurva.

$$M = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{3 - 2} = \frac{2}{1} = 2 \dots \dots \dots \left. \vphantom{\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}} \right\} B_2$$

Gambar 4.77

Jawaban Tertulis S₈ Soal Nomor 2b

Gambar 4.77 menunjukkan bahwa Subjek mengambil titik lain yang segaris dengan titik singgung sebagai (x_2, y_2) . Kemudian subjek mensubstitusi (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ke dalam rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₈ pada soal nomor 2b:

P_{8.2.13}: Bagaimana cara kamu menentukan gradien singgung?

S_{8.2.13}: Saya ambil titik lain yang masih segaris dengan titik singgung terus dimasukkan ke rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

P_{8.2.14}: Koordinat mana yang (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ?

S_{8.2.14}: Koordinat titik singgungnya itu untuk (x_1, y_1) koordinat titik lain tadi itu untuk (x_2, y_2) nya

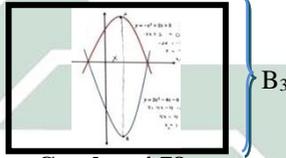
P_{8.2.15}: Apa yang bisa kamu simpulkan dari hubungan antara nilai gradien garis singgung dengan fungsi naik?

S_{8.2.15}: Menurut saya jika garis singgung menyinggung kurva fungsi naik maka gradiennya positif kak.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui subjek mengambil titik lain yang segaris dengan titik singgung sebagai (x_2, y_2) , lalu mensubstitusi (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ke dalam rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

3) Soal No 3

Berikut ini jawaban tertulis S₈



Gambar 4.78

Jawaban Tertulis S₈ Soal Nomor 3a

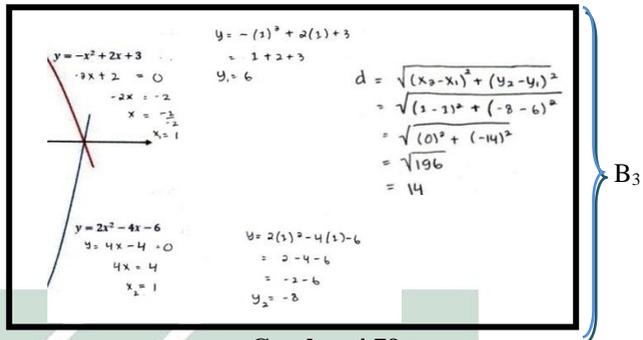
Gambar 4.78 menunjukkan bahwa subjek memberi garis yang menghubungkan titik maksimum grafik $y = -x^2 + 2x + 3$ dan titik minimum grafik $y = 2x^2 - 4x - 6$.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₈ pada soal nomor 3a:

P_{8.3.16}: Bagaimana cara kamu menentukan jarak terjauh dari dua grafik tersebut?

S_{8.3.16}: Dari gambar grafik saya ambil titik pada titik maksimum dan juga titik minimum kedua kurva kemudian saya tarik garis karena itu jarak terjauh kedua kurva.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa menurut subjek jarak terjauh antar dua kurva itu jarak antara titik puncak. Subjek mengetahui hal tersebut hanya dengan melihat gambar grafik.



Gambar 4.79

Jawaban Tertulis S₈ Soal Nomor 3b

Gambar 4.79 menunjukkan bahwa subjek menentukan koordinat masing-masing titik puncak. Setelah itu, subjek mencari besar jarak terjauh menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₈ pada soal nomor 3b:

P_{8.3.17}: Bagaimana cara kamu menentukan berapa jarak terjauhnya?

S_{8.3.17}: Persamaan $y = -x^2 + 2x + 3$ diturunkan dulu untuk mencari nilai x-nya. Setelah itu nilai x di substitusikan ke persamaan $y = -x^2 + 2x + 3$ untuk mencari koordinat y sehingga didapat titik maksimumnya adalah (1, 6)

P_{8.3.18}: Bagaimana dengan titik puncak kurva $y = 2x^2 - 4x - 6$ tidak kamu substitusikan?

S_{8.3.18}: Sama seperti sebelumnya, $y = 2x^2 - 4x - 6$ saya turunkan untuk mencari nilai x. Kemudian nilai x disubstitusikan ke persamaan $y = 2x^2 - 4x - 6$ untuk mencari koordinat y-nya sehingga didapat titik minimumnya adalah (1, -8)

S_{8.3.19}: Bagaimana kamu mengetahui bahwa jaraknya adalah 14?

P_{8.3.19}: Dengan menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ saya mencari jaraknya dengan titik maksimum (1, 6) sebagai (x_1, y_1) dan titik minimum (1, -8) sebagai (x_2, y_2) .

Gambar 4.79 menunjukkan bahwa subjek menentukan koordinat masing-masing titik puncak. Kemudian subjek menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ untuk menentukan berapa jarak terjauh dua grafik.

C. gradien 0 karena garisnya lurus.

} C₂

Gambar 4.80
Jawaban Tertulis S₈ Soal Nomor 3c

Gambar 4.80 menunjukkan bahwa setelah subjek berkesimpulan bahwa gradien 0 karena garisnya lurus.

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dilakukan wawancara untuk lebih mendalami jawaban S₈ pada soal nomor 3c:

P_{8.3.20}: Apa yang bisa kamu simpulkan dari pertanyaan no 3a dan 3b?

S_{8.3.20}: Titik puncak itu bergradien 0 karena garisnya lurus atau tidak miring.

Pada cuplikan hasil wawancara di atas dapat diketahui bahwa menurut subjek titik puncak tidak miring atau berupa garis lurus sehingga gradiennya itu 0.

c. Analisis Data S₈

Berdasarkan deskripsi data di atas, berikut hasil analisis tes kemampuan penalaran visual S₈ dalam menyelesaikan soal grafik turunan fungsi yang disesuaikan dengan indikator penalaran visual pada proses investigasi, interpretasi, dan aplikasi grafik disajikan dalam Tabel 4.11 sebagai berikut:

Tabel 4.11
Analisis Data S₈

Indikator	No. Soal	Hasil Analisis Data S ₈
A ₁	1a	Data tertulis pada Gambar 4.71 menunjukkan bahwa subjek menuliskan 20. Pada petikan wawancara S _{8.1.1} , subjek menyebutkan jika jawaban diperoleh dengan melihat grafiknya.
A ₂	1b	Data tertulis pada Gambar 4.72 menunjukkan bahwa subjek menuliskan 40 dan 10 sebagai jawaban. Pada petikan wawancara S _{8.1.2} , subjek menyebutkan jika dia menentukan jarak pada saat $t = 3$ dan $t = 1$ hanya dengan melihat grafiknya saja.
A ₃	2a	Data tertulis pada Gambar 4.76 menunjukkan bahwa S ₈ memilih koordinat (2, 3) sebagai koordinat titik singgung. Hal ini diungkapkan oleh S ₈ pada petikan wawancara S _{8.2.12} .
A ₄	2b	Pada Gambar 4.77 menunjukkan bahwa Subjek mengambil koordinat lain pada garis singgung. Pada petikan wawancara S _{8.2.14} , subjek menggunakan titik singgung sebagai (x_1, y_1) dan titik lain sebagai (x_2, y_2) .
B ₁	1c	Data tertulis pada Gambar 4.73 menunjukkan bahwa Subjek menuliskan jika perubahan jarak tempuh paling jauh itu pada detik ke 4 yaitu 70 m. Pada petikan wawancara S _{8.1.4} dapat diketahui bahwa subjek tidak dapat membedakan antara jarak paling besar dengan perubahan jarak paling besar.
B ₂	2b	Pada Gambar 4.77, subjek menentukan gradien garis singgung yaitu dengan mensubstitusi (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ke dalam rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Hal ini diungkapkan S ₈ pada petikan wawancara S _{8.2.13} .
B ₃	3a	Data tertulis pada Gambar 4.78 menunjukkan bahwa S ₈ membuat garis yang menghubungkan titik puncak kedua grafik. Hal ini diungkapkan subjek pada petikan wawancara S _{8.3.16} .

	3b	Data tertulis pada Gambar 4.79 menunjukkan bahwa S_8 menentukan koordinat titik puncak kedua kurva. Kemudian subjek menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. Hal ini diungkapkan oleh S_8 pada petikan wawancara $S_{8.3.17}$, $S_{8.3.18}$ dan $S_{8.3.19}$.
C_1	1d	Pada Gambar 4.74 menunjukkan bahwa Subjek menurunkan persamaan $y = 5t^2 - 4t + 8$. Hal ini diungkapkan S_8 pada petikan wawancara $S_{8.1.10}$.
	1e	Pada Gambar 4.75 menunjukkan bahwa subjek mensubstitusi $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$ dan $t = 4$ ke persamaan $y = 10t - 4$, lalu hasilnya dijumlah dan dibagi 4. Hal tersebut juga diungkapkan subjek pada petikan wawancara $S_{8.1.11}$.
C_2	3c	Data tertulis pada Gambar 4.80 menunjukkan bahwa subjek membuat kesimpulan bahwa gradien 0 karena garisnya lurus. Hal ini diungkapkan oleh S_8 pada petikan wawancara $S_{8.3.20}$.

3. Hasil Analisis Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Pragmatis Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi

Berdasarkan deskripsi dan hasil analisis data di atas, berikut hasil analisis tes penalaran visual S_7 dan S_8 dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi pada proses investigasi grafik, interpretasi grafik, dan aplikasi grafik yang disajikan dalam Tabel 4.12 berikut ini:

Tabel 4.12
Hasil Analisis Data S_7 dan S_8

Indikator	S_7	S_8
A_1	Subjek mengungkapkan bahwa dia menentukan jarak dengan melihat grafiknya.	Subjek menentukan jarak pada saat t yang ditentukan hanya dengan mengamati grafik.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar pragmatis mampu mengidentifikasi koordinat y dari suatu titik.	

A ₂	Subjek menentukan perubahan y dengan melihat grafik, namun subjek kurang cermat sehingga hasilnya yang diperoleh kurang tepat.	Subjek menentukan perubahan y dengan mengamati grafik, namun hasil yang diperoleh kurang tepat karena kurang cermat dalam membaca grafik.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar pragmatis kurang mampu mengidentifikasi perubahan satu variabel dengan variabel terkait lainnya	
A ₃	Subjek berpendapat jika singgung itu titik yang menyinggung kurva dengan tepat.	Subjek berpendapat jika titik singgung itu titik yang terdapat pada garis singgung kurva.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar pragmatis mampu mengidentifikasi koordinat titik pada grafik dan garis sebagai titik singgung	
A ₄	Subjek menggunakan titik singgung sebagai (x_1, y_1) dan titik lain sebagai (x_2, y_2) .	Subjek menggunakan titik singgung sebagai (x_1, y_1) dan koordinat titik lain sebagai (x_2, y_2) .
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar pragmatis mampu mengidentifikasi posisi grafik fungsi dan garis singgung	
B ₁	Subjek memilih detik ke 3 dan 4 jarak tempuhnya jauh, sehingga dapat diketahui bahwa subjek tidak dapat membedakan antara jarak paling besar dengan perubahan jarak paling besar.	Subjek memilih detik ke 4 karena jarak tempuh yang paling jauh, sehingga dapat diketahui bahwa subjek tidak dapat membedakan antara jarak paling besar dengan perubahan jarak paling besar.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar pragmatis kurang mampu menentukan perbandingan perubahan grafik	
B ₂	Subjek menentukan gradien garis singgung yaitu dengan mensubstitusikan (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ke dalam rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.	Subjek menentukan gradien garis singgung dengan mensubstitusi (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) ke dalam rumus $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar pragmatis mampu menghitung kemiringan tangen pada titik singgung.	

B ₃	S ₇ membuat garis pada lembar jawaban yang menghubungkan kedua titik puncak kurva.	S ₈ membuat garis yang menghubungkan titik maksimum dan minimum kedua kurva.
	S ₇ menentukan titik puncak kedua grafik, lalu menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ untuk mengetahui berapa jarak terjauh kedua kurva.	S ₈ menentukan besar jarak terjauh antara dua kurva dengan menentukan koordinat titik puncak kedua kurva, lalu menggunakan rumus $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar pragmatis mampu mengidentifikasi jarak pada dua fungsi	
C ₁	S ₇ menurunkan persamaan jarak, lalu mensubstitusi dua nilai t ke persamaan hasil turunan. Setelah itu, subjek menentukan selisih dari hasil substitusi.	S ₈ menurunkan persamaan jarak, lalu mensubstitusi nilai kedua t yang ditentukan. Setelah itu, subjek menentukan selisih dari hasil substitusi tersebut.
	S ₇ mensubstitusi semua nilai t ke persamaan hasil turunan, lalu hasilnya dijumlah dan dibagi sesuai banyaknya data t.	S ₈ mensubstitusi semua nilai t ke persamaan turunan, lalu menjumlahkan semua hasil substitusi dan membagi sesuai banyaknya data t.
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar pragmatis mampu mengidentifikasi hubungan antara tingkat perubahan sesaat dan rata-rata.	
C ₂	Subjek membuat kesimpulan bahwa jika titik puncak tidak miring atau berupa garis lurus sehingga gradiennya sama dengan 0.	Subjek membuat kesimpulan bahwa jika titik puncak tidak miring atau berupa garis lurus sehingga gradiennya sama dengan 0
Kesimpulan	Siswa bergaya belajar pragmatis mampu mengidentifikasi hubungan kemiringan garis singgung pada titik-titik tertentu atau kondisi tertentu	

BAB V

PEMBAHASAN

A. Pembahasan Kemampuan Penalaran Visual Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi Berdasarkan Gaya Belajar Honey dan Mumford di Kelas XII MIA 1 SMA Al Falah Surabaya

Berdasarkan hasil analisis data pada bab sebelumnya, telah ditunjukkan kemampuan penalaran visual siswa dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi berdasarkan gaya belajar Honey dan Mumford. Berikut ini adalah pembahasan kemampuan penalaran visual siswa dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi di SMA Al Falah Surabaya:

1. Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Aktifis Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan pada kedua subjek penelitian dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi menunjukkan bahwa siswa bergaya belajar aktifis mampu mengidentifikasi koordinat y dari suatu titik yaitu dengan mensubstitusikan titik tertentu ke dalam persamaan yang telah diketahui. Setelah mengetahui jika hasil identifikasi koordinat y melalui substitusi itu sama dengan koordinat y dalam grafik, siswa langsung memilih cara yang mudah yaitu dengan membaca koordinat y pada grafik untuk menyelesaikan soal selanjutnya. Akan tetapi, siswa kurang mampu mengidentifikasi perubahan satu variabel dengan variabel terkait lainnya karena ketika menentukan perubahan koordinat y dengan hanya mengamati grafik, siswa kurang cermat dalam membaca koordinat y -nya sehingga hasilnya kurang tepat. Hal ini sesuai dengan pendapat Ghufron dimana siswa aktifis cenderung melakukan segala sesuatunya terlebih dahulu tanpa memperhatikan resiko yang akan dihadapi di kemudian

waktu sehingga peluang terjadinya kesalahan dalam melakukan sesuatu juga cukup besar.¹

Siswa dengan gaya belajar aktivis mampu mengidentifikasi koordinat titik pada grafik dan garis sebagai titik singgung karena dapat memahami arti dari titik singgung dan juga dapat menentukan titik singgung dengan benar. Selain itu, siswa juga mampu mengidentifikasi posisi grafik fungsi dan garis singgung karena dapat memahami cara menentukan titik bantu guna menemukan gradien garis singgung dengan benar. Hal ini sesuai dengan pendapat Setyawan dimana siswa bergaya belajar aktivis dapat menyelesaikan masalah dengan pengalaman yang dimiliki.²

Siswa bergaya belajar aktivis mampu menentukan perbandingan perubahan grafik yaitu dengan membandingkan besar perubahan yang terjadi setiap detiknya. Hal ini sesuai dengan pendapat Hutapea & Thoha dimana siswa bergaya belajar aktivis memiliki sifat terfokus dan antusias.³

Selain itu, siswa dengan gaya belajar aktivis mampu menghitung kemiringan tangen pada titik singgung karena mereka mengetahui rumus dan penggunaannya dalam menentukan gradien titik singgung dengan benar. Hal ini sesuai dengan pendapat Setyawan dimana siswa aktivis menyelesaikan masalah menggunakan pengalaman yang telah dimiliki.⁴

Siswa dengan gaya belajar aktivis mampu menemukan jarak terjauh dari dua kurva hanya dengan mengamati kedua kurva. Selain itu, siswa juga dapat menentukan koordinat titik puncak masing-masing grafik yaitu dengan menentukan turunan kurva guna memperoleh nilai x dan mensubstitusi nilai x ke persamaan guna memperoleh nilai y . Akan tetapi, siswa aktivis kurang mampu mengidentifikasi jarak pada dua

¹ M. Nur Ghufro dan Rini Risnawati, *Gaya Belajar: Kajian Teoritik*, (Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2014), 96

² Fariz Setyawan, Tesis, *Profil Pemahaman Konseptual Materi PLSV Siswa SMP Ditinjau Dari Gaya Belajar KOLB*, (Surabaya: PASCA SARJANA UNESA, 2015), 30

³ Parulian Hutapea & Nurianna Thoha, *Kompetensi Plus: Teori, Desain, Kasus, dan Penerapan untuk HR serta Organisasi yang Dinamis*, (Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama, 2008), 112

⁴ Fariz Setyawan, op.cit

fungsi karena siswa masih mengalami kebingungan dalam menentukan besar jarak terjauhnya setelah diketahui koordinat titik puncak masing-masing grafik. Hal ini sesuai dengan pendapat Mumford dimana siswa selalu mencoba segala sesuatu jika diberi tantangan.⁵

Siswa aktivis mampu mengidentifikasi hubungan antara tingkat perubahan sesaat dan rata-rata karena dapat menentukan kecepatan sesaat, kecepatan saat selang waktu tertentu, dan kecepatan rata-rata dengan benar. Siswa mengetahui jika persamaan kecepatan dapat diperoleh dengan menurunkan persamaan jarak yang telah diketahui. Siswa memahami jika kecepatan sesaat diperoleh dengan mensubstitusikan satu waktu ke dalam persamaan. Sedangkan untuk kecepatan saat selang waktu tertentu diperoleh dengan menentukan selisih kecepatan pada dua waktu yang telah ditentukan. Kemudian untuk kecepatan rata-rata, siswa menjumlahkan nilai data dan dibagi banyaknya data. Hal ini sesuai dengan pendapat Setyawan dimana siswa dengan gaya belajar aktivis dapat menyelesaikan masalah dengan menggunakan pengalaman yang telah dimiliki.⁶

Siswa bergaya belajar aktivis mampu mengidentifikasi hubungan kemiringan garis singgung pada titik-titik tertentu atau kondisi tertentu. Siswa memahami jika kurva pada saat mencapai titik puncak itu tidak memiliki gradient sehingga gradiennya sama dengan 0. Oleh karena itu, siswa menentukan nilai x dengan menurunkan persamaan kurva dan disama dengankan 0. Hal ini sesuai dengan pendapat Mumford dimana siswa bergaya belajar aktivis berpikiran terbuka, terfokus, dan mudah mengambil keputusan.⁷

⁵ Alan Mumford, "Learning styles and mentoring", *Industrial and Commercial Training*, 27(8), (1995), 5

⁶ Fariz Setyawan, Op.cit

⁷ Parulian Hutapea & Nurianna Thoha, *Kompetensi Plus: Teori, Desain, Kasus, dan Penerapan untuk HR serta Organisasi yang Dinamis*, (Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama, 2008), 112

2. Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Reflektor Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan pada kedua subjek penelitian dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi menunjukkan bahwa siswa bergaya belajar reflektor mampu mengidentifikasi koordinat y dari suatu titik dan juga mampu mengidentifikasi perubahan satu variabel dengan variabel terkait lainnya. Kedua siswa tidak memilih dengan membaca grafik dalam menentukan nilai suatu titik. Mereka selalu menggunakan cara mensubstitusikan suatu titik ke dalam persamaan yang telah diketahui guna memperoleh nilai dari suatu titik tersebut.

Selain itu, siswa juga dapat memahami perubahan saat dua titik yang berbeda dibandingkan berdasarkan nilainya. Hal ini sesuai dengan pendapat Mumford dimana siswa lebih banyak pertimbangan dan cenderung berhati-hati.⁸

Siswa dengan gaya belajar reflektor mampu mengidentifikasi koordinat titik pada grafik dan garis sebagai titik singgung. Kedua siswa memahami apa yang dimaksud dengan titik singgung dan juga dapat menentukan titik singgung dengan benar. Selain itu, siswa juga mampu mengidentifikasi posisi grafik fungsi dan garis singgung. Kedua siswa memahami cara menentukan titik bantu guna menentukan gradien garis singgung dengan benar. Hal ini sesuai dengan pendapat Setyawan dimana siswa bergaya belajar reflektor selalu menganalisis informasi dengan teliti.⁹

Siswa bergaya belajar reflektor mampu menentukan perbandingan perubahan grafik. Kedua siswa membandingkan besar perubahan yang terjadi setiap detiknya menggunakan cara yang berbeda. Ada siswa yang melakukan proses perhitungan dan ada yang siswa yang melakukan pengamatan pada grafik secara langsung. Meskipun demikian, kedua siswa memperoleh hasil yang tepat. Hal ini sesuai dengan pendapat Molloy dimana siswa bergaya belajar reflektor selalu

⁸ Alan Mumford, Op.cit

⁹ Fariz Setyawan, Op.cit

mengumpulkan informasi dan mempertimbangkannya terlebih dahulu sebelum mengambil keputusan.¹⁰

Selain itu, siswa dengan gaya belajar reflektor mampu menghitung kemiringan tangen pada titik singgung. Kedua siswa mengetahui dan memahami rumus serta penggunaannya dalam menentukan gradien titik singgung dengan benar. Hal ini sesuai dengan pendapat Setyawan dimana siswa bergaya belajar reflektor selalu menganalisis informasi dengan teliti.¹¹

Siswa dengan gaya belajar reflektor mampu menemukan jarak terjauh dari dua kurva hanya dengan mengamati kedua kurva. Selain itu, siswa bergaya belajar reflektor juga mampu mengidentifikasi jarak pada dua fungsi. Kedua siswa menentukan koordinat titik puncak masing-masing grafik guna mengetahui jarak terjauh pada dua kurva. Mereka menentukan turunan kurva guna memperoleh nilai x dan mensubstitusi nilai x yang telah diperoleh ke persamaan awal guna memperoleh nilai y . Setelah itu, kedua siswa menentukan jarak dua kurva dengan menggunakan suatu rumus. Hal ini sesuai dengan pendapat Mumford dimana siswa lebih banyak pertimbangan dan cenderung berhati-hati.¹²

Siswa reflektor kurang mampu mengidentifikasi hubungan antara tingkat perubahan sesaat dan rata-rata. Kedua siswa dapat menentukan kecepatan sesaat dengan benar, mereka menurunkan persamaan jarak guna memperoleh persamaan kecepatan. Setelah itu, mereka mensubstitusikan suatu waktu tertentu ke dalam persamaan kecepatan guna mengetahui kecepatannya. Akan tetapi, pada saat menentukan kecepatan rata-rata, kedua siswa mengalami sedikit kesalahan. Siswa pertama mengalami kesalahan pada saat proses perhitungan. Sedangkan siswa kedua mengalami kesalahan dimana yang dihitung bukan kecepatan rata-rata, melainkan jarak rata-rata. Meskipun demikian, kedua siswa mengetahui jika rata-rata diperoleh dengan menjumlahkan semua nilai data kemudian dibagi dengan banyaknya data. Hal ini sesuai dengan pendapat Victoria dimana siswa bergaya belajar reflektor

¹⁰ Andrea Molloy, *Success: Sukses Bukan Mimpi*, (Depok: Raih Asa Sukses, 2010), 172

¹¹ Fariz Setyawan, Op.cit

¹² Alan Mumford, Op.cit

membutuhkan waktu yang lama untuk memproses dan menyimpulkan sesuatu.¹³ Oleh karena itu, jika siswa bergaya belajar reflektor mengerjakan sesuatu dengan terburu-buru maka hasil yang diperoleh bisa kurang maksimal.

Siswa bergaya belajar aktivis mampu mengidentifikasi hubungan kemiringan garis singgung pada titik-titik tertentu atau kondisi tertentu. Kedua siswa memahami jika titik puncak suatu kurva berupa garis lurus karena tidak memiliki kemiringan sehingga pada saat siswa menentukan nilai x dengan menurunkan persamaan kurva dan disama dengkan 0. Hal ini sesuai dengan pendapat Molly dimana kesimpulan diambil oleh siswa bergaya belajar reflektor berdasarkan informasi yang diperoleh.¹⁴

3. Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Teoris Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan pada kedua subjek penelitian dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi menunjukkan bahwa siswa bergaya belajar teoritis kurang mampu mengidentifikasi koordinat y dari suatu titik. Kedua subjek mensubstitusikan titik yang ditentukan ke dalam persamaan yang juga telah ditentukan, namun keduanya mengalami sedikit kekeliruan dalam proses perhitungan sehingga jawaban yang diperoleh kurang tepat. Selain itu, siswa bergaya belajar teoritis juga kurang mampu mengidentifikasi perubahan satu variabel dengan variabel terkait lainnya. Kedua subjek mengalami kekeliruan yang sama seperti sebelumnya dimana dalam pengurangan dan penjumlahan lagi, subjek menghitung dengan cara mengurangkan bilangan pertama dengan hasil penjumlahan bilangan kedua dan ketiga. Meskipun demikian, kedua subjek mengetahui jika mencari nilai suatu titik dapat dilakukan dengan mensubstitusikan titik yang dicari ke dalam persamaan yang telah diketahui. Hal ini sesuai dengan pendapat Setyawan

¹³ Victoria & Aryani, "Studi Deskriptif Profil Gaya Belajar Guru SMP dan SMA di Surabaya Dikaji dari Faktor Sosiodemografis", *Jurnal Psikologi Pendidikan dan Perkembangan*, 3 (2), (2014), 139

¹⁴ Andrea Molloy, Op.cit

dimana siswa bergaya belajar teoritis menyelesaikan masalah sesuai dengan algoritma.¹⁵

Siswa dengan gaya belajar teoritis mampu mengidentifikasi koordinat titik pada grafik dan garis sebagai titik singgung. Kedua subjek dapat memahami dan menentukan titik singgung dengan benar. Selain itu, siswa juga mampu mengidentifikasi posisi grafik fungsi dan garis singgung. Kedua subjek memahami cara menentukan titik bantu guna menemukan gradien garis singgung dengan benar. Hal ini sesuai dengan pendapat Ghufron dimana siswa teoritis menganalisis informasi berdasarkan penalaran, logika dan teori.¹⁶

Siswa bergaya belajar teoritis mampu menentukan perbandingan perubahan grafik. Subjek mensubstitusikan semua waktu yang terdapat pada grafik ke persamaan grafik. Akan tetapi subjek mengalami sedikit kekeliruan yang sama dalam proses perhitungan sehingga jawaban yang diperoleh kurang tepat. Setelah itu, subjek menentukan selisih dari hasil substitusi antar waktu. Meskipun demikian, subjek memperoleh hasil akhir yang benar. Hal ini sesuai dengan pendapat Hutapea dimana siswa teoritis selalu sistematis dalam menyelesaikan soal.¹⁷

Selain itu, siswa dengan gaya belajar teoritis mampu menghitung kemiringan tangen pada titik singgung. Kedua subjek mengetahui rumus dalam menentukan gradien titik singgung dan mereka memperoleh hasil akhir yang benar. Hal ini sesuai dengan pendapat Hutapea dimana siswa teoritis selalu konseptual dalam menyelesaikan soal.¹⁸

Siswa dengan gaya belajar teoritis mampu menentukan jarak terjauh dari dua kurva hanya dengan mengamati kedua kurva. Selain itu, siswa bergaya belajar teoritis juga mampu mengidentifikasi jarak pada dua fungsi. Kedua siswa menentukan koordinat titik puncak masing-masing grafik guna mengetahui jarak terjauh pada dua kurva. Mereka menentukan turunan kurva guna memperoleh nilai x dan

¹⁵ Fariz Setyawan, Op.cit

¹⁶ M. Nur Ghufron, Op.cit, 107.

¹⁷ Parulian Hutapea & Nurianna Thoha, Op.cit

¹⁸ Ibid.

mensubstitusi nilai x yang telah diperoleh ke persamaan awal guna memperoleh nilai y . Setelah itu, kedua siswa menentukan jarak dengan menjumlahkan nilai y dengan menghiraukan hasil yang diperoleh termasuk bilangan negatif. Siswateoris mengetahui jika jarak tidak dipengaruhi oleh arah sehingga nilainya akan selalu positif. Hal ini sesuai dengan pendapat Setyawan dimana siswa teoris selalu menyelesaikan masalah sesuai dengan algoritma, serta menggunakan teori untuk memecahkan masalah.¹⁹

Siswa teoris mampu mengidentifikasi hubungan antara tingkat perubahan sesaat dan rata-rata. Kedua subjek mengetahui jika persamaan jarak diturunkan akan menghasilkan persamaan kecepatan. Selain itu, kedua subjek juga dapat menentukan kecepatan sesaat, kecepatan saat selang waktu tertentu, dan kecepatan rata-rata dengan benar. Mereka mensubstitusikan waktu tertentu guna memperoleh kecepatan sesaat, mengurangi hasil substitusi dua waktu guna memperoleh kecepatan saat selang waktu tertentu, dan menjumlahkan semua hasil substitusi kemudian membaginya sesuai dengan banyak data guna memperoleh kecepatan rata-rata. Hal ini sesuai dengan pendapat Setyawan dimana siswa teoris selalu menganalisis suatu hal berdasarkan penalaran, logika dan teori.²⁰

Siswa bergaya belajar teoris mampu mengidentifikasi hubungan kemiringan garis singgung pada titik-titik tertentu atau kondisi tertentu. Siswa memahami jika titik puncak itu tidak memiliki titik singgung atau kemiringan sehingga gradiennya sama dengan 0. Hal ini sesuai dengan pendapat Hutapea dimana siswa teoris selalu berpikiran logis dan rasional, dalam mengambil keputusan.²¹

¹⁹ Fariz Setyawan, Op.cit

²⁰ Ibid.

²¹ Parulian Hutapea & Nurianna Thoha, Op.cit

4. Kemampuan Penalaran Visual Siswa Bergaya Belajar Pragmatis Dalam Menyelesaikan Masalah Grafik Turunan Fungsi

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan pada kedua subjek penelitian dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi menunjukkan bahwa siswa bergaya belajar pragmatis mampu mengidentifikasi koordinat y dari suatu titik. Kedua subjek menentukan jarak pada waktu tertentu dengan melihat koordinat y pada saat waktu yang ditentukan. Siswa pragmatis mengamati grafik dengan cukup cermat sehingga hasil yang diperoleh itu benar, yaitu dengan mensubstitusikan titik tertentu ke dalam persamaan yang telah diketahui. Akan tetapi, siswa bergaya belajar pragmatis kurang mampu mengidentifikasi perubahan satu variabel dengan variabel terkait lainnya. Kedua subjek kurang cermat dalam mengamati grafik sehingga hasil yang diperoleh pada saat menentukan jarak pada dua waktu yang berbeda kurang tepat. Meskipun demikian, subjek mengetahui perubahan yang terjadi pada koordinat y saat dua titik yang berbeda dibandingkan terhadap koordinat x . Hal ini sesuai dengan pendapat Setyawan dimana siswa pragmatis selalu menggunakan ide praktis dalam menyelesaikan suatu masalah.²²

Siswa dengan gaya belajar pragmatis mampu mengidentifikasi koordinat titik pada grafik dan garis sebagai titik singgung. Kedua subjek dapat menentukan titik singgung dengan benar dan juga dapat menjelaskan alasan memilih titik yang dipilih itu sebagai titik singgung. Selain itu, siswa pragmatis juga mampu mengidentifikasi posisi grafik fungsi dan garis singgung. Kedua subjek memahami cara menentukan titik lain yang digunakan untuk membantu menentukan gradien garis singgung dan dapat menyebutkan hubungan gradien garis singgung dengan kurva fungsi naik. Hal ini sesuai dengan pendapat Setyawan dimana siswa pragmatis menganalisis suatu masalah dengan menggunakan pengetahuan yang dimiliki sebelumnya.²³

²² Fariz Setyawan, Op.cit

²³ Ibid

Siswa bergaya belajar pragmatis kurang mampu menentukan perbandingan perubahan grafik. Kedua subjek tidak dapat membedakan antara jarak paling besar dengan perubahan jarak paling besar sehingga hasil yang diperoleh kurang tepat. Hal tersebut dikarenakan subek pragmatis menjawab pertanyaan perubahan jarak paling besar dengan jawaban jarak paling besar. Hal ini sesuai dengan pendapat Setyawan dimana siswa pragmatis selalu mengambil keputusan dengan cepat.²⁴ Keputusan yang dibuat dengan cepat tanpa mempertimbangkan beberapa faktor yang terkait dapat membuat hasil menjadi kurang maksimal.

Selain itu, siswa dengan gaya belajar pragmatis mampu menghitung kemiringan tangen pada titik singgung. Kedua subjek mengetahui dan memahami rumus dalam menentukan gradien titik singgung sehingga hasil yang diperoleh benar. Hal ini sesuai dengan pendapat Hal ini sesuai dengan pendapat Setyawan dimana siswa pragmatis selalu menganalisis suatu masalah dengan menggunakan teori yang dimiliki sebelumnya.²⁵

Siswa dengan gaya belajar pragmatis mampu menentukan jarak terjauh dari dua kurva hanya dengan mengamati kedua kurva. Selain itu, siswa bergaya belajar pragmatis juga mampu mengidentifikasi jarak pada dua fungsi. Kedua siswa menentukan koordinat titik puncak masing-masing grafik guna mengetahui jarak terjauh pada dua kurva. Mereka menentukan turunan kurva guna memperoleh nilai x dan mensubstitusi nilai x yang telah diperoleh ke persamaan awal guna memperoleh nilai y . Setelah itu, kedua siswa menentukan jarak dengan menggunakan suatu rumus tertentu. Hal ini sesuai dengan pendapat Setyawan dimana siswa pragmatis selalu selalu menganalisis suatu masalah dengan menggunakan teori yang dimiliki sebelumnya.²⁶

Siswa pragmatis mampu mengidentifikasi hubungan antara tingkat perubahan sesaat dan rata-rata. Kedua subjek mengetahui jika persamaan jarak diturunkan akan

²⁴ Ibid

²⁵ Ibid

²⁶ Ibid

menghasilkan persamaan kecepatan. Selain itu, kedua subjek juga dapat menentukan kecepatan sesaat, kecepatan saat selang waktu tertentu, dan kecepatan rata-rata dengan benar. Mereka mensubstitusikan waktu tertentu guna memperoleh kecepatan sesaat, mengurangi hasil substitusi dua waktu guna memperoleh kecepatan saat selang waktu tertentu, dan menjumlahkan semua hasil substitusi kemudian membaginya sesuai dengan banyak data guna memperoleh kecepatan rata-rata. Hal ini sesuai dengan pendapat Setyawan dimana siswa pragmatis selalu menganalisis suatu masalah dengan menggunakan teori yang dimiliki sebelumnya.²⁷

Siswa bergaya belajar pragmatis mampu mengidentifikasi hubungan kemiringan garis singgung pada titik-titik tertentu atau kondisi tertentu. Hal tersebut dikarenakan siswa pragmatis mampu menentukan hubungan kemiringan garis singgung ketika mencapai titik puncak. Siswa memahami jika titik puncak itu tidak memiliki titik singgung atau kemiringan sehingga gradiennya sama dengan 0. Hal ini sesuai dengan pendapat Setyawan dimana siswa pragmatis selalu menganalisis suatu masalah dengan menggunakan teori yang dimiliki sebelumnya.²⁸

B. Hasil Diskusi

Berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan hasil penelitian tentang kemampuan penalaran visual siswa dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi didapatkan temuan menarik yaitu siswa secara keseluruhan dapat memahami konsep menyelesaikan masalah grafik turunan. Untuk siswa bergaya belajar aktivis hanya kurang cermat dalam membaca grafik yakni ketika menentukan koordinat suatu titik pada grafik pada saat siswa diharuskan mengidentifikasi perubahan satu variabel dengan variabel terkait lainnya. Selain itu, siswa aktivis kurang pemahaman dalam menentukan jarak kedua kurva setelah diketahui koordinat titik puncak masing-masing kurva ketika mengidentifikasi jarak pada dua fungsi.

²⁷ Ibid

²⁸ Ibid

Sedangkan untuk siswa bergaya belajar reflektor hanya kurang teliti saat proses perhitungan dan kurang fokus sehingga yang dihitung bukan kecepatan rata-rata, melainkan jarak rata-rata. Hal tersebut dilakukan pada saat mengidentifikasi hubungan antara tingkat perubahan sesaat dan rata-rata.

Selain itu, untuk siswa bergaya belajar teoritis hanya mengalami kekeliruan dimana dalam pengurangan dan penjumlahan lagi, subjek menghitung dengan cara mengurangkan bilangan pertama dengan hasil penjumlahan bilangan kedua dan ketiga. Hal tersebut dilakukan ketika mengidentifikasi koordinat y dari suatu titik dan juga mengidentifikasi perubahan satu variabel dengan variabel terkait lainnya.

Untuk siswa bergaya belajar pragmatis hanya kurang cermat dalam membaca grafik yakni ketika menentukan koordinat suatu titik pada grafik pada saat siswa diharuskan mengidentifikasi perubahan satu variabel dengan variabel terkait lainnya. Selain itu, siswa pragmatis tidak dapat membedakan antara jarak paling besar dengan perubahan jarak paling besar sehingga hasil yang diperoleh kurang tepat, dimana siswa menjawab pertanyaan perubahan jarak paling besar dengan jawaban jarak paling besar.

Adapun kelemahan pada penelitian ini adalah pada saat penentuan siswa bergaya belajar teoritis, dari 20 siswa dalam satu kelas yang direkomendasikan oleh guru matematika di sekolah tempat penelitian, hanya terdapat 2 siswa yang bergaya belajar teoritis. Oleh karena itu peneliti tidak dapat memilih subjek lain yang juga bergaya belajar teoritis.

Selain itu, peneliti menggunakan materi Grafik Turunan Fungsi, dimana materi tersebut diajarkan di kelas XI pada semester 2. Peneliti melakukan penelitian pada awal semester 1. Oleh karena itu, peneliti mengambil subjek kelas XII yang sudah diajarkan materi tersebut.

BAB VI

PENUTUP

A. Simpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan pada bagian sebelumnya, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Siswa aktivis mampu memenuhi beberapa indikator level investigasi, kecuali identifikasi perubahan satu variabel dengan variabel terkait lainnya, namun mampu memenuhi semua indikator pada level interpretasi dan aplikasi.
2. Siswa reflektor mampu memenuhi semua indikator pada level investigasi dan interpretasi, serta beberapa indikator level aplikasi, kecuali identifikasi hubungan antara perubahan sesaat dan rata-rata.
3. Siswa teoritis mampu memenuhi beberapa indikator level investigasi yaitu identifikasi koordinat titik singgung dan posisi grafik fungsi dan garis singgung, namun mampu memenuhi semua indikator pada level interpretasi dan aplikasi.
4. Siswa pragmatis mampu memenuhi beberapa indikator level investigasi, kecuali identifikasi perubahan satu variabel dengan variabel terkait lainnya, dan beberapa indikator level interpretasi, kecuali menentukan perbandingan perubahan grafik, namun mampu memenuhi semua indikator level aplikasi.

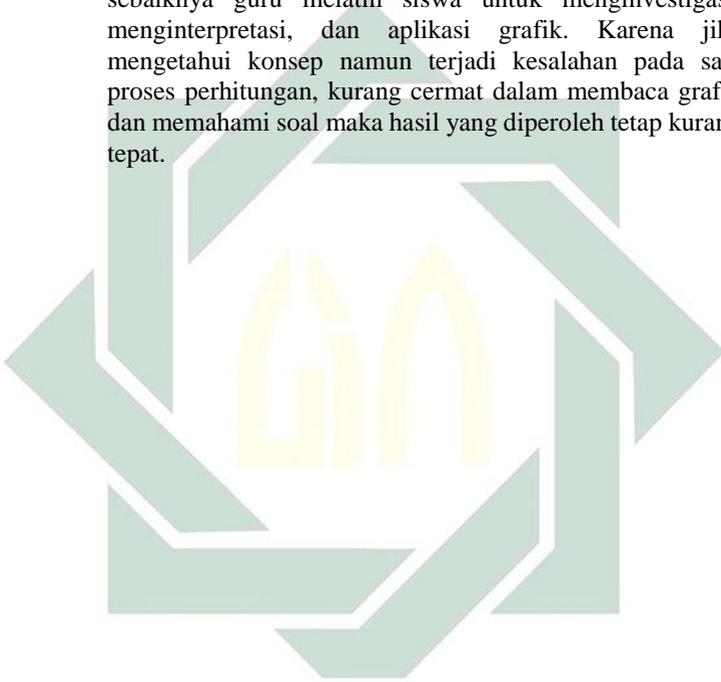
B. Saran

Berdasarkan simpulan hasil penelitian yang telah diuraikan pada bagian sebelumnya, maka saran yang dapat diberikan melalui penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi peneliti lain yang hendak melakukan penelitian mengenai kemampuan penalaran visual dalam menyelesaikan masalah grafik turunan fungsi berdasarkan gaya belajar Honey dan Mumford, sebaiknya

memperhatikan pemilihan kelas supaya persentase subjek penelitian dari masing-masing gaya belajar itu sama.

2. Setiap siswa dapat menginvestigasi, menginterpretasi, dan aplikasi grafik. Akan tetapi siswa masih sering mengalami kesalahan dalam proses perhitungan, kurang cermat dalam membaca grafik dan memahami soal. Oleh karena itu, sebaiknya guru melatih siswa untuk menginvestigasi, menginterpretasi, dan aplikasi grafik. Karena jika mengetahui konsep namun terjadi kesalahan pada saat proses perhitungan, kurang cermat dalam membaca grafik dan memahami soal maka hasil yang diperoleh tetap kurang tepat.



DAFTAR PUSTAKA

- Ahmad, Habriah. "Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematika Materi Trigonometri Melalui Penerapan Model Pembelajaran Discovery Learning Dengan Pendekatan Sainifik Pada Kelas X SMA Negeri 11 Makassar". *Jurnal Daya Matematis*. Vol. 3 No. 3, November 2015.
- Arieta, Wilona, *Persiapan Efektif Belajar TPS/TPA SBMPTN*, diakses dari <https://www.zenius.net/blog/1269/persiapan-belajar-tps-tpa-sbmptn> pada tanggal 1 Mei 2019.
- Az-Za'balawi, Muhammad Sayyid Muhammad. *Pendidikan Remaja antara Islam dan Ilmu Jiwa*. Jakarta: Gema Insani, 2007.
- Diezmann, Carmel M dan James J Watters. "Implementing Mathematical Investigations with Young Children". In *Proceedings 24th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. 2001.
- Dongoran, Johnson. "Pemecahan Masalah dan Pengambilan Keputusan Oleh SDM". *Proceeding for call Paper Pekan Ilmiah Dosen FEB – UKSW*. Desember 2012.
- Faisol, Kholis. Tesis: "*Kemampuan Penalaran Visual Siswa MTS Dalam Geometri Ditinjau Dari Gaya Belajar 4MAT*". Surabaya: PASCA SARJANA UNESA, 2017.
- Fauziyah, Dyah Ratna. Skripsi: "*Hubungan Keterampilan Metakognitif Terhadap Hasil Belajar Biologi Dan Retensi Siswa Kelas X Dengan Penerapan Strategi Pembelajaran Think Pair Share Di SMA Negeri 6 Malang*". Malang: Universitas Negeri Malang, 2013.
- Friel, Susan N. dan Frances R. Curcio dan George W. Bright. "Making Sense of Graphs: Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional Implications". *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 32 No. 2, 2001.

- Ghufron, M. Nur dan Rini Risnawati. *Gaya Belajar: Kajian Teoritik*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2014.
- Gunawan, Adi W. *Genius Learning Strategy: Petunjuk Praktis untuk Menerapkan Accelerated Learning*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama, 2003.
- Hamid, Haliza Abd dan Noraini Idris. "Assessing Pre-University Students' Visual Reasoning: A Graphical Approach". *International Journal of Assessment and Evaluation in Education*. Vol. 4, Desember 2014.
- Hamidah, Khairunnisa Nur & Abdul Haris Rosyidi. "Profil Penalaran Matematika Siswa SMP Ditinjau Dari Gaya Belajar Kolb". *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika* Vol. 3 No. 5, 2016.
- Handoko, Zilla Padmasari dan Aryani Tri Wrastari. "Hubungan antara Gaya Belajar dengan Metode Pengajaran Guru SMA di Kawasan Surabaya". *Jurnal Psikologi Klinis dan Kesehatan Mental*. Vol. 3 No. 2, Agustus 2014.
- Hasbullah dan Lina Nazriana. "Peningkatan Kemampuan Interpretasi Grafik Melalui Pendekatan Multi-Representasi Pada Materi Gerak Lurus". *Seminar Nasional II USM 2017: Eksplorasi Kekayaan Maritim Aceh di Era Globalisasi dalam Mewujudkan Indonesia sebagai Poros Maritim Dunia*. Vol. 1, Oktober 2017.
- Hershlowitz dan Van Dormolen. "Space and Shape". In *International Handbook of Mathematics Education*, edited by A. J. Bishop et. al. Kluwer Academic Publisher, 1996.
- Heryati, Teti. Tesis: "*Pengaruh Gaya Belajar Reflektor dan Gaya Belajar Pragmatis Terhadap Keterampilan Belajar Metakognitif Siswa Dalam Pelajaran Ekonomi*". Bandung: PASCASARJANA Universitas Pendidikan Indonesia, 2015.

- Honey, Peter dan Alan Mumford. "The Learning Styles Questionnaire, 80-item version", *Maidenhead Berks: Peter Honey Publications Limited*, Juli 2006.
- Honey, Peter dan Alan Mumford. *Learning Styles Questionnaire*. Diakses pada tanggal 13 Februari 2019 di <http://www.mycit.ie/contentfiles/Careers/4.%20HoneyandMumfordLearningStylesQuestionnaire.pdf>
- Hudojo. *Belajar Mengajar Matematika*. Jakarta: Depdiknas, Proyek P2LPTK, 1988.
- Hutapea, Parulian & Nurianna Thoha. *Kompetensi Plus: Teori, Desain, Kasus, dan Penerapan untuk HR serta Organisasi yang Dinamis*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama, 2008.
- Joewono, Benny N. *Disdik Surabaya Terapkan TPA untuk Sekolah Kawasan*. Diakses pada tanggal 20 Maret 2018 di <https://edukasi.kompas.com/read/2013/06/03/01025967/Disdik.Surabaya.Terapkan.TPA.Untuk.Sekolah.Kawasan..>
- Lailiyah, Siti, Toto Nusantara, Cholis Sa'dijah, dan Edy Bambang Irawan. "Proses Berpikir Versus Penalaran Matematika". *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, 2015. ISBN No. 978-979-028-728-0.
- Lithner, Johan. "Mathematical Reasoning In Task Solving". *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 41 No. 2, Februari, 2000.
- Mikrayanti. "Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah". *Suska Journal of Mathematics Education*. Vol. 2 No. 2, 2016.
- Molloy, Andrea. *Success: Sukses Bukan Mimpi*. Depok: Raih Asa Sukses, 2010.
- Mumford, Alan. "Learning Styles And Mentoring". *Industrial and Commercial Training*. Vol. 27 No. 8, 1995.

- Mustain, Ing. "Kemampuan Membaca Dan Interpretasi Grafik Dan Data: Studi Kasus Pada Siswa Kelas 8 SMPN". *Scientiae Educatia*. Vol. 5 No. 2, 2015.
- Natsheh, Intisar dan Ronnie Karsenty. "Exploring The Potential Role Of Visual Reasoning Tasks Among Inexperienced Solvers". *ZDM Mathematics Education*, 2014.
- Nintias, Nita Ayu. Skripsi: "Korelasi Antara Preferensi Gaya Belajar Siswa Dan Prestasi Belajar Kelas X SMAN 5 Kendari". Kendari: Universitas Halu Oleo, 2018.
- Novin, Adel M. dkk. "An Investigation into the Preferred Learning Styles of Accounting, Management, Marketing, and General Business Majors". *Teaching & Learning*. Vol. 18 No. 1, 2003.
- Nurmanita dan Edy Surya. *Membangun Kemampuan Penalaran Matematis (Reasoning Mathematics Ability) Dalam Pembelajaran Matematika*. Diakses pada tanggal 1 Maret 2018 di https://www.researchgate.net/publication/321825158_MEMBANGUN_KEMAMPUAN_PENALARAN_MATEMATIS_REASONING_MATHEMATICS_ABILITY
- Offirstson, Topic. *Aktivitas Pembelajaran Matematika Melalui Inkuiri Berbantuan Software Cinderella*. Yogyakarta: Deepublish, 2014.
- Patilima, Hamid. *Metode Penelitian Kualitatif*. Bandung: Alfabeta, 2005.
- Prashing, Barbara. *The Power of Learning Styles: Memacu Anak Melejitkan Prestasi dengan Mengenali Gaya Belajarnya*. Bandung: Kaifa, 2007.
- Rahayu, Minto. *Bahasa Indonesia di Perguruan Tinggi*. Jakarta: Grasindo, 2009.

- Ratwani, Trafton, dan Boehm-Davis. Thinking Graphically: Connecting Vision And Cognition During Graph Comprehension. *Journal of Experimental Psychology: Applied*. Vol. 14 No. 1, 2008.
- Satori, Djam'an dan Aan Komariah. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Alfabeta, 2014.
- Setyawan, Fariz. Tesis: “*Profil Pemahaman Konseptual Materi PLSV Siswa SMP Ditinjau Dari Gaya Belajar KOLB*”. Surabaya: PASCA SARJANA UNESA, 2015.
- Shadiq. 2004. “Pemecahan Masalah, Penalaran, dan Komunikasi”, *Makalah. Disampaikan dalam Diklat Instruktur/Pengembang Matematika Jenjang Dasar, Yogyakarta: PPPG Matematika.(online)*”. Diakses pada 1 April 2018 di <https://jurotunguru.files.wordpress.com/2008/09/pemecahanmasalah.pdf>
- Sidharta, Arief. *Pengantar Logika*. Bandung: PT Refika Aditama, 2012.
- Sugiarto, Eko. *Menyusun Proposal Penelitian Kualitatif: Skripsi dan Tesis*. Yogyakarta: Suaka Media, 2015.
- Sugiyono, *Metode Penelitian Kuantitatif dan R & D*. Bandung: Alfabeta, 2012.
- Suharnan. *Psikologi Kognitif. Edisi Revisi*. Surabaya: Srikandi, 2005.
- Sukmadinata, Nana Syaodih. *Metode Penelitian Pendidikan*. Bandung: Remaja Rosdakarya, 2015.
- Suparno dan Yunus. *Keterampilan Dasar Menulis*. Jakarta: Universitas Terbuka, 2006.
- Suriasumantri dan Jujun. *Filsafat Ilmu: Sebuah Pengantar Populer*. Jakarta: Sinar Harapan, 2010.

- Suryanti. “Upaya Peningkatan Minat Dan Hasil Belajar Matematika Materi Trigonometri Analitika Melalui Penggunaan Metode Problem Solving Bagi Siswa Kelas XI MIPA 8 SMA Negeri 1 Surakarta Pada Semester 1 Tahun 2017/2018”. *Jurnal Pendidikan Konvergensi edisi 28*, 2018.
- Susilo, M. Djoko. *Gaya Belajar Menjadikan Makin Pintar*. Yogyakarta: Pinus, 2006.
- The King Eduka. *Mega Bank SBMPTN SAINTEK 2019*. Jakarta Selatan: Cmedia, 2018.
- Varberg, Purcell, dan Rigdon. *Kalkulus Edisi Kesembilan Jilid 1*, Jakarta: Erlangga, 2010.
- Victoria dan Aryani. “Studi Deskriptif Profil Gaya Belajar Guru SMP dan SMA di Surabaya Dikaji dari Faktor Sosiodemografis”. *Jurnal Psikologi Pendidikan dan Perkembangan*. Vol. 3 No. 2, 2014.
- Wulandari, Enika. Tesis: “*Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Melalui Pendekatan Problem Possing di Kelas VIII A SMP Negeri 2 Yogyakarta*”. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta, 2011.
- “Masalah” open dictionary kbbs, diakses dari <https://kbbs.web.id/masalah> pada tanggal 1 Maret 2019.
- “Penalaran” open dictionary kbbs kemdikbud, diakses dari <https://kbbs.kemdikbud.go.id/entri/penalaran> pada tanggal 1 April 2018.
- “Reasoning” open dictionary oxford, diakses dari <https://en.oxforddictionaries.com/definition/reasoning> pada tanggal 1 April 2018.
- “TPA (Tes Potensi Akademik)”, diakses dari <http://mcscv.com/detail-kategori/TPA-tes-logika-psikotes-wawancara-kerja/88606/TPA-Tes-Potensi-Akademik-Psikotes/> pada tanggal 2 Mei 2019.