

**STRUKTUR ARGUMENTASI SISWA PADA PENALARAN
KOVARIASIONAL BERDASARKAN KOMPONEN
ARGUMENTASI McNEILL DAN KRAJCIK**

SKRIPSI

Oleh:
IFFANNA FITROTUL AAIDATI
NIM D04215010



**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN
JURUSAN PMIPA
PRODI PENDIDIKAN MATEMATIKA
DESEMBER 2019**

**STRUKTUR ARGUMENTASI SISWA PADA PENALARAN
KOVARIASIONAL BERDASARKAN KOMPONEN
ARGUMENTASI McNEILL DAN KRAJCIK**

SKRIPSI

**Diajukan kepada Universitas Islam Negeri Sunan Ampel Surabaya
untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam menyelesaikan
Program Sarjana Pendidikan (S. Pd)**

**Oleh :
IFFANNA FITROTUL AAIDATI
NIM. D04215010**

**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN
JURUSAN PMIPA
PRODI PENDIDIKAN MATEMATIKA
DESEMBER 2019**

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : IFFANNA FITROTUL AAIDATI
NIM : D04215010
Jurusan/Program Studi : PMIPA/PENDIDIKAN MATEMATIKA
Fakultas : TARBIYAH DAN KEGURUAN

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar tulisan saya, dan bukan merupakan plagiasi baik sebagian atau seluruhnya.

Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa skripsi ini hasil plagiasi, baik sebagian atau seluruhnya, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Surabaya, 31 Desember 2019

METERAI TEMPEL
4096FAHF152588317
6000
ENAM RIBU RUPIAH

buat pernyataan

Iffanna

IFFANNA FITROTUL AAIDATI
NIM. D04215010

PERSETUJUAN PEMBIMBING SKRIPSI

Skripsi oleh:

Nama : IFFANNA FITROTUL AAIDATI

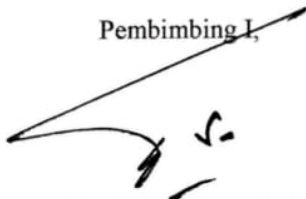
NIM : D04215010

Judul : STRUKTUR ARGUMENTASI SISWA PADA
PENALARAN KOVARIASIONAL BERDASARKAN
KOMPONEN ARGUMENTASI McNEILL DAN
KRAJCIK

Ini telah diperiksa dan disetujui untuk diujikan.

Surabaya, 9 Desember 2019

Pembimbing I,



Dr. Kusaeri, M. Pd

NIP. 197206071997031001

Pembimbing II,



Dr. Suparto, M. Pd.I.

NIP. 196904021995031002

PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI

Skripsi oleh Iffanna Fitrotul Aaidati ini telah dipertahankan di depan

Tim Penguji Skripsi

Surabaya, 26 Desember 2019

Mengetahui dan Fakultas Tarbiyah dan Keguruan

Universitas Islam Negeri Sunan Ampel Surabaya

Dekan,



Prof. Dr. H. Ah Mas'ud, M. Ag. M. Pd. I

NIP. 196301231993031002

Tim Penguji
Penguji I

Lisanul Uswah Sa'deda, S. Si., M. Pd.

NIP. 198309262006042002

Penguji II

Yuni Arrifadah, M. Pd.

NIP. 197306052007012048

Penguji III

Dr. Kusaeri, M. Pd.

NIP. 197206071997031001

Penguji IV

Dr. Suparto, M. Pd. I.

NIP. 196904021995031002



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
PERPUSTAKAAN

Jl. Jend. A. Yani 117 Surabaya 60237 Telp. 031-8431972 Fax.031-8413300
E-Mail: perpus@uinsby.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika UIN Sunan Ampel Surabaya, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : IFFANNA FITROTUL AAIDATI
NIM : D04215010
Fakultas/Jurusan : TARBIYAH DAN KEGURUAN/PENDIDIKAN MATEMATIKA
E-mail address : iffannafitrotul@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah :

Skripsi Tesis Desertasi Lain-lain (.....)

yang berjudul :

STRUKTUR ARGUMENTASI SISWA PADA PENALARAN KOVARIASIONAL

BERDASARKAN KOMPONEN ARGUMENTASI McNEILL DAN KRAJCIK

beserta perangkat yang diperlukan (bila ada). Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (database), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di Internet atau media lain secara **fulltext** untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini yang saya buat dengan sebenarnya.

Surabaya, 06 Januari 2020

Penulis

(Iffanna Fitrotul Aaidati)

STRUKTUR ARGUMENTASI SISWA PADA PENALARAN KOVARIASIONAL BERDASARKAN KOMPONEN ARGUMENTASI McNEILL DAN KRAJCIK

Oleh:
IFFANNA FITROTUL AADATI

ABSTRAK

Penalaran kovariasional merupakan salah satu pendekatan yang digunakan untuk membelajarkan fungsi dengan memberikan pengalaman tentang penalaran. Berbeda dengan pendekatan korespondensi yang selama ini digunakan dalam membelajarkan fungsi yang hanya berfokus pada proses prosedural saja. Penalaran kovariasional dapat diidentifikasi melalui aksi mental yang mendasarinya. Sedangkan aksi mental dapat diidentifikasi melalui struktur argumentasi yang membentuknya. Struktur argumentasi pada aksi mental penalaran kovariasional dapat dianalisis menggunakan komponen argumentasi yang diungkapkan oleh McNeill dan Krajcik. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan struktur argumentasi siswa pada penalaran kovariasional berdasarkan komponen argumentasi McNeill dan Krajcik.

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif. Subjek penelitian diambil 3 dari 30 siswa kelas XI MIPA 9 SMAN 3 Sidoarjo yang diklasifikasikan berdasarkan kategori pemenuhan indikator aksi mental penalaran kovariasional dan banyaknya soal kovariansi yang dapat diselesaikan. Adapun teknik pengumpulan data penelitian menggunakan tes kovariansi dan wawancara. Setelah diperoleh data penelitian, selanjutnya data dianalisis dengan tahapan reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa struktur argumentasi siswa pada aksi mental koordinasi awal, aksi mental koordinasi arah perubahan, dan aksi mental koordinasi besar perubahan penalaran kovariasional terdapat komponen argumentasi tipe *claim* dan tipe *evidence*. Adapun struktur argumentasi siswa pada aksi mental laju perubahan rata-rata penalaran kovariasional hanya terdapat komponen argumentasi tipe *claim* saja dan tidak terdapat komponen argumentasi tipe *evidence*. Sedangkan struktur argumentasi siswa pada aksi mental laju perubahan sesaat penalaran kovariasional tidak terdapat komponen argumentasi tipe *claim* maupun tipe *evidence*.

Kata Kunci: Penalaran, Kovariasional, Komponen, Argumentasi.

DAFTAR ISI

SAMPUL DALAM	i
PERSETUJUAN PEMBIMBING	ii
PENGESAHAN TIM PENGUJI	iii
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	iv
MOTTO	v
HALAMAN PERSEMBAHAN	vi
ABSTRAK	viii
KATA PENGANTAR	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB I PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah	7
C. Tujuan Penelitian	8
D. Manfaat Penelitian	8
E. Batasan Penelitian	8
F. Definisi Operasional.....	9
BAB II KAJIAN PUSTAKA	
A. Struktur Argumentasi	11
B. Penalaran Kovariasional	
1. Penalaran	12
2. Penalaran Kovariasional.....	14
3. Kerangka Kerja Penalaran Kovariasional	17
4. Level Penalaran Kovariasional	21
5. Penalaran Kovariasional pada Grafik Fungsi	24
C. Komponen Argumentasi McNeill dan Krajcik.....	32
D. Hubungan Antara Struktur Argumentasi dengan Penalaran Kovariasional Berdasarkan Komponen Argumentasi McNeill dan Krajcik	35

BAB III METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian.....	41
B. Waktu dan Tempat Penelitian	41
C. Subjek dan Objek Penelitian	42
D. Teknik dan Instrumen Pengumpulan Data	43
E. Keabsahan Data	46
F. Teknik Analisis Data	47
G. Prosedur Penelitian	49

BAB IV HASIL PENELITIAN

A. Deskripsi Data.....	51
B. Analisis Data	77

BAB V PEMBAHASAN

A. Pembahasan Hasil Penelitian	
1. Struktur Argumentasi Siswa pada Penalaran Kovariasional Berdasarkan Komponen Argumentasi McNeill dan Krajcik	101
B. Kelemahan Penelitian	109

BAB VI PENUTUP

A. Simpulan	111
B. Saran	111

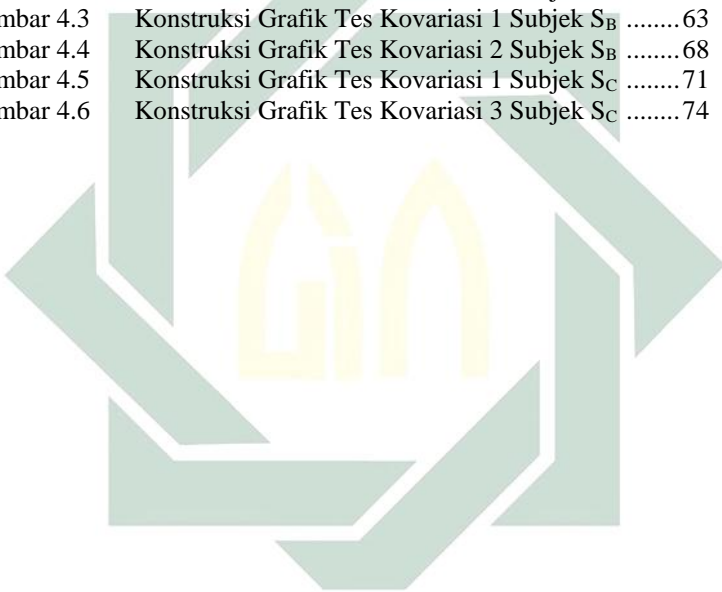
DAFTAR PUSTAKA.....	113
LAMPIRAN.....	120

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Kerangka Kerja Penalaran Kovariasional	17
Tabel 2.2	Level Penalaran Kovariasional	21
Tabel 2.3	Indikator Penalaran Kovariasional dalam Menyelesaikan Masalah Kovariansi	27
Tabel 2.4	Persamaan Antara Komponen Argumentasi McNeill & Krajcik Tipe Evidence dan Claim dengan Aksi Mental Kovariansi	37
Tabel 2.5	Pengkodean Komponen Argumentasi Pembangun Aksi Mental pada Penalaran Kovariasional	39
Tabel 2.6	Indikator Struktur Argumentasi pada Penalaran Kovariasional	39
Tabel 3.1	Jadwal Pelaksanaan Penelitian	41
Tabel 3.2	Klasifikasi Penentuan Sampel	42
Tabel 3.3	Daftar Subjek Penelitian	43
Tabel 3.4	Daftar Validator Instrumen Penelitian	46
Tabel 4.1	Klasifikasi Hasil Konstruksi Grafik pada Tes Kovariansi 1	52
Tabel 4.2	Klasifikasi Hasil Konstruksi Grafik pada Tes Kovariansi 2	53
Tabel 4.3	Klasifikasi Hasil Konstruksi Grafik pada Tes Kovariansi 3	54
Tabel 4.4	Rangkuman Analisis Data Struktur Argumentasi Subjek SA pada Penalaran Kovariasional	84
Tabel 4.5	Rangkuman Analisis Data Struktur Argumentasi Subjek SB pada Penalaran Kovariasional	92
Tabel 4.6	Rangkuman Analisis Data Struktur Argumentasi Subjek SC pada Penalaran Kovariasional	98
Tabel 4.7	Rangkuman Hasil Analisis Data Struktur Argumentasi Subjek pada Penalaran Kovariasional	100

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Dua Contoh Kovariansi Confrey & Smith	16
Gambar 2.2	Masalah Kovariansi Botol	25
Gambar 2.3	Masalah Kovariansi Gelas Cekung	26
Gambar 2.4	Masalah Kovariansi Jarak Dua Mobil	27
Gambar 2.5	Grafik Fungsi Laju Perubahan	32
Gambar 4.1	Konstruksi Grafik Tes Kovariansi 1 Subjek S_A	55
Gambar 4.2	Konstruksi Grafik Tes Kovariansi 2 Subjek S_A	59
Gambar 4.3	Konstruksi Grafik Tes Kovariansi 1 Subjek S_B	63
Gambar 4.4	Konstruksi Grafik Tes Kovariansi 2 Subjek S_B	68
Gambar 4.5	Konstruksi Grafik Tes Kovariansi 1 Subjek S_C	71
Gambar 4.6	Konstruksi Grafik Tes Kovariansi 3 Subjek S_C	74



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran A (Instrumen Penelitian)

A.1. Kisi-Kisi Tes Penalaran Kovariasional	121
A.2. Lembar Tes Kovariansi	148
A.3. Alternatif Penyelesaian Tes Kovariansi	151
A.4. Lembar Pedoman Wawancara	160

Lampiran B (Lembar Validasi)

B.1. Lembar Validasi Tes Kovariansi	168
B.2. Lembar Validasi Pedoman Wawancara	177

Lampiran C (Hasil Penelitian)

C.1. Klasifikasi Kemampuan Penalaran Kovariasional Subjek	190
C.2. Hasil Tes Kovariansi Subjek Terpilih	196

Lampiran D (Surat-Surat)

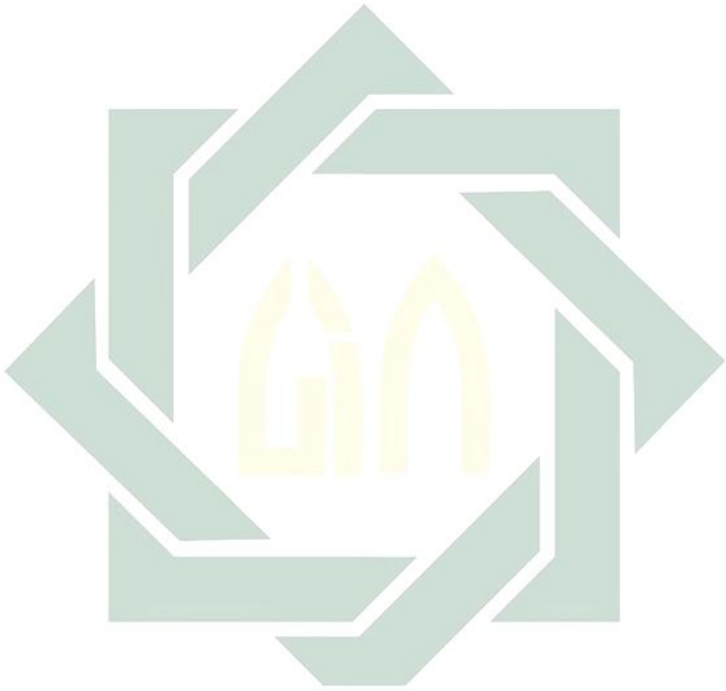
D.1. Surat Izin Penelitian	201
D.2. Surat Keterangan Telah Melakukan Penelitian	202

Lampiran E (Lembar Konsultasi Bimbingan Skripsi)

203

Lampiran F (Biodata Peneliti)

205



BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Penalaran merupakan proses berpikir yang berusaha menghubungkan-hubungkan fakta atau evidensi-evidensi yang diketahui menuju pada suatu kesimpulan¹. Selain itu, Subanji juga menyatakan bahwa penalaran merupakan proses berpikir yang mencakup berpikir dasar, berpikir kritis, dan berpikir kreatif, namun tidak termasuk mengingat². Oleh karena itu, penalaran menjadi sebuah proses yang penting dalam menyelesaikan sebuah masalah.

Baroody menyatakan bahwa penalaran adalah alat yang penting untuk matematika dan kehidupan sehari-hari³. Turmudi juga mengatakan bahwa penalaran dan pembuktian merupakan aspek fundamental dalam matematika⁴. Dalam kompetensi inti kurikulum 2013, mencantumkan bahwa siswa diharapkan mampu mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan⁵. Berbagai pernyataan tersebut jelas menyatakan bahwa penalaran merupakan suatu hal yang penting untuk dikuasai oleh seorang siswa dalam rangka menyelesaikan permasalahan matematika yang kompleks.

Seorang siswa harus mampu bernalar dan berpikir secara analitis, membuat dan menginvestigasi dugaan matematis, membangun dan mengevaluasi argumen dan bukti matematis, serta memilih dan menggunakan berbagai jenis penalaran dan metode

¹ Rizvi Tanasya Sumarsida, Skripsi: “Pengaruh Komponen Dual Treatments Terhadap Kemampuan Penalaran Kovariasional Matematis”, Jakarta: UIN Syarif Hidayatullah, 2018, h. 2.

² Subanji, *Teori Berpikir Pseudo Penalaran Kovariasional*, Malang: UM Press, 2011.

³ Bernard Martin, “Meningkatkan Kemampuan Komunikasi dan Penalaran Serta Disposisi Matematik Siswa SMK dengan Pendekatan Kontekstual Melalui Game Adobe Flash Cs 4.0”, *Jurnal Ilmiah Program Studi Matematika STKIP Siliwangi Bandung*, Vol 4, No.2, September 2015, h. 199.

⁴ Ario Marfi, “Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Smk Setelah Mengikuti Pembelajaran Berbasis Masalah”, *Jurnal Ilmiah Edu Research* Vol. 5 No. 2 Desember 2016, h. 126.

⁵ Depdiknas, Standar Proses Pendidikan Dasar dan Menengah, Permendiknas No. 65 tahun 2013.

pembuktian. Hal ini sesuai dengan standar matematika yang ditetapkan oleh NCTM untuk Pre-K-12 bahwa penalaran dan pembuktian matematika merupakan cara yang efektif untuk mengembangkan dan mengekspresikan tentang berbagai fenomena dalam matematika⁶.

Pengajaran dan pembelajaran yang hanya menekankan pada penerapan rumus matematika dan prosedur dapat menyebabkan lemahnya penalaran dan logika siswa, sehingga guru harus mampu memberikan siswa kesempatan untuk memahami konsep-konsep dan membuat pembenaran dalam pembelajaran matematika, bukan pembelajaran yang hanya melatih siswa untuk menerapkan rumus dan prosedur matematika⁷. Pembelajaran yang hanya menekankan prosedur dan tidak menjelaskan mengapa prosedur tersebut digunakan akan mengakibatkan siswa beranggapan bahwa dalam menyelesaikan masalah, cukup memilih prosedur penyelesaian yang sesuai dengan masalah yang diberikan⁸. Dalam hal ini, siswa hanya berusaha untuk mengetahui prosedur apa yang digunakan bukan mengapa prosedur tersebut digunakan.

Pada penelitian yang dilakukan oleh Zeytun dkk menunjukkan bahwa prediksi yang dilakukan guru terhadap kemampuan penalaran siswa dibatasi oleh pikiran mereka sendiri terkait masalah yang mereka berikan⁹. Selain dari sisi guru dan proses pembelajaran yang kurang mendukung terjadinya proses penalaran, siswa sendiri pun masih belum terbiasa menggunakan cara bernalar dengan baik. Sebagaimana diungkapkan oleh Subanji bahwa sering kali siswa dalam menyelesaikan masalah, siswa berpikir seolah-olah mengikuti proses penalaran, namun sebenarnya proses berpikir siswa tersebut belum sesuai dengan proses

⁶ NCTM, *Executive Summary Principles and Standards for School Mathematic*, Reston, Va : NCTM, 2002, h. 4. (online)

<http://www.nctm.org/uploadedFiles/StandardsandPositions/PSSMExecutiveSummaryPdf>

⁷ Kusaeri, K. "Pedagogical beliefs about critical thinking among Indonesian mathematics pre-service teachers". *International Journal of Instruction*, 12(1), 573-590. 2019

⁸ Subanji, *Teori Berpikir Pseudo Penalaran Kovariasional*, Op. Cit, hal.3.

⁹ Aysel Sen Zeytun, Bulent Cetinkaya, Ayhan Kursat Erbas, "Mathematics Teachers' Covariational Reasoning Levels and Predictions about Students' Covariational Reasoning Abilities", *Educational Sciences: Theory & Practice*, 10(3), 2010, 1601-1612.

penalaran¹⁰. Akibatnya, terbentuk proses berpikir *pseudo* penalaran yang bukan merupakan proses penalaran yang sebenarnya¹¹. Proses penalaran *pseudo* akan mengakibatkan siswa memiliki pandangan yang keliru dalam proses memahami konsep dan bernalar yang sebenarnya.

Pemahaman konsep dan penalaran seseorang dapat dilihat melalui bentuk argumentasinya baik secara lisan maupun tulisan, sehingga proses penalaran akan selalu erat kaitannya dengan argumentasi yang diungkapkan untuk mendukung penalaran tersebut. Argumentasi ilmiah melibatkan penalaran ilmiah yang dapat digunakan untuk menarik kesimpulan dari informasi yang tersedia dan melibatkan keterampilan berpikir kritis dalam membuat suatu pernyataan berdasarkan fakta¹². Konstruksi argumen ilmiah membutuhkan keterlibatan kognitif, seperti menganalisis dan memahami data, menghasilkan penjelasan, mendukung gagasan, serta menantang validitas gagasan¹³.

Brodie menyatakan bahwa ketika siswa bernalar, mereka mengembangkan argumen-argumen untuk meyakinkan orang lain atau diri mereka sendiri dari klaim tertentu untuk memecahkan masalah, atau untuk mengintegrasikan sejumlah gagasan menjadi satu kesatuan yang lebih koheren¹⁴. Heng dkk juga menyatakan bahwa argumentasi ilmiah memainkan peranan penting dalam menanamkan konsep-konsep ilmiah pada peserta didik yang merupakan inti dari kemampuan penalaran¹⁵. Berdasarkan pernyataan tersebut dapat diketahui bahwa argumentasi merupakan aspek yang penting dalam mengungkap pemahaman konsep serta proses penalaran seorang siswa.

¹⁰ Subanji, "Berpikir Pseudo Penalaran Kovariasional dalam Mengonstruksi Grafik Fungsi Kejadian Dinamik: Sebuah Analisis Berdasarkan Kerangka Kerja VL2P dan Implikasinya pada Pembelajaran Matematika", *Jurnal Ilmu Pendidikan*, Jilid 13, Nomor 1, 2006, h. 1.

¹¹ Subanji, *Teori Berpikir Pseudo Penalaran Kovariasional*, Op. Cit, h. 3.

¹² Amy Pallant dan Hee Sun Lee, "Constructing Scientific Arguments Using Evidence from Dynamic Computational Climate Models". *Journal of Science Education and Technology*, Vol.24, pp 378–395, 2015.

¹³ Lee Ling Heng, Johari bin Surif & C Hau. Seng, "Individual Versus Group Argumentation: Student's Performance in a Malaysian Context". *International Education Studies*. Vol. 7, (7) pp 109-124, 2014.

¹⁴ Karin Brodie, *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms*. (New York: Springer, 2010).

¹⁵ L. Lee Ling Heng, Johari bin Surif & C Hau. Seng. Op. Cit.

Pemahaman konsep fungsi sangat terkait dengan pandangan terhadap fungsi itu sendiri¹⁶. Slavitt berpendapat bahwa pandangan terhadap fungsi dikelompokkan menjadi 3 macam, yakni: pandangan aksi, pandangan sifat, dan pandangan objek. Dalam pandangan aksi, fungsi merupakan sebuah aturan yang diikat oleh rumus tertentu, sehingga fungsi bersifat statis. Pandangan sifat melibatkan sebuah kemampuan untuk menyatakan equivalensi dari prosedur yang dibentuk dalam sistem notasi yang berbeda dan kemampuan generalisasi prosedur dengan kelas dan tipe berbeda dari fungsi. Pandangan objek termasuk pandangan korespondensi (relasional) dan kovariansi. Pandangan korespondensi berkaitan dengan hubungan ketergantungan antara pasangan input output. Sedangkan pandangan kovariansi melibatkan sebuah pengetahuan yang berkaitan dengan cara-cara perubahan suatu variabel sebagai akibat perubahan variabel lain. Pandangan kovariansi digambarkan sebagai kegiatan menganalisis, memanipulasi, dan memahami hubungan antara perubahan kuantitas¹⁷.

Sementara itu, dalam pembelajaran fungsi terdapat dua pendekatan, yaitu pendekatan korespondensi dan pendekatan kovariansi¹⁸. Hal tersebut sejalan dengan jenis pandangan terhadap fungsi yang diungkapkan oleh Slavitt, yaitu pandangan objek. Confrey & Smith menyatakan bahwa pendekatan korespondensi mendefinisikan fungsi sebagai relasi antara dua himpunan, yaitu domain dan kodomain, sehingga untuk setiap x anggota domain, terdapat tepat satu y anggota kodomain¹⁹. Confrey & Smith juga menyatakan bahwa pendekatan korespondensi didasarkan pada definisi fungsi yang abstrak, agak sempit, dan lebih banyak menekankan pada aturan eksplisit (biasanya aljabar)²⁰. Pendekatan korespondensi dapat menyebabkan siswa lebih berfokus pada aturan

¹⁶Subanji, *Teori Berpikir Pseudo Penalaran Kovariansional*, Op. Cit. h. 25.

¹⁷David Slavitt, "An Alternative Route to The Reification of Function", *Educational Studies in Mathematics*, Vol 33, h.259-281,1997

¹⁸Siti Anis Fitria, Skripsi: "*Kemampuan Penalaran Kovariansional Siswa dalam Mengonstruk Grafik Fungsi Berdasarkan Gaya Belajar 4Mat System*", (Surabaya:UINSA,2017)

¹⁹Jere Confrey & Erick Smith, "Splitting, Covariation, and Their Role in The Development of Exponential Functions", *Journal for Research of Mathematics Education*, Vol. 26, No. 1, Januari 1995.

²⁰Jere Confrey & Erick Smith, "Exponential Functions, Rate of Change, and Multiplicative Unit", *Educational Studies in Mathematics*, 26:135-164,1994.

dan rumus untuk mendeskripsikan bagaimana memperoleh nilai output dari nilai input yang diketahui, karena siswa lebih banyak diberi sajian notasi, manipulasi, dan rumus fungsi²¹.

Pendekatan kovariansi lebih menekankan ekspresi hubungan antara dua kuantitas terstruktur yang dapat dinyatakan secara aljabar, secara visual dalam grafik, atau dalam situasi dunia nyata²². Pendekatan kovariansi lebih merujuk pada kemampuan untuk membentuk gambaran dua kuantitas yang bervariasi dan mengoordinasi perubahannya dalam relasi satu sama lain²³. Pendekatan kovariansi tidak hanya terbatas pada aturan prosedural, tetapi juga memberikan pengalaman tentang p5838345enalaran²⁴.

Pendekatan kovariansi untuk membelajarkan fungsi diistilahkan sebagai penalaran kovariansional²⁵. Kovariansi didefinisikan sebagai pengoordinasian beberapa kuantitas, salah satu perubahan kuantitas menyebabkan perubahan kuantitas yang lain²⁶. Dalam mengonstruksi grafik fungsi, membutuhkan kemampuan penalaran terhadap masalah kovariansi²⁷. Masalah kovariansi tersebut erat kaitannya dengan konsep fungsi bahwa salah satu kuantitas dapat dipandang sebagai input (variabel bebas) dan kuantitas yang lain dipandang sebagai output (variabel terikat)²⁸.

Penalaran kovariansional dapat diidentifikasi dari aksi mental kovariansional yang dibentuk oleh argumen-argumen²⁹. Argumen tersebut dapat berbentuk argumen formal maupun informal. Argumen informal biasanya diungkapkan secara verbal

²¹Siti Anis Fitria, Op. Cit.

²²Jere Confrey, Erick Smith, Op. Cit.

²³Patrick W. Thompson & Marilyn P. Carlson, "Variation, Covariation, and Functions: Foundational Ways of Thinking Mathematically", *Compendium for Research in Mathematics Educations*, (pp. 421-456). Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2017.

²⁴Siti Anis Fitria, Op. Cit, h. 12

²⁵Ibid

²⁶Marilyn Carlson, Sally Jacobs, Edward Coe & Sean Larsen, Eric Hsu, "Applying Covariational Reasoning While Komponening Dynamic Events: A Framework and a Study", *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol.33, No.5, 2002, 352-378.

²⁷Subanji, *Teori Berpikir Pseudo Penalaran Kovariansional*, Op. Cit. hal. 8-9.

²⁸Subanji, *Teori Berpikir Pseudo Penalaran Kovariansional*, Op. Cit. hal.5.

²⁹Ulumul Umah, Abdurrahman As'ari, I Made Sulandra, "Struktur Argumentasi Penalaran Kovariansional Siswa Kelas VIII B MTsN 1 Kediri (The Argumentation Structure Of Class VIII B Students' Covariational Reasoning In Mtsn 1 Kediri)", *Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika*, Vol. 1, No. 1, Maret 2016.

dalam bahasa sendiri, hal ini biasa dilakukan oleh siswa tingkat awal. Sedangkan argumen formal sangat mungkin dilakukan oleh siswa tingkat lanjut dalam mempresentasikan argumen matematis dalam bentuk tertulis. Sandoval menyatakan bahwa siswa SMA di negara maju mengalami kesulitan dalam membuat argumen ilmiah. Kesulitan yang dirasakan adalah dalam menjelaskan gejala sains secara empiris dalam diskusi kelas³⁰. Oleh karena itu, untuk menganalisis struktur argumen siswa, perlu adanya suatu kerangka kerja yang dapat mengakomodasi bentuk argumen formal maupun informal.

Komponen argumentasi McNeill dan Krajcik dapat digunakan untuk mengidentifikasi aspek argumentasi yang akan dinilai serta dapat menilai kebenaran suatu argumen³¹. Komponen argumentasi McNeill & Krajcik merupakan pengembangan dan penyesuaian dari komponen argumentasi Toulmin, sehingga komponen argumentasi ini dapat digunakan untuk memberikan pandangan terhadap struktur argumentasi yang melandasi aksi-aksi mental kovariansi siswa.

Penelitian mengenai penalaran kovariansional dengan memerhatikan struktur argumentasi telah dilakukan oleh Ulumul Umah dkk pada tahun 2016³². Hasilnya menunjukkan bahwa argumentasi pada penalaran kovariansional siswa masih terbatas oleh argumen yang didasarkan pada contoh kasus dan ketidaklengkapan argumen. Dalam penelitian tersebut, analisis struktur argumentasi menggunakan komponen argumentasi Toulmin. Namun, tidak semua komponen argumentasi Toulmin dapat ditemukan dalam argumentasi penalaran kovariansional siswa. Selain itu, penjabaran mengenai keberadaan komponen argumentasi Toulmin pada penalaran kovariansional tidak dijelaskan secara menyeluruh dalam setiap aksi mental.

³⁰Murniati sardianto, Putri Handayani. "Analisis Argumentasi Peserta Didik Kelas X SMA Muhammadiyah 1 Palembang Dengan Menggunakan Komponen Argumentasi Toulmin". *Jurnal Inovasi Dan Pembelajaran Fisika*, Volume 2, Nomor 1, Mei 2015, h. 62

³¹Khoirun Nisa', Skripsi: "*Profil Kemampuan Argumentasi Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Aktualisasi Diri Siswa*", Surabaya:UINSA, 2017.

³²Ulumul Umah, Abdurrahman As'ari, I Made Sulandra, "Struktur Argumentasi Penalaran Kovariansional Siswa Kelas VIIIB MTsN 1 Kediri, Op. Cit.

Sementara itu, Frank Fischer dkk juga telah melakukan penelitian mengenai penalaran dan argumentasi³³. Namun, dalam penelitian ini hanya membahas mengenai argumentasi pada penalaran, bukan struktural dalam argumentasi penalaran. Selain itu, penalaran yang diteliti merupakan penalaran dalam sains secara umum, tidak dikhususkan dalam jenis penalaran tertentu.

Penelitian mengenai penggunaan komponen argumentasi McNeill dan Krajcik telah dilakukan oleh Khoirun Nisa pada tahun 2017. Komponen argumentasi McNeill dan Krajcik pada penelitian ini digunakan untuk menganalisis kemampuan argumentasi siswa dalam menyelesaikan masalah matematika ditinjau dari aktualisasi diri siswa. Hasilnya menunjukkan bahwa siswa dengan kemampuan aktualisasi diri tinggi dan sedang dapat memenuhi komponen *claim*, *evidence*, *reasoning*, dan *rebuttal* dalam argumentasinya secara tepat. Sedangkan siswa dengan kemampuan aktualisasi diri rendah tidak dapat memenuhi komponen *claim*, *evidence*, *reasoning*, dan *rebuttal* dalam argumentasinya secara tepat. Namun, dalam penelitian tersebut hanya menganalisis kemampuan argumentasi dalam masalah matematika di bidang kesebangunan dan dibedakan berdasarkan kemampuan aktualisasi diri.

Berdasarkan uraian di atas, peneliti ingin mendeskripsikan struktur argumentasi siswa dalam menyelesaikan masalah kovariansi dengan menggunakan analisis struktur argumentasi yang berdasarkan pengembangan komponen argumentasi dari ahli yang berbeda pada jenjang yang berbeda juga. Oleh karena itu peneliti tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul **“Struktur Argumentasi Siswa pada Penalaran Kovariansional Berdasarkan Komponen Argumentasi McNeill dan Krajcik”**.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana struktur argumentasi siswa pada penalaran kovariansional berdasarkan komponen argumentasi McNeill dan Krajcik?

³³Frank Fischer, Ingo Kollar, Stefan Ufer, Beate Sodian, Heinrich Hussman, Reinhard Pekrun, Birgit Neuhaus, Birgit Dörner, Sabine Pankofer, Martin Fischer, Jan-Willem Strijbos, Moritz Heene, and Julia Eberle, “Scientific Reasoning and Argumentation: Advancing an Interdisciplinary Research Agenda in Education”, *Frontline Learning Research*, 5,28-45,2014.

C. Tujuan Penelitian

Dari rumusan masalah di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan struktur argumentasi siswa pada penalaran kovariasional berdasarkan komponen argumentasi McNeill dan Krajcik.

D. Manfaat Penelitian

Dengan adanya penelitian ini diharapkan mampu memberikan manfaat sebagai berikut :

1. Bagi Guru

Sebagai informasi tentang struktur argumentasi pada penalaran kovariasional siswa SMA, sehingga dapat digunakan guru sebagai pertimbangan untuk mengajarkan fungsi dengan pendekatan kovariansi dalam upaya perbaikan pengajaran di sekolah serta dapat digunakan untuk mengembangkan penalaran siswa. Selain itu, informasi mengenai penalaran kovariasional siswa dapat digunakan untuk mengajarkan konsep fungsi secara bermakna.

2. Bagi Siswa

Melatih kemampuan berargumen dan bernalar siswa SMA, sehingga mampu membentuk argumen yang sesuai dengan penyelesaian masalah mengenai penggambaran masalah-masalah kovariansi yang didasarkan pada situasi nyata.

3. Bagi Peneliti

Menambah wawasan mengenai struktur argumentasi penalaran kovariasional siswa berdasarkan komponen argumentasi McNeill & Krajcik.

4. Bagi Peneliti Lain

Sebagai sarana referensi dan masukan untuk melakukan penelitian tentang struktur argumentasi pada penalaran siswa berdasarkan komponen argumentasi McNeill dan Krajcik.

E. Batasan Masalah

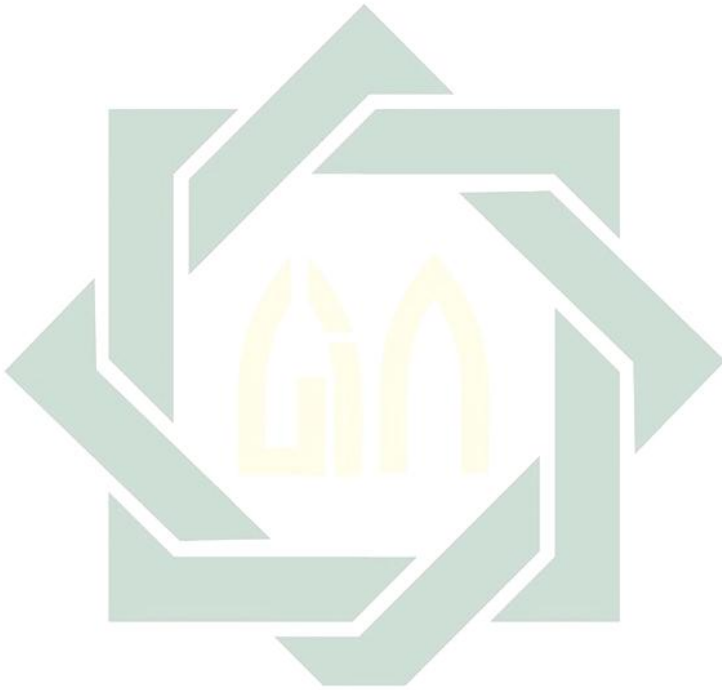
Agar masalah dalam penelitian ini tidak meluas, maka peneliti perlu memberikan batasan-batasan dalam penelitian ini. Adapun batasan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Komponen argumentasi McNeill & Krajcik yang digunakan dalam penelitian ini adalah komponen *Claim* dan *Evidence* yang dipilih untuk menyesuaikan dengan materi kovariansi pada tingkat sekolah menengah.
2. Materi fungsi pada kompetensi dasar 3.5 (Menjelaskan dan menentukan fungsi (terutama fungsi linear, fungsi kuadrat, dan fungsi rasional) secara formal yang meliputi daerah asal, daerah hasil, dan ekspresi simbolik, serta sketsa grafiknya).

F. Definisi Operasional

Untuk menghindari perbedaan penafsiran dalam penelitian ini, maka peneliti memberikan istilah yang didefinisikan sebagai berikut:

1. Argumentasi merupakan serangkaian pendapat yang dapat digunakan untuk memperkuat ataupun menolak suatu gagasan yang didasarkan pada fakta-fakta dan diungkapkan secara logis untuk meyakinkan pembaca, pendengar, maupun diri sendiri.
2. Struktur argumentasi merupakan susunan komponen kognitif logis yang dipadukan untuk membentuk sebuah argumentasi dalam upaya memecah pengetahuan yang kompleks.
3. Penalaran merupakan suatu proses berpikir kritis seseorang yang didasarkan pada fakta-fakta untuk membuat sebuah kesimpulan.
4. Penalaran kovariansional merupakan kemampuan kognitif seseorang dalam membentuk gambaran tentang dua kuantitas berbeda yang berkaitan dengan perubahan satu kuantitas dengan kuantitas yang lain dalam suatu relasi tertentu.
5. Komponen argumentasi McNeill dan Krajcik merupakan komponen penyusun argumentasi yang dapat digunakan untuk menganalisis struktur argumentasi. Komponen argumentasi McNeill dan Krajcik terdiri dari empat komponen, yaitu *Claim*, *Evidence*, *Reasoning*, dan *Rebuttal*.



Nb: Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB II KAJIAN PUSTAKA

A. Struktur Argumentasi

Argumentasi merupakan suatu bentuk retorika yang berusaha untuk memengaruhi sikap dan pendapat orang lain, agar mereka percaya dan akhirnya bertindak sesuai dengan apa yang diinginkan oleh penulis atau pembicara³⁴. Melalui argumentasi, seseorang mampu merangkai fakta-fakta sedemikian rupa, sehingga ia mampu menunjukkan apakah suatu pendapat atau suatu hal tertentu itu benar atau tidak³⁵. Alwasilah dan Nursisto menyatakan bahwa argumentasi merupakan suatu karangan yang berusaha memberikan alasan untuk memperkuat atau menolak suatu pendapat, pendirian, atau gagasan³⁶. Watson juga mengungkapkan bahwa argumentasi merupakan sebuah usaha mencari tahu pandangan mana yang lebih baik dari yang lain dan argumen dijabarkan sebagai cara seseorang menjelaskan dan mempertahankan suatu gagasan³⁷.

Argumentasi menurut Tippet dikategorikan ke dalam 2 jenis, yaitu: argumentasi lisan dan tertulis. Argumentasi lisan bermanfaat untuk melatih dan meningkatkan kemampuan berbicara atau kemampuan mengungkapkan apa yang ada di benaknya berdasarkan informasi atau data yang telah diperoleh. Sedangkan argumentasi tertulis bermanfaat untuk meningkatkan pengetahuan ilmiah dan kemampuan menulis siswa³⁸.

Berdasarkan pengertian yang diungkapkan para ahli tersebut dapat disimpulkan bahwa argumentasi merupakan cara untuk mengungkapkan pendapat baik yang memperkuat ataupun menolak suatu gagasan yang didasarkan pada fakta-fakta

³⁴Kerif Gorys, *Argumentasi dan Narasi* (Jakarta:PT. Gramedia Pustaka Utama, 1994), h. 3.

³⁵Ibid

³⁶Ahmad Syaifuddin, "Penalaran Argumen Siswa dalam Wacana Tulis Argumentatif Sebagai Upaya Membudayakan Berpikir Kritis di SMA", *Jurnal Bahasa dan Sastra* Vol. 7 No 1 Januari 2011, h. 65

³⁷Ibid

³⁸Bathgate Meghan, Amanda Crowell, Christian Schunn, Mac Cannady, and Rena Dorph, "The Learning Benefits of Being Willing and Able to Engage in Scientific Argumentation", *International Journal of Science Education*, (2015).

dan diungkapkan secara logis untuk meyakinkan pembaca, pendengar, maupun diri sendiri. Argumentasi tersebut dapat diungkapkan secara lisan maupun tulisan.

Struktur argumentasi merupakan susunan/kerangka koneksi kognitif logis antara berbagai pernyataan yang diungkapkan³⁹. Sedangkan struktur argumentasi dalam penelitian Frank Fischer dkk dimaksudkan sebagai pengungkapan argumentasi secara struktural yang memiliki beberapa komponen di dalamnya⁴⁰. Berdasarkan beberapa pengertian tersebut, struktur argumentasi merupakan susunan dari komponen kognitif logis yang dipadukan untuk membentuk sebuah argumentasi.

B. Penalaran Kovariasional

1. Penalaran

Menurut kamus besar bahasa Indonesia, penalaran berarti cara (perihal) menggunakan nalar, pemikiran atau cara berpikir logis, jangkauan pemikiran, kepercayaan takhayul serta yang tidak logis harus dikikis habis, hal mengembangkan atau mengendalikan sesuatu dengan nalar dan bukan dengan perasaan atau pengalaman, proses mental dalam mengembangkan pikiran dari beberapa fakta atau prinsip⁴¹.

Sementara itu, Ulumul Umah mengatakan penalaran sebagai proses penarikan kesimpulan berdasarkan bukti-bukti atau asumsi yang ada. Istilah penalaran di kalangan sebagian besar matematikawan dan pendidik matematika digunakan tanpa penjelasan eksplisit mengenai artinya⁴². Keraf menyatakan bahwa penalaran merupakan proses berpikir yang berusaha menghubungkan fakta-fakta atau evidensi-evidensi

³⁹Achmad Faruq, Skripsi: “*Analisis Struktur Argumentasi dan Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematika Siswa Sekolah Menengah*,” (Surabaya:UINSA,2014)

⁴⁰Frank Fischer, Ingo Kollar, Stefan Ufer, Beate Sodian, Heinrich Hussman, Reinhard Pekrun, Birgit Neuhaus, Birgit Dörner, Sabine Pankofer, Martin Fischer, Jan-Willem Srijbos, Moritz Heene, and Julia Eberle, “Scientific Reasoning and Argumentation: Advancing an Interdisciplinary Research Agenda in Education”, *Frontline Learning Research*, 5,28-45,2014.

⁴¹Diakses di <http://kamusbahasaindonesia.org/penalaran>, pada 20 Oktober 2018

⁴²Ulumul Umah, “Mengembangkan Penalaran Siswa dalam Pembelajaran Konsep Fungsi” *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika dengan tema “Pengembangan 4C’s dalam Pembelajaran Matematika: Sebuah Tantangan dalam Pengembangan Matematika”* ISBN: 978-602-1150-19-1, 28 Mei 2016,h.96.

yang diketahui menuju suatu kesimpulan⁴³. Lithner juga mengatakan bahwa penalaran adalah pemikiran yang diadopsi untuk menghasilkan pernyataan dan menghasilkan kesimpulan pada pemecahan masalah yang tidak selalu didasarkan pada logika formal, sehingga tidak terbatas pada bukti⁴⁴.

Subanji juga mengungkapkan bahwa penalaran merupakan proses berpikir yang mencakup berpikir dasar, berpikir, kritis, dan berpikir kreatif namun tidak termasuk mengingat. Tahapan berpikir paling rendah hanya berdasarkan ingatan. Tahapan selanjutnya yang lebih tinggi yaitu berpikir dasar yang merupakan bentuk paling umum dari berpikir. Tingkatan berpikir ketiga yaitu berpikir kritis. Berpikir kritis ditandai dengan kemampuan menganalisis masalah, menentukan kecukupan data untuk menyelesaikan masalah, memutuskan perlunya informasi tambahan, dan menganalisis situasi. Tingkatan berpikir tertinggi yaitu berpikir kreatif. Berpikir kreatif ditandai dengan kemampuan menyelesaikan masalah dengan cara-cara yang tidak biasa, unik, dan berbedabeda⁴⁵.

Berdasarkan beberapa definisi tentang penalaran di atas, dapat dikatakan bahwa penalaran merupakan suatu proses berpikir kritis seseorang yang didasarkan pada fakta-fakta untuk membuat sebuah kesimpulan. Selain itu, dari beberapa definisi penalaran di atas juga didapatkan aspek-aspek yang berkaitan dengan penalaran. Aspek tersebut antara lain yaitu berpikir, logika dan argumentasi. Aspek berpikir merupakan proses penggunaan pikiran untuk menemukan ide-ide terkait pemecahan suatu masalah. Aspek logika merupakan cara berpikir formal yang disesuaikan dengan kaidah atau prinsip. Sedangkan argumentasi merupakan aspek yang terkait dengan proses pembuktian untuk dapat menyatakan bahwa suatu kesimpulan benar atau salah serta untuk diyakinkan kepada diri

⁴³Ario Marfi, "Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa SMK setelah Mengikuti Pembelajaran Berbasis Masalah", *Jurnal Ilmiah Edu Research* Vol. 5 No. Desember 2016, h. 125.

⁴⁴Cita Dwi Rosita, "Kemampuan Penalaran Dan Komunikasi Matematis: Apa, Mengapa, Dan Bagaimana Ditingkatkan Pada Mahasiswa", *Jurnal Euclid*, ISSN 2355-17101, vol.1, No.1, pp. 1-59, h.33.

⁴⁵Subanji, *Teori Berpikir Pseudo Penalaran Kovariansi*, (Malang: UM Press, 2011) h.4.

sendiri maupun orang lain. Ketiga aspek tersebut cukup relevan dengan tujuan penelitian ini.

2. Penalaran Kovariasional

Dalam kamus ensiklopedi kata “kovariansi” didefinisikan sebagai variasi dari dua atau lebih variabel yang saling berkorelasi⁴⁶. Carlson dkk mendefinisikan kovariansi sebagai pengoordinasian beberapa kuantitas, perubahan salah satu kuantitas mengakibatkan perubahan kuantitas lainnya⁴⁷. Slavitt juga mendefinisikan kovariansi sebagai kegiatan menganalisis, memanipulasi, dan memahami hubungan antara perubahan kuantitas⁴⁸. Sementara itu Thompson, Confrey dan Smith menyatakan kovariansi sebagai suatu pendekatan untuk menyelesaikan permasalahan dalam bidang matematika yaitu fungsi sebagai suatu alternatif yang lebih intuitif secara formal⁴⁹.

Kovariansi sebagai suatu pendekatan merujuk pada kemampuan untuk membentuk gambaran dua kuantitas yang bervariasi dan mengoordinasi perubahannya dalam relasi satu sama lain. Subanji mengatakan bahwa pengoordinasian dua kuantitas ini erat kaitannya dengan konsep fungsi, yaitu salah satu kuantitas dapat dipandang sebagai input (variabel bebas) dan kuantitas yang lain dipandang sebagai output (variabel terikat)⁵⁰.

Chazan melalui perspektif dinamis mengungkapkan bahwa karakteristik fungsi sebagai hubungan antara kuantitas dimana variabel output tergantung pada variabel input⁵¹. Perspektif dinamis yang diungkapkan oleh Chazan ini sesuai

⁴⁶Diakses dari <http://www.merriam-webster.com>, pada 10 April 2019.

⁴⁷John Clement, “The Concept of Variation and Misconceptions in Cartesian Graphing”, *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1-2),1989, h.77-87.

⁴⁸David Slavitt, “An Alternate Route to The Reunification of Function”, *Educational Studies in Mathematics*, 1997, 33:h. 259-281

⁴⁹Patrick W. Thompson, “Imagery and The Development of Mathematical Reasoning”. Dalam L. P. Steffe, B. Greer, P. Nesher, P. Cobb, & G. Goldin (Ed.), *Theories of Learning Mathematics*, Hillsdale N J: Erlbaum.(1996), (267-283).

⁵⁰Subanji, “Berpikir Pseudo Penalaran Kovariansi dalam Mengonstruksi Grafik Fungsi Kejadian Dinamik”, *Jurnal Ilmu Pendidikan*, Vol.13, No. 1, (Februari 2006), h.7.

⁵¹Chazan, *Beyond formulas in mathematics and teaching: Dynamics of the high school algebra classroom*.(New York: Teachers College Press. 2000), h. 84

dengan pendekatan kovariansi pada pembelajaran fungsi. Sementara itu Confrey & Smith memberikan perspektif statis untuk menjelaskan karakteristik fungsi, dimana karakteristik fungsi didasarkan pada definisi yang abstrak dan lebih sempit serta lebih banyak menekankan pada aturan eksplisit (biasanya dalam bentuk aljabar)⁵². Untuk selanjutnya perspektif statis yang diungkapkan oleh Confrey & Smith dikatakan sama dengan pendekatan korespondensi yang selama ini digunakan oleh kurikulum pendidikan pada pembelajaran fungsi. Pendekatan korespondensi berdasarkan pada definisi teoritis himpunan⁵³. Sedangkan pendekatan kovariansi lebih menekankan ekspresi hubungan antara dua kuantitas terstruktur yang dapat diekspresikan baik secara aljabar, secara visual dalam grafik, atau dalam situasi nyata⁵⁴.

Pendekatan kovariansi selanjutnya disebut sebagai penalaran kovariansional. Penalaran kovariansional didefinisikan oleh Carlson dkk sebagai aktivitas kognitif yang melibatkan koordinasi dua macam kuantitas yang berkaitan dengan cara-cara dua kuantitas tersebut berubah satu terhadap yang lain⁵⁵. Penalaran kovariansional muncul sebagai teori yang diungkapkan oleh Jere Confrey di akhir tahun 1980- an dan oleh Patrick Thompson pada akhir tahun 1990-an.

Penalaran kovariansional oleh Confrey lebih fokus pada nilai variabel berturut-turut. Sedangkan Thompson lebih fokus pada pengukuran sifat-sifat objek⁵⁶. Meskipun demikian, keduanya mendeskripsikan koordinasi sebagai fondasi untuk penalaran tentang hubungan fungsi dinamis. Confrey mengarakterisasi kovariansi sebagai koordinasi nilai-nilai dua

⁵²Jere Confrey dan Erick Smith, “ Exponential Functions, Rates Of Change, and The Multiplicative Unit”, *Educational Studies in Mathematics*, 26:135-164,1994.

⁵³Ibid

⁵⁴David Tall. Function and Calculus: Dalam A.J. Bishop et al (Eds), *international Handbook of Mathematics Education*, 1997, h.1-3.

⁵⁵Onder Koklu, Electronic Theses, Treatises and Dissertation:“*An Investigation of College Students’ Covariational Reasonings*”, (Florida State University,2007)

⁵⁶Patrick W. Thompson & Marlyin P. Carlson, “Variation, Covariation, and Function: Foundational Ways of Thinking Mathematically. In J. Cai (Ed), *Compendium for Research in Mathematics Education*, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics , h. 424,
Diakses dari <http://patrickthompson.net/PDFversions/2016ThompsonCarlsonCovariation.pdf>. Pada 30 April 2019

variabel sebagaimana nilai variabel tersebut berubah⁵⁷. Confrey & Smith menggunakan pendekatan diskrit yang berfokus pada perubahan antara nilai berturut-turut dari dua variabel⁵⁸. Confrey & Smith menekankan pentingnya urutan dalam mengartikan kovariansi. Gambar 2.1 berikut menggambarkan operasionalisasi penalaran kovariansional Confrey & Smith. Mereka membayangkan bahwa perubahan dalam satu variabel (misal; meningkatkan nilai x sebesar 1) dikoordinasikan dengan perubahan pada variabel lain (misal; meningkatkan nilai y sebesar 2 atau mengubah nilai y dengan faktor 3).

x	y
1	3
2	5
3	7
...	...
10	21

x	y
1	3
2	9
3	27
...	...
10	59049

Gambar 2.1.
Dua Contoh Kovariansi Confrey & Smith

Berdasarkan definisi Confrey & Smith, penalaran kovariansional memerhatikan bilangan dalam tabel, tetapi tidak memerhatikan apa yang terjadi di antara entri-entri dalam tabel dan tidak memberikan gambaran rinci tentang apa yang terjadi antara nilai berturut-turut pada tabel tersebut, sehingga siswa tidak perlu melihat nilai-nilai berpasangan yang kontinu⁵⁹. Sedangkan Saldanha & Thompson mendeskripsikan penalaran kovariansional yang berbeda dari Confrey & Smith yaitu penalaran kovariansional bertumpu pada pengukuran sifat-sifat

⁵⁷Ibid

⁵⁸Jere Confrey & Erick Smith, "Exponential Functions, Rate of Change, and The Multiplicative Unit", *Educational Studies in Mathematics*:26, 135-164,1994.

⁵⁹Patrick W. Thompson & Marilyn P. Carlson, *Op. Cit.*

objek dan perubahan simultan yang dibedakan dari perubahan berturut-turut atau perubahan secara kontinu⁶⁰.

Deskripsi tentang kovariansi secara kontinu oleh Saldanha & Thompson menjadi landasan deskripsi dan kerangka kerja dari penalaran kovariasional yang dibangun oleh Carlson dkk⁶¹. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa penalaran kovariasional merupakan kemampuan kognitif seseorang dalam membentuk gambaran tentang dua kuantitas berbeda yang berkaitan dengan perubahan satu kuantitas dengan kuantitas yang lain dalam suatu relasi tertentu.

3. Kerangka Kerja Penalaran Kovariasional

Marilyn P. Carlson dkk menyusun kerangka kerja pada penerapan penalaran kovariasional mahasiswa dalam menggambar grafik masalah dinamik dengan mengidentifikasi level-level penalaran kovariasional. Level-level penalaran kovariasional ini didasarkan pada tindakan/aksi mental dalam menyelesaikan masalah. Terdapat lima tindakan mental yang disusun oleh Carlson dkk. Kelima tindakan mental tersebut masing-masing mendeskripsikan suatu aksi atau tindakan beserta perilakunya. Hal tersebut dapat dilihat pada tabel berikut⁶².

Tabel 2.1.
Kerangka Kerja Penalaran Kovariasional

Aksi Mental	Deskripsi Aksi Mental	Perilaku
Aksi Mental 1 (AM1)	Mengoordinasikan nilai satu variabel	1. Memberi label pada sumbu dengan mengoordinasikan

⁶⁰Luis A. Saldanha., &Patrick W. Thompson.,”Rethinking Covariation from a Quantitative Perspective: Simultaneous Continuous Variation”, In S. B. Berensah & W. N. Coulumbe (Eds), *Proceedings of the Annual Meeting of The Psychology of Mathematics Education – North America*. Raleigh, NC: North Carolina State University.

⁶¹Ibid

⁶²Marlyn Carlson, Sally Jacobs, Edward Coe, Sean Larnsen, & Eric Hsu, “Applying Covariational Reasoning While Komponening Dynamic Events: A faremwork and a Study”, *Journal for Research in Mathematics Education*, 33:5, 2002, h.256-357.

Aksi Mental	Deskripsi Aksi Mental	Perilaku
	dengan perubahan variabel lain	kedua variabel (misal y berubah dengan perubahan dalam x)
Aksi Mental 2 (AM2)	Mengoordinasikan arah perubahan satu variabel dengan perubahan pada variabel lainnya	<ol style="list-style-type: none"> 1. Membangun garis lurus yang meningkat 2. Menyatakan secara lisan mengenai perubahan variabel output sambil mempertimbangkan perubahan pada variabel input
Aksi Mental 3 (AM3)	Mengoordinasikan jumlah perubahan dari satu variabel dengan perubahan pada variabel lainnya	<ol style="list-style-type: none"> 1. Merencanakan sebuah titik atau tanda/mengonstruksikan garis secant (garis potong) 2. Menyatakan secara lisan mengenai jumlah perubahan variabel output sambil mempertimbangkan perubahan pada variabel input
Aksi Mental 4 (AM4)	Mengoordinasikan laju perubahan fungsi rata-rata dengan kenaikan yang seragam pada variabel input	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mengonstruksikan garis sekan (garis potong) yang bersinggungan untuk domain 2. Menyatakan secara lisan tentang tingkat perubahan variabel output (sehubungan dengan variabel input) sambil mempertimbangkan kenaikan pada

Aksi Mental	Deskripsi Aksi Mental	Perilaku
		variabel input yang seragam
Aksi Mental 5 (AM5)	Mengoordinasikan laju perubahan sesaat dari fungsi dengan perubahan kontinu dalam variabel independen untuk seluruh domain fungsi	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mengonstruksi kurva mulus dengan indikasi yang jelas dari perubahan kecekungan 2. Menyatakan secara lisan perubahan sesaat dalam laju perubahan untuk seluruh domain fungsi (arah kecekungan dan titik belok benar)

Pada tabel kerangka kerja kovariansi yang telah diungkapkan oleh Carlson dkk dapat dijelaskan bahwa siswa yang menunjukkan perilaku yang mendukung AM1 menyadari adanya perubahan pada koordinat vertikal ketika terjadi perubahan pada koordinat horizontal. Umumnya, koordinat horizontal atau bisa juga disebut dengan koordinat x berperan sebagai variabel independen, sedangkan koordinat vertikal atau biasa disebut koordinat y berperan sebagai variabel dependen, namun hal tersebut tidak selalu berlaku demikian. Pemahaman mengenai koordinasi awal dari variabel-variabel biasanya terungkap dengan pelabelan sumbu koordinat, diikuti oleh argumentasi secara lisan yang menunjukkan kesadaran bahwa suatu variabel berubah akibat perubahan variabel lain.

AM2 merupakan pemahaman mengenai koordinasi arah perubahanyang meliputi pembentukan sebuah gambaran. Gambaran tersebut menunjukkan arah perubahan dari variabel dependen akibat perubahan pada variabel independen. Misalkan untuk sebuah fungsi meningkat, variabel independen akan meningkat seiring dengan peningkatan pada variabel dependen. Gambaran yang dihasilkan memiliki arah perubahan dari kiri ke kanan. Siswa yang menunjukkan perilaku mendukung AM2

selain mampu menggambarkan grafik untuk menunjukkan arah, ia juga mampu memberikan argumentasi secara lisan yang menunjukkan pemahaman tentang arah perubahan dari variabel output dengan mempertimbangan perubahan pada variabel input.

AM3 meliputi koordinasi besar perubahan pada variabel independen dan variabel dependen. Dalam aktivitas mental ini siswa membuat partisi sumbu ke dalam interval dengan panjang tetap (misalnya x_1, x_2, x_3, x_4) sementara ia memerhatikan besarnya perubahan output untuk setiap interval input yang baru. Perilaku ini biasanya diikuti dengan mengonstruksi titik-titik pada grafik dan mengonstruksi garis untuk menghubungkan titik-titik tersebut. Dalam mengonstruksi titik-titik pada grafik, siswa memandang sebuah titik sebagai jumlah perubahan variabel output dengan mempertimbangan jumlah yang sama dari variabel input. AM3 juga didukung dengan argumentasi lisan yang menunjukkan pemahaman mengenai besar perubahan variabel pada variabel dependen ketika memerhatikan perubahan pada variabel independen.

AM4 meliputi kesadaran bahwa besarnya perubahan dari variabel output berkaitan dengan kenaikan yang seragam dari variabel input. AM4 mengekspresikan laju perubahan rata-rata fungsi untuk suatu interval dari domain fungsi. Kesadaran terhadap hal ini biasanya ditunjukkan oleh siswa dengan membuat sketsa garis pada grafik atau membuat estimasi dari kemiringan grafik atas interval kecil dari domain. AM4 dan AM3 memiliki kesamaan dalam menghasilkan konstruksi garis sekan, namun AM3 berfokus pada besar perubahan dari variabel output dengan mempertimbangan perubahan variabel input. Sedangkan AM4 berfokus pada laju perubahan output yang berhubungan dengan peningkatan nilai variabel input yang seragam. Selain didukung dengan konstruksi garis yang mendekati grafik dan memiliki estimasi kemiringan yang berbeda, AM4 juga didukung dengan argumentasi lisan yang menunjukkan pemahaman mengenai laju perubahan rata-rata dari variabel output akibat perubahan kenaikan yang seragam dari variabel input.

AM5 meliputi koordinasi laju perubahan sesaat dalam interval yang semakin mengecil dari seluruh domain fungsi. AM5 ditunjukkan dengan konstruksi kurva mulus yang akurat dengan indikasi perubahan yang jelas. Pemahaman mengenai AM5 ini juga didukung dengan argumentasi secara lisan di mana siswa mampu menjelaskan laju perubahan sesaat dari seluruh domain fungsi dalam interval yang semakin mengecil.

4. Level Penalaran Kovariasional

Kemampuan penalaran kovariasional dapat dicapai pada level tertentu ketika mendukung aksi mental yang berhubungan dengan level tersebut dan semua level sebelumnya. Hal tersebut sesuai dengan pernyataan Carlson yang menyatakan bahwa *“The covariation framework describes five levels of development of images of covariation. These images of covariation are presented in terms of the mental actions supported by each image”*. Level penalaran kovariasional menurut Carlson disajikan pada Tabel 2.2⁶³.

Tabel 2.2.
Level Penalaran Kovariasional

Level	Keterangan
Level 1 (L1) Koordinasi	Pada tingkat koordinasi, gambar-gambar kovariansi dapat mendukung aksi mental mengoordinasikan perubahan satu variabel dengan perubahan pada variabel lainnya. Aksi mental yang mendukung level 1 yaitu AM1 (Aksi Mental 1)
Level 2 (L2) Arah	Pada level arah, gambar kovariansi dapat mendukung tindakan mental mengoordinasikan arah perubahan satu variabel dengan perubahan pada variabel lainnya. Tindakan mental yang mendukung level 2 adalah AM1 (Aksi Mental 1) dan AM2 (Aksi Mental 2)

⁶³Marlyn Carlson, Sally Jacobs, Edward Coe, Sean Larnsen, & Eric Hsu, Op. Cit. hal 357-359.

Level	Keterangan
Level 3 (L3) Koordinasi Kuantitatif	Pada tingkat koordinasi kuantitatif, gambar-gambar kovariansi dapat mendukung aksi mental mengoordinasikan jumlah perubahan dalam satu variabel dengan perubahan pada variabel lainnya. Aksi mental yang mendukung level 3 adalah AM1 (Aksi Mental 1), AM2 (Aksi Mental 2), dan AM3 (Aksi Mental 3)
Level 4 (L4) Laju Perubahan	Pada level laju rata-rata, gambar kovariansi dapat mendukung tindakan mental mengoordinasikan laju rata-rata perubahan fungsi dengan perubahan seragam pada variabel input. Laju perubahan rata-rata dapat digunakan untuk mengoordinasikan jumlah perubahan variabel output dengan perubahan pada variabel input. Tindakan mental yang mendukung level 4 adalah AM1 (Aksi Mental 1), AM2 (Aksi Mental 2), AM3 (Aksi Mental 3), dan AM4 (Aksi Mental 4)
Level 5 (L5) Laju Sesaat	Pada level laju sesaat, gambar kovariansi dapat mendukung tindakan mental mengoordinasikan laju perubahan fungsi sesaat dengan terus menerus mengubah variabel input. Level ini mencakup kesadaran bahwa laju perubahan sesaat yang dihasilkan merupakan interval yang semakin mengecil dari perubahan rata-rata. Hal ini juga mencakup kesadaran bahwa titik belok adalah tingkat perubahan. Tingkat perubahan tersebut merupakan perubahan dari peningkatan menuju penurunan, atau penurunan menuju peningkatan. Tindakan mental yang mendukung level 5 adalah AM1 (Aksi Mental 1), AM2 (Aksi Mental 2), AM3 (Aksi Mental 3), AM4 (Aksi Mental 4), dan AM5 (Aksi Mental 5)

Berdasarkan tabel 2.2 dapat dijelaskan bahwa seseorang dikatakan mampu mencapai level 1 penalaran

kovariasional jika ia mampu memenuhi tindakan mengoordinasikan perubahan suatu variabel akibat perubahan variabel lain. Tindakan koordinasi tersebut mendukung pemenuhan AM1 yang telah diidentifikasi dengan mengamati perilaku siswa dalam melabelkan sumbu serta dengan mendengar penjelasan mereka mengenai perubahan satu variabel sebagai akibat perubahan variabel yang lain. Dalam memenuhi level 1, siswa tidak perlu melihat arah, besar, dan laju dari perubahan variabel.

Seseorang dikatakan mencapai level 2 penalaran kovariasional, jika ia mampu memenuhi tindakan koordinasi awal (AM1) dan koordinasi arah perubahan dari variabel output akibat perubahan pada variabel input. Koordinasi arah perubahan merupakan identifikasi dari AM2. Pemenuhan level 2 dapat diidentifikasi melalui perilaku AM1 dan AM2 secara berurutan.

Seseorang dikatakan mencapai level 3 penalaran kovariasional, jika ia mampu memenuhi tindakan koordinasi awal (AM1), koordinasi arah perubahan (AM2) dan koordinasi besar perubahan variabel output ketika memerhatikan perubahan dari variabel input. Koordinasi besar perubahan merupakan identifikasi dari AM3. Pemenuhan level 3 dapat diidentifikasi melalui perilaku AM1, AM2, dan AM3 secara berurutan.

Seseorang dikatakan mencapai level 4 penalaran kovariasional, jika ia mampu memenuhi tindakan koordinasi awal (AM1), koordinasi arah perubahan (AM2), koordinasi besar perubahan (AM3), dan koordinasi laju perubahan rata-rata variabel output dalam suatu interval ketika memerhatikan perubahan kenaikan yang seragam dari variabel input. Koordinasi laju perubahan rata-rata merupakan identifikasi dari AM4. Pemenuhan level 4 dapat diidentifikasi melalui perilaku AM1, AM2, AM3, dan AM4 secara berurutan.

Seseorang dikatakan mencapai level 5 penalaran kovariasional, jika ia mampu memenuhi tindakan koordinasi awal (AM1), koordinasi arah perubahan (AM2), koordinasi besar perubahan (AM3), koordinasi laju perubahan rata-rata (AM4), dan koordinasi laju perubahan sesaat. Koordinasi laju perubahan sesaat merupakan identifikasi dari AM5. Pemenuhan

level 5 dapat diidentifikasi melalui perilaku AM1, AM2, AM3, AM4, dan AM5 secara berurutan.

5. Penalaran Kovariasional pada Grafik Fungsi

Sebuah fungsi f didefinisikan sebagai suatu aturan korespondensi yang menghubungkan setiap objek x dalam satu himpunan yang disebut daerah asal (domain). Dari daerah asal tersebut dihasilkan sebuah nilai tunggal $f(x)$ dari suatu himpunan kedua, himpunan nilai yang diperoleh secara demikian disebut daerah hasil (range) fungsi⁶⁴. Fungsi dinotasikan dengan sebuah huruf tunggal seperti f atau g atau F . Maka untuk sebuah notasi $f(x)$ dibaca f dari x atau f pada x dan notasi ini menunjukkan nilai yang diberikan oleh f kepada x .

Grafik adalah suatu visualisasi tabel, dimana tabel tersebut berupa angka-angka yang dapat disajikan ataupun dapat ditampilkan ke dalam bentuk gambar⁶⁵. Grafik fungsi didefinisikan oleh Purcell dkk bilamana daerah asal dan daerah hasil sebuah fungsi merupakan bilangan real, maka fungsi itu dapat dibayangkan dengan menggambarkan grafiknya pada suatu bidang koordinat. Grafik fungsi f adalah grafik dari persamaan $y = f(x)$ ⁶⁶. Berdasarkan uraian di atas, grafik fungsi dapat didefinisikan sebagai suatu penyajian gambar berdasarkan instruksi-instruksi tertentu yang telah ditentukan dengan sebuah sistem input output.

Penalaran kovariasi memperkenalkan siswa mengekstrak pola yang bertambah rumit dalam menghubungkan x dan $f(x)$ dari tabel nilai dengan cara pikir yang mungkin digunakan siswa untuk memahami apa yang terjadi diantara nilai-nilai tersebut⁶⁷. Sehingga dapat dikatakan

⁶⁴Dale Verberg, Edwin J. Purcell, Steven E. Rigdon, *Kalkulus: Edisi Kesembilan Jilid 1*, Jakarta: Erlangga, 2008, h.29

⁶⁵Siti Anis Fitria, Skripsi : “Kemampuan Penalaran Kovariasional Siswa dalam Mengonstruksi Grafik Fungsi Dibedakan dari Gaya Belajar 4MAT System”, Surabaya: UINSA, 2017.

⁶⁶Edwin J. Purcell, Dale Verberg, *Kalkulus dan Geometri Analitik*, Jilid 1 Edisi kelima, (Jakarta, Erlangga)

⁶⁷Siti Anis Fitria, Op. Cit.

bahwa penalaran kovariasional merupakan penalaran untuk memahami konsep fungsi.

Carlson dkk mengidentifikasi bagaimana penalaran kovariasional mempengaruhi kemampuan mahasiswa dalam menciptakan solusi dari situasi dinamis, menginterpretasikan grafik, dan membuat grafik⁶⁸. Secara khusus, Carlson dkk mengidentifikasi aksi-aksi mental yang dilibatkan ketika mahasiswa mengoordinasi kuantitas yang bervariasi serta mendeskripsikan aksi mental dan perilaku yang dilakukan oleh mahasiswa dalam kerangka kerja kovariansi. Salah satu contoh tugas kovariansi yang dikembangkan oleh Carlson dkk untuk kejadian dinamis adalah sebagai berikut⁶⁹.

Bayangkan botol seperti gambar di bawah diisi dengan air secara konstan (*terjadi penambahan air secara seragam pada setiap waktu*). Gambarkan sebuah grafik dengan ketentuan tinggi air merupakan fungsi dari banyaknya air yang ada di dalam botol. Berikan alasan terhadap jawaban anda!



Gambar 2.2.
Masalah Kovariansi Botol

Dalam tugas kovariansi tersebut, Carlson meminta mahasiswa untuk membayangkan sebuah botol seperti gambar di atas yang diisi oleh air. Kemudian mahasiswa diminta untuk menggambarkan grafik ketinggian air dalam botol terhadap banyaknya air yang dimasukkan.

Sementara itu, masalah kovariansi yang digunakan dalam penelitian ini yaitu salah satu contoh soal kovariansi dalam buku kalkulus karya James Stewart edisi ketujuh pada bab

⁶⁸Marilyn Carlson, Sally Jacobs, Edward Coe, Sean Lamsen, & Eric Hsu, Op.Cit.

⁶⁹Ibid

*application of differentiation*⁷⁰. Soal kovariansi tersebut dikembangkan dan disesuaikan dengan tugas kovariansi Carlson, sehingga dapat diselesaikan oleh siswa kelas menengah.

Jus jeruk dituangkan secara konstan (*terjadi penambahan jus jeruk secara seragam pada setiap waktu*) ke dalam gelas cekung berbentuk seperti gambar di bawah . Gambarkan sebuah grafik dengan tinggi jus jeruk sebagai fungsi dari banyaknya jus jeruk yang ada di dalam gelas cekung. Berikan alasan dari jawaban anda!



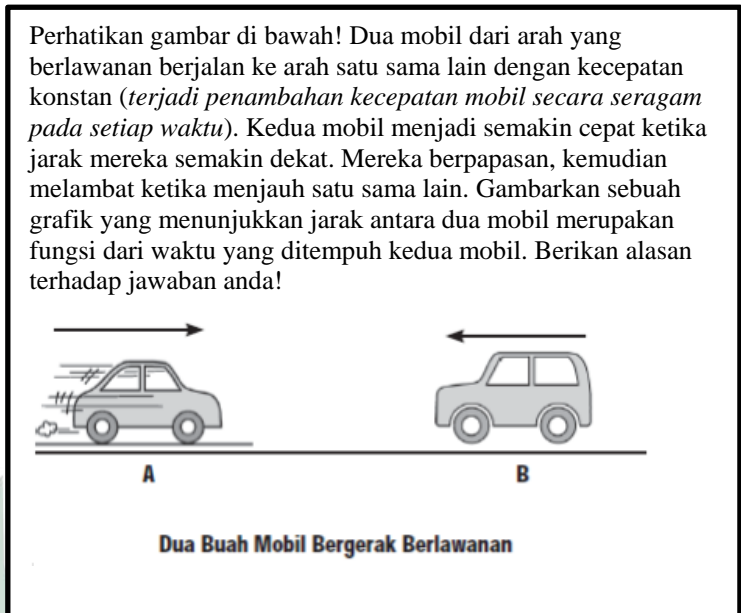
Gambar 2.3.
Masalah Kovariansi Gelas Cekung

Perbedaan tugas kovariansi pada penelitian ini dengan tugas kovariansi Carlson adalah pada bentuk grafik yang dihasilkan. Perbedaan grafik tersebut disebabkan bentuk wadah yang berbeda.

Masalah kovariansi terakhir yang akan digunakan dalam penelitian ini merupakan masalah kovariansi yang dikembangkan dari penelitian Onder Koklu. Masalah kovariansi ini sedikit berbeda dari yang diungkapkan oleh Carlson meskipun tetap menggunakan konsep fungsi yang sama. Masalah kovariansi tersebut meminta siswa untuk membuat sebuah grafik dari dua mobil yang berjalan dari arah yang berbeda menuju ke arah satu sama lain. Grafik yang dibuat menggambarkan jarak antara dua mobil terhadap waktu atau kecepatan yang ditempuh. Berikut hasil pengembangan tugas kovariansi berdasarkan penelitian Koklu⁷¹.

⁷⁰James Stewart, *Kalkulus Easy Transcendental*, Seventh Edition, PDF, 2008, h.300

⁷¹Onder Koklu, Op. Cit.

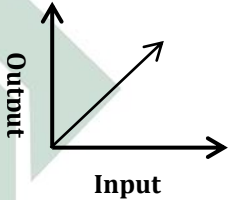
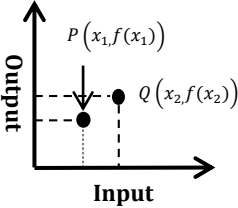


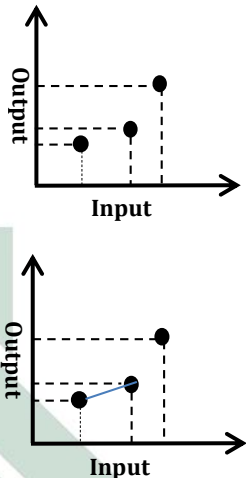
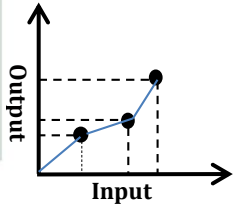
Gambar 2.4.
Masalah Kovariansi Jarak Dua Mobil

Pada Tabel 2.3 disajikan indikator penalaran kovariansional dalam menyelesaikan masalah kovariansi sebagai berikut

Tabel 2.3.
Indikator Penalaran Kovariansional dalam Menyelesaikan Masalah Kovariansi

Level	Aksi Mental	Identifikasi	Gambar
Level 1 (L1) koord inasi	Level koordinasi (L1) 1. Mendukung aksi mental mengoordin asi variabel	Indikator AM1 : a. Siswa mengetahui hubungan (misalnya jika variabel input berubah maka	

	input dengan perubahan pada variabel output (AM1)	variabel output juga berubah. b. Siswa memberi label pada sumbu	
Level 2 (L2) Arah	Level Arah (L2) mendukung AM1 dan aksi mental mengoordinasi arah. 1. Memerhatikan perubahan variabel output ketika terjadi perubahan variabel input	Indikator AM2 : a. Siswa mengetahui arah perubahan variabel output ketika memerhatikan perubahan variabel input. b. Siswa dapat mengonstruksuatu garis lurus yang meningkat, menurun, atau datar. c. Siswa dapat menjelaskan bahwa semakin banyak/sedikit variabel input yang ditambahkan, mengakibatkan variabel output meningkat/menurun.	
Level 3 (L3). Koordinasi Kuantitatif	Level Koordinasi Kuantitatif (L3) mendukung AM1, AM2 dan mendukung aksi mental berikut:	Indikator AM3 : a. Siswa mengetahui besarnya perubahan variabel input dan variabel output b. Siswa menempatkan suatu titik atau tanda	

	<p>1. Mengoordinasi besarnya perubahan variabel input dengan besarnya perubahan variabel output ketika membayangkan perubahan pada variabel input (AM3)</p>	<p>pada gambar yang tertera dalam soal</p> <p>c. Siswa mengonstruksikan garis yang menghubungkan antara titik-titik pada interval yang telah dibuatnya. Garis ini kemudian disebut garis secant (garis potong)</p> <p>d. Siswa mampu menjelaskan mengenai besarnya perubahan variabel output akibat perubahan variabel input</p>	
<p>Level 4 (L4). Laju rata-rata</p>	<p>Level Laju Rata-rata (L4) mendukung AM1, AM2, AM3, dan mendukung aksi mental mengoordinasi laju perubahan rata-rata variabel output yang berkaitan dengan variabel input untuk banyaknya variabel input yang sama (AM4).</p>	<p>Indikator AM4:</p> <p>a. Siswa mengetahui perbandingan besarnya perubahan variabel input dan variabel output</p> <p>b. Siswa mengonstruksikan segmen garis yang mendekati grafik dengan membuat estimasi kemiringan tiap segmen disesuaikan untuk mencerminkan laju nilai output tertentu yang dapat dicapai pada nilai input tertentu</p>	

		c. Siswa mampu menjelaskan mengenai tingkat perubahan variabel output berdasarkan kenaikan perubahan variabel input	
Level 5 (L5). Laju sesaat	Level laju perubahan sesaat (L5) mendukung AM1, AM2, AM3, AM4, dan mendukung aksi mental berikut: 1. Mengoordinasi laju perubahan sesaat variabel output terhadap variabel input dengan perubahan yang kontinu pada variabel input (AM5)	Indikator AM5: a. Siswa mengetahui perbandingan besarnya perubahan ketika interval semakin mengecil b. Siswa mengonstruksi kurva mulus terhadap perubahan output yang berhubungan dengan perubahan input c. Siswa mampu menjelaskan perubahan dalam interval yang lebih kecil. Menyampaikan bahwa suatu titik belok berkaitan dengan laju perubahan dari peningkatan ke penurunan, atau dari penurunan ke peningkatan.	

Pengertian mengenai tingkat perubahan pada fungsi dijelaskan oleh James Stewart dalam bukunya kalkulus⁷². Andaikan y adalah sebuah besaran yang bergantung pada besaran lain (x). Dengan demikian, y adalah fungsi dari x , dan dinotasikan $y = f(x)$. Jika x berubah dari x_1 ke x_2 , maka perubahan dalam x (dapat juga disebut **kenaikan** dari x) adalah

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Perubahan yang bersesuaian di y adalah

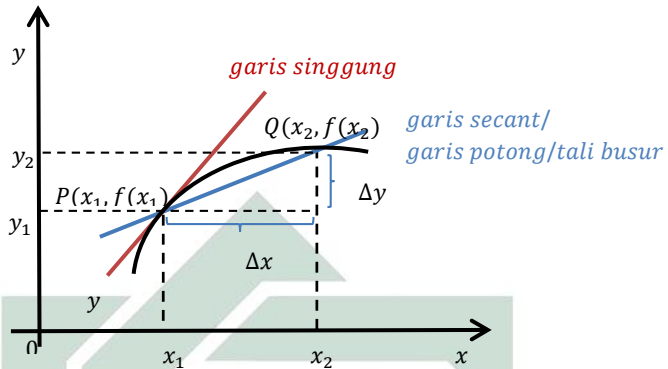
$$\Delta y = f(x_2) - f(x_1)$$

Kenaikan dari variabel x dan y tersebut dapat digunakan sebagai dasar pada aksi mental 3 dalam penalaran kovariasional. Kemudian hasil bagi dari kedua perubahan tersebut yaitu

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Hasil bagi kedua perubahan tersebut selanjutnya disebut sebagai **laju perubahan rata-rata** y terhadap x yang dapat digunakan untuk mendasari aksi mental 4 pada penalaran kovariasional. Laju perubahan rata-rata y terhadap x pada interval $[x_1, x_2]$ dapat diinterpretasikan sebagai kemiringan tali busur yang dinamakan PQ pada gambar berikut:

⁷²James Stewart, *Calculus Early Transcendental*, Seventh Edition, PDF, 2008.



Gambar 2.5.

Grafik Fungsi Laju Perubahan

Berdasarkan gambar grafik fungsi laju perubahan dapat diperoleh:

$$\begin{aligned} & \text{Laju perubahan rata – rata} \\ &= m_{PQ} \text{ Laju perubahan sesaat} \\ &= \text{kemiringan garis singgung pada } P \end{aligned}$$

Dengan mempertimbangkan laju perubahan rata-rata untuk interval (perubahan) yang semakin mengecil, maka dengan cara membuat x_2 mendekati x_1 sehingga Δx mendekati 0. Limit dari laju perubahan rata-rata ini disebut **laju perubahan (semaat)** y terhadap x saat $x=x_1$. Perubahan pada laju sesaat ini dapat digunakan sebagai dasar aksi mental 5. Laju perubahan sesaat dapat diartikan sebagai kemiringan garis singgung pada kurva $y = f(x)$ di $P(x, f(x))$.

Laju perubahan sesaat dapat dirumuskan sebagai berikut

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x_2 \rightarrow x_1} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

C. Komponen Argumentasi McNeill dan Krajcik

Komponen argumentasi McNeill & Krajcik diungkapkan oleh dua orang ilmuwan dari Lynch School of

Education, Boston College dan School of Education, University of Michigan, yaitu Katherine L. McNeill dan Joseph Krajcik⁷³. Keduanya mengembangkan komponen argumentasi berdasarkan model argumentasi Stephen E. Toulmin⁷⁴. Tujuan mereka mengembangkan komponen argumentasi adalah untuk mendukung siswa dalam mengomunikasikan penjelasan serta agar siswa dapat terlibat dalam sebuah argumentasi yang lebih sederhana⁷⁵. Komponen argumentasi McNeill & Krajcik terdiri dari empat komponen, yaitu *Claim*, *Evidence*, *Reasoning*, dan *Rebuttal*⁷⁶.

Claim merupakan sebuah pernyataan yang menjawab pertanyaan atau masalah⁷⁷. Dalam jurnal lainnya, McNeill dan Krajcik mengungkapkan *claim* merupakan pernyataan atau kesimpulan awal yang membahas pertanyaan atau sebuah fenomena⁷⁸. *Claim* dapat dibenarkan oleh *evidence*⁷⁹. Sedangkan menurut Toulmin, *claim* dapat dibenarkan menggunakan berbagai dukungan seperti *data*, *logika*, *warrant*, dan *reasoning*⁸⁰.

Evidence dalam bahasa Indonesia dapat diartikan sebagai bukti⁸¹. Aikenhead mengungkapkan bahwa *evidence* adalah data yang dapat berasal dari pengukuran kuantitatif maupun kualitatif, data ini dapat digunakan untuk menjawab pertanyaan, memecahkan masalah, atau untuk membuat

⁷³Katherine L. McNeill & Joseph Krajcik, *Supporting Grade 5-8 Students in Constructing Explanations in Science: The Claim, Evidence, and Reasoning Framework for Talk and Writing*, (London:Pearson, 2011), diakses di <https://eric.ed.gov/?id=ED534533>, pada 31 Mei 2019

⁷⁴Khoirun Nisa', Skripsi: "*Profil Kemampuan Argumentasi Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Aktualisasi Diri Siswa*", (Surabaya:UINSA, 2017).

⁷⁵Katherine L. McNeill & Dean M. Martin, "Claims, Evidence, and Reasoning: Demystifying Data During a Unit on Simple Machines", *Science and Children*, (2011).

⁷⁶Katherine L. McNeill & Joseph Krajcik, Op.Cit.

⁷⁷ Katherine L. McNeill & Dean M. Martin, Op. Cit.

⁷⁸Joseph Krajcik & Katherine L. McNeill, "Inquiry and Scientific Explanations: Helping Students Use Evidence and Reasoning", *Chapter 11: Inquiry and Scientific Explanations*.

⁷⁹Rossalind Driver, Paul Newton, Jonathan Osborne, "Establishing The Norms of Scientific Argumentation in Classrooms", *Science Education*, 84(3), 287-312, 2000.

⁸⁰Katherine L. McNeill, "Elementary Students' Views of Explanation, Argumentation, and Evidence, and Their Abilities to Construct Arguments Over The School Year", *Journal of Research in Science Teaching*, Vol.48, No.7, PP.793-823(2011).

⁸¹Google Translate, <https://www.google.com/search?client=firefox-b-d&q=google+translate>, diakses pada 10 Juni 2019.

keputusan⁸². Sedangkan *evidence* menurut artian argumentasi McNeill & Krajcik adalah data ilmiah atau bukti yang mendukung *claim*⁸³. Data ilmiah dapat diperoleh melalui sebuah penyelidikan, seperti observasi, bahan bacaan, sebuah arsip data, atau dari sumber lain yang mendukung kebutuhan seseorang dengan tepat serta cukup untuk mendukung *claim* yang diungkapkan⁸⁴. Dalam menjelaskan fenomena ilmiah, siswa harus mampu untuk mengumpulkan, memilih, dan menggunakan data yang tepat sebagai bukti untuk mendukung *claim*⁸⁵.

Reasoning dalam bahasa Indonesia diartikan sebagai pemikiran⁸⁶. *Reasoning* dalam kamus oxford diartikan sebagai *opinions and ideas based on logical thinking*⁸⁷. Sedangkan *reasoning* dalam artian argumentasi McNeill & Krajcik merupakan pembenaran tentang mengapa atau bagaimana *evidence* dapat mendukung *claim*⁸⁸. *Reasoning* adalah penjelasan tentang bagaimana bukti (*evidence*) mendukung *claim* dan meyakinkan orang lain bahwa bukti yang digunakan mampu mendukung *claim* tersebut⁸⁹.

Komponen terakhir dalam komponen argumentasi McNeill & Krajcik adalah *rebuttal*. *Rebuttal* dalam bahasa Indonesia diartikan sebagai bantahan atau sanggahan⁹⁰. Sedangkan dalam argumentasi McNeill & Krajcik, *rebuttal* dideskripsikan sebagai alternatif dari *claim* dan memberikan bukti balasan serta alasan mengapa *claim* alternatif tidak sesuai⁹¹. Khusus untuk komponen *rebuttal* hanya diperkenalkan

⁸²Glen S. Aikenhead, "Science-based Occupations and The Science Curriculum: Concepts of Evidence", *Science Education*, 89(2), 242-275, 2004.

⁸³Katherine L. McNeill & Dean M. Martin, Op. Cit.

⁸⁴Joseph Krajcik & Katherine L. McNeill, Op. Cit

⁸⁵Katherine L. McNeill, David J. Lizotte, and Joseph Krajcik, "Supporting Students' Construction of Scientific Explanations by Fading Scaffolds in Instructional Materials", *The Journal of The Learning Sciences*, 15(2),153-191,2006.

⁸⁶Google Translate, Loc. Cit.

⁸⁷Oxford Learner's Pocket Dictionary, Fourth Edition, (Oxford, New York: Oxford University Press,2008)

⁸⁸Katherine L. McNeill & Dean M. Martin, Op. Cit.

⁸⁹Khoirun Nisa', Skripsi: "*Profil Kemampuan Argumentasi Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Aktualisasi Diri Siswa*", (Surabaya:UINSA, 2017).

⁹⁰Google Translate, Loc. Cit.

⁹¹Katherine L. McNeill & Dean M. Martin, Op. Cit.

kepada siswa dengan pengalaman argumentasi yang sudah cukup memadai, biasanya sampai tingkat sekolah menengah⁹².

D. Hubungan antara Struktur Argumentasi dengan Penalaran Kovariasional Berdasarkan Komponen Argumentasi McNeill dan Krajcik

Penalaran merupakan proses berpikir yang berusaha menghubungkan fakta atau evidensi-evidensi yang diketahui menuju pada suatu kesimpulan⁹³. Pendapat serupa juga diungkapkan oleh Soekadijo bahwa penalaran adalah aktivitas menilai hubungan proposisi-proposisi yang disusun dalam bentuk premis-premis, kemudian menentukan kesimpulannya⁹⁴. Sementara itu, Lithner mendefinisikan penalaran sebagai jalan berpikir yang diambil untuk mengolah pernyataan dan menghasilkan kesimpulan dalam menyelesaikan soal⁹⁵.

Dalam proses mengolah pernyataan dan membuat suatu kesimpulan, akan selalu disertai dengan argumentasi-argumentasi yang menguatkan atau membantah fakta-fakta dari sebuah data yang akan dibuat kesimpulan. Bentuk argumentasi baik secara lisan maupun tulisan dapat digunakan untuk menilai kemampuan pemahaman konsep dan penalaran seseorang. Proses penalaran akan selalu erat kaitannya dengan argumentasi yang diungkapkan.

Enduran, Simon & Maria menyatakan bahwa setiap siswa dalam suatu pelajaran sangat membutuhkan argumentasi, yang tujuannya untuk memperkuat pemahaman diri seorang siswa tersebut⁹⁶. Inhelder dan Piaget juga mengasumsikan bahwa rasionalitas ilmiah atau yang bisa disebut argumentasi ilmiah adalah model pemikiran yang ideal untuk merefleksikan

⁹²Ibid

⁹³Suharman, *Psikologi Kognitif*, (Surabaya:Srikandi,2005),160.

⁹⁴Ibid 160-161.

⁹⁵Abdul Mujib dan Erik Suparingga, "Analisis Penalaran dalam Ujian Nasional Matematika SMA/MA Program IPA Tahun 2011/2012", diakses dari www.um naw.ac.id, pada tanggal 30 April 2019.

⁹⁶Putri Handayani, Murniati sardianto. "Analisis Argumentasi Peserta Didik Kelas X SMA Muhammadiyah 1 Palembang Dengan Menggunakan Komponen Argumentasi Toulmin". *Jurnal Inovasi Dan Pembelajaran Fisika*, Volume 2, Nomor 1, Mei 2015, h. 62

teori, membangun model realitas hipotesis, mengkaji secara kritis dan menguji semua kemungkinan efek utama dan interaksi antar variabel, serta secara objektif dan sistematis mengevaluasi bukti yang berkenaan dengan klaim⁹⁷. Argumentasi membawa peran penting dalam mengarahkan segala bentuk asumsi dalam pembuktian matematika⁹⁸. Berdasarkan pernyataan tersebut terlihat bahwa terdapat hubungan antara struktur argumentasi pada penalaran kovariasional.

Komponen argumentasi McNeill & Krajcik merupakan suatu pendekatan yang digunakan untuk menganalisis argumen yang didasarkan pada sebuah bukti⁹⁹. Dalam permasalahan matematika, ketika siswa bernalar, argumen yang diberikan harus berdasar dan memiliki bukti yang jelas. Keberadaan bukti tersebut digunakan untuk menguji kebenaran sebuah klaim. Komponen argumentasi McNeill & Krajcik memiliki 4 komponen yang terdiri dari *claim*, *evidence*, *reasoning*, dan *rebuttal*. Berdasarkan pernyataan tersebut dapat terlihat bahwa terdapat hubungan antara komponen argumentasi McNeill dan Krajcik dengan penalaran kovariasional

Komponen argumentasi McNeill & Krajcik telah banyak digunakan untuk menganalisis unsur-unsur argumentasi dan kualitas setiap argumentasi. Diantara para peneliti yang pernah menggunakan komponen argumentasi McNeill & Krajcik sebagai panduan untuk menganalisis struktur argumentasi siswa yaitu antara lain Katherine L. McNeill, David J. Lizotte, Joseph Krajcik & Ronald W. Marx, Rebecca Katsh-Singer, Maria Gonzalez-Howard & Suzanna Loper, Diane Silva Pimentel, dan Khoirun Nisa’.

Berdasarkan pengertian dari komponen argumentasi McNeill dan Krajcik tipe *Evidence* dan *Claim* serta pengertian

⁹⁷Frank Fischer, Ingo Kollar, Stefan Ufer, Beate Sodian, Heinrich Hussman, Reinhard Pekrun, Birgit Neuhaus, Birgit Dörner, Sabine Pankofer, Martin Fischer, Jan-Willem Strijbos, Moritz Heene, and Julia Eberle, “Scientific Reasoning and Argumentation: Advancing an Interdisciplinary Research Agenda in Education”, *Frontline Learning Research*, 5,28-45,2014.

⁹⁸Achmad Faruq, Op.Cit.

⁹⁹Katherine L. McNeill, “Elementary Students’ Views of Explanation, Argumentation, and Evidence, and Their Abilities to Construct Arguments Over The School Year”, *Journal of Research in Science Teaching*, Vol.48,No.7,PP.793-823(2011).

setiap aksi mental pada penalaran kovariasional diperoleh kesamaan seperti yang tertera pada tabel 2.4 berikut.

Tabel 2.4.
Persamaan Antara Komponen Argumentasi McNeill & Krajcik
Tipe Evidence dan Claim dengan Aksi Mental Kovariasi

No	Komponen Argumentasi	Definisi	Aksi Mental Kovariasi				
			AM1	AM2	AM3	AM4	AM5
1.	Claim	Pernyataan yang menjawab pertanyaan atau masalah/kesimpulan awal terkait suatu masalah dan dapat dibenarkan oleh evidence	Penjelas verbal mengenai koordinasi perubahan variabel output ketika terjadi perubahan pada variabel input	Penjelas verbal mengenai koordinasi perubahan pada variabel output ketika memerhatikan perubahan pada variabel input	Penjelas verbal mengenai koordinasi jumlah perubahan variabel output dengan mempertimbangan perubahan pada variabel input	Penjelas verbal mengenai koordinasi perubahan variabel output ketika mempertimbangan perubahan yang seragam pada variabel input	Penjelas verbal mengenai koordinasi perubahan sesaat dalam interval yang semakin mengecil untuk seluruh domain fungsi

No	Komponen Argumen-tasi	Definisi	Aksi Mental Kovariansi				
			AM1	AM2	AM3	AM4	AM5
2.	Evidence	Data ilmiah atau bukti yang mendukung claim (dapat berupa data kualitatif maupun kuantitatif)	Data berupa gambar yang menunjukkan posisi setiap variabel dan pelabelan setiap variabel	Data berupa gambar yang menunjukkan perubahan pada setiap variabel	Data berupa gambar yang menunjukkan konstruksi titik dan garis sekan	Data berupa gambar yang menunjukkan garis yang menghubungkan antar titik atau segmen garis yang mendekati grafik serta konstruksi garis dengan estimasi kemiringan yang berbeda	Data berupa gambar yang menunjukkan bentuk kurva mulus dengan indikasi perubahan yang jelas (arah titik cekung dan titik belok sudah benar)

Berdasarkan tabel persamaan tersebut diperoleh pengkodean komponen argumentasi pembangun aksi mental pada penalaran kovariasional yang tertera pada tabel 2.5 berikut.

Tabel 2.5.
Pengkodean Komponen Argumentasi Pembangun Aksi Mental pada Penalaran Kovariasional

Komponen Argumentasi	Claim	Evidence
Aksi Mental		
Aksi Mental 1	AM1C	AM1E
Aksi Mental 2	AM2C	AM2E
Aksi Mental 3	AM3C	AM3E
Aksi Mental 4	AM4C	AM4E
Aksi Mental 5	AM5C	AM5E

Berdasarkan Tabel 2.4 dan Tabel 2.5 diperoleh indikator struktur argumentasi siswa pada penalaran kovariasional berdasarkan komponen argumentasi McNeill dan Krajcik yang disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 2.6.
Indikator Struktur Argumentasi pada Penalaran Kovariasional

Aksi Mental	Komponen	Deskripsi
Aksi mental 1	AM1C	Siswa mampu memberikan pernyataan atau kesimpulan awal mengenai koordinasi perubahan variabel output ketika terjadi perubahan pada variabel input
	AM1E	Siswa mampu menggambarkan posisi dan pelabelan setiap variabel
Aksi mental 2	AM2C	Siswa mampu memberikan pernyataan atau kesimpulan awal mengenai koordinasi arah perubahan variabel output

Aksi Mental	Komponen	Deskripsi
		ketika memerhatikan perubahan pada variabel input
	AM2E	Siswa mampu menggambar sebuah grafik dengan arah ke atas atau dengan kemiringan positif
Aksi mental 3	AM3C	Siswa mampu memberikan pernyataan atau kesimpulan awal mengenai besar perubahan variabel output dengan mempertimbangkan perubahan pada variabel input
	AM3E	Siswa mampu menggambar konstruksi titik dan garis sekan
Aksi mental 4	AM4C	Siswa mampu memberikan pernyataan atau kesimpulan awal mengenai laju perubahan variabel output dengan mempertimbangkan perubahan kenaikan yang seragam pada variabel input
	AM4E	Siswa mampu menggambar segmen garis yang mendekati grafik dengan estimasi kemiringan yang berbeda
Aksi mental 5	AM5C	Siswa mampu memberikan pernyataan atau kesimpulan awal mengenai laju perubahan sesaat dalam interval yang semakin mengecil untuk seluruh domain fungsi
	AM5E	Siswa mampu membuat kurva mulus dengan indikasi perubahan yang jelas (arah titik cekung dan titik belok sudah benar)

BAB III METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Menurut Bogdan dan Taylor, penelitian deskriptif adalah penelitian yang menghasilkan data deskriptif berupa kata tertulis atau lisan dari orang-orang yang perilakunya diamati¹⁰⁰. Penelitian deskriptif digunakan untuk menghasilkan data deskriptif berupa gambaran struktur argumentasi siswa pada penalaran kovariasional berdasarkan komponen argumentasi McNeill dan Krajcik.

Pendekatan kualitatif dipandang sebagai gambaran kompleks untuk meneliti kata-kata, laporan terperinci dari responden dan melakukan studi pada situasi yang dialami¹⁰¹. Dalam penelitian ini, kata-kata dan tindakan orang-orang yang diamati atau diwawancarai merupakan sumber data utama.

B. Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada semester ganjil tahun ajaran 2019/2020 di kelas XI MIPA 9 SMAN (Sekolah Menengah Atas Negeri) 3 Sidoarjo. Berikut ini merupakan rincian waktu penelitian:

**Tabel 3.1.
Jadwal Pelaksanaan Penelitian**

No	Kegiatan	Tanggal
1.	Permohonan izin penelitian ke sekolah	29 Agustus 2019
2.	Pelaksanaan penelitian 1. Tes 2. Wawancara	1. 3 Oktober 2019 2. 7 & 10 Oktober 2019

¹⁰⁰Lexy J. Meleong, *Metodologi Penelitian Kualitatif*, (Bandung: Remaja Rosdakarya,2008), h. 3.

¹⁰¹Juliansyah Noor, *Metode Penelitian*, (Jakarta: Kencana Prenada Media Group,2012), hal. 34.

C. Subjek dan Objek Penelitian

1. Subjek Penelitian

Subjek dalam penelitian ini adalah siswa kelas XI MIPA 9 SMAN 3 Sidoarjo. Pertama, diambil subjek sebanyak satu kelas, kemudian dari kelas tersebut diambil 3 siswa menggunakan teknik *purposive sampling*. *Purposive sampling* adalah teknik pengambilan sampel sumber data dengan pertimbangan atau tujuan tertentu¹⁰². Pertimbangan yang digunakan dalam pengambilan sampel adalah kemampuan subjek dalam memenuhi seluruh indikator atau minimal 4 dari 5 indikator aksi mental penalaran kovariasional serta mampu menyelesaikan minimal 2 dari 3 soal kovariansi yang disediakan. Penentuan 3 subjek dari total satu kelas didasarkan pada aturan klasifikasi berikut.

Tabel 3.2.
Klasifikasi Penentuan Sampel

No	Kategori Pemenuhan Indikator
1.	Tidak memenuhi indikator aksi mental 1
2.	Memenuhi indikator aksi mental 1 dan 2
3.	Memenuhi indikator aksi mental 1, 2, dan 3
4.	Memenuhi indikator aksi mental 1, 2, 3, dan 4
5.	Memenuhi indikator seluruh aksi mental

Berdasarkan klasifikasi tersebut dan banyaknya soal yang dapat dikerjakan diperoleh 3 siswa sebagai subjek penelitian. Berikut daftar subjek beserta kode yang dibuat dalam penelitian ini, yaitu:

¹⁰² Sugiyono, *Metode Penelitian Pendidikan*, (Bandung: Alfabeta, 2015), h. 300

Tabel 3.3.
Daftar Subjek Penelitian

No.	Inisial Subjek	Kode Subjek
1.	MHB	S _A
2.	MDMDR	S _B
3.	RDS	S _C

Subjek yang termuat dalam daftar telah memenuhi klasifikasi yang telah ditentukan untuk dapat dijadikan sampel penelitian. Subjek tersebut mampu memenuhi klasifikasi pemenuhan indikator nomor 4 dan 5 serta mampu menyelesaikan minimal 2 dari 3 soal kovariansi.

2. Objek Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan tentang struktur argumentasi siswa pada penalaran kovariansional. Sehingga objek penelitian yang dimaksud dalam penelitian ini adalah struktur argumentasi siswa pada penalaran kovariansional.

D. Teknik dan Instrumen Pengumpulan Data

1. Teknik Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data pada penelitian ini menggunakan metode tes dan wawancara berbasis tugas. Deskripsi teknik pengumpulan data sebagai berikut:

a. Tes Kovariansi

Tes yang digunakan berbentuk uraian bebas sebanyak 3 butir soal. Soal yang pertama merupakan soal kovariansi masalah botol yang dibuat oleh Carlson dkk. Sedangkan soal yang kedua dikembangkan dari salah satu contoh soal kovariansi dalam buku kalkulus karya James Stewart. Pengembangan tugas tersebut berdasarkan kerangka kerja penalaran kovariansional Carlson. Soal yang ketiga merupakan pengembangan soal kovariansi yang dibuat oleh Koklu.

Tugas kovariansi yang diberikan bertujuan untuk memperoleh data kualitatif tentang struktur argumentasi siswa pada penalaran kovariansional berdasarkan komponen argumentasi McNeill dan Krajcik.

b. Wawancara Berbasis Tugas

Wawancara berbasis tugas merupakan teknik pengumpulan data yang digunakan untuk mengetahui struktur argumentasi siswa pada penalaran kovariansional berdasarkan komponen argumentasi McNeill dan Krajcik secara terperinci. Teknik ini dilakukan setelah subjek mengerjakan lembar tugas kovariansi. Hal ini bertujuan agar dapat dilakukan wawancara secara langsung.

Wawancara dilakukan untuk mendalami jawaban siswa pada saat mengerjakan tugas kovariansi, sehingga diperoleh penguatan pada argumentasi tertulis mereka. Wawancara yang dilakukan dalam penelitian ini adalah wawancara semi terstruktur, yaitu pedoman wawancara yang digunakan hanya berupa garis-garis besar permasalahan yang ditanyakan.

Dalam proses wawancara dibuat pedoman wawancara yang digunakan dengan tujuan agar prosesnya terarah dan tidak meluas ke pembahasan yang lain serta tidak ada bagian yang terlewatkan. Namun, pertanyaan yang terdapat pada pedoman dapat dikembangkan mengikuti keadaan dengan tetap mempertahankan makna dari pertanyaan. Dalam pelaksanaannya, digunakan rekam audio untuk merekam proses wawancara.

2. Instrumen Penelitian

Instrumen yang digunakan dalam penelitian adalah sebagai berikut:

a. Lembar Tes Kovariansi

Tes penalaran kovariansi yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari 3 macam soal yang berbentuk uraian. Ketiga soal tersebut meminta siswa untuk menggambarkan sebuah grafik fungsi berdasarkan masalah kovariansi yang ada sekaligus diminta untuk menjelaskan grafik yang dibuat.

Soal yang pertama berisi masalah kovariansi pada botol yang diisi air. Soal ini merupakan masalah kovariansi yang dibuat oleh Carlson dkk. Soal yang kedua berisi masalah kovariansi pada sebuah gelas cekung yang diisi dengan jus jeruk. Soal ini merupakan pengembangan dari contoh soal kovariansi dalam buku kalkulus karya James Stewart pada materi *applications of differentiation*. Soal yang ketiga berisi masalah kovariansi pada dua mobil yang berjalan ke arah satu sama lain dengan kecepatan yang berbeda pada saat tertentu. Soal ini dikembangkan dari masalah kovariansi yang dibuat oleh Koklu.

Suatu instrumen dikatakan valid apabila instrumen tersebut dapat mengukur apa yang seharusnya diukur¹⁰³. Berdasarkan pernyataan tersebut, sebelum lembar tes kovariansi diberikan kepada subjek terpilih, terlebih dahulu soal divalidasi oleh validator untuk mengetahui kelayakan soal.

b. Lembar Pedoman Wawancara

Pedoman wawancara dibuat berdasarkan indikator struktur argumentasi pada setiap aksi mental kovariansional. Indikator tersebut didasarkan pada kerangka kerja penalaran kovariansional Carlson dkk serta definisi dari setiap komponen argumentasi McNeill dan Krajcik. Lembar pedoman wawancara dapat dilihat dalam *Lampiran A*.

Setelah penyusunan instrumen penelitian selesai, dilakukan validasi untuk memperoleh saran dan kritik agar menghasilkan instrumen yang layak digunakan. Berikut daftar validator instrumen dalam penelitian ini.

¹⁰³Sugiyono, Op.Cit,h.121.

Tabel 3.4.
Daftar Validator Instrumen Penelitian

No	Nama	Jabatan
1.	Novita Vindri Harini, M.Pd.	Dosen Pendidikan Matematika UIN Sunan Ampel Surabaya
2.	Dra. Toifatul Muslimah, M.Pd.	Guru Matematika SMAN 1 Sidoarjo
3.	Sri Wahyuning Ari, S.Pd.	Guru Matematika SMAN 3 Sidoarjo

E. Keabsahan Data

Pada penelitian kualitatif, keabsahan data dapat digunakan untuk menghasilkan data yang valid. Penelitian ini menggunakan metode *triangulasi* untuk mengecek kebenaran data dan memperoleh data yang valid serta untuk mengatasi perbedaan antar sumber yang sama sekali tidak sama. *Triangulasi* adalah teknik pemeriksaan kevalidan data yang memanfaatkan sesuatu di luar data itu untuk keperluan pengecekan atau sebagai pembanding terhadap sesuatu yang lain¹⁰⁴.

Triangulasi terdiri dari *triangulasi sumber*, *triangulasi teknik*, dan *triangulasi waktu*¹⁰⁵. Untuk menguji kredibilitas data dalam penelitian ini digunakan *triangulasi sumber*. *Triangulasi sumber* adalah pengecekan derajat keyakinan data penelitian dengan cara melakukan pengecekan penelitian berdasarkan sumber pengumpulan data¹⁰⁶.

Data dari seluruh subjek dibandingkan untuk memperoleh data yang valid. Data dikatakan valid jika data antar sumber

¹⁰⁴ Iskandar, *Metode Penelitian Pendidikan dan Sosial* (Kuantitatif dan Kualitatif), (Jakarta: Gaung Persada Press, 2008), 230.

¹⁰⁵ Sugiyono, *Metode Penelitian Pendidikan* (Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R & D), (Bandung: Alfabeta, 2013), 127.

¹⁰⁶ *Ibid*

memiliki kesamaan. Jika tidak ditemukan kesamaan antar subjek tersebut, maka dilakukan wawancara kembali kepada subjek yang berbeda tetapi masih dalam kemampuan yang dinilai mampu mewakili tujuan penelitian ini. Begitu seterusnya hingga ditemukan banyak kesamaan antar subjek. Setelah diperoleh data yang valid, maka data tersebut dianalisis untuk mendeskripsikan struktur argumentasi siswa pada penalaran kovariasional berdasarkan komponen argumentasi McNeill dan Krajcik.

F. Teknik Analisis Data

1. Analisis Hasil Penyelesaian Tes Kovariansi

Analisis hasil penyelesaian tes kovariansi dilakukan dengan mendeskripsikan proses menyelesaikan masalah kovariansi.

Langkah-langkah untuk menganalisis hasil tugas menyelesaikan tes kovariansi sebagai berikut:

- a. Mengoreksi hasil tes kovariansi dengan menggunakan kunci jawaban berdasarkan kerangka kerja penalaran kovariasional Carlson dkk.
- b. Mengklasifikasikan hasil jawaban siswa dengan kriteria indikator aksi mental penalaran kovariasional berdasarkan kerangka kerja Carlson yang tertera pada Tabel 2.1.
- c. Mengklasifikasikan hasil jawaban siswa sesuai dengan kategori pemenuhan indikator aksi mental untuk menentukan sampel penelitian sesuai dengan yang tertera dalam Tabel 3.2.
- d. Mengklasifikasikan hasil jawaban siswa dengan kriteria berdasarkan indikator deskripsi komponen argumentasi McNeill dan Krajcik pada penalaran kovariasional yang tertera pada Tabel 2.6.

2. Analisis Hasil Tes Wawancara

Teknik analisis data wawancara dalam penelitian ini menggunakan analisis data komponen Miles dan Huberman sebagai berikut:

a. Reduksi Data

Reduksi data adalah merangkum, memilih hal-hal yang pokok, memfokuskan pada hal-hal yang penting, dicari tema dan polanya dan membuang yang tidak perlu. Setelah

direduksi, hasil wawancara dituangkan secara tertulis dengan cara sebagai berikut:

1) Memutar hasil rekaman wawancara.

Pemutaran rekaman wawancara dilakukan secara berulang-ulang agar mendapat informasi secara maksimal.

2) Mentranskrip hasil wawancara

Informasi dari hasil rekaman wawancara kemudian dituliskan dalam sebuah transkrip hasil wawancara. Di dalam transkrip wawancara terdapat beberapa kode yang digunakan untuk meringkas penulisan. Pengkodean yang digunakan dijelaskan sebagai berikut:

P : Peneliti

S : Siswa yang menjadi subjek penelitian

w : Subjek penelitian dengan kode A, B, C, D, E, F, G.

x : Tes kovariansi ke-x = 1,2,3

y : Wawancara sesi ke-y = 1,2

z : Jawaban ke-z = 1,2,3,....

Contoh pengkodean: $S_{A1.1.2}$ = Subjek dengan kode S_A untuk tes kovariansi 1 pada wawancara sesi ke 1 dan jawaban ke 2.

3) Memeriksa kembali hasil transkrip.

Memeriksa dan memilih hasil transkrip wawancara yang sesuai dengan hasil tes kovariansi, sehingga transkrip dapat melengkapi data hasil tes.

b. Penyajian Data

Penyajian data dilakukan dengan langkah berikut:

1) Membahas data hasil wawancara.

Mengolah dan membahas hasil transkrip wawancara dengan menggunakan *triangulasi sumber*, yaitu membandingkan hasil wawancara antara satu subjek dengan subjek yang lainnya.

2) Menyajikan data hasil wawancara.

Mendeskripsikan data hasil wawancara yang telah dicek keabsahannya melalui *triangulasi sumber*.

c. Penarikan Kesimpulan

Pada tahap ini, dibuat kesimpulan penelitian berdasarkan hasil pengecekan keabsahan data menggunakan *triangulasi sumber* untuk mendeskripsikan struktur argumentasi siswa pada penalaran kovariasional berdasarkan komponen argumentasi McNeill dan Krajcik.

G. Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian ini terdiri dari empat tahap, yaitu :

1. Tahap Persiapan

Tahap ini dilakukan sebelum dilaksanakannya penelitian dengan tujuan untuk mempersiapkan segala sesuatu yang dibutuhkan dalam penelitian. Tahap ini meliputi:

- a. Penyusunan proposal penelitian
- b. Diskusi dengan dosen pembimbing perihal proposal penelitian
- c. Pelaksanaan seminar proposal
- d. Penyusunan instrumen penelitian
- e. Pengecekan kevalidan instrumen penelitian oleh validator
- f. Permintaan izin pelaksanaan penelitian di SMAN 3 Sidoarjo
- g. Penentuan kelas dan waktu untuk penelitian dengan guru matematika SMAN 3 Sidoarjo

2. Tahap Pelaksanaan

Tahap ini merupakan tahap terjadinya proses penelitian yang terdiri dari beberapa tahapan sebagai berikut:

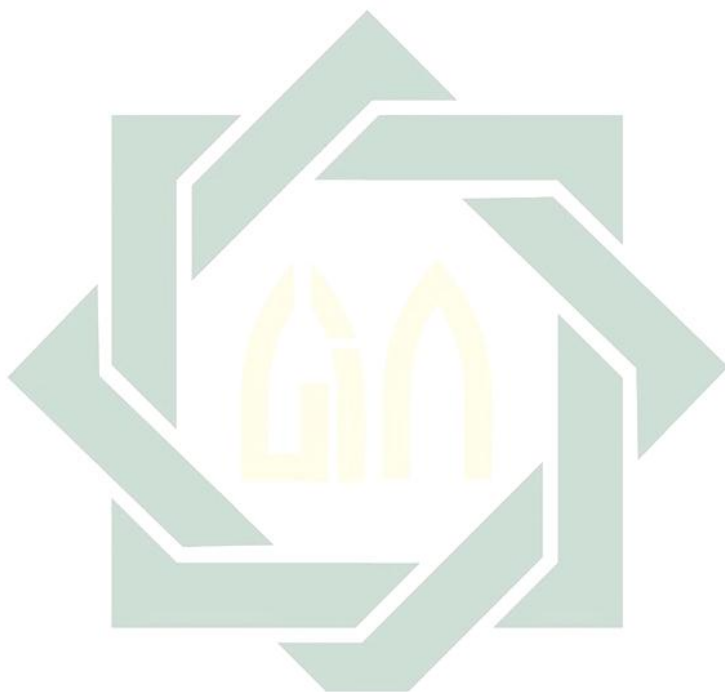
- a. Pemberian lembar tes kovariansi kepada subjek penelitian
- b. Pengerjaan lembar tes kovariansi oleh subjek penelitian
- c. Pelaksanaan wawancara kepada subjek terpilih

3. Tahap Analisis Data

Tahap ini merupakan tahap pelaksanaan proses analisis data yang telah diperoleh berdasarkan penelitian yang telah dilakukan. Penelitian ini dianalisis menggunakan teknik analisis data yang telah dijelaskan sebelumnya.

4. Tahap Akhir

Pada tahap ini, dilakukan penyusunan laporan akhir penelitian yang didasarkan pada hasil analisis data dan pembahasan yang telah diperoleh.



Nb: Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB IV

HASIL PENELITIAN

Pada bab ini disajikan deskripsi dan analisis data hasil penelitian untuk mengetahui struktur argumentasi siswa pada penalaran kovariasional berdasarkan komponen argumentasi McNeill dan Krajcik.

A. Deskripsi Data

Pada tes kovariansi 1 yang ditunjukkan dalam gambar 2.2, subjek diminta untuk membuat sebuah grafik dari kejadian dinamis berupa pengisian air secara terus menerus dengan jumlah yang sama setiap waktu di dalam botol yang berbentuk bola dengan bagian leher sampai atas berbentuk tabung. Karena botol berbentuk bola, sehingga menyebabkan terjadi perbedaan pertambahan ketinggian air di setiap bagiannya. Hal ini menjadikan grafik yang dihasilkan memiliki perubahan dari peningkatan ke penurunan atau dari penurunan ke peningkatan.

Pada tes kovariansi 1, hanya terdapat 2 subjek dengan hasil konstruksi grafik berbentuk kurva mulus yang memenuhi seluruh indikator penalaran kovariasional dan 1 subjek dengan konstruksi grafik yang memenuhi minimal 4 indikator penalaran kovariasional. Sementara itu, 23 dari 30 subjek mengalami kekeliruan dalam menentukan variabel independen dan variabel dependen meskipun grafik yang dihasilkan berbentuk kurva mulus. Subjek yang tersisa berjumlah 4 orang hanya mampu memenuhi 2 dari 5 indikator penalaran kovariasional. Dengan demikian, pada tes kovariansi 1 terdapat 3 subjek yang memenuhi klasifikasi dikarenakan telah memenuhi pemenuhan indikator nomor 4 dan 5.

Berikut disajikan klasifikasi hasil konstruksi grafik tes kovariansi 1 berdasarkan terpenuhinya indikator penalaran kovariasional.

Tabel 4.1
Klasifikasi Hasil Konstruksi Grafik pada Tes Kovariansi 1

No	Klasifikasi Pemenuhan Indikator	Banyak subjek	Perse ntase
1.	Tidak memenuhi indikator aksi mental 1	23	76,6 %
2.	Memenuhi indikator aksi mental 1 dan 2	4	13,3 %
3.	Memenuhi indikator aksi mental 1, 2, dan 3	0	0 %
4.	Memenuhi indikator aksi mental 1, 2, 3, dan 4	1	3,3%
5.	Memenuhi indikator seluruh aksi mental	2	6,6 %

Adapun 3 subjek yang memenuhi klasifikasi diberi kode S_A , S_B , dan S_C . Dua subjek dengan dengan hasil konstruksi grafik berbentuk kurva mulus yang memenuhi seluruh indikator penalaran kovariansional diberi kode S_A dan S_C . Sementara satu subjek dengan grafik yang memenuhi minimal 4 indikator diberi kode S_B .

Masalah kovariansi 2 memiliki konsep yang sama dengan masalah kovariansi 1. Subjek diminta membuat grafik kejadian dinamis dari jus jeruk yang dituangkan secara terus menerus dalam sebuah gelas cekung. Masalah kovariansi 2 dapat dilihat pada gambar 2.3.

Pada tes kovariansi 2, hanya terdapat 2 subjek yang mampu menggambarkan grafik berbentuk kurva mulus serta memenuhi seluruh indikator penalaran kovariansional dan 4 subjek dengan konstruksi grafik yang memenuhi minimal 4 indikator penalaran kovariansional. Sedangkan 18 subjek mengalami kekeliruan dalam menentukan variabel independen dan variabel dependen. Sisanya, sebanyak 6 subjek menggambarkan grafik garis lurus dengan kemiringan segmen positif, sehingga hanya memenuhi 2 dari 5 indikator penalaran kovariansional. Dengan demikian, maka terdapat 6 subjek yang memenuhi klasifikasi dikarenakan mampu memenuhi pemenuhan indikator pada nomor 4 dan 5.

Berikut disajikan klasifikasi hasil konstruksi grafik tes kovariansi 2 berdasarkan terpenuhinya indikator penalaran kovariasional.

Tabel 4.2
Klasifikasi Hasil Konstruksi Grafik pada Tes Kovariansi 2

No	Klasifikasi Pemenuhan Indikator	Banyak subjek	Persentase
1.	Tidak memenuhi indikator aksi mental 1	18	60 %
2.	Memenuhi indikator aksi mental 1 dan 2	6	20 %
3.	Memenuhi indikator aksi mental 1, 2, dan 3	0	0 %
4.	Memenuhi indikator aksi mental 1, 2, 3, dan 4	4	13,3%
5.	Memenuhi indikator seluruh aksi mental	2	6,6 %

Adapun enam subjek yang memenuhi klasifikasi diberi kode S_A , S_B , S_D , S_E , S_F , dan S_G . Dua subjek dengan grafik berbentuk kurva mulus yang memenuhi seluruh indikator penalaran kovariasional adalah subjek S_A dan subjek S_F . Sedangkan subjek S_B , S_D , S_E dan S_G merupakan subjek dengan hasil konstruksi grafik memenuhi minimal 4 indikator penalaran kovariasional.

Pada tugas kovariansi 3 yang tertera pada gambar 2.4, subjek diminta untuk membuat sebuah grafik dari dua mobil yang berjalan dari arah yang berbeda menuju ke arah satu sama lain dengan gerak lurus berubah beraturan. Grafik yang dibuat menggambarkan jarak antara dua mobil terhadap waktu yang ditempuh. Ketika mobil semakin dekat satu sama lain, mereka berjalan semakin cepat. Kemudian mereka berpapasan, setelah berpapasan mereka berjalan semakin lambat ketika menjauh satu sama lain.

Pada tes kovariansi 3, hanya terdapat 1 subjek dengan hasil konstruksi grafik yang memenuhi minimal 4 indikator penalaran kovariasional. Sementara sisanya mengalami kekeliruan dalam membuat pelabelan grafik. Dengan demikian, terdapat 1 subjek yang memenuhi klasifikasi karena telah memenuhi pemenuhan indikator pada nomor 4.

Berikut disajikan klasifikasi hasil konstruksi grafik tes kovariansi 3 berdasarkan terpenuhinya indikator penalaran kovariasional. Adapun subjek yang memenuhi minimal 4 indikator diberi kode subjek S_C .

Tabel 4.3
Klasifikasi Hasil Konstruksi Grafik pada Tes Kovariansi 3

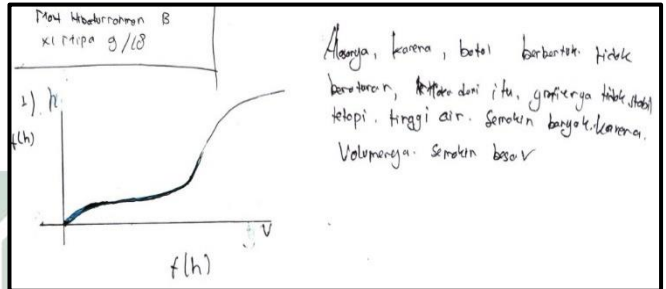
No	Klasifikasi Pemenuhan Indikator	Banyak subjek	Persentase
1.	Tidak memenuhi indikator aksi mental 1	29	96,6 %
2.	Memenuhi 2 indikator aksi mental 1 dan 2	0	0 %
3.	Memenuhi indikator aksi mental 1, 2, dan 3	0	0 %
4.	Memenuhi indikator aksi mental 1, 2, 3, dan 4	1	3,3%
5.	Memenuhi indikator seluruh aksi mental	0	0 %

Berdasarkan hasil klasifikasi yang telah dilakukan pada setiap soal dapat diketahui bahwa terdapat 3 subjek yang mampu memenuhi klasifikasi pemenuhan indikator 4 dan 5 dalam dua soal kovariansi. Ketiga subjek tersebut yaitu subjek S_A , S_B , dan S_C . Berikut disajikan deskripsi data dari subjek S_A , S_B , dan S_C .

1. Subjek S_A
 - a. Tes Kovariansi 1

Subjek S_A menghasilkan konstruksi grafik yang berbentuk kurva mulus. Ia memberikan alasan bahwa ketinggian air di dalam botol mengalami perbedaan perubahan akibat bentuk botol yang tidak beraturan ketika air ditambahkan ke dalam botol secara konstan. Bentuk botol yang tidak beraturan menyebabkan adanya perbedaan luas penampang botol yang terdapat di bagian bawah, tengah dan leher botol. Kemudian dari leher botol ke bagian atas tidak memiliki perbedaan luas penampang karena berbentuk

tabung. Perbedaan perubahan ketinggian air ditunjukkan subjek S_A dengan adanya belokan pada grafik yang dibuat. Berikut hasil konstruksi grafik tes kovariansi 1 subjek S_A .



Gambar 4.1
Konstruksi Grafik Tes Kovariansi 1 Subjek S_A

Berdasarkan masalah kovariansi yang disediakan, subjek S_A memberi penjelasan untuk mengungkap lebih lanjut tentang kemampuan penalaran kovariasional dan struktur argumentasi yang mendasari setiap aksi mental penalaran kovariasional pada saat wawancara. Berikut kutipan wawancara subjek S_A sesi ke-1.

- P : Jelaskan apa yang kamu ketahui dan pahami ketika membaca soal ini!
- $S_{A1.1.1}$: Saya memahami bahwa ketinggian air semakin banyak atau meningkat ketika volume air semakin besar. Ketinggian air juga mengalami perubahan yang tidak sama, sehingga bentuk grafik tidak stabil karena bentuk botol yang tidak beraturan atau berbentuk bola.
- P : Bagaimana kamu membuat grafik dari keadaan ini?
- $S_{A1.1.2}$: Air kan dimasukkan dengan banyak yang sama, karena bentuk wadahnya ini kan bulat, jadi pertambahan tingginya lebih

tinggi dari bagian tengah karena luas permukaan di bawah lebih kecil dari yang di tengah. Kemudian dari tengah botol ke bagian atas itu penambahan tingginya lebih mengecil dari bagian tengah, karena luas permukaan di bagian tengah lebih besar, sehingga grafiknya arahnya seperti ini (*menunjuk pada grafik*)

P : Variabel apa saja yang kamu dapatkan untuk membentuk grafik berdasarkan kejadian dalam soal?

S_{A1.1.3} : Volume dan ketinggian, volume itu merupakan banyaknya air.

P : Coba tentukan variabel yang berada di sumbu vertikal dan sumbu horizontal!

S_{A1.1.4} : Yang jadi fungsi adalah tingginya, jadi ya ketinggian yang jadi sumbu y dan volume di sumbu x (*sambil menunjuk bagian sumbu vertikal dan horizontal pada gambar grafiknya*)

P : Apakah kedua variabel tersebut saling berhubungan satu sama lain? Mengapa?

S_{A1.1.5} : Iya, karena ketika air yang dimasukkan ke dalam botol terus ditambah maka ketinggian air akan otomatis bertambah.

P : Coba jelaskan apa yang terjadi di bagian ini? (*menunjuk pada titik belok grafik*)

S_{A1.1.6} : Ya itu tadi bu, karena dari bagian bawah ke tengah botol itu luasnya berbeda, sehingga penambahan ketinggian air disini menjadi lebih lambat atau sedikit dari awalnya. Kemudian dari tengah ke atas botol ini kan luasnya mengecil, sehingga penambahan ketinggiannya menjadi lebih cepat atau banyak daripada di bagian tengah tadi.

P : Mengapa kamu membuat grafik dengan bentuk kurva mulus seperti ini? (*menunjuk pada grafik yang dibuat subjek*)

S_{A1.1.7} : (*berpikir sejenak*) Saya tidak tahu teorinya, pokoknya ya seperti ini karena airnya kan dimasukkan terus menerus sedangkan bentuk botolnya memiliki luas yang berbeda di setiap bagian.

Setelah wawancara sesi ke-1 selesai, dilanjutkan dengan wawancara sesi ke-2. Berikut kutipan wawancara subjek S_A sesi ke-2.

P : Buatlah pernyataan atau kesimpulan yang berkaitan dengan keadaan dalam soal!

S_{A1.2.1} : Ketinggian air akan bertambah banyak karena volume semakin besar, namun ketinggian air mengalami perbedaan perubahan dikarenakan bentuk botol yang tidak beraturan. Jadi, bentuk botol mempengaruhi bentuk grafik yang dihasilkan.

P : Tunjukkan hal yang bisa membuktikan pernyataanmu tersebut!

S_{A1.2.2} : (*berpikir sejenak*) Mungkin dengan menggunakan grafik ini.

P : Mengapa grafik ini bisa membuktikan pernyataanmu?

S_{A1.2.3} : Ya tadi kan ada perbedaan perubahan pada ketinggian di bagian bawah, tengah dan atas botol, sehingga itu bisa ditunjukkan dengan bentuk grafik ini yang tidak lurus begitu saja.

P : Apa yang terjadi pada ketinggian air jika banyak air terus bertambah?

S_{A1.2.4} : Ketinggian air akan meningkat ke atas.

P : Bagian mana yang menunjukkan peningkatan ketinggian air?

S_{A1.2.5} : Grafik ini yang arahnya ke atas (*menunjuk ke grafik*)

- P : Apa yang terjadi pada ketinggian air ketika volume air berada di bagian bawah, tengah, dan atas botol?
- S_{A1.2.6} : Di bagian bawah pertambahan ketinggian air lebih cepat lalu melambat ketika di tengah dan kembali cepat lagi ketika menuju ke atas botol.
- P : Bagian grafik mana yang menunjukkan perbedaan tersebut?
- S_{A1.2.7} : Ini bu yang melengkung-lengkung (*menunjuk pada titik belok grafik*)
- P : Apa yang terjadi pada grafik perubahan ketinggian air jika air dimasukkan secara terus menerus ke dalam botol?
- S_{A1.2.8} : Ya begini bu grafiknya (*menunjuk ke grafik yang dibuat*)

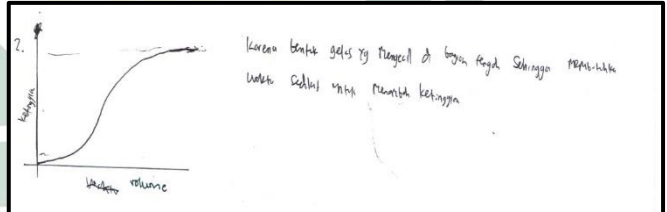
Kutipan wawancara tersebut menunjukkan bahwa subjek S_A menyadari bahwa meskipun air dimasukkan dengan jumlah yang sama setiap waktu, ketinggian air tidak mengalami perubahan yang sama setiap waktu, sehingga laju perubahannya berbeda di setiap bagian botol yang menyebabkan grafik memiliki kemiringan yang berbeda. Namun, ketika ditanya mengenai perubahan sesaat ketinggian air sebagai akibat dari banyaknya air yang ditambahkan secara konstan dan terus menerus, ia tidak bisa memberikan penjelasan secara benar meskipun grafiknya berbentuk kurva mulus.

Dari kutipan wawancara sesi ke-1 dan sesi ke-2 juga terlihat bahwa ketika subjek S_A berargumen, terdapat beberapa pernyataan yang dapat dikategorikan sebagai komponen argumentasi tipe *claim*. Hal itu ditunjukkan dengan kemampuannya memberikan kesimpulan awal atau pernyataan yang berkaitan dengan pertanyaan yang diberikan. Beberapa pernyataan yang dibuat oleh subjek S_A juga didukung dengan adanya fakta atau bukti yang memperkuat pernyataan tersebut. Adanya bukti yang digunakan

untuk memperkuat *claim* yang diungkapkan menunjukkan bahwa terdapat komponen argumentasi tipe *evidence*.

b. Tes Kovariansi 2

Subjek S_A menyelesaikan masalah kovariansi 2 dengan menggambarkan sebuah grafik berbentuk kurva mulus yang memiliki titik belok. Ia memahami bahwa masalah kovariansi 2 memiliki konsep yang sama dengan masalah kovariansi 1. Perbedaannya terletak pada wadah yang digunakan. Jika masalah kovariansi 1 bagian tengah wadah melebar, pada masalah kovariansi 2 bagian tengah wadah menyempit. Hal itu menyebabkan grafik yang dihasilkan akan berbeda dari masalah kovariansi 1 dan 2. Ia juga menjelaskan bahwa pada masalah kovariansi 2, ketinggian jus jeruk menjadi lebih cepat di bagian tengah daripada di bagian bawah dan atas botol. Berikut hasil konstruksi grafik tes kovariansi 2 subjek S_A .



Gambar 4.2

Konstruksi Grafik Tes Kovariansi 2 Subjek S_A

Berdasarkan masalah kovariansi yang disediakan, subjek S_A memberi penjelasan untuk mengungkap lebih lanjut tentang kemampuan penalaran kovariansional dan struktur argumentasi yang mendasari setiap aksi mental penalaran kovariansional pada saat wawancara. Berikut kutipan wawancara subjek S_A sesi ke-1.

P : Jelaskan apa yang pertama kali kamu pahami ketika mengerjakan soal ini!

- SA2.1.1 : Yang saya pahami ketika membaca soal ini adalah bahwa konsep yang digunakan sama dengan soal sebelumnya. Jadi, penambahan ketinggian jus jeruk dipengaruhi oleh bentuk gelas yang sempit di tengah.
- P : Apa yang terjadi pada ketinggian jus jeruk jika bentuk gelasnya seperti ini?
- SA2.1.2 : Jadi, ketinggian jus jeruk di bawah gelas itu lebih sedikit dan lambat serta menjadi lebih cepat ketika ketinggian jus jeruk mencapai tengah gelas, kemudian menjadi lebih lambat lagi dari tengah gelas ke bagian atas gelas.
- P : Mengapa hal itu mempengaruhi penambahan ketinggian jus jeruk?
- SA2.1.3 : Karena luas di setiap bagian gelas berbeda.
- P : Tunjukkan bagian dari grafik yang menunjukkan perubahan penambahan ketinggian jus jeruk!
- SA2.1.4 : Bagian ini (*menunjuk pada bagian titik belok dalam grafik*)
- P : Apa yang terjadi pada bagian ini ? (*menunjuk pada bagian titik belok grafik*)
- SA2.1.5 : Kalau yang ini (*titik belok pertama*) karena ketinggian jus jeruk berubah menjadi lebih cepat daripada sebelumnya karena bagian gelasnya menyempit. Kemudian bagian ini (*titik belok kedua*) karena ketinggian jus jeruk yang awalnya cepat kembali menjadi lebih lambat karena bagian gelasnya lebih lebar.
- P : Mengapa laju perubahan ketinggian jus jeruk bisa berbeda?
- SA2.1.6 : Karena luas bagian gelas kan berbeda-beda, sedangkan jus jeruknya terus dituangkan dengan banyak yang sama.
- P : Mengapa grafik yang kamu buat berbentuk kurva mulus seperti ini?

- S_{A2.1.7} : Mungkin alasannya sama seperti yang soal pertama tadi bu.
- P : Mengapa kamu memberi label sumbu vertikal dengan nama ketinggian dan sumbu horizontal dengan nama volume?
- S_{A2.1.8} : Sesuai soal saja bu, kan tinggi yang jadi fungsi dari banyaknya jus jeruk yang dimasukkan ke dalam gelas.
- P : Apakah antara ketinggian dan volume jus jeruk saling berhubungan? mengapa?
- S_{A2.1.9} : Karena jika volume terus bertambah, tinggi jus juga akan bertambah.
- P : Apa yang terjadi pada grafik ketinggian jus jeruk jika volume terus menerus ditambahkan?
- S_{A2.1.10} : Grafiknya akan terus ke atas.

Setelah wawancara sesi ke-1 selesai, dilanjutkan dengan wawancara sesi ke-2. Berikut kutipan wawancara subjek S_A sesi ke-2.

- P : Buatlah pernyataan atau kesimpulan yang berkaitan dengan keadaan dalam soal!
- S_{A2.2.1} : Sama seperti soal sebelumnya tadi bu, bahwa perubahan ketinggian jus jeruk dipengaruhi oleh bentuk gelas yang cekung di tengah.
- P : Tunjukkan hal yang bisa membuktikan pernyataanmu tersebut!
- S_{A2.2.2} : Ya grafik ini bu.
- P : Mengapa grafik ini bisa membuktikan pernyataanmu?
- S_{A2.2.3} : Ya tadi kan saya jelaskan kalau perbedaan luas gelasnya itu mempengaruhi pertambahan ketinggian jus jeruk, sehingga grafiknya berbentuk seperti ini untuk menunjukkan perbedaan pertambahan ketinggian tadi.

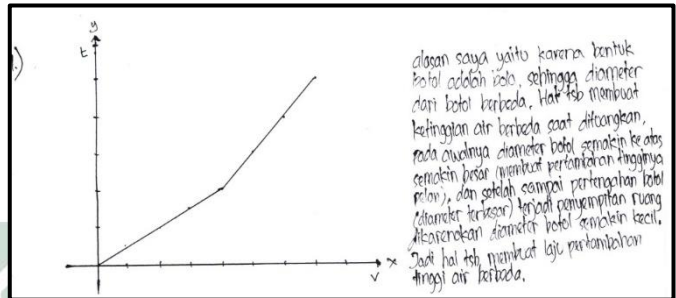
Berdasarkan kutipan wawancara tersebut, dapat diketahui bahwa pemahaman konsep subjek S_A terhadap permasalahan kovariansi 2 menjadi lebih matang. Hal itu karena ia telah mendapat pemahaman dari masalah kovariansi 1.

Meskipun hampir sama, subjek S_A tidak terpancing untuk serta merta menyamakan keseluruhan aspek dari masalah kovariansi 1 dan 2. Ia mampu menjelaskan perbedaan di antara keduanya dengan baik. Ia juga mampu membuat bentuk grafik yang berbeda dari masalah kovariansi 1 dan 2. Selain itu, subjek S_A juga mampu menunjukkan bahwa grafik yang dibuat dapat menjadi bukti untuk menguatkan pernyataan yang dibuat.

2. Subjek S_B
 - a. Tes Kovariansi 1

Subjek S_B menghasilkan konstruksi segmen garis yang mendekati grafik namun tidak berbentuk kurva mulus. Ia memberikan pernyataan bahwa dikarenakan bentuk botol adalah bola, sehingga diameter dari setiap bagian botol berbeda. Hal tersebut membuat penambahan ketinggian air juga berbeda. Pada awalnya, diameter botol semakin ke atas semakin besar (membuat penambahan tingginya pelan). Setelah sampai di tengah (diameter terbesar), menuju ke atas diameter botol semakin kecil (membuat penambahan tingginya lebih cepat). Perbedaan diameter botol tersebut mempengaruhi laju penambahan tinggi air.

Berikut hasil konstruksi grafik tes kovariansi 1 subjek S_B .



Gambar 4.3
Konstruksi Grafik Tes Kovariansi 1 Subjek S_B

Berdasarkan masalah kovariansi yang disediakan, subjek S_B memberi penjelasan untuk mengungkap lebih lanjut tentang kemampuan penalaran kovariasional dan struktur argumentasi yang mendasari setiap aksi mental penalaran kovariasional pada saat wawancara. Berikut kutipan wawancara subjek S_B sesi ke-1.

P : Coba jelaskan apa yang kamu ketahui dan kamu pahami dari soal tersebut!

$S_{B1.1.1}$: Pertama, saya membayangkan bahwa ada air yang dimasukkan ke dalam sebuah bangun ruang. Kemudian saya membayangkan kejadian setelah air terus ditambahkan ke dalamnya dengan banyak yang sama. Karena bangun ruangnya berbentuk bola, semakin ke tengah diameternya semakin besar, lalu setelah bagian diameter yang paling besar, semakin ke atas semakin mengecil lagi. Hal tersebut menyebabkan laju pertambahan ketinggian di awal lebih lambat sampai ke tengah, kemudian menjadi cepat sampai ke bagian atas.

- P : Bagaimana kamu membuat grafik dari kejadian ini?
- S_{B1.1.2} : Pertama, saya mencoba memindahkan konsep bayangan saya tadi ke dalam bentuk grafik. Sehingga bentuk grafiknya memiliki perbedaan di beberapa bagian akibat diameter bola yang berbeda.
- P : Variabel apa saja yang kamu dapatkan untuk membentuk grafik sesuai dengan kejadian dalam soal?
- S_{B1.1.3} : Ketinggian air dan penambahan banyaknya air.
- P : Tentukan variabel yang berada di sumbu vertikal dan sumbu horizontal!
- S_{B1.1.4} : Untuk sumbu y (*vertikal*) adalah ketinggian air, dan sumbu x (*horizontal*) adalah penambahan banyaknya air.
- P : Apakah kedua variabel tersebut saling berhubungan satu sama lain? Mengapa?
- S_{B1.1.5} : Berhubungan, alasannya kan airnya selalu ditambahkan ke dalam botol, sehingga ketinggian airnya juga akan bertambah.
- P : Mengapa kamu membuat titik-titik dalam grafikmu?
- S_{B1.1.6} : Itu untuk memperjelas letak perubahannya saja bu, sehingga bisa tau jika air bertambah di titik sekian, maka ketinggian bertambah sekian.
- P : Apa yang akan terjadi pada bentuk grafik jika banyaknya air ditambahkan secara terus menerus?
- S_{B1.1.7} : Mungkin seharusnya tidak lurus begini bu grafiknya, karena kan bentuk bangun ruangnya juga ada belokannya. (*menunjuk ke grafik yang dibuatnya*)
- P : Bagaimana seharusnya bentuk dari grafik itu?
- S_{B1.1.8} : Seharusnya ada belok-beloknya bu.

- P : Jelaskan mengapa bentuk grafikmu memiliki kemiringan yang berbeda seperti ini? (*menunjuk pada perbedaan kemiringan grafik subjek*)
- S_{B1.1.9} : Karena itu tadi bu, bangunnya memiliki diameter yang berbeda, sehingga dari bawah ke tengah botol yang diameternya besar, ketinggian air mengalami perubahan yang lebih lambat sehingga grafiknya berbentuk seperti ini (*menunjuk grafik yang lebih landai*). Kemudian dari tengah botol ke atas botol diameternya mengecil, sehingga penambahan tinggi air lebih cepat, jadi bentuk grafiknya lebih curam ke atas.

Setelah wawancara sesi ke-1 selesai, dilanjutkan dengan wawancara sesi ke-2. Berikut kutipan wawancara subjek S_B sesi ke-2.

- P : Buatlah pernyataan atau kesimpulan yang berkaitan dengan keadaan dalam soal!
- S_{B1.2.1} : Bentuk bangun ruang yang digunakan untuk mengisi air dapat mempengaruhi perubahan ketinggian air. Jadi, bentuk grafiknya dipengaruhi oleh bentuk bangun ruang yang digunakan.
- P : Tunjukkan hal yang bisa membuktikan pernyataanmu tersebut!
- S_{B1.2.2} : Mungkin dengan melakukan praktek atau membuat video.
- P : Apakah sebuah grafik bisa membuktikan pernyataanmu?
- S_{B1.2.3} : Mungkin bisa.
- P : Apa yang terjadi pada ketinggian air jika banyak air terus bertambah?
- S_{B1.2.4} : Ketinggiannya juga akan bertambah, tapi laju pertambahannya berbeda di setiap bagian bangun ruang.

- P : Bagian mana yang menunjukkan pertambahan ketinggian air?
- S_{B1.2.5} : Grafik yang ke atas ini bu.
- P : Apa yang terjadi pada ketinggian air ketika volume air berada di bagian bawah, tengah, dan atas botol?
- S_{B1.2.6} : Kalau di bagian bawah ke tengah pertambahannya lebih sedikit karena diameternya membesar. Kemudian dari tengah ke atas pertambahannya lebih besar karena diameternya mengecil.
- P : Bagian grafik mana yang menunjukkan perbedaan tersebut?
- S_{B1.2.7} : Ini bu (*menunjuk bagian grafik yang landai dan curam ke atas*),tapi seharusnya bentuknya belok-belok seperti yang saya jelaskan tadi, hehe.
- P : Apa yang terjadi pada grafik perubahan ketinggian air jika air dimasukkan secara terus menerus ke dalam botol?
- S_{B1.2.8} : Grafik akan mempunyai belokan-belokan yang lebih halus daripada garis miring lurus seperti ini.

Berdasarkan kutipan wawancara tersebut, subjek S_B mencoba membayangkan ada air yang dimasukkan ke dalam suatu bangun ruang yang diyakininya berbentuk bola. Kemudian ia juga membayangkan yang akan terjadi ketika air terus ditambahkan ke dalam bangun ruang tersebut. Ia menyadari bahwa bangun ruang tersebut memiliki diameter yang berbeda di bagian bawah, tengah, dan atas botol, sehingga laju pertambahan ketinggian air akan berbeda.

Pada awalnya, subjek S_B tidak menyadari bahwa ada pengaruh dari proses penambahan air ke dalam botol yang dilakukan secara terus menerus. Namun ketika proses wawancara, ia menyadari bahwa seharusnya bentuk grafik yang dihasilkan tidak berupa

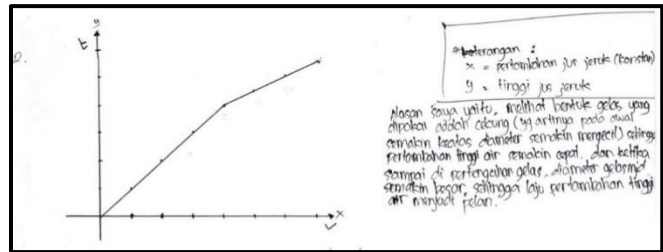
garis miring lurus seperti grafik yang telah dibuat olehnya melainkan berbentuk kurva mulus dengan beberapa belokan.

Berdasarkan kutipan wawancara tersebut diketahui bahwa subjek S_B merasa kurang yakin untuk menyatakan bahwa grafik yang dibuat mampu menjadi bukti untuk memperkuat kesimpulan yang dibuat olehnya. Meskipun demikian, ia mampu menunjukkan bukti dari beberapa pernyataan yang memenuhi indikator aksi mental penalaran kovariasional.

Dari kutipan wawancara sesi ke-1 dan sesi ke-2 terlihat bahwa ketika subjek S_B berargumen, terdapat beberapa pernyataan yang dapat dikategorikan sebagai komponen argumentasi tipe *claim*. Hal itu ditunjukkan dengan kemampuannya memberikan kesimpulan awal atau pernyataan yang berkaitan dengan pertanyaan yang diberikan. Beberapa pernyataan yang dibuat oleh subjek S_B juga didukung dengan adanya fakta atau bukti yang memperkuat pernyataan tersebut. Adanya bukti yang digunakan untuk memperkuat *claim* yang diungkapkan menunjukkan bahwa terdapat komponen argumentasi tipe *evidence*.

b. Tes Kovariansi 2

Subjek S_B memberikan penjelasan yang hampir sama dengan masalah kovariansi 1. Ia menjelaskan bahwa akibat adanya diameter yang berbeda di bagian gelas, mengakibatkan laju pertambahan ketinggian air berbeda. Berikut hasil konstruksi grafik tes kovariansi 2 subjek S_B .



Gambar 4.4
Konstruksi Grafik Tes Kovariansi 2 Subjek S_B

Berdasarkan masalah kovariansi yang disediakan, subjek S_B memberi penjelasan untuk mengungkap lebih lanjut tentang kemampuan penalaran kovariansional dan struktur argumentasi yang mendasari setiap aksi mental penalaran kovariansional pada saat wawancara. Berikut kutipan wawancara subjek S_B sesi ke-1.

P : Coba jelaskan apa yang kamu ketahui dan kamu pahami dari soal tersebut!

S_{B2.1.1} : Yang saya pahami ketika membaca soal nomor 2 adalah bahwa konsepnya sebenarnya sama seperti nomor 1. Ketinggian jus akan bertambah jikabanyak jus ditambah. Namun, penambahan jus jeruk dipengaruhi oleh bentuk bangun ruang.

P : Variabel apa saja yang kamu dapatkan untuk membentuk grafik sesuai dengan kejadian dalam soal?

S_{B2.1.2} : Sama seperti nomor 1, ketinggian jus jeruk dan penambahan banyaknya jus jeruk. Ketinggian di sumbu y dan banyak jus di sumbu x.

P : Ada berapa perbedaan pertambahan ketinggian jus jeruk pada gelas cekung?

- S_{B2.1.3} : Seharusnya dua kali bu, dari bawah itu kan menuju ke tengah menjadi lebih cepat, lalu dari tengah ke atas lebih lambat.
- P : Bagaimana besar perubahan ketinggian jus di bawah, tengah, dan atas gelas?
- S_{B2.1.4} : Di bawah tingginya lebih sedikit dari bagian tengah, lalu di bagian tengah itu tingginya lebih banyak dari bagian atas. Itu dipengaruhi karena gelasnyanya yang cekung.
- P : Bagaimana seharusnya bentuk dari grafik itu?
- S_{B2.1.5} : Seharusnya memiliki dua belokan dan tidak berupa garis lurus seperti ini.
- P : Jelaskan mengapa bentuk grafikmu memiliki kemiringan yang berbeda seperti ini ? *(menunjuk pada perbedaan kemiringan grafik subjek)*
- S_{B2.1.6} : Karena itu tadi bu, bangunnya memiliki diameter yang berbeda. Sehingga bentuk grafiknya menjadi lebih curam ke atas ketika menuju ke tengah gelas. Kemudian menjadi lebih landai lagi saat menuju ke atas gelas.

Setelah wawancara sesi ke-1 selesai, dilanjutkan dengan wawancara sesi ke-2. Berikut kutipan wawancara subjek S_B sesi ke-2.

- P : Buatlah pernyataan atau kesimpulan yang berkaitan dengan keadaan dalam soal!
- S_{B2.2.1} : Ya sama seperti nomor 1 bu, bahwa bentuk bangun ruang yang digunakan dapat mempengaruhi perubahan ketinggian jus jeruk. Jadi, bentuk grafiknya dipengaruhi oleh bentuk bangun ruang yang digunakan.
- P : Tunjukkan hal yang bisa membuktikan pernyataanmu tersebut!
- S_{B2.2.2} : Dengan grafik ini.

- P : Bagian grafik manakah yang menunjukkan pertambahan ketinggian jus jeruk?
- S_{B2.2.3} : Grafik yang mengarah ke atas ini bu.
- P : Apa yang terjadi pada ketinggian jus jeruk ketika volume jus jeruk berada di bagian bawah, tengah, dan atas gelas?
- S_{B2.2.4} : Kalau dari bagian bawah ke tengah pertambahannya lebih cepat karena diameternya menjadi lebih kecil. Kemudian dari tengah ke atas pertambahannya lebih lambat lagi karena diameternya lebih lebar daripada bagian tengah.
- P : Bagian grafik mana yang menunjukkan perbedaan tersebut?
- S_{B2.2.5} : Ini bu (*menunjuk bagian grafik yang landai dan curam ke atas*).
- P : Apa yang terjadi pada grafik perubahan ketinggian jus jeruk jika jus jeruk dimasukkan secara terus menerus ke dalam gelas?
- S_{B2.2.6} : Mungkin grafik tidak akan berbentuk garis miring lurus seperti ini.
- P : Seharusnya bagaimana ?
- S_{B2.2.7} : Seharusnya grafiknya berbentuk seperti kurva.
- P : Berikan penjelasan mengapa grafik yang berbentuk seperti kurva dapat membenarkan pernyataanmu!
- S_{B2.2.8} : Karena jika jus ditambahkan secara terus menerus, pertambahan ketinggian juga akan bertambah sedikit-sedikit. Jadi, titik-titik di grafik jaraknya tidak akan terlalu jauh.

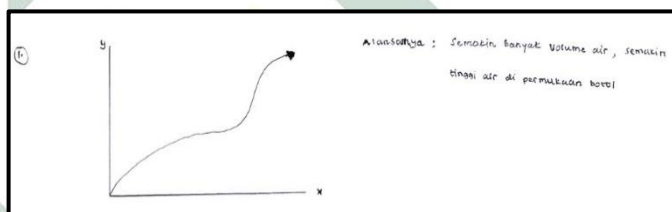
Subjek S_B memberikan pernyataan yang hampir sama untuk masalah kovariansi 1 dan 2. Ia menyadari bahwa konsep yang digunakan adalah sama. Namun, ia tetap mampu membangun sebuah grafik

yang berbeda antara masalah kovariansi 1 dan 2. Selain itu, subjek S_B juga mampu menyatakan bahwa grafik yang dibuat mampu menjadi bukti untuk memperkuat pernyataannya.

3. Subjek S_C

a. Tes Kovariansi 1

Subjek S_C menggambarkan grafik yang berbentuk kurva mulus. Ia menjelaskan bahwa ketika air dimasukkan ke dalam botol terus menerus, akan menyebabkan ketinggian air bertambah. Namun karena bentuk botolnya bola, sehingga perubahan ketinggiannya berbeda. Berikut hasil konstruksi grafik tes kovariansi 1 yang digambar oleh subjek S_C .



Gambar 4.5
Konstruksi Grafik Tes Kovariansi 1 Subjek S_C

Berdasarkan masalah kovariansi yang disediakan, subjek S_C memberi penjelasan untuk mengungkap lebih lanjut tentang kemampuan penalaran kovariansional dan struktur argumentasi yang mendasari setiap aksi mental penalaran kovariansional pada saat wawancara. Berikut kutipan wawancara subjek S_C sesi ke-1.

- P : Coba jelaskan apa yang kamu ketahui dan kamu pahami dari soal tersebut!
- $S_{C1.1.1}$: Saya memahami bahwa ada air yang diisikan ke dalam botol secara terus menerus, sehingga ketinggian air terus bertambah.
- P : Apa yang diminta oleh soal ini?

- SC1.1.2 : Ya ini bu, membuat grafik dengan ketinggian air sebagai fungsi dari banyaknya air yang ditambahkan ke dalam botol.
- P : Tunjukkan variabel apa saja yang bisa digunakan untuk membuat grafik berdasarkan keadaan dari soal!
- SC1.1.3 : Ini bu, tinggi sama banyak air.
- P : Apa yang terjadi dengan ketinggian air jika air terus ditambahkan ke dalam botol?
- SC1.1.4 : Tingginya juga akan bertambah
- P : Apakah pertambahan tinggi air nya selalu sama setiap saat?
- SC1.1.5 : Emmm, iya.
- P : Jelaskan mengapa bentuk grafikmu seperti ini? (*menunjuk pada gambar grafik yang dibuat subjek*)
- SC1.1.6 : Biar seru aja bu, kan pada awalnya di bagian bawah itu lebih sedikit lalu semakin ke tengah semakin banyak.
- P : Apa itu berarti pertambahan tingginya berbeda antara bagian bawah dan tengah botol?
- SC1.1.7 : Iya.
- P : Apa yang terjadi pada bagian yang membelok pada grafikmu?
- SC1.1.8 : Tidak tau bu, pokoknya ya semakin banyak volume air, semakin tinggi air di permukaan botol

Setelah wawancara sesi ke-1 selesai, dilanjutkan dengan wawancara sesi ke-2. Berikut kutipan wawancara subjek S_C sesi ke-2.

- P : Buatlah pernyataan atau kesimpulan yang berkaitan dengan keadaan dalam soal!
- SC1.2.1 : Ketika air terus dimasukkan ke botol, maka volume air semakin banyak dan tinggi air juga semakin banyak.

- P : Tunjukkan bukti yang bisa membenarkan pernyataanmu tersebut!
- SC1.2.2 : Tidak tau bu, mungkin dengan praktek.
- P : Apakah grafik ini bisa menjadi bukti?
- SC1.2.3 : Tidak tau juga bu, mungkin bisa.
- P : Apa yang terjadi pada ketinggian air jika banyak air terus bertambah?
- SC1.2.4 : Ya tingginya juga ikut bertambah bu.
- P : Tunjukkan bagian dari grafik yang menunjukkan pertambahan ketinggian!
- SC1.2.5 : Ya ini bu, kan grafiknya arahnya ke atas.

Berdasarkan kutipan wawancara tersebut, subjek S_C menjelaskan bahwa terjadi perubahan pada ketinggian air ketika air terus ditambahkan ke dalam botol. Meskipun pada awalnya subjek S_C mengatakan bahwa pertambahan ketinggian air setiap saat adalah sama, namun kemudian ia menyadari adanya perbedaan perubahan ketinggian air dikarenakan bentuk botol yang seperti bola. Perbedaan tersebut mempengaruhi bentuk grafik yang dibuat olehnya. Namun, ketika diminta untuk menjelaskan apa yang terjadi pada titik belok dalam grafiknya, ia tidak mampu menjelaskan dengan benar. Ia juga tidak mampu menjelaskan mengapa grafiknya berbentuk kurva mulus yang terdapat beberapa belokandi dalamnya.

Ketika subjek S_C diminta membuat kesimpulan dari tes kovariansi 1, ia hanya membuat kesimpulan sederhana bahwa semakin banyak volume air maka semakin tinggi air. Ia juga tidak mampu menyertakan bukti tertulis yang mampu mendukung pernyataannya. Bukti yang ia usulkan merupakan bukti nyata seperti praktek. Meskipun demikian, ia mampu menyertakan bukti tertulis terkait pernyataan yang memenuhi indikator aksi mental penalaran kovariasional.

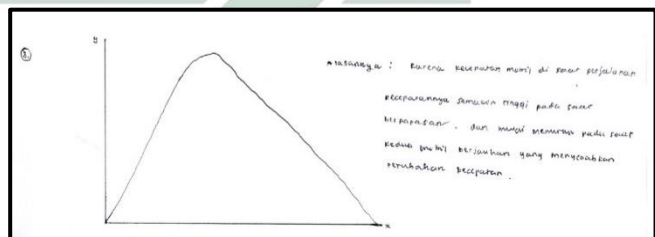
Berdasarkan penjelasan sebelumnya serta hasil wawancara sesi ke-1 dan ke-2 terlihat bahwa ketika subjek S_C berargumen, terdapat beberapa pernyataan yang dapat dikategorikan sebagai komponen argumentasi

tipe *claim*. Hal itu ditunjukkan dengan kemampuannya memberikan kesimpulan awal atau pernyataan yang berkaitan dengan pertanyaan yang diberikan. Beberapa pernyataan yang dibuat oleh subjek S_C juga didukung dengan adanya fakta atau bukti yang memperkuat pernyataan tersebut. Adanya bukti yang digunakan untuk memperkuat *claim* yang diungkapkan menunjukkan bahwa terdapat komponen argumentasi tipe *evidence*.

b. Tes Kovariansi 3

Subjek S_C menggambarkan sebuah grafik cekung ke bawah dengan kemiringan yang berbeda di kedua sisinya. Sisi pertama terlihat lebih curam dan sisi kedua lebih landai. Ia menjelaskan bahwa perbedaan tersebut dipengaruhi karena perbedaan kecepatan kedua mobil ketika saling mendekat dan ketika saling menjauh satu sama lain. Ia juga menyertakan sebuah titik maksimum dalam grafik untuk menggambarkan ketika kedua mobil berpapasan. Namun, meskipun subjek S_C menyadari bahwa jarak antara kedua mobil akan berkurang ketika saling mendekat, ia kurang mampu dalam menggambarkan kejadian tersebut dalam arah grafiknya. Ia baru menyadari arah seharusnya dari grafik ketika proses wawancara.

Berikut hasil konstruksi grafik subjek S_C untuk tes kovariansi 3.



Gambar 4.6
Konstruksi Grafik Tes Kovariansi 3 Subjek S_C

Berdasarkan masalah kovariansi yang disediakan, subjek S_C memberi penjelasan untuk mengungkap lebih lanjut tentang kemampuan penalaran kovariansional dan struktur argumentasi yang mendasari setiap aksi mental penalaran kovariansional pada saat wawancara. Berikut kutipan wawancara subjek S_C sesi ke-1.

P : Apa yang kamu pahami pertama kali ketika mengerjakan soal ini?

$S_{C3.1.1}$: Ada dua mobil yang berjalan ke arah satu sama lain, kemudian mereka berjalan semakin cepat ketika mendekat, lalu melambat ketika menjauh.

P : Jelaskan maksud dari grafik yang kamu buat!

$S_{C3.1.2}$: Ketika sebelum berpapasan, kedua mobil kan semakin cepat sehingga waktu yang dibutuhkan hanya sebentar. Kemudian setelah berpapasan, kedua mobil semakin lambat, sehingga waktu yang dibutuhkan juga semakin lama. Oleh karena itu, grafiknya berbentuk seperti ini. (*menunjuk pada grafik yang dibuatnya*)

P : Variabel apa yang berada di sumbu x dan di sumbu y ?

$S_{C3.1.3}$: Yang jarak yang disini (*menunjuk sumbu y*) dan waktu disini (*menunjuk sumbu x*).

P : Mengapa seperti itu?

$S_{C3.1.4}$: Ya pokoknya begitu bu, karena di soal kan ada keterangan kalau ketika kedua mobil mendekat, mereka semakin cepat artinya waktunya semakin sebentar.

P : Jelaskan mengapa grafismu memiliki kemiringan yang berbeda disini (*menunjuk pada sisi yang lebih curam ke atas*) dan disini (*menunjuk pada sisi yang lebih landai ke bawah*) ?

$S_{C3.1.5}$: Yang ini kan karena ketika kedua mobil mendekat mereka semakin cepat (*menunjuk pada sisi yang lebih curam ke*

atas), kalau yang ini ketika mobil saling menjauh mereka semakin lambat (*menunjuk pada sisi yang lebih landai ke bawah*).

P : Apa yang terjadi di bagian ini (*menunjuk pada bagian titik maksimum grafik*)?

SC3.1.6 : Kedua mobil berpapasan.

P : Ketika kedua mobil mendekat, berpapasan, lalu menjauh, apa yang terjadi dengan jarak antara mereka?

SC3.1.7 : Ketika mendekat jaraknya berkurang, kalau berpapasan semestinya jaraknya nol, lalu jaraknya bertambah saat menjauh.

P : Bagaimana bentuk grafik seharusnya?

SC3.1.7 : Cekung ke atas.

Setelah wawancara sesi ke-1 selesai, dilanjutkan dengan wawancara sesi ke-2. Berikut kutipan wawancara subjek SC sesi ke-2.

P : Kesimpulan apa yang bisa kamu buat dari masalah ini?

SC3.2.1 : Semakin dekat jarak kedua mobil, kecepatan mereka semakin cepat, sehingga waktu yang dibutuhkan hanya sebentar. Kemudian ketika mereka menjauh, mereka semakin lambat, sehingga waktu yang dibutuhkan semakin lama.

P : Tunjukkan bukti yang bisa memperkuat kesimpulanmu!

SC3.2.2 : Tidak tau bu.

P : Apakah gambar grafik ini bisa memperkuat pernyataanmu?

SC3.2.3 : Tidak tau bu, mungkin bisa.

P : Tunjukkan bagian dalam grafik yang menunjukkan bahwa kedua mobil semakin cepat ketika mendekat dan semakin lambat ketika menjauh!

SC3.2.4 : Yang ini menunjukkan kedua mobil semakin cepat (*menunjuk pada sisi yang lebih curam ke atas*), kalau yang ini menunjukkan kedua mobil semakin lambat (*menunjuk pada sisi yang lebih landai ke bawah*).

Berdasarkan kutipan wawancara tersebut, subjek S_C mampu menyatakan bahwa seharusnya grafik yang terbentuk tidaklah cekung ke bawah melainkan cekung ke atas. Hal tersebut dikarenakan ketika kedua mobil saling mendekat, maka jarak antara mereka berkurang, dan ketika kedua mobil saling menjauh, maka jarak antara keduanya semakin bertambah. Oleh karena itu, jawaban dari subjek S_C masih bisa dianalisis tentang struktur argumentasi yang mendasari aksi mental penalaran kovariasional, meskipun kesalahan penentuan arah grafik menyebabkan ia hanya mampu mencapai level 1 penalaran kovariasional.

Berdasarkan hasil wawancara sesi ke-1 dan sesi ke-2, dapat diketahui bahwa subjek S_C mampu memenuhi komponen argumentasi tipe *claim* pada argumentasi yang ia ungkapkan yang dapat dilihat dalam pernyataan-pernyataan yang ia ungkapkan. Pernyataan-pernyataan tersebut juga didukung dengan bukti yang sesuai, sehingga komponen *evidence* juga terdapat pada argumentasi yang ia ungkapkan.

A. Analisis Data

1. Analisis Data Struktur Argumentasi Subjek S_A pada Penalaran Kovariasional
 - a. Aksi Mental 1 (Koordinasi Awal)

Subjek S_A menunjukkan perilaku bahwa ia mampu mengoordinasikan perubahan pada suatu variabel akibat perubahan pada variabel lain. Hal tersebut didukung dengan pemberian label pada grafik yang sesuai dengan kejadian dalam soal. Bukti yang mendukung kemampuan subjek S_A tersebut tertera dalam pernyataan S_{A1.1.4} dalam wawancara tes kovariasi

1 yang berbunyi sebagai berikut *“karena dalam soal dinyatakan bahwa ketinggian itu sebagai fungsi dari banyaknya air, jadi ya ketinggian yang jadi sumbu y dan volume di sumbu x”* dan pernyataan $S_{A2.1.7}$ dalam wawancara tes kovariansi 2 sebagai berikut *“tinggi yang jadi fungsi dari banyaknya jus jeruk yang dimasukkan ke dalam gelas”*. Bukti tertulis pelabelan yang tepat tersebut dapat dilihat dalam gambar 4.1 untuk tes kovariansi 1 dan gambar 4.4 untuk tes kovariansi 2.

Subjek S_A juga menyadari bahwa terjadi perubahan pada ketinggian ketika volume berubah. Hal tersebut didukung dengan pernyataan $S_{A1.1.5}$ dalam wawancara tes kovariansi 1 sebagai berikut *“ketika air yang dimasukkan ke dalam botol terus ditambah maka ketinggian air akan otomatis bertambah”* dan pernyataan $S_{A2.1.8}$ dalam wawancara tes kovariansi 2 sebagai berikut *“karena jika volume terus bertambah, tinggi jus juga akan bertambah”*.

Adapun struktur argumentasi subjek S_A pada aksi mental 1 dijabarkan sebagai berikut:

1) Claim

Subjek S_A menunjukkan perilaku bahwa ia mampu memberikan pernyataan yang sesuai terkait aksi mental 1. Ia mampu menjelaskan bahwa perubahan yang terjadi pada variabel output diakibatkan oleh perubahan pada variabel input. Hal tersebut didukung dengan pernyataan $S_{A1.2.1}$ dalam wawancara tes kovariansi 1 sebagai berikut *“ketinggian air akan bertambah banyak karena volume semakin besar”* dan pernyataan $S_{A2.1.8}$ dalam wawancara tes kovariansi 2 sebagai berikut *“jika volume terus bertambah, tinggi jus juga akan bertambah”*.

2) Evidence

Subjek S_A menunjukkan perilaku bahwa ia mampu memberikan bukti terkait koordinasi perubahan variabel output akibat perubahan pada variabel input. Bukti tersebut berupa pelabelan pada sumbu vertikal dan sumbu horizontal yang

tepat. Ia memberi label ketinggian pada sumbu vertikal dan volume pada sumbu horizontal. Hal tersebut didukung dengan gambar 4.1 untuk tes kovariansi 1 dan gambar 4.2 untuk tes kovariansi 2.

b. Aksi Mental 2 (Koordinasi Arah Perubahan)

Subjek S_A menunjukkan perilaku bahwa ia mampu mengoordinasikan arah perubahan pada suatu variabel akibat perubahan pada variabel lain. Hal tersebut didukung dengan pernyataan $S_{A1.1.1}$ dalam wawancara tes kovariansi 1 sebagai berikut "*saya memahami bahwa ketinggian air semakin banyak atau meningkat ketika volume air semakin besar*" dan pernyataan $S_{A2.1.9}$ dalam wawancara tes kovariansi 2 ketika ia diberikan pertanyaan tentang apa yang terjadi pada grafik ketinggian jika volume jus jeruk terus menerus ditambahkan. Berikut kutipan pernyataan $S_{A2.1.9}$ "*grafiknya akan terus ke atas*". Kemampuan tersebut juga ditunjukkan dengan arah grafik yang meningkat ke atas (lihat gambar 4.1 dan 4.2).

Adapun struktur argumentasi subjek S_A pada aksi mental 2 dijabarkan sebagai berikut:

1) Claim

Subjek S_A menunjukkan perilaku bahwa ia mampu memberikan pernyataan terkait arah perubahan pada variabel output akibat adanya perubahan pada variabel input. Hal tersebut didukung dengan pernyataan $S_{A1.2.4}$ dalam wawancara tes kovariansi 1 sebagai berikut "*ketinggian air akan meningkat ke atas*". Jawaban tersebut ia berikan ketika ia diminta untuk menjelaskan yang terjadi pada ketinggian ketika air terus ditambahkan. Claim juga dapat ditunjukkan dalam pernyataan $S_{A2.1.9}$ "*grafiknya akan terus ke atas*" dalam wawancara tes kovariansi 2.

2) Evidence

Subjek S_A menunjukkan perilaku bahwa ia mampu memberikan bukti terkait arah perubahan variabel output akibat perubahan pada variabel input. Bukti tersebut ditunjukkan dengan arah grafik yang meningkat positif yang dapat dilihat pada gambar 4.1 untuk tes kovariansi 1 dan gambar 4.2 untuk tes kovariansi 2.

c. Aksi Mental 3 (Koordinasi Besar Perubahan)

Meskipun subjek S_A tidak membuat konstruksi titik-titik pada grafik untuk menunjukkan nilai dari variabel, namun subjek S_A menyadari adanya perbedaan besar perubahan ketinggian akibat adanya perbedaan luas penampang di bagian bawah, tengah dan botol. Hal tersebut didukung dengan pernyataan $S_{A1.1.6}$ dalam wawancara tes kovariansi 1 sebagai berikut *“karena dari bagian bawah ke tengah botol itu luasnya berbeda, sehingga penambahan ketinggian air disini menjadi lebih lambat atau sedikit dari awalnya. Kemudian dari tengah ke atas botol ini kan luasnya mengecil, sehingga penambahan ketinggiannya menjadi lebih cepat atau banyak daripada di bagian tengah tadi”* dan pernyataan $S_{A2.1.2}$ dalam wawancara tes kovariansi 2 sebagai berikut *“jadi, ketinggian jus jeruk di bawah gelas itu lebih sedikit dan lambat serta menjadi lebih cepat ketika ketinggian jus jeruk mencapai tengah gelas, kemudian menjadi lebih lambat lagi dari tengah gelas ke bagian atas gelas”*.

Adapun struktur argumentasi S_A pada aksi mental 3 dijabarkan sebagai berikut:

1) Claim

Subjek S_A menunjukkan perilaku bahwa ia mampu memberikan pernyataan terkait besar perubahan variabel output yang dipengaruhi oleh luas penampang wadah ketika memerhatikan perubahan pada variabel input. Hal tersebut didukung dengan pernyataan $S_{A1.1.6}$ dalam wawancara tes kovariansi 1 sebagai berikut *“karena dari bagian bawah ke tengah botol itu luasnya*

berbeda, sehingga penambahan ketinggian air disini menjadi lebih lambat atau sedikit dari awalnya. Kemudian dari tengah ke atas botol ini kan luasnya mengecil, sehingga penambahan ketinggiannya menjadi lebih cepat atau banyak daripada di bagian tengah tadi". Pernyataan lain yang mendukung claim juga terdapat dalam pernyataan $S_{A2.1.2}$ dalam wawancara tes kovariansi 2 sebagai berikut *"jadi, ketinggian jus jeruk di bawah gelas itu lebih sedikit dan lambat serta menjadi lebih cepat ketika ketinggian jus jeruk mencapai tengah gelas, kemudian menjadi lebih lambat lagi dari tengah gelas ke bagian atas gelas".*

2) Evidence

Subjek S_A tidak memberikan bukti terkait besar perubahan variabel output dengan memerhatikan perubahan variabel input. Ia tidak mengonstruksi sebuah titik atau garis sekan yang menghubungkan titik tersebut untuk menandai setiap perubahan variabel output.

d. Aksi Mental 4 (Laju Perubahan Rata-rata)

Subjek S_A menunjukkan perilaku bahwa ia menyadari adanya laju perubahan pada variabel output ketika mempertimbangkan banyaknya variabel input yang dimasukkan ke dalam botol secara seragam di setiap waktu. Peningkatan dan penurunan yang terdapat dalam grafik yang dibuat subjek S_A menunjukkan adanya laju perubahan rata-rata dari variabel output. Perilaku tersebut juga didukung dengan pernyataan $S_{A1.1.2}$ dalam wawancara tes kovariansi 1 sebagai berikut *"Air kan dimasukkan dengan banyak yang sama, karena bentuk wadahnya ini kan bulat, jadi pertambahan tingginya lebih tinggi dari bagian tengah karena luas permukaan di bawah lebih kecil dari yang di tengah. Kemudian dari tengah botol ke bagian atas itu pertambahan tingginya lebih mengecil dari bagian tengah, karena luas permukaan di bagian tengah lebih*

besar, sehingga grafiknya arahnya seperti ini (menunjuk pada grafik)”.

Pernyataan lain yang mendukung aksi mental 4 juga ditunjukkan dengan pernyataan dalam wawancara tes kovariansi 2 sebagai berikut, pernyataan $S_{A2.1.5}$ yang berbunyi *“Kalau yang ini (titik belok pertama) karena ketinggian jus jeruk berubah menjadi lebih cepat daripada sebelumnya karena bagian gelas nya menyempit. Kemudian bagian ini (titik belok kedua) karena ketinggian jus jeruk yang awalnya cepat kembali menjadi lebih lambat karena bagian gelas nya lebih lebar”*. Ia membuat pernyataan tersebut dengan alasan yang tertera dalam pernyataan $S_{A2.1.5}$ sebagai berikut *“karena luas bagian gelas kan berbeda-beda, sedangkan jus jeruknya terus dituangkan dengan banyak yang sama”*.

Adapun struktur argumentasi subjek S_A pada aksi mental 4 dijabarkan sebagai berikut:

1) Claim

Subjek S_A menunjukkan perilaku bahwa ia mampu memberikan pernyataan terkait tingkat perubahan pada variabel output ketika memerhatikan kenaikan yang seragam dari variabel input. Hal tersebut didukung dengan pernyataan $S_{A1.1.2}$ sebagai berikut *“air kan dimasukkan dengan banyak yang sama, karena bentuk wadahnya ini kan bulat, jadi pertambahan tingginya lebih tinggi dari bagian tengah karena luas permukaan di bawah lebih kecil dari yang di tengah. Kemudian dari tengah botol ke bagian atas itu pertambahan tingginya lebih mengecil dari bagian tengah, karena luas permukaan di bagian tengah lebih besar”*.

Struktur argumentasi tipe claim pada aksi mental 4 juga ditunjukkan subjek S_A dengan pernyataan $S_{A2.1.5}$ dalam wawancara tes kovariansi 2 sebagai berikut *“karena luas bagian gelas kan berbeda-beda, sedangkan jus jeruknya terus dituangkan dengan banyak yang sama”*.

2) Evidence

Subjek S_A menunjukkan perilaku bahwa ia mampu memberikan bukti terkait tingkat perubahan variabel output ketika memerhatikan kenaikan yang seragam dari variabel input. Ia memberikan bukti berupa konstruksi garis yang mendekati grafik dengan tingkat kemiringan yang berbeda di beberapa bagian. Bukti tersebut ditunjukkan dengan gambar 4.1 untuk tes kovariansi 1 dan gambar 4.2 untuk tes kovariansi 2.

e. Aksi Mental 5 (Laju Sesaat)

Subjek S_A menunjukkan perilaku bahwa ia menyadari perubahan sesaat yang terjadi di bagian grafik yang ditanyakan dengan membuat grafik berbentuk kurva mulus. Namun, meskipun demikian subjek S_A tidak mampu menjelaskan mengapa grafiknya berbentuk kurva mulus. Ia hanya memberikan pernyataan bahwa grafik berbentuk kurva mulus karena variabel input yang ditambahkan terus menerus secara konstan. Dalam hal ini, subjek S_A mengalami sugesti aksi mental 5. Hal tersebut terjadi dalam penyelesaian tes kovariansi 1 dan 2.

Adapun struktur argumentasi S_A pada aksi mental 5 dijabarkan sebagai berikut:

1) Claim

Subjek S_A menunjukkan perilaku bahwa ia tidak mampu memberikan pernyataan yang tepat mengenai laju perubahan sesaat yang terjadi pada variabel output.

2) Evidence

Subjek S_A menunjukkan perilaku bahwa ia mampu memberikan bukti dari laju perubahan sesaat variabel output ketika memerhatikan perubahan variabel input dalam interval yang semakin mengecil. Bukti tersebut ditunjukkan dengan grafik yang berbentuk kurva mulus dengan indikasi perubahan yang jelas. Grafik dapat dilihat dalam gambar 4.1 untuk tes kovariansi 1 dan gambar 4.2 untuk tes kovariansi 2.

Berikut rangkuman hasil analisis data struktur argumentasi subjek S_A pada penalaran kovariasional.

Tabel 4.4
Rangkuman Analisis Data Struktur Argumentasi
Subjek S_A pada Penalaran Kovariasional

Penalaran Kovariasional	Struktur Argumentasi	
	Claim	Evidence
Aksi Mental 1	Siswa mampu memberikan pernyataan bahwa terjadi perubahan variabel output saat memerhatikan perubahan variabel input	Siswa mampu menggambarkan posisi dan pelabelan setiap variable
Aksi Mental 2	Siswa mampu memberikan pernyataan bahwa semakin bertambah nilai variabel input, maka variabel output semakin meningkat	Siswa mampu menggambarkan arah perubahan pada setiap variabel
Aksi Mental 3	Siswa mampu memberikan pernyataan tentang jumlah perubahan variabel output dengan mempertimbangkan perubahan pada variabel input	Siswa tidak mampu menggambarkan konstruksi titik dan garis sekan yang menghubungkan antar titik

Penalaran Kovariasional	Struktur Argumentasi	
	Claim	Evidence
Aksi Mental 4	Siswa mampu memberikan pernyataan tentang laju perubahan variabel output dengan mempertimbangkan perubahan kenaikan yang seragam pada variabel input	Siswa mampu menggambar segmen garis yang mendekati grafik dengan estimasi kemiringan yang berbeda
Aksi Mental 5	Siswa tidak mampu memberikan pernyataan tentang perubahan sesaat dalam laju perubahan untuk seluruh domain fungsi	Siswa mampu membuat kurva mulus dengan indikasi perubahan yang jelas (arah titik cekung dan titik belok sudah benar) namun tidak menyadarinya sebagai bukti untuk memperkuat pernyataannya

2. Analisis Data Struktur Argumentasi Subjek S_B pada Penalaran Kovariasional
 - a. Aksi Mental 1 (Koordinasi Awal)

Subjek S_B menunjukkan perilaku bahwa ia mampu mengoordinasikan perubahan pada suatu variabel akibat adanya perubahan pada variabel lain. Ia mampu memberi label dengan tepat sesuai permasalahan. Hal tersebut didukung dengan pernyataan $S_{B1.1.4}$ dalam wawancara tes kovariansi 1 sebagai berikut “*untuk sumbu y (vertikal) adalah ketinggian air, dan sumbu x (horizontal) adalah pertambahan banyaknya air*” dan pernyataan $S_{B2.1.1}$

dalam wawancara tes kovariansi 2 sebagai berikut “...ketinggian jus akan bertambah jika banyak jus ditambah...”

Subjek S_B juga mampu menyadari adanya perubahan pada variabel output akibat perubahan variabel input. Hal tersebut didukung dengan pernyataan $S_{B1.1.5}$ dalam wawancara tes kovariansi 1 sebagai berikut “*airnya selalu ditambahkan ke dalam botol, sehingga ketinggian airnya juga akan bertambah*” dan pernyataan $S_{B2.1.2}$ dalam wawancara tes kovariansi 2 sebagai berikut “*ketinggian di sumbu y dan banyak jus di sumbu x*”.

Hasil konstruksi grafik dengan pelabelan yang sesuai kondisi soal juga mendukung kemampuan aksi mental 1 subjek S_B (lihat gambar 4.3 untuk tes kovariansi 1 dan gambar 4.4 untuk tes kovariansi 2).

Adapun struktur argumentasi subjek S_B pada aksi mental 1 dijabarkan sebagai berikut:

1) Claim

Subjek S_B menunjukkan perilaku bahwa ia mampu memberikan pernyataan tentang koordinasi perubahan variabel output akibat perubahan variabel input. Hal tersebut ditunjukkan dengan pernyataan $S_{B1.1.5}$ dalam wawancara tes kovariansi 1 ketika ia menjawab pertanyaan mengenai hubungan variabel input dan variabel output sebagai berikut “*berhubungan, alasannya kan airnya selalu ditambahkan ke dalam botol, sehingga ketinggian airnya juga akan bertambah*” dan pernyataan $S_{B2.1.1}$ dalam wawancara tes kovariansi 2 sebagai berikut “...*ketinggian jus akan bertambah jika banyak jus ditambah*”...

2) Evidence

Subjek S_B menunjukkan perilaku bahwa ia mampu menyediakan bukti dari koordinasi perubahan variabel output akibat perubahan pada variabel input. Bukti tersebut berupa pelabelan yang sesuai pada sumbu vertikal dan sumbu horizontal. Ia memberi nama sumbu vertikal

sebagai ketinggian dan sumbu horizontal sebagai pertambahan banyaknya air atau volume. Bukti pelabelan dapat dilihat dalam gambar 4.3 untuk tes kovariansi 1 dan gambar 4.4 untuk tes kovariansi 2.

b. Aksi Mental 2 (Koordinasi Arah Perubahan)

Subjek S_B menunjukkan perilaku bahwa ia mampu mengoordinasikan arah perubahan pada variabel output ketika memerhatikan perubahan pada variabel input. Hal ini didukung dengan bentuk grafik yang berupa garis dengan kemiringan positif (lihat gambar 4.3 untuk tes kovariansi 1 dan gambar 4.4 untuk tes kovariansi 2).

Selain itu, pernyataan $S_{B1.2.4}$ dalam wawancara tes kovariansi 1 berikut juga mendukung kemampuan koordinasi arah perubahan oleh subjek S_B . Pernyataan tersebut diungkapkan oleh subjek S_B ketika menjawab pertanyaan tentang yang terjadi pada ketinggian ketika volume terus bertambah. Bunyi pernyataan tersebut yaitu *“ketinggiannya juga akan bertambah dan terus naik”*. Selain itu, dalam wawancara tes kovariansi 2, subjek S_B juga memberikan pernyataan yang mendukung aksi mental 2 ketika ia diberikan pertanyaan yang serupa dengan pertanyaan dalam wawancara tes kovariansi 1. Bunyi pernyataan tersebut yaitu *“grafik mengarah ke atas”*.

Adapun struktur argumentasi subjek S_B pada aksi mental 2 dijabarkan sebagai berikut:

1) Claim

Subjek S_B menunjukkan perilaku bahwa ia mampu memberikan pernyataan tentang koordinasi arah perubahan variabel output akibat perubahan pada variabel input. Hal tersebut ditunjukkan pada pernyataan $S_{B1.2.4}$ sebagai berikut *“Ketinggiannya juga akan bertambah”*. Pernyataan tersebut diberikan untuk menjawab pertanyaan tentang hal yang terjadi ketika volume ditambahkan.

Pernyataan $S_{B2.2.3}$ yang diberikan subjek S_B dalam wawancara tes kovariansi 2 berikut juga

menunjukkan adanya struktur argumentasi tipe claim pada aksi mental 2, bunyi pernyataan tersebut yaitu “*grafik yang meningkat ke atas*”.

2) Evidence

Subjek S_B menunjukkan perilaku bahwa ia mampu menyediakan bukti terkait koordinasi arah perubahan variabel output akibat perubahan pada variabel input. Hal ini ditunjukkan dengan bentuk grafik yang berbentuk garis dengan kemiringan positif. Bukti bentuk grafik dapat dilihat dalam gambar 4.3 untuk tes kovariansi 1 dan gambar 4.4 untuk tes kovariansi 2.

c. Aksi Mental 3 (Koordinasi Besar Perubahan)

Subjek S_B menunjukkan perilaku bahwa ia mampu mekoordinasi besar perubahan variabel output ketika memerhatikan perubahan pada variabel input. Perilaku tersebut didukung dengan adanya konstruksi titik-titik untuk menandai besar perubahan variabel pada grafik. Selain itu, hal tersebut juga didukung dengan pernyataan $S_{B1.1.6}$ dalam wawancara tes kovariansi 1 sebagai berikut “*itu untuk memperjelas letak perubahannya saja bu, sehingga bisa tau jika air bertambah di titik sekian, maka ketinggian bertambah sekian*” dan pernyataan $S_{B2.1.4}$ dalam wawancara tes kovariansi 2 sebagai berikut “*di bawah tingginya lebih sedikit dari bagian tengah, lalu di bagian tengah itu tingginya lebih banyak dari bagian atas. Itu dipengaruhi karena gelasnyanya yang cekung*”.

Adapun struktur argumentasi subjek S_B pada aksi mental 3 dijabarkan sebagai berikut:

1) Claim

Subjek S_B menunjukkan perilaku bahwa ia mampu memberikan pernyataan terkait koordinasi besar perubahan. Hal tersebut ditunjukkan dengan pernyataan $S_{B1.2.6}$ dalam wawancara tes kovariansi 1 sebagai berikut “*kalaupun di bagian bawah ke tengah pertambahannya lebih sedikit karena diameternya membesar. Kemudian*

dari tengah ke atas pertambahannya lebih besar karena diameternya mengecil”.

Pernyataan $S_{B2.1.4}$ yang diungkapkan subjek dalam wawancara tes kovariansi 2 juga menunjukkan adanya struktur argumentasi tipe claim pada aksi mental 3 yang berbunyi sebagai berikut *“di bawah tingginya lebih sedikit dari bagian tengah, lalu di bagian tengah itu tingginya lebih banyak dari bagian atas. Itu dipengaruhi karena gelasnya yang cekung”.*

2) Evidence

Subjek S_B menunjukkan perilaku bahwa ia mampu memberikan bukti terkait koordinasi besar perubahan pada variabel output akibat perubahan variabel input. Hal ini ditunjukkan dengan konstruksi titik-titik pada grafik yang ia buat. Ia juga membuat garis sekan yang menghubungkan setiap titik tersebut. Bukti konstruksi titik dapat dilihat dalam gambar 4.3 untuk tes kovariansi 1 dan gambar 4.4 untuk tes kovariansi 2.

d. Aksi Mental 4 (Laju Perubahan Rata-rata)

Subjek S_B menunjukkan perilaku bahwa ia menyadari laju perubahan variabel output ketika mempertimbangkan perubahan kenaikan yang seragam dari variabel input. Hal ini ditandai dengan konstruksi segmen garis yang mendekati grafik dengan kemiringan yang berbeda (lihat gambar 4.3 untuk tes kovariansi 1 dan gambar 4.4 untuk tes kovariansi 2).

Pernyataan $S_{B1.1.1}$ dalam wawancara tes kovariansi 1 berikut mendukung kemampuan subjek S_B pada aksi mental 4. Bunyi pernyataan tersebut yaitu *“kemudian saya membayangkan kejadian setelah air terus ditambahkan ke dalamnya dengan banyak yang sama. Karena bangun ruangnya berbentuk bola, semakin ke tengah diameternya semakin besar, lalu setelah bagian diameter yang paling besar, semakin ke atas semakin mengecil lagi. Hal tersebut menyebabkan laju pertambahan ketinggian di awal lebih lambat*

sampai ke tengah, kemudian menjadi cepat sampai ke bagian atas”

Pernyataan subjek S_B dalam wawancara tes kovariansi 2 juga mendukung kemampuan aksi mental 4 penalaran kovariasional. Bunyi pernyataan tersebut yaitu *“bangunnya memiliki diameter yang berbeda, sehingga ketika jus dimasukkan dengan jumlah yang sama, bentuk grafiknya menjadi lebih curam ke atas ketika menuju ke tengah gelas. Kemudian menjadi lebih landai lagi saat menuju ke atas gelas”*.

Adapun struktur argumentasi subjek S_B pada aksi mental 4 dijabarkan sebagai berikut:

1) Claim

Subjek S_B menunjukkan perilaku bahwa ia mampu memberikan pernyataan mengenai laju perubahan dari variabel output akibat memerhatikan kenaikan yang seragam dari variabel input. Hal tersebut ditunjukkan pada pernyataan $S_{B1.1.9}$ sebagai berikut *“bangunnya memiliki diameter yang berbeda, sehingga dari bawah ke tengah botol yang diameternya besar, ketinggian air mengalami perubahan yang lebih lambat sehingga grafiknya berbentuk seperti ini (menunjuk grafik yang lebih landai). Kemudian dari tengah botol ke atas botol diameternya mengecil, sehingga penambahan tinggi air lebih cepat, jadi bentuk grafiknya lebih curam ke atas”*.

Pernyataan $S_{B2.1.6}$ yang diungkapkan oleh subjek dalam wawancara tes kovariansi 2 juga menunjukkan adanya struktur argumentasi tipe claim pada aksi mental 4 yang berbunyi sebagai berikut *“bangunnya memiliki diameter yang berbeda. Sehingga bentuk grafiknya menjadi lebih curam ke atas ketika menuju ke tengah gelas. Kemudian menjadi lebih landai lagi saat menuju ke atas gelas”*.

2) Evidence

Subjek S_B menunjukkan perilaku bahwa ia mampu menyediakan bukti terkait laju

perubahan variabel output akibat kenaikan yang seragam pada variabel input. Hal ini ditunjukkan dengan grafik yang memiliki kemiringan berbeda untuk menunjukkan laju perubahan. Subjek S_B juga mengonstruksi segmen garis yang mendekati grafik. Bukti konstruksi segmen garis yang mendekati grafik dengan estimasi kemiringan yang berbeda dapat dilihat dalam gambar 4.3 untuk tes kovariansi 1 dan gambar 4.4 untuk tes kovariansi 2.

e. Aksi Mental 5 (Laju Sesaat)

Subjek S_B menunjukkan perilaku bahwa ia tidak mampu menyadari adanya laju perubahan sesaat yang terjadi pada variabel output ketika memerhatikan perubahan variabel input dalam interval yang semakin kecil. Hal tersebut juga didukung dengan bentuk grafik subjek S_B yang tidak berbentuk kurva mulus baik dalam tes kovariansi 1 maupun tes kovariansi 2. Namun, ketika proses wawancara subjek S_B menunjukkan perilaku bahwa ia mampu menyadari adanya laju perubahan sesaat dari seluruh domain fungsi ketika memerhatikan interval yang semakin mengecil. Dalam hal ini, subjek S_B mengalami pseudo penalaran.

Adapun struktur argumentasi subjek S_B pada aksi mental 4 dijabarkan sebagai berikut:

1) Claim

Meskipun subjek S_B menyadari bagaimana seharusnya grafik terbentuk, namun ia tidak mampu memberikan pernyataan yang tepat mengenai laju perubahan sesaat pada interval yang semakin mengecil dari seluruh domain fungsi. Hal ini terjadi baik dalam penyelesaian tes kovariansi 1 maupun tes kovariansi 2.

2) Evidence

Subjek S_B menunjukkan perilaku bahwa ia kurang mampu memberikan bukti mengenai laju perubahan sesaat variabel output saat memerhatikan perubahan pada variabel input dalam interval yang semakin mengecil. Ia tidak membentuk grafik kurva mulus yang mampu

membuktikan aksi mental 5. Hal ini terjadi dalam konstruksi grafik tes kovariansi 1 maupun tes kovariansi 2.

Berikut rangkuman hasil analisis data struktur argumentasi subjek S_B pada penalaran kovariasional.

Tabel 4.5
Rangkuman Analisis Data Struktur Argumentasi
Subjek S_B pada Penalaran Kovariasional

Penalaran Kovariasional	Struktur Argumentasi	
	Claim	Evidence
Aksi Mental 1	Siswa mampu memberikan pernyataan bahwa terjadi perubahan variabel output saat memerhatikan perubahan variabel input	Siswa mampu menggambarkan posisi dan pelabelan setiap variabel
Aksi Mental 2	Siswa mampu memberikan pernyataan bahwa semakin bertambah nilai variabel input, maka variabel output semakin meningkat	Siswa mampu menggambarkan arah perubahan pada setiap variabel
Aksi Mental 3	Siswa mampu memberikan pernyataan tentang jumlah perubahan variabel output dengan mempertimbangkan perubahan pada variabel input	Siswa mampu menggambarkan konstruksi titik dan garis sekan yang menghubungkan antar titik

Penalaran Kovariasional	Struktur Argumentasi	
	Claim	Evidence
Aksi Mental 4	Siswa mampu memberikan pernyataan tentang laju perubahan variabel output dengan mempertimbangkan perubahan kenaikan yang seragam pada variabel input	Siswa mampu menggambar segmen garis yang mendekati grafik dengan estimasi kemiringan yang berbeda
Aksi Mental 5	Siswa tidak mampu memberikan pernyataan tentang perubahan sesaat dalam laju perubahan untuk seluruh domain fungsi	Siswa tidak mampu membuat kurva mulus dengan indikasi perubahan yang jelas (arah titik cekung dan titik belok sudah benar)

3. Analisis Data Struktur Argumentasi Subjek S_C pada Penalaran Kovariasional

a. Aksi Mental 1 (Koordinasi Awal)

Subjek S_C menunjukkan perilaku bahwa ia mampu mengoordinasi perubahan suatu variabel akibat perubahan pada variabel lain. Hal tersebut didukung dengan pernyataan $S_{C1.1.1}$ dalam wawancara tes kovariansi 1 sebagai berikut “*saya memahami bahwa ada air yang diisikan ke dalam botol secara terus menerus, sehingga ketinggian air terus bertambah*” dan pernyataan $S_{C3.2.1}$ dalam wawancara tes kovariansi 2 sebagai berikut “*semakin dekat jarak kedua mobil, kecepatan mereka semakin cepat, sehingga waktu yang dibutuhkan hanya sebentar. Kemudian ketika mereka menjauh, mereka semakin lambat, sehingga waktu yang dibutuhkan semakin lama*”.

Selain pernyataan tersebut, kemampuan subjek dalam aksi mental 1 juga ditunjukkan dengan pelabelan grafik yang sesuai dengan kejadian dalam soal. Hal tersebut ditunjukkan dalam konstruksi gambar 4.5 untuk tes kovariansi 1 dan gambar 4.6 untuk tes kovariansi 3. Selain itu, pernyataan $SC_{1.1.2}$ juga mendukung kemampuan subjek dalam aksi mental 1 yang berbunyi sebagai berikut *“ketinggian air sebagai fungsi dari banyaknya air yang ditambahkan ke dalam botol”*.

Adapun struktur argumentasi subjek S_C pada aksi mental 1 dijabarkan sebagai berikut:

1) Claim

Subjek S_C menunjukkan perilaku bahwa ia mampu memberikan pernyataan mengenai perubahan suatu variabel akibat perubahan pada variabel lainnya. Hal tersebut ditunjukkan dalam pernyataan $SC_{1.2.1}$ dalam wawancara tes kovariansi 1 sebagai berikut *“ketika air terus dimasukkan ke botol, maka volume air semakin banyak dan tinggi air juga semakin banyak”*.

Pernyataan $SC_{3.2.1}$ dalam wawancara tes kovariansi 2 juga menunjukkan adanya struktur argumentasi tipe claim yang berbunyi sebagai berikut *“semakin dekat jarak kedua mobil, kecepatan mereka semakin cepat, sehingga waktu yang dibutuhkan hanya sebentar. Kemudian ketika mereka menjauh, mereka semakin lambat, sehingga waktu yang dibutuhkan semakin lama”*.

2) Evidence

Subjek S_C menunjukkan perilaku bahwa ia mampu menyediakan bukti terkait koordinasi perubahan suatu variabel akibat perubahan pada variabel lainnya. Hal tersebut didukung dengan pelabelan grafik yang tepat. Ia melabeli sumbu vertikal dengan ketinggian dan sumbu horizontal dengan volume atau banyaknya air. Bukti bentuk grafik dapat dilihat dalam gambar 4.5 untuk tes kovariansi 1 dan gambar 4.6 untuk tes kovariansi 3.

b. Aksi Mental 2 (Koordinasi Arah Perubahan)

Subjek S_C menunjukkan perilaku bahwa ia mampu mengoordinasi arah perubahan variabel output akibat perubahan pada variabel input. Hal tersebut didukung dengan pernyataan $S_{C1.1.4}$ "*Tingginya juga akan naik karena terus bertambah*" dan pernyataan $S_{C1.2.4}$ "*grafiknya arahnya ke atas*". Selain itu, subjek S_C juga menyediakan grafik yang meningkat dengan kemiringan garis positif.

Adapun struktur argumentasi subjek S_C pada aksi mental 2 dijabarkan sebagai berikut:

1) Claim

Subjek S_C menunjukkan perilaku bahwa ia mampu memberikan pernyataan mengenai arah perubahan variabel output akibat perubahan pada variabel input. Hal tersebut ditunjukkan dalam pernyataan $S_{C1.1.4}$ "*Tingginya juga akan naik dan terus bertambah*"

2) Evidence

Subjek S_C menunjukkan perilaku bahwa ia mampu menyediakan bukti terkait arah perubahan variabel output akibat perubahan pada variabel input. Hal tersebut dibuktikan dengan bentuk grafik yang memiliki kemiringan positif. Bukti bentuk grafik dapat dilihat dalam gambar 4.5.

c. Aksi Mental 3 (Koordinasi Besar Perubahan)

Subjek S_C menunjukkan perilaku bahwa ia mampu mengoordinasi besar perubahan variabel output akibat perubahan pada variabel input. Hal tersebut didukung dengan pernyataan $S_{C1.1.6}$ dalam wawancara tes kovariansi 1 sebagai berikut "*kan pada awalnya di bagian bawah itu tingginya lebih sedikit lalu semakin ke tengah semakin banyak*" dan pernyataan $S_{C3.2.1}$ dalam wawancara tes kovariansi 3 sebagai berikut "*semakin dekat jarak kedua mobil, kecepatan mereka semakin cepat, sehingga waktu yang dibutuhkan hanya sebentar. Kemudian ketika mereka menjauh, mereka semakin lambat, sehingga waktu yang dibutuhkan*

semakin lama". Namun, subjek S_C tidak menyediakan konstruksi titik-titik yang menunjukkan besar perubahan pada variabel input dan output.

Adapun struktur argumentasi subjek S_C pada aksi mental 3 dijabarkan sebagai berikut:

1) Claim

Subjek S_C menunjukkan perilaku bahwa ia mampu memberikan pernyataan mengenai koordinasi besar perubahan variabel output akibat perubahan pada variabel input. Hal tersebut ditunjukkan dengan pernyataan $S_{C1.1.6}$ sebagai berikut "*pada awalnya di bagian bawah itu tingginya lebih sedikit lalu semakin ke tengah semakin banyak*".

Pernyataan lain yang mendukung struktur argumentasi tipe claim pada aksi mental 3 penalaran kovariasional juga ditunjukkan dalam pernyataan $S_{C3.2.1}$ sebagai berikut "*semakin dekat jarak kedua mobil, kecepatan mereka semakin cepat, sehingga waktu yang dibutuhkan hanya sebentar. Kemudian ketika mereka menjauh, mereka semakin lambat, sehingga waktu yang dibutuhkan semakin lama*".

2) Evidence

Subjek S_C menunjukkan perilaku bahwa ia tidak mampu menyediakan bukti terkait koordinasi besar perubahan variabel output ketika memerhatikan perubahan pada variabel input.

d. Aksi Mental 4 (Laju Perubahan Rata-rata)

Subjek S_C menunjukkan perilaku bahwa ia kurang mampu dalam mengoordinasi laju perubahan variabel output akibat perubahan kenaikan yang seragam pada variabel input. Ia tidak mampu memberikan penjelasan yang tepat meskipun konstruksi grafik yang ia buat sudah memiliki estimasi kemiringan yang berbeda untuk menunjukkan laju perubahan rata-rata.

Adapun struktur argumentasi subjek S_C pada aksi mental 4 dijabarkan sebagai berikut:

1) Claim

Subjek S_C menunjukkan perilaku bahwa ia tidak mampu memberikan pernyataan terkait laju perubahan rata-rata variabel output akibat perubahan kenaikan yang seragam pada variabel input.

2) Evidence

Subjek S_C menunjukkan perilaku bahwa ia mampu menyediakan bukti dari laju perubahan variabel output akibat perubahan kenaikan yang seragam pada variabel input. Hal tersebut ditunjukkan dengan bentuk grafik yang memiliki estimasi kemiringan yang berbeda di setiap bagian (lihat gambar 4.5 untuk tes kovariansi 1 dan gambar 4.6 untuk tes kovariansi 3).

e. Aksi Mental 5 (Laju Sesaat)

Meskipun subjek S_C mampu membentuk grafik kurva mulus dengan indikasi perubahan yang jelas, namun ia tidak mampu menjelaskan mengapa grafiknya bisa berbentuk demikian. Ia tidak mengetahui perubahan sesaat dari seluruh domain fungsi pada interval yang semakin mengecil.

Adapun struktur argumentasi subjek S_C pada aksi mental 5 dijabarkan sebagai berikut:

1) Claim

Subjek S_C menunjukkan perilaku bahwa ia tidak mampu memberikan pernyataan terkait laju perubahan sesaat yang terjadi pada seluruh domain fungsi pada interval yang semakin mengecil.

2) Evidence

Subjek S_C menunjukkan perilaku bahwa ia mampu menyediakan bukti terkait laju perubahan sesaat yang terjadi pada seluruh domain fungsi dalam interval perubahan yang semakin mengecil. Hal ini ditunjukkan dengan grafik berbentuk kurva mulus dengan indikasi perubahan yang jelas (lihat gambar 4.5 untuk tes kovariansi 1 dan gambar 4.6 untuk tes kovariansi 3).

Berikut disajikan rangkuman hasil analisis data struktur argumentasi subjek S_C pada penalaran kovariasional.

Tabel 4.6
Rangkuman Analisis Data Struktur Argumentasi
subjek S_C pada penalaran kovariasional

Penalaran Kovariasional	Struktur Argumentasi	
	Claim	Evidence
Aksi Mental 1	Siswa mampu memberikan pernyataan bahwa terjadi perubahan variabel output saat memerhatikan perubahan variabel input	Siswa mampu menggambarkan posisi dan pelabelan setiap variable
Aksi Mental 2	Siswa mampu memberikan pernyataan bahwa semakin bertambah nilai variabel input, maka variabel output semakin meningkat	Siswa mampu menggambarkan arah perubahan pada setiap variabel
Aksi Mental 3	Siswa mampu memberikan pernyataan tentang jumlah perubahan variabel output dengan mempertimbangkan perubahan pada variabel input	Siswa tidak mampu menggambarkan konstruksi titik dan garis sekan yang menghubungkan antar titik

Penalaran Kovariasional	Struktur Argumentasi	
	Claim	Evidence
Aksi Mental 4	Siswa tidak mampu memberikan pernyataan tentang laju perubahan variabel output dengan mempertimbangkan perubahan kenaikan yang seragam pada variabel input	Siswa mampu menggambar segmen garis yang mendekati grafik dengan estimasi kemiringan yang berbeda namun tidak menyadari gambar tersebut sebagai bukti dari pernyataannya
Aksi Mental 5	Siswa tidak mampu memberikan pernyataan tentang perubahan sesaat dalam laju perubahan untuk seluruh domain fungsi	Siswa mampu membuat kurva mulus dengan indikasi perubahan yang jelas (arah titik cekung dan titik belok sudah benar) namun tidak mampu menyadarinya sebagai bukti

Berikut disajikan rangkuman hasil analisis data struktur argumentasi pada penalaran kovariasional.

Tabel 4.7
Rangkuman Hasil Analisis Data Struktur Argumentasi
Subjek pada Penalaran Kovariasional

No	Kode Subjek	Aksi Mental Penalaran Kovariasional	Struktur Argumentasi	
			Claim	Evidence
1.	S _A	Aksi mental 1	✓	✓
		Aksi mental 2	✓	✓
		Aksi mental 3	✓	-
		Aksi mental 4	✓	✓
		Aksi mental 5	-	-
2.	S _B	Aksi mental 1	✓	✓
		Aksi mental 2	✓	✓
		Aksi mental 3	✓	✓
		Aksi mental 4	✓	✓
		Aksi mental 5	-	-
3.	S _C	Aksi mental 1	✓	✓
		Aksi mental 2	✓	✓
		Aksi mental 3	✓	-
		Aksi mental 4	-	-
		Aksi mental 5	-	-

BAB V

PEMBAHASAN

A. Pembahasan Hasil Penelitian

Berdasarkan hasil deskripsi dan analisis data yang telah dilakukan pada bab sebelumnya, telah ditunjukkan struktur argumentasi siswa pada penalaran kovariasional berdasarkan komponen argumentasi McNeill dan Krajcik. Berikut ini adalah pembahasan mengenai struktur argumentasi siswa pada penalaran kovariasional berdasarkan komponen argumentasi McNeill dan Krajcik.

1. Struktur Argumentasi Siswa pada Penalaran Kovariasional Berdasarkan Komponen Argumentasi McNeill dan Krajcik

Penalaran kovariasional merupakan kemampuan kognitif seseorang dalam membentuk gambaran tentang dua kuantitas berbeda yang berkaitan dengan perubahan satu kuantitas dengan kuantitas yang lain dalam suatu relasi tertentu. Penalaran kovariasional memiliki kerangka kerja yang terdiri dari 5 aksi mental. Setiap aksi mental memiliki indikator pencapaian yang masing-masing terdiri dari indikator berbentuk visual dan verbal.

Pemenuhan aksi mental penalaran kovariasional dapat dilihat dan dianalisis melalui argumentasi yang mendasari terbentuknya aksi mental tersebut¹⁰⁷. Argumentasi merupakan serangkaian pendapat yang dapat digunakan untuk memperkuat ataupun menolak suatu gagasan yang didasarkan pada fakta-fakta dan diungkapkan secara logis untuk meyakinkan pembaca, pendengar, maupun diri sendiri.

Didalam argumentasi terdiri dari beberapa komponen yang mampu memperkuat atau melemahkan argumentasi. Komponen penyusun argumentasi diungkapkan oleh McNeill dan Krajcik dengan mengacu pada model analisis struktur argumentasi Toulmin. Komponen penyusun argumentasi McNeill dan Krajcik terdiri dari 4 tipe yaitu *claim*, *evidence*,

¹⁰⁷ Ulumul Umah, Abdurrahman As'ari, I Made Sulandra, "Struktur Argumentasi Penalaran Kovariasional Siswa Kelas VIII B MTsN 1 Kediri (The Argumentation Structure Of Class Viii B Students' Covariational Reasoning In Mtsn 1 Kediri)", *Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika*, Vol. 1, No. 1, Maret 2016.

reasoning, dan rebuttal. Pada penelitian ini, komponen argumentasi yang digunakan untuk menganalisis struktur argumentasi adalah komponen tipe *claim* dan *evidence*. Dengan demikian, struktur argumentasi siswa pada penalaran kovariasional berdasarkan komponen argumentasi McNeill dan Krajcik dijabarkan sebagai berikut.

Pada aksi mental 1 penalaran kovariasional terdapat 3 subjek yang mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *claim*, dan 3 subjek mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *evidence*.

Seluruh subjek penelitian mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *claim* pada aksi mental 1 penalaran kovariasional dikarenakan mereka mampu mengetahui dan memberikan penjelasan verbal terkait koordinasi perubahan dari variabel output akibat perubahan pada variabel input. Mereka mampu memberikan pernyataan yang tepat terkait koordinasi awal dari penalaran kovariasional. Beberapa subjek ada yang langsung menuliskan pernyataan tersebut dalam jawaban tertulis mereka, namun ada juga yang memberikan pernyataan ketika proses wawancara.

Seluruh subjek penelitian juga mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *evidence* pada aksi mental 1 penalaran kovariasional. Mereka mampu memberi label yang tepat dalam konstruksi grafik yang dibuat. Sebagian besar dari mereka langsung menuliskan label yang tepat dalam jawaban tertulis mereka, namun ada juga 1 subjek yang memberikan keterangan pelabelan saat proses wawancara. Meskipun demikian, setiap subjek mampu menunjukkan bukti terkait koordinasi awal dari masalah kovariansi yang disediakan untuk memperkuat *claim* yang mereka nyatakan.

Berdasarkan penjelasan tersebut, seluruh subjek yang berjumlah 3 orang mampu memenuhi indikator dua komponen argumentasi tipe *claim* dan *evidence* pada aksi mental 1 penalaran kovariasional. Mereka mampu memberikan pernyataan yang tepat terkait koordinasi awal dari masalah kovariansi serta mampu memperkuat *claim* tersebut dengan bukti berupa pelabelan grafik yang tepat. Terpenuhinya dua komponen argumentasi tipe *claim* dan *evidence* dalam aksi mental 1 dipengaruhi oleh kemampuan penalaran kovariasional

subjek yang mampu mencapai level 1. Subjek dikatakan mencapai level 1 karena mampu memenuhi indikator aksi mental 1. Hal ini diungkapkan oleh Ulumul Umah dalam penelitiannya yang menunjukkan terpenuhinya komponen argumentasi tipe data, backing, warrant, dan conclusion dalam koordinasi awal penalaran kovariasional dikarenakan faktor kemampuan penalaran kovariasional siswa yang mampu mencapai level 1 dari 5 level penalaran kovariasional¹⁰⁸. Adapun komponen argumentasi tipe *data* dan *conclusion* yang digunakan oleh Ulumul Umah untuk menganalisis struktur argumentasi memiliki pengertian yang sama dengan komponen argumentasi tipe *claim* dan *evidence*.

Pada aksi mental 2 penalaran kovariasional terdapat 3 subjek yang mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *claim*, dan 3 subjek yang mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *evidence*. Dengan demikian, seluruh subjek mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *claim* dan *evidence* pada aksi mental 2 penalaran kovariasional.

Seluruh subjek mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *claim* pada aksi mental 2 penalaran kovariasional dikarenakan mereka mampu mengetahui dan memberikan penjelasan verbal mengenai koordinasi arah perubahan variabel output ketika memerhatikan perubahan pada variabel input. Mereka mampu memberikan pernyataan yang tepat terkait koordinasi arah perubahan.

Seluruh subjek juga mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *evidence* pada aksi mental 2 penalaran kovariasional. Hal itu dikarenakan mereka mampu mengonstruksi sebuah grafik dengan garis miring ke atas atau bisa juga disebut garis dengan kemiringan positif untuk menunjukkan arah perubahan variabel output ketika terjadi perubahan pada variabel input.

Berdasarkan penjelasan tersebut, seluruh subjek mampu memenuhi indikator dua komponen argumentasi tipe *claim* dan *evidence*. Mereka mampu memberikan pernyataan yang tepat terkait koordinasi arah perubahan disertai bukti

¹⁰⁸ Ulumul Umah, Abdurrahman As'ari, I Made Sulandra, *Op. Cit.*

berupa grafik yang memiliki arah ke atas atau meningkat untuk membuktikan pernyataan yang mereka sampaikan. Komponen argumentasi tipe *claim* dan *evidence* dapat terpenuhi dalam struktur argumentasi pada aksi mental 2 penalaran kovariasional dipengaruhi oleh kemampuan subjek yang telah mencapai level 2. Subjek mencapai level 2 karena telah memenuhi seluruh indikator dari aksi mental 1 dan aksi mental 2.

Pada aksi mental 3 penalaran kovariasional terdapat 3 subjek yang mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *claim*, dan hanya 1 subjek yang mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *evidence*.

Seluruh subjek mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *claim* dikarenakan mereka menyadari adanya koordinasi besar perubahan variabel output ketika memerhatikan perubahan pada variabel input. Mereka mampu memberikan pernyataan yang tepat terkait besar perubahan variabel output. Mereka juga menyadari adanya pengaruh dari perbedaan luas penampang pada wadah yang menyebabkan perbedaan besar perubahan ketinggian.

Dari 3 subjek penelitian, hanya ada 1 subjek yang mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *evidence*. Subjek tersebut mampu mengonstruksi suatu titik untuk menunjukkan besar perubahan variabel output ketika memerhatikan perubahan pada variabel input. Subjek juga menyadari makna dari konstruksi titik yang ia buat. Konstruksi titik tersebut merupakan bukti untuk menguatkan *claim* yang telah dinyatakan oleh subjek. Sedangkan 2 dari 3 subjek tidak mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *evidence* meskipun mereka mampu memberikan pernyataan yang tepat. Hal tersebut dapat terjadi dikarenakan subjek tidak menganggap konstruksi titik tersebut perlu disertakan, mereka hanya menunjukkan bukti besar perubahan variabel output melalui perbedaan kemiringan garis dalam grafik.

Berdasarkan penjelasan tersebut, dapat diketahui bahwa subjek mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *claim* tapi tidak mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *evidence*. Hal tersebut dikarenakan sebagian subjek hanya memberikan bukti dari koordinasi besar perubahan variabel output berupa perbedaan kemiringan grafik

yang diakibatkan perbedaan luas penampang wadah, sehingga kenaikan variabel output mengalami perbedaan. Mereka tidak mengonstruksu suatu titik terlebih dahulu untuk membentuk sebuah grafik. Hal tersebut menjadikan bukti yang mereka berikan untuk memperkuat *claim* menjadi kurang tepat dan tidak memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *evidence* pada aksi mental 3 penalaran kovariasional.

Dalam penelitian yang dilakukan oleh Carlson dkk menunjukkan bahwa subjek yang tidak mampu menunjukkan bukti terkait pemahaman yang mendukung perilaku mereka dan hanya mampu memenuhi salah satu indikator pemenuhan aksi mental saja diidentifikasi sebagai perilaku *pseudo analitis* yang telah didefinisikan oleh Vinner sebagai suatu perilaku yang seperti melakukan penalaran namun bukan penalaran yang sebenarnya.¹⁰⁹

Pada aksi mental 4 penalaran kovariasional terdapat 2 subjek yang mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *claim*, dan 2 subjek yang mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *evidence*.

Dua subjek yang mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *claim* pada aksi mental 4 penalaran kovariasional mengetahui adanya laju perubahan pada variabel output yang diakibatkan oleh perubahan kenaikan yang seragam dari variabel input. Mereka mampu memberikan pernyataan terhadap pertanyaan tentang perbedaan kemiringan segmen dalam grafik yang mereka buat. Mereka tidak hanya menyatakan perbedaan kemiringan berdasarkan perbedaan luas penampang wadah saja, melainkan juga sebagai akibat dari perubahan yang seragam dari variabel input yang dimasukkan secara terus menerus. Sedangkan 1 dari 3 subjek tidak mampu menyediakan komponen argumentasi tipe *claim* dalam aksi mental 4 dikarenakan ia tidak menyadari dan tidak mampu mengoordinasikan laju perubahan rata-rata variabel output ketika memerhatikan perubahan kenaikan yang seragam dari variabel input, sehingga mereka tidak mampu memberikan pernyataan yang tepat terkait aksi mental 4.

¹⁰⁹ Onder Koklu, Electronic Theses, Treatises and Dissertation: "An Investigation of College Students' Covariational Reasonings", (Florida State University, 2007)

Sementara itu, 2 subjek yang mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *evidence* dalam aksi mental 4 penalaran kovariasional mampu mengonstruksi sebuah segmen garis yang mendekati bentuk grafik dan memiliki estimasi kemiringan yang berbeda untuk menunjukkan laju perubahan rata-rata. Dua subjek mengonstruksi bukti disertai alasan yang tepat mengenai laju perubahan rata-rata, sedangkan 1 lainnya hanya mampu menyediakan bukti disertai alasan yang terbatas pada bentuk wadah yang mempengaruhi perubahan pada variabel output, sehingga tidak dapat menjadi bukti yang tepat terkait laju perubahan rata-rata.

Berdasarkan penjelasan tersebut dapat diketahui bahwa subjek mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *claim* dan *evidence* pada aksi mental laju perubahan rata-rata. Mereka tidak mengalami pseudo penalaran dalam memenuhi indikator aksi mental 4, sehingga mereka mampu memberikan komponen argumentasi tipe *claim* dalam penjelasan verbal mereka, serta mampu memberikan komponen argumentasi tipe *evidence* untuk memperkuat *claim* yang mereka buat dalam bentuk grafik.

Ketidakmampuan salah satu subjek dalam memenuhi komponen argumentasi tipe *claim* dipengaruhi oleh terbatasnya penalaran kovariasional. Subjek tersebut memiliki pengetahuan yang hanya terbatas pada pengaruh bentuk wadah yang digunakan terhadap bentuk grafik yang dihasilkan, sehingga ia tidak menyadari adanya pengaruh dari perubahan kenaikan yang seragam dari variabel input. Ketidaksadaran tersebut mengakibatkan ia tidak mampu memberikan penjelasan verbal terkait aksi mental 4. Hal ini didukung dengan penelitian yang dilakukan oleh Carlson dkk yang menunjukkan adanya ketidakconsistenan perilaku siswa dan kelemahan dalam kemampuan mereka menafsirkan laju perubahan rata-rata variabel output ketika memerhatikan perubahan kenaikan yang seragam dari variabel input¹¹⁰.

¹¹⁰Marlyn Carlson, Sally Jacobs, Edward Coe, Sean Larsen, & Eric Hsu, "Applying Covariational Reasoning While Componenting Dynamic Events: A framework and a Study", *Journal for Research in Mathematics Education*, 33:5, 2002.

Pada aksi mental 5 penalaran kovariasional tidak ada subjek yang mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *claim* dan tipe *evidence*. Hal tersebut dikarenakan terbatasnya kemampuan penalaran kovariasional mereka. Mereka tidak mampu mencapai level 5 dalam penalaran kovariasional.

Seluruh subjek tidak mampu memenuhi indikator tipe *claim* dikarenakan mereka tidak memahami apa yang terjadi pada laju perubahan sesaat dari seluruh domain fungsi pada interval yang semakin mengecil. Hal tersebut menjadikan subjek tidak mampu memberikan pernyataan atau kesimpulan awal terkait laju perubahan sesaat.

Seluruh subjek juga tidak mampu memenuhi indikator komponen argumentasi tipe *evidence* meskipun 2 diantara 3 subjek mampu mengonstruksi kurva mulus dengan indikasi dan titik belok yang tepat. Mereka tidak menyadari bahwa konstruksi kurva mulus dapat menjadi bukti dari adanya laju perubahan sesaat. Mereka mengonstruksi kurva mulus dengan alasan bahwa seharusnya grafik memiliki titik belok yang dipengaruhi oleh wadah dan bukan karena adanya perubahan sesaat dalam interval yang semakin mengecil.

Penjelasan mengenai keterbatasan subjek dalam menyelesaikan aksi mental 5 penalaran kovariasional tersebut menunjukkan bahwa tidak ada satupun subjek yang memenuhi kedua tipe komponen argumentasi *claim* dan *evidence*. Hal itu dikarenakan mereka mengalami sugesti dalam penalaran yang mereka lakukan. Pada penelitian yang dilakukan oleh Carlson dkk menunjukkan bahwa siswa yang mengalami sugesti dari aksi mental 5 hanya mampu memenuhi salah satu indikator, yaitu penjelasan verbal yang benar sedangkan konstruksi grafik salah atau sebaliknya, yaitu konstruksi grafik yang benar namun tidak disertai penjelasan verbal yang tepat¹¹¹. Hal tersebut mendukung tidak munculnya kedua komponen argumentasi tipe *claim* dan *evidence* dalam aksi mental 5 penalaran kovariasional.

¹¹¹Marlyn Carlson, Sally Jacobs, Edward Coe, Sean Larsen, & Eric Hsu, "Applying Covariational Reasoning While Componing Dynamic Events: A farenwork and a Study", *Journal for Research in Mathematics Education*, 33:5, 2002.

Seluruh subjek mengalami proses berpikir pseudo analitik ketika menyelesaikan permasalahan terkait koordinasi laju perubahan sesaat. Proses berpikir pseudo analitik telah diungkapkan oleh Vinner sebagai proses berpikir yang nampak seperti proses analitik namun sebenarnya bukan proses analitik¹¹². Seorang siswa yang mengalami proses berpikir pseudo analitik dalam penalaran kovariasional hanya mampu memenuhi salah satu indikator aksi mental saja yaitu penjelasan verbal atau bukti berupa konstruksi grafik yang tepat¹¹³. Berdasarkan pengertian tersebut, faktor yang mempengaruhi tidak terpenuhinya komponen argumentasi tipe claim dan evidence sekaligus dalam aksi mental 5 penalaran kovariasional adalah adanya proses berpikir pseudo analitik yang dialami oleh siswa.

Sementara itu, berdasarkan pengertian komponen argumentasi McNeill dan Krajcik pernyataan atau kesimpulan awal dari sebuah pertanyaan yang diberikan merupakan pengertian dari *claim*, dan bukti yang diberikan untuk memperkuat *claim* disebut *evidence*¹¹⁴. Hal tersebut menunjukkan bahwa kedua komponen argumentasi tersebut merupakan dasar pemenuhan aksi mental kovariasional.

Penelitian yang dilakukan oleh Ulumul Umah menunjukkan bahwa rata-rata siswa mampu memenuhi komponen argumentasi tipe *data*, *backing*, *warrant*, dan *conclusion*¹¹⁵. Namun pemenuhan tersebut tidak sepenuhnya terdapat pada setiap aksi mental dikarenakan dipengaruhi oleh level kemampuan penalaran kovariasional siswa. Keempat komponen argumentasi yang digunakan oleh Ulumul Umah merupakan model analisis argumentasi Toulmin. Adapun

¹¹² Vinner, "The Pseudo Conceptual and The Pseudo Analytical Thought Processes in Mathematics Learning", *Educational Studies in Mathematics*, 34, pp.97-129, 1997.

¹¹³ Onder Koklu, *Op. Cit.*

¹¹⁴ Katherine L. McNeill & Joseph Krajcik, *Supporting Grade 5-8 Students in Constructing Explanations in Science: The Claim, Evidence, and Reasoning Framework for Talk and Writing*, (London:Pearson, 2011), diakses di <https://eric.ed.gov/?id=ED534533>, pada 31 Mei 2019.

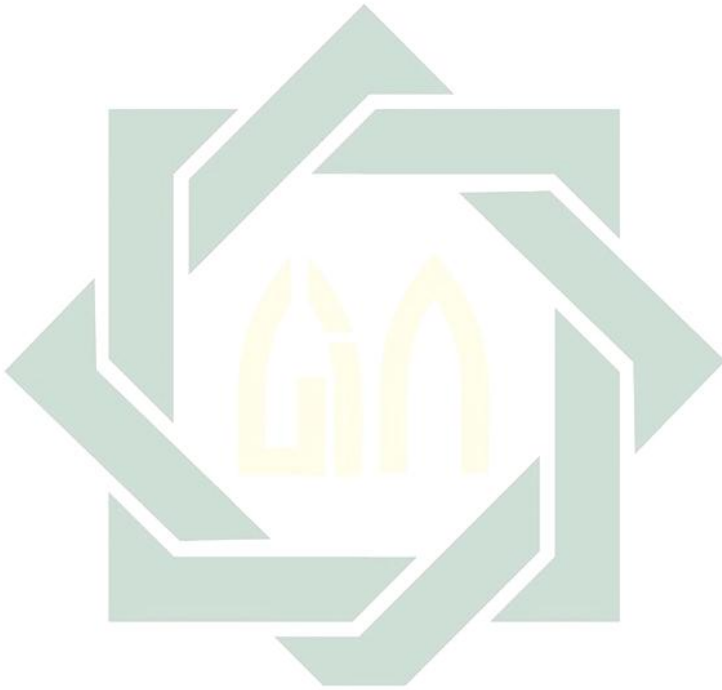
¹¹⁵ Ulumul Umah, Abdurrahman As'ari, I Made Sulandra, "Struktur Argumentasi Penalaran Kovariasional Siswa Kelas VIII B MTsN 1 Kediri (The Argumentation Structure Of Class VIII B Students' Covariational Reasoning In Mtsn 1 Kediri)", *Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika*, Vol. 1, No. 1, Maret 2016.

komponen argumentasi tipe *data* Toulmin memiliki pengertian yang selaras dengan komponen argumentasi *evidence* oleh McNeill dan Krajcik. Sedangkan komponen argumentasi tipe *conclusion* memiliki pengertian yang selaras dengan komponen argumentasi tipe *claim*.

Berdasarkan hasil penelitian dan diskusi yang telah dilakukan, menunjukkan bahwa terpenuhinya komponen argumentasi tipe *claim* dan *evidence* dipengaruhi oleh level kemampuan penalaran kovariasional dan proses berpikir seseorang. Hal tersebut mengakibatkan komponen argumentasi tipe *claim* dan *evidence* tidak selalu dapat ditemukan dalam argumentasi setiap subjek pada seluruh aksi mental penalaran kovariasional.

B. Kelemahan Penelitian

Kelemahan dalam penelitian ini adalah peneliti hanya menganalisis struktur argumentasi penalaran kovariasional menggunakan dua komponen argumentasi yaitu *claim* dan *evidence* saja tanpa menyertakan 2 komponen lainnya, yaitu *reasoning* dan *rebuttal*. Hal itu dikarenakan peneliti menyesuaikan dengan materi kovariansi pada tingkat sekolah serta adanya keterbatasan pemikiran oleh peneliti. Selain itu, peneliti juga tidak memerhatikan faktor-faktor yang mungkin dapat memengaruhi kemampuan argumentasi siswa pada penalaran kovariasional seperti gaya belajar atau kemampuan matematika.



Nb: Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB VI PENUTUP

A. Simpulan

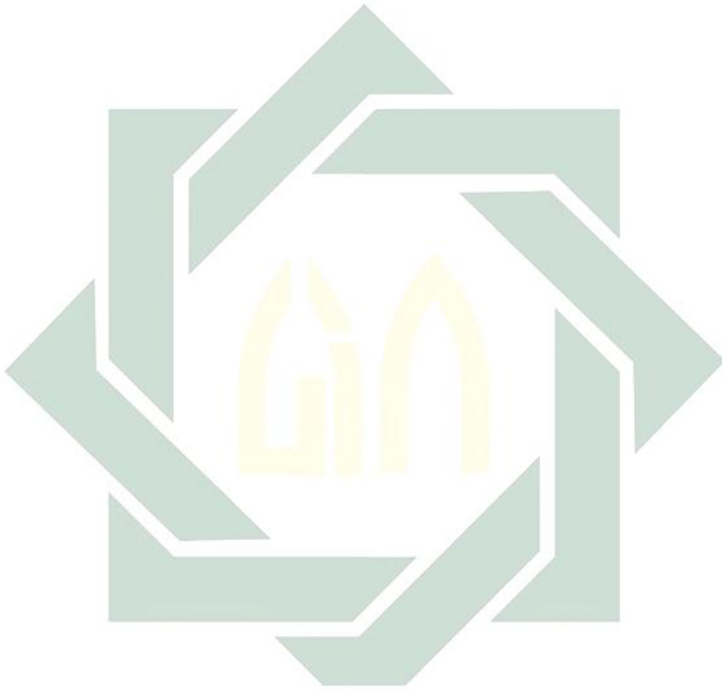
Berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan yang telah diuraikan pada bab sebelumnya, maka dapat disimpulkan bahwa struktur argumentasi siswa pada aksi mental koordinasi awal, aksi mental koordinasi arah perubahan, dan aksi mental koordinasi besar perubahan penalaran kovariasional terdapat komponen argumentasi tipe *claim* dan tipe *evidence*. Adapun struktur argumentasi siswa pada aksi mental laju perubahan rata-rata penalaran kovariasional hanya terdapat komponen argumentasi tipe *claim* saja dan tidak terdapat komponen argumentasi tipe *evidence*. Sedangkan struktur argumentasi siswa pada aksi mental laju perubahan sesaat penalaran kovariasional tidak terdapat komponen argumentasi tipe *claim* maupun tipe *evidence*.

B. Saran

Berdasarkan hasil penelitian ini, beberapa saran yang dapat peneliti ungkapkan antara lain:

1. Bagi guru, guru seharusnya mulai membiasakan diri untuk mengajarkan fungsi dengan pendekatan kovariasional. Hal itu untuk melatih kemampuan penalaran kovariasional siswa dalam memahami masalah-masalah kovariansi serta menjadikan pembelajaran fungsi menjadi bermakna. Selain itu, proses pembelajaran penalaran kovariasional dapat membiasakan siswa untuk membentuk argumentasi yang tepat ketika menyelesaikan masalah-masalah kovariansi maupun masalah-masalah matematika lainnya.
2. Bagi siswa, sebaiknya siswa lebih sering melatih kemampuan penalaran kovariasional mereka dengan cara mempelajari masalah-masalah kovariansi. Hal itu untuk menjadikan proses pembelajaran fungsi yang mereka peroleh menjadi bermakna serta untuk meningkatkan kemampuan argumentasi mereka dalam menyelesaikan masalah-masalah kovariansi pada khususnya dan masalah-masalah matematika pada umumnya.
3. Bagi peneliti lain, sebaiknya perlu untuk menyertakan dua komponen argumentasi lainnya yaitu *reasoning* dan *rebuttal*.

Hal itu untuk menganalisis argumentasi siswa secara lebih mendalam pada penalaran kovariasional. Selain itu, sebaiknya peneliti lain memerhatikan faktor-faktor yang mungkin dapat memengaruhi kemampuan argumentasi siswa pada penalaran kovariasional.



DAFTAR PUSTAKA

- Aikenhead, Glen S.,” Science-based Occupations and The Science Curriculum: Concepts of Evidence”, *Science Education*, 89(2), 2004.
- Brodie, Karin.*Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms*. New York: Springer, 2010.
- Carlson, Marlyn., Sally Jacobs, Edward Coe, Sean Larsen, & Eric Hsu, “Applying Covariational Reasoning While Komponening Dynamic Events: A farenwork and a Study”, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 33, 2002.
- Chazan, *Beyond formulas in mathematics and teaching: Dynamics of the high school algebra classroom*. New York: Teachers College Press. 2000.
- Clement, John. “The Concept of Variation and Misconceptions in Cartesian Graphing”, *Focus on Learning Problems in Mathematics*, Vol. 11,1989.
- Confrey, Jere.& Erick Smith, “Exponential Functions, Rate of Change, and Multiplicative Unit”, *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 26,1994.
- Confrey, Jere.& Erick Smith, “Splitting, Covariation, and Their Role in The Development of Exponential Functions”, *Journal for Research of Mathematics Education*, Vol. 26, No. 1, Januari 1995.
- Departemen Pendidikan Nasional. Depdiknas, Standar Proses Pendidikan Dasar dan Menengah, Permendiknas No. 65 tahun 2013.
- Diakses dari <http://www.merriam-webster.com>, pada10 April 2019.
- Diakses di <http://kamusbahasaIndonesia.org/penalaran>, pada 20 Oktober 2018

- Driver, Rossalind., Paul Newton, Jonathan Osborne, "Establishing The Norms of Scientific Argumentation in Classrooms", *Science Education*, Vol. 84 No. 3, 2000.
- Faruq, Achmad. Skripsi: "*Analisis Struktur Argumentasi dan Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematika Siswa Sekolah Menengah*", Surabaya:UINSA,2014.
- Fischer, Frank., Ingo Kollar, Stefan Ufer, Beate Sodian, Heinrich Hussman, Reinhard Pekrun, Birgit Neuhaus, Birgit Dörner, Sabine Pankofer, Martin Fischer, Jan-Willem Strijbos, Moritz Heene, and Julia Eberle, "Scientific Reasoning and Argumentation: Advancing an Interdisciplinary Research Agenda in Education", *Frontline Learning Research*, Vol. 5,28-45,2014.
- Fitria, Siti Anis. Skripsi : "*Kemampuan Penalaran Kovariasional Siswa dalam Mengonstruksi Grafik Fungsi Dibedakan dari Gaya Belajar 4Mat System*", Surabaya:UINSA, 2017.
- Google Translate, <https://www.google.com/search?client=firefox-b-d&q=google+translate>, diakses pada 10 Juni 2019.
- Gorays, Keraf. *Argumentasi dan Narasi*, Jakarta:PT. Gramedia Pustaka Utama, 1994.
- Handayani, Putri.,Murniati Sardianto. "Analisis Argumentasi Peserta Didik Kelas X SMA Muhammadiyah 1 Palembang Dengan Menggunakan Komponen Argumentasi Toulmin". *Jurnal Inovasi Dan Pembelajaran Fisika*, Volume 2, Nomor 1, Mei 2015.
- Heng, Lee Ling.,Johari bin Surif& C Hau. Seng, "Individual Versus Group Argumentation: Student's Performance in a Malaysian Context". *International Education Studies*. Vol. 7, (7) pp 109-124, 2014.
- Iskandar, *Metode Penelitian Pendidikan dan Sosial* (Kuantitatif dan Kualitatif), Jakarta: Gaung Persada Press, 2008.

- Koklu, Onder. Electronic Theses, Treatises and Dissertation: “*An Investigation of College Students’ Covariational Reasonings*”, Florida State University, 2007.
- Krajcik Joseph.& Katherine L. McNeill, “Inquiry and Scientific Explanations: Helping Students Use Evidence and Reasoning”, *Chapter 11: Inquiry and Scientific Explanations*.
- Kusaeri, K. (2019). Pedagogical beliefs about critical thinking among Indonesian mathematics pre-service teachers. *International Journal of Instruction*, 12(1), 573-590.
- Marfi, Ario. “Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Smk Setelah Mengikuti Pembelajaran Berbasis Masalah”, *Jurnal Ilmiah Edu Research* Vol. 5 No. 2 Desember 2016.
- Martin, Bernard. “Meningkatkan Kemampuan Komunikasi dan Penalaran Serta Disposisi Matematik Siswa SMK dengan Pendekatan Kontekstual Melalui Game Adobe Flash Cs 4.0”, *Jurnal Ilmiah Program Studi Matematika STKIP Siliwangi Bandung*, Vol4, No.2, September 2015.
- McNeill, Katherine L. “Elementary Students’ Views of Explanation, Argumentation, and Evidence, and Their Abilities to Construct Arguments Over The School Year”, *Journal of Research in Science Teaching*, Vol.48, No.7, PP. 793-823, 2011.
- McNeill, Katherine L. “Elementary Students’ Views of Explanation, Argumentation, and Evidence, and Their Abilities to Construct Arguments Over The School Year”, *Journal of Research in Science Teaching*, Vol.48, No.7, PP.793-823, 2011.
- McNeill, Katherine L. David J. Lizotte, and Joseph Krajcik, “Supporting Students’ Construction of Scientific Explanations by Fading Scaffolds in Instructional Materials”, *The Journal of The Learning Sciences*, 15(2), 153-191, 2006.

- McNeill, Katherine L., & Dean M. Martin, "Claims, Evidence, and Reasoning: Demystifying Data During a Unit on Simple Machines", *Science and Children*, 2011.
- McNeill, Katherine L., & Joseph Krajcik, *Supporting Grade 5-8 Students in Constructing Explanations in Science: The Claim, Evidence, and Reasoning Framework for Talk and Writing*, London: Pearson, 2011, diakses di <https://eric.ed.gov/?id=ED534533>, pada 31 Mei 2019.
- Meghan, Bathgate. Amanda Crowell, Christian Schunn, Mac Cannady, and Rena Dorph, "The Learning Benefits of Being Willing and Able to Engage in Scientific Argumentation", *International Journal of Science Education*, 2015.
- Meleong, Lexy J. *Metodologi Penelitian Kualitatif*, Bandung: Remaja Rosdakarya, 2008.
- Mujib, Abdul dan Erik Suparingga. "Analisis Penalaran dalam Ujian Nasional Matematika SMA/MA Program IPA Tahun 2011/2012", diakses dari www.umnaw.ac.id, pada tanggal 30 April 2019.
- NCTM, *Executive Summary Principles and Standards for School Mathematic*, Reston, Va : NCTM, 2002, h. 4. (online) <http://www.nctm.org/uploadedFiles/StandardsandPositions/PSSMExecutiveSummaryPdf>
- Nisa', Khoirun, Skripsi: "*Profil Kemampuan Argumentasi Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Ditinjau dari Aktualisasi Diri Siswa*", Surabaya: UINSA, 2017.
- Noor, Juliansyah. *Metode Penelitian*, Jakarta: Kencana Prenada Media Group, 2012.
- Oxford Learne's Pocket Dictionary, Fourth Edition, Oxford, New York: Oxford University Press, 2008.

- Pallant, Amy dan Hee Sun Lee, "Constructing Scientific Arguments Using Evidence from Dynamic Computational Climate Models". *Journal of Science Education and Technology*, Vol.24, pp 378–395, 2015.
- Purcell, Edwin J., Dale Varberg, *Kalkulus dan Geometri Analitik*, Jilid 1 Edisikelima, Jakarta, Erlangga.
- Rosida, Cita Dwi. "Kemampuan Penalaran Dan Komunikasi Matematis: Apa, Mengapa, Dan Bagaimana Ditingkatkan Pada Mahasiswa", *Jurnal Euclid*, ISSN 2355-17101, vol.1, No.1, pp. 1-59.
- Saldanha, Luis A., & Patrick W. Thompson., "Rethinking Covariation from a Quantitative Perspective: Simultaneous Continuous Variation", In S. B. Berensah& W. N. Coulumbe (Eds), *Proceedings of the Annual Meeting of The Psychology of Mathematics Education – North America*. Raleigh, NC: North Carolina State University.
- Sardianto, Murniati.,Putri Handayani. "Analisis Argumentasi Peserta Didik Kelas X SMA Muhammadiyah 1 Palembang Dengan Menggunakan Komponen Argumentasi Toulmin". *Jurnal Inovasi Dan Pembelajaran Fisika*, Volume 2, Nomor 1, Mei 2015.
- Slavitt, David. " An Alternative Route to The Reification of Function", *Educational Studiesin Mathematics*, Vol 33, h.259-281,1997.
- Stewart, James.*Calculus Early Transcendental*, Seventh Edition, PDF, 2008.
- Subanji, "Berpikir Pseudo Penalaran Kovariasional dalam Mengonstruksi Grafik Fungsi Kejadian Dinamik: Sebuah Analisis Berdasarkan Kerangka Kerja VL2P dan Implikasinya pada Pembelajaran Matematika", *Jurnal Ilmu Pendidikan*, Jilid 13, Nomor 1, 2006.
- Subanji, *Teori Berpikir Pseudo Penalaran Kovariasional*, Malang: UM Press, 2011.

- Sugiyono, *Metode Penelitian Pendidikan (Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R & D)*, Bandung: Alfabeta, 2013.
- Suharman, *Psikologi Kognitif*, Surabaya: Srikandi, 2005.
- Sumarda, Rizvi Tanasya. Skripsi: “*Pengaruh Komponen Dual Treatments Terhadap Kemampuan Penalaran Kovariasional Matematis*”, Jakarta: UIN Syarif Hidayatullah, 2018.
- Syaifuddin, Ahmad, “Penalaran Argumen Siswa dalam Wacana Tulis Argumentatif Sebagai Upaya Membudayakan Berpikir Kritis di SMA”, *Jurnal Bahasa dan Sastra* Vol. 7 No 1 Januari 2011, h. 65
- Tall, David. *Function and Calculus: Dalam A.J. Bishop et al (Eds), international Handbook of Mathematics Education*, 1997.
- Thompson, Patrick W., & Marilyn P. Carlson, “Variation, Covariation, and Functions: Foundational Ways of Thinking Mathematically”, *Compendium for Research in Mathematics Educations*, (pp. 421-456). Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2017.
- Thompson, Patrick W., “Imagery and The Development of Mathematical Reasoning”. Dalam L. P. Steffe, B. Greer, P. Nesher, P. Cobb, & G. Goldin (Ed.), *Theories of Learning Mathematics*, Hillsdale N J: Erlbaum. 1996.
- Umah, Ulumul. “Mengembangkan Penalaran Siswa dalam Pembelajaran Konsep Fungsi” *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika dengan tema “Pengembangan 4C’s dalam Pembelajaran Matematika: Sebuah Tantangan dalam Pengembangan Matematika”* ISBN: 978-602-1150-19-1, 28 Mei 2016.
- Umah, Ulumul., Abdurrahman As’ari, I Made Sulandra, “Struktur Argumentasi Penalaran Kovariasional Siswa Kelas VIII B MTsN 1 Kediri (The Argumentation Structure Of Class VIII B Students’

Covariational Reasoning In Mtsn 1 Kediri)", *Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika*, Vol. 1, No. 1, Maret 2016.

Verberg, Dale., Edwin J. Purcell, Steven E. Rigdon, *Kalkulus: Edisi Kesembilan Jilid 1*, Jakarta:Erlangga, 2008.

Vinner, "The Pseudo Conceptual and The Pseudo Analytical Thought Processes in Mathematics Learning", *Educational Studies in Mathematics*, 34, pp.97-129, 1997.

Zeytun, Aysel Sen., Bulent Cetinkaya, Ayhan Kursat Erbas, "Mathematics Teachers' Covariational Reasoning Levels and Predictions about Students' Covariational Reasoning Abilities", *Educational Sciences: Theory & Practice*, 10(3),2010.

