

**APLIKASI MATRIKS DAN ARITMATIKA MODULAR UNTUK
PENYANDIAN MENGGUNAKAN METODE *HILL CIPHER* DAN
*CAESAR CIPHER***

SKRIPSI



**UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A**

Disusun Oleh:

ARINATUL KHOIRIYAH

NIM: H92214024

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL
SURABAYA**

2019

LEMBAR PERSETUJUAN PEMBIMBING

Skripsi oleh

NAMA : ARINATUL KHOIRIYAH

NIM : H92214024

JUDUL : APLIKASI MATRIKS DAN ARITMATIKA MODULAR
UNTUK PENYANDIAN MENGGUNAKAN *METODE HILL*
CIPHER DAN *CAESAR CIPHER*

Ini telah diperiksa dan disetujui untuk diujikan.

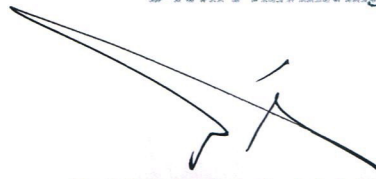
Surabaya, 27 Desember 2019

Dosen Pembimbing 1

Dosen Pembimbing 2



Aris Fanani M. Kom
NIP. 198701272014031002



Dr. Moh. Hafiyusholeh M. Si. M. P. Mat
NIP. 198002042014031001

PENGESAHAN TIM PENGUJI

Skripsi Oleh

Nama : Arinatul Khoiriyah

NIM : H92214024

Judul : Aplikasi Matriks dan Aritmatika Modular untuk Penyandian

Menggunakan Metode *Hill Cipher* dan *Caesar Cipher*.

Telah dipertahankan di depan tim penguji skripsi

Pada hari Selasa Tanggal 31 Desember 2019

Mengesahkan,
Tim Penguji

Penguji I



Aris Fanani, M.Kom

NIP. 198701272014031002

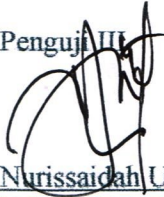
Penguji II



Dr. Moh. Hafiyusholeh, M.Si, M.P. Mat

NIP. 198002042014031001

Penguji III



Nurissaidah Ulinnuha, M.Kom

NIP. 19901102201432004

Penguji IV



Wika Dianita Utami, M.Sc

NIP. 199206102018012003

Mengetahui,

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Sunan Ampel Surabaya



Dr. Hj. Eni Purwati, M.Ag

NIP. 196512211990022001

PERNYATAAN KEASLIAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini,

Nama : Arinatul Khoiriyah

NIM : H92214024

Program Studi : Matematika

Angkatan : 2014

Manyatakan bahwa saya tidak melakukan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul: "APLIKASI MATRIKS DAN ARITMATIKA MODULAR UNTUK PENYANDIAN MENGGUNAKAN METODE HILL CIPHER DAN CAESAR CIPHER". Apabila nanti saya terbukti melakukan plagiat, maka saya bersedia menerima sanksi yang telah di tetapkan.

Demikian pernyataan keaslian ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, Desember 2019

Yang menyatakan,



(Arinatul Khoiriyah)

NIM. H92214024



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
PERPUSTAKAAN

Jl. Jend. A. Yani 117 Surabaya 60237 Telp. 031-8431972 Fax.031-8413300
E-Mail: perpus@uinsby.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika UIN Sunan Ampel Surabaya, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : ARINATUL KHOIRIYAH
NIM : H92214024
Fakultas/Jurusan : SAINTEK/MATEMATIKA
E-mail address : arina.khoiriya@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah :

Sekripsi Tesis Desertasi Lain-lain (.....)

yang berjudul :

APLIKASI MATRIKS DAN ARITMATIKA MODULAR UNTUK PENYANDIAN

MENGGUNAKAN METODE *HILL CIPHER* DAN *CAESAR CIPHER*

beserta perangkat yang diperlukan (bila ada). Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (database), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di Internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini yang saya buat dengan sebenarnya.

Surabaya, Januari 2020

Penulis

(Arinatul Khoiriyah)

kecuali oleh orang-orang yang mengetahui dan memahami kunci dari sandi tersebut.

Namun sandi-sandi dalam pramuka kurang efektif untuk menjaga kerahasiaan suatu pesan rahasia, karena cukup mudah untuk dipecahkan dan banyak orang yang mengetahuinya. Untuk itu dalam ilmu matematika terdapat pembelajaran mengenai matriks dan aritmatika modular yang terapannya dapat digunakan untuk penyandian. Ilmu yang mempelajari tentang penyandian disebut kriptografi. Dalam kriptografi terdapat beberapa algoritma yang berfungsi untuk mengamankan pesan, salah duanya adalah *hill cipher* dan *caesar cipher*.

Ada beberapa penelitian mengenai penyandian yang sebelumnya pernah dilakukan, seperti penelitian yang dilakukan Muhammad Fadhlán dan Hardiansa (2017) dengan judul Rekayasa Aplikasi Kriptografi dengan Penerapan Kombinasi Algoritma Knapsack Merkle dan Affine Cipher. Dalam penelitian ini peneliti mengkombinasikan metode Affine Cipher dan Knapsack Merkle Hellman untuk melakukan enkripsi dan dekripsi data teks. Affine cipher merupakan pengembangan dari caesar cipher. Affine cipher merupakan suatu sistem yang mengenkripsi huruf plainteks secara matematis dengan menggunakan perkalian dikombinasikan dengan penambahan, modulo m , dimana m adalah bulat dalam membuat substitusi campuran. Data akan dienkripsi terlebih dahulu menggunakan affine cipher, kemudian hasilnya akan dienkripsi lagi menggunakan merkle hellman. Pada tahap dekripsi data akan didekripsi menggunakan merkle hellman kemudian didekripsi lagi menggunakan affine cipher. Pengkombinasian ini dilakukan untuk

menyulitkan dan memperkecil kemungkinan pihak-pihak yang tidak berkepentingan untuk mengetahui data rahasia tersebut sehingga lebih memperkuat keamanan sebuah data rahasia.

Muhammad Hilman Adiwibawa, Rini Marwati dan Ririn Sispiyati (2018) melakukan penelitian dengan judul pengimplementasian modifikasi kriptografi Hill Cipher dengan Matriks Sirkulan. Dalam penelitian ini peneliti menggunakan metode kriptografi yang menggunakan matriks sirkulan untuk membangkitkan matriks kunci publik dan pemilihan kunci privat, sehingga kunci yang simetris berubah menjadi kunci asimetris. Kemudian dibuat program aplikasi kriptografi agar pengguna lebih mudah dalam menggunakan modifikasi kriptografi tersebut.

Aida Halimatusadiah dan Entik Insanudin (2016) melakukan penelitian dengan judul Implementasi Kriptografi Metode Caesar Cipher pada Chating Berbasis Web. Niken Prima Puspita dan Nurdin Bahtiar (2010) melakukan penelitian dengan judul Kriptografi Hill Cipher dengan Menggunakan Operasi Matriks.

Metode Hill Cipher dan Caesar Cipher termasuk dalam Algoritma Kriptografi Klasik. Peneliti memilih algoritma tersebut karena untuk mengetahui konsep-konsep kriptografi yang menggunakan aplikasi matriks dan aritmatika modular.

Berdasarkan latar belakang tersebut maka dalam penelitian ini peneliti akan melakukan penyandian dan penguraian sandi dengan menggunakan matriks dan aritmatika modular dengan mengambil judul “APLIKASI

Pada abad ke-20 kriptografi banyak digunakan kalangan militer. Pada perang dunia II, Nazi Jerman membuat mesin enkripsi bernama *enigma* yang menggunakan beberapa rotor (roda berputar) dan melakukan enkripsi yang sangat rumit. Mesin *enigma* yang digunakan Nazi Jerman dapat mengenkripsi satu pesan dengan 15 milyar kemungkinan. *Enigma* merupakan kriptografi berbasis *rotor* yang dibangun dan dipatenkan oleh beberapa penemu dari beberapa negara yang berbeda sejak tahun 1917 hingga 1921, antara lain Edward Heben (Amerika), Arthur Scherbius (Jerman), Alexander Koch (Belanda) dan Arvid Gehard Damm (Swedia).

Pada tahun 1976 dimana Whitfield Diffie dan Martin Hellman mempublikasikan tesis berjudul *New Direction in Cryptography* yang memperkenalkan konsep kunci publik kriptografi yang revolusioner dan metode baru dalam pertukaran kunci, yaitu keamanan berdasarkan algoritma diskrit. Selanjutnya pada tahun 1978 Rivest, Shamir, dan Adlean menemukan enkripsi kunci publik pertama yang dikenal sebagai RSA (*Rivest, Shamir, and Adleman*) (Nurdin A. P., 2017).

2.1.2 Definisi Kriptografi

Kriptografi berasal dari berasal dari Bahasa Yunani "*cryptos*" artinya "*secret*" (rahasia) dan "*graphein*" artinya "*writing*" (tulisan). Jadi kriptografi berarti tulisan rahasia. Terdapat beberapa definisi kriptografi. Pada era 80-an ada yang menyatakan bahwa kriptografi merupakan ilmu dan seni untuk menjaga keamanan pesan. Sedangkan dalam buku-buku terbaru menyatakan bahwa kriptografi adalah ilmu mengenai metode untuk mengirimkan pesan secara

3. Mengelompokkan huruf-huruf pesan yang telah diubah dalam bentuk numerik menjadi matriks-matriks.
4. Mengalikan Matriks kunci dan matriks plainteks kemudian dimodulokan 26.
5. Hasilnya kemudian dikonversikan menjadi huruf-huruf alfabet sesuai tabel kunci.
6. Selanjutnya yaitu proses dekripsi. Mengubah cipherteks menjadi numerik.
7. Mencari invers matriks modulo dari matriks kunci enkripsi untuk dijadikan matriks kunci dekripsi.
8. Mengelompokkan angka-angka cipherteks menjadi matriks-matriks.
9. Mengalikan matriks cipherteks dan matriks kunci kemudian dimodulokan 26.
10. Hasilnya kemudian dikonversi ke bentuk alfabet sesuai tabel kunci.

Berikut ini langkah-langkah yang dilakukan dalam proses enkripsi dan dekripsi Caesar Cipher:

1. Mengkonversikan alfabet dalam numerik.
2. Menentukan kunci enkripsi dan dekripsi dengan menggeser alfabet sejauh k .
3. Melakukan enkripsi dengan menggunakan persamaan (2.1) dan dekripsi dengan persamaan (2.2).

Berikut ini langkah-langkah yang dilakukan dalam proses enkripsi dan dekripsi menggunakan gabungan Hill Cipher dan Caesar Cipher:

1. Mengkonversikan alfabet ke dalam bentuk numerik dan melakukan penggeseran posisi alfabet sejauh k (sesuai dengan algoritma Caesar cipher) dan digunakan sebagai tabel kunci enkripsi dan dekripsi.
2. Mengubah huruf-huruf dalam pesan menjadi bentuk numerik sesuai tabel kunci.
3. Melakukan proses enkripsi dan dekripsi sesuai algoritma Hill Cipher.
4. Menentukan matriks kunci untuk proses enkripsi.
5. Mengelompokkan huruf-huruf pesan yang telah diubah dalam bentuk numerik menjadi matriks-matriks.
6. Mengalikan Matriks kunci dan matriks plainteks kemudian dimodulokan 26.
7. Hasilnya kemudian dikonversikan menjadi huruf-huruf alfabet sesuai tabel kunci.
8. Selanjutnya yaitu proses dekripsi. Mengubah cipherteks menjadi numerik.
9. Mencari invers matriks modulo dari matriks kunci enkripsi untuk dijadikan matriks kunci dekripsi.
10. Mengelompokkan angka-angka cipherteks menjadi matriks-matriks.
11. Mengalikan matriks cipherteks dan matriks kunci kemudian dimodulokan 26.
12. Hasilnya kemudian dikonversi ke bentuk alfabet sesuai tabel kunci.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 58 \\ 68 \\ 35 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 6 \\ 16 \\ 9 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} G \\ Q \\ J \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \\ 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63 \\ 60 \\ 88 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 11 \\ 8 \\ 10 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} L \\ I \\ K \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 \\ 7 \\ 82 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 22 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} W \\ H \\ E \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 17 \\ 20 \\ 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 111 \\ 92 \\ 205 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 7 \\ 14 \\ 23 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} H \\ O \\ X \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 \\ 8 \\ 79 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 22 \\ 8 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} W \\ I \\ B \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 \\ 11 \\ 82 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 25 \\ 11 \\ 4 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} Z \\ L \\ E \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 46 \\ 48 \\ 48 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 20 \\ 22 \\ 23 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} U \\ W \\ X \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 54 \\ 68 \\ 35 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 2 \\ 16 \\ 15 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} C \\ Q \\ P \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 \\ 7 \\ 82 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 22 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} W \\ H \\ E \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 17 \\ 8 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 63 \\ 48 \\ 133 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 11 \\ 22 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} L \\ W \\ D \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28 \\ 12 \\ 92 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 2 \\ 12 \\ 14 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} C \\ M \\ O \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 15 \\ 11 \\ 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 25 & 14 \\ 5 & 2 & 13 \\ 9 & 25 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 799 \\ 305 \\ 570 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 19 \\ 19 \\ 24 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} I \\ I \\ N \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 25 & 14 \\ 5 & 2 & 13 \\ 9 & 25 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 253 \\ 44 \\ 245 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 19 \\ 18 \\ 11 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} L \\ H \\ A \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 19 \\ 20 \\ 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 25 & 14 \\ 5 & 2 & 13 \\ 9 & 25 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 964 \\ 213 \\ 731 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} R \\ U \\ S \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 25 & 14 \\ 5 & 2 & 13 \\ 9 & 25 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 334 \\ 171 \\ 246 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 22 \\ 15 \\ 12 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} L \\ E \\ B \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 13 \\ 25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 25 & 14 \\ 5 & 2 & 13 \\ 9 & 25 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 695 \\ 356 \\ 584 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 19 \\ 18 \\ 12 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} I \\ H \\ B \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 14 \\ 7 \\ 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 25 & 14 \\ 5 & 2 & 13 \\ 9 & 25 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 609 \\ 227 \\ 411 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 11 \\ 19 \\ 21 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} A \\ I \\ K \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 14 \\ 16 \\ 23 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 25 & 14 \\ 5 & 2 & 13 \\ 9 & 25 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1002 \\ 401 \\ 756 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 14 \\ 11 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} D \\ A \\ R \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 25 & 14 \\ 5 & 2 & 13 \\ 9 & 25 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 253 \\ 44 \\ 245 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 19 \\ 18 \\ 11 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} I \\ H \\ A \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 13 \\ 16 \\ 18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 25 & 14 \\ 5 & 2 & 13 \\ 9 & 25 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 912 \\ 331 \\ 921 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 2 \\ 19 \\ 21 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} R \\ I \\ K \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 24 \\ 23 \\ 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 25 & 14 \\ 5 & 2 & 13 \\ 9 & 25 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1237 \\ 335 \\ 921 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 15 \\ 23 \\ 11 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} E \\ M \\ A \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 16 \\ 2 \\ 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 & 25 & 14 \\ 5 & 2 & 13 \\ 9 & 25 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 496 \\ 201 \\ 284 \end{bmatrix} \text{mod}26 = \begin{bmatrix} 2 \\ 19 \\ 24 \end{bmatrix} \text{ sehingga diperoleh } \begin{bmatrix} R \\ I \\ N \end{bmatrix}$$

