

**PROFIL PENALARAN *PLAUSIBLE* PESERTA DIDIK
DALAM PEMECAHAN MASALAH PEMBUKTIAN
MATEMATIKA DITINJAU DARI GAYA BERPIKIR**

SKRIPSI

Oleh:

DINDA ARISTANTI

NIM. D04216004



**UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A**

**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
FAKULTAS TARBIYAH DAN KEGURUAN
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
PRODI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JANUARI 2021**

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Dinda Aristanti
NIM : D04216004
Jurusan/Program Studi : PMIPA/Pendidikan Matematika
Fakultas : Tarbiyah dan Keguruan

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar tulisan saya, dan bukan merupakan plagiasi baik sebagian atau seluruhnya.

Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan bahwa skripsi ini hasil plagiasi, baik sebagian atau seluruhnya, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Surabaya, 15 Januari 2021

Yang membuat pernyataan,



Dinda Aristanti
NIM. D04216004

Digitized by www.perpusnas.org

PERSETUJUAN PEMBIMBING SKRIPSI

Skripsi Oleh:

Nama : DINDA ARISTANTI
NIM : D04216004
Judul : PROFIL PENALARAN *PLAUSIBLE* PESERTA DIDIK DALAM
PEMECAHAN MASALAH PEMBUKTIAN MATEMATIKA DITINJAU
DARI GAYA BERPIKIR

Ini telah diperiksa dan disetujui untuk diujikan.

Surabaya, 12 Januari 2021

Mengetahui,

DOSEN PEMBIMBING I,



Lisanul Uswah Sadleha, S.Si, M.Pd.
NIP. 198309262006042002

DOSEN PEMBIMBING II,



Prof. Dr. Kusaeri, M.Pd.
NIP. 197206071997031001

PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI

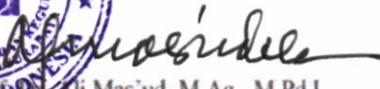
Skripsi oleh **Dinda Aristanti** ini telah dipertahankan di depan Tim Penguji Skripsi

Surabaya, 15 Januari 2021

Mengesahkan, Fakultas Tarbiyah dan Keguruan
Universitas Islam Negeri Sunan Ampel Surabaya

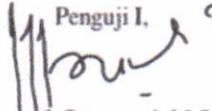


Dekan,


Ali Mas'ud, M.Ag., M.Pd.I
NIP.196301231993031002

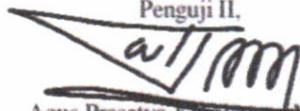
Tim Penguji

Penguji I,



Maunah Setyawati, M.Si
NIP.197411042008012008

Penguji II,



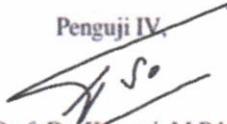
Agus Prasetyo Kurniasih, M.Pd.
NIP.198308212011011009

Penguji III,



Lisanul Uswah Sholikhah, S.Si, M.Pd.
NIP.198309262006042002

Penguji IV,



Prof. Dr. Kusaeri, M.Pd.
NIP. 197206071997031001

LEMBAR PERSETUJUAN PUBLIKASI



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
PERPUSTAKAAN

Jl. Jend. A. Yani 117 Surabaya 60237 Telp. 031-8431972 Fax.031-8413300

E-Mail: perpus@uinsby.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika UIN Sunan Ampel Surabaya, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : DINDA ARISTANTI
NIM : D04216004
Fakultas/Jurusan : TARBIYAH DAN KEGURUAN/PENDIDIKAN MATEMATIKA
E-mail address : dinda.aristanti@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah :

Skripsi Tesis Desertasi Lain-lain (.....)

yang berjudul :

PROFIL PENALARAN *PLAUSIBLE* PESERTA DIDIK DALAM PEMECAHAN

MASALAH PEMBUKTIAN MATEMATIKA DITINJAU DARI GAYA BERPIKIR

berserta perangkat yang diperlukan (bila ada). Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (database), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di Internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini yang saya buat dengan sebenarnya.

Surabaya, 8 Februari 2021

Penulis

(Dinda Aristanti)

PROFIL PENALARAN *PLAUSIBLE* PESERTA DIDIK DALAM PEMECAHAN MASALAH PEMBUKTIAN MATEMATIKA DITINJAU DARI GAYA BERPIKIR

Oleh:

DINDA ARISTANTI

ABSTRAK

Penalaran *plausible* dalam pemecahan masalah pembuktian merupakan penalaran dengan memberikan argumentasi matematis logis yang berdasarkan pada teorema-teorema, fakta-fakta, atau definisi-definisi yang relevan dengan masalah yang ada sehingga dapat meyakinkan kebenaran jawaban yang diberikan. Peserta didik yang memiliki gaya berpikir sekuensial abstrak maupun sekuensial konkret dianggap mampu melakukan penalaran *plausible* dalam pemecahan masalah pembuktian matematika dengan baik. Tujuan penelitian ini adalah mendeskripsikan proses penalaran *plausible* peserta didik yang memiliki gaya berpikir sekuensial dalam memecahkan masalah pembuktian matematika.

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Subjek dalam penelitian ini berjumlah 4 orang yang diambil dari kelas X MIPA 1 di MAN 1 Mojokerto yang terdiri dari 2 peserta didik sekuensial abstrak dan 2 peserta didik sekuensial konkret. Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah wawancara berbasis tugas. Hasil dari wawancara berbasis tugas dianalisis berdasarkan indikator penalaran *plausible* dalam pemecahan masalah pembuktian.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa proses penalaran *plausible* peserta didik bergaya pikir sekuensial abstrak yaitu: Pada tahap memahami masalah berada pada situasi problematik, menyebutkan yang diketahui dan yang ditanyakan, menyebutkan materi yang menjadi prasyarat. Pada tahap membuat koneksi menyebutkan teorema. Pada tahap menentukan ide utama menjelaskan rencana pemecahan masalah, menyebutkan ide pemecahan masalah, pada tahap menyusun bukti menyusun bukti dan argumentasi dengan logis, lengkap, dan runtut. Pada tahap merefleksi memberikan simpulan, melakukan pemeriksaan ulang namun masih kurang teliti, meyakini kebenaran jawaban. Proses penalaran *plausible* peserta didik bergaya pikir sekuensial konkret yaitu: pada tahap memahami masalah berada pada situasi problematik, menyebutkan yang diketahui dan ditanyakan, menyebutkan materi prasyarat. Pada tahap membuat koneksi menyebutkan teorema. Pada tahap menentukan ide utama menjelaskan rencana pemecahan masalah namun tidak sesuai dengan teorema ide pemecahan masalah berdasarkan yang diketahui pada soal bukan teorema sehingga tidak tepat. Pada tahap menyusun bukti menyusun bukti dan argumentasi logis namun kurang lengkap. Pada tahap merefleksi memberikan simpulan, melakukan pemeriksaan ulang, meyakini kebenaran jawaban.

Kata Kunci: Penalaran *Plausible*, Pembuktian Matematika, Sekuensial Abstrak, Sekuensial Konkret.

DAFTAR ISI

SAMPUL DALAM	i
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	ii
PERSETUJUAN PEMBIMBING SKRIPSI	iii
PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI	iv
LEMBAR PERSETUJUAN PUBLIKASI	v
ABSTRAK	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR BAGAN	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiii
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah.....	9
C. Tujuan Penelitian	9
D. Manfaat Penelitian	9
E. Batasan Masalah	10
F. Definisi Operasional	10
BAB II KAJIAN PUSTAKA	12
A. Penalaran <i>Plausible</i>	12
B. Pemecahan Masalah.....	17
1.Masalah.....	17
2.Pemecahan Masalah.....	19
C. Pembuktian Matematika	24

D. Argumentasi.....	27
E. Gaya Berpikir.....	28
F. Hubungan Penalaran <i>Plausible</i> dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika	32
G. Hubungan Penalaran <i>Plausible</i> dengan Gaya Berpikir Sekuensial	35
BAB III METODE PENELITIAN.....	38
A. Jenis Penelitian	38
B. Tempat dan Waktu Penelitian.....	38
C. Subjek Penelitian	39
D. Prosedur Penelitian	40
E. Teknik Pengumpulan Data.....	41
F. Instrumen Pengumpul Data.....	42
G. Keabsahan Data	46
H. Teknik Analisis Data.....	46
BAB IV HASIL PENELITIAN	49
A. Deskripsi dan Analisis Data Penalaran <i>Plausible</i> Subjek yang Bergaya Pikir Sekuensial Abstrak dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika.....	50
1.Subjek S_1 dalam Memecahkan Masalah Pembuktian Matematika.....	51
2.Subjek S_2 dalam Memecahkan Masalah Pembuktian Matematika.....	70
B. Deskripsi dan Analisis Data Penalaran <i>Plausible</i> Subjek yang Bergaya Pikir Sekuensial Konkret dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika	96
1.Subjek S_3 dalam Memecahkan Masalah Pembuktian Matematika.....	97

2.Subjek S_4 dalam Memecahkan Masalah Pembuktian Matematika.....	114
BAB V PEMBAHASAN.....	140
A. Penalaran <i>Plausible</i> Peserta Didik Bergaya Pikir Sekuensial Abstrak dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika	140
B. Penalaran <i>Plausible</i> Peserta Didik Bergaya Pikir Sekuensial Konkret dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika	142
BAB VI PENUTUP.....	145
A. Simpulan.....	145
B. Saran	146
DAFTAR PUSTAKA	147
LAMPIRAN.....	154

DAFTAR TABEL

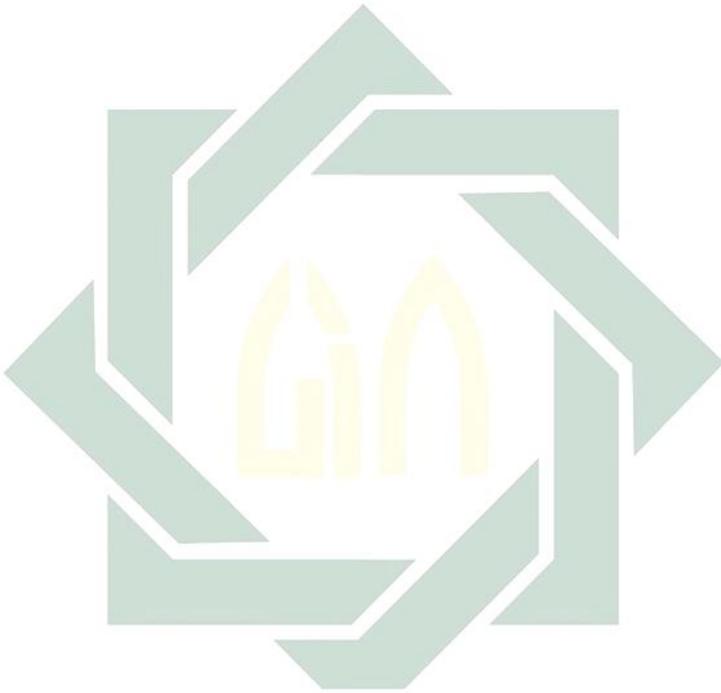
Tabel 2.1 Deskriptor Penalaran <i>Plausible</i>	16
Tabel 2.2 Indikator Penalaran <i>Plausible</i> dalam Pemecahan Masalah Pembuktian.....	34
Tabel 3.1 Jadwal Pelaksanaan Penelitian	38
Tabel 3.2 Subjek Penelitian.....	40
Tabel 3.3 Nama Validator Instrumen Penelitian	43
Tabel 3.4 Saran Validator pada Tugas Pemecahan Masalah Pembuktian.....	45
Tabel 4.1 Hasil Analisis Proses Penalaran <i>Plausible</i> Subjek S_1 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika	66
Tabel 4.2 Hasil Analisis Proses Penalaran <i>Plausible</i> Subjek S_2 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika	84
Tabel 4.3 Penalaran <i>Plausible</i> Subjek S_1 dan S_2 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal Nomor 1	90
Tabel 4.4 Penalaran Penalaran <i>Plausible</i> Subjek S_1 dan S_2 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal Nomor 2.....	93
Tabel 4.5 Hasil Analisis Proses Penalaran <i>Plausible</i> Subjek dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika	108
Tabel 4.6 Hasil Analisis Proses Penalaran <i>Plausible</i> Subjek S_4 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika	126
Tabel 4.7 Penalaran <i>Plausible</i> Subjek dan dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal Nomor 1	132
Tabel 4.8 Penalaran <i>Plausible</i> Subjek dan S_4 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal Nomor 2.....	135

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1 Tugas Pemecahan Masalah Pembuktian Ke-1.....	49
Gambar 4.2 Tugas Pemecahan Masalah Pembuktian Ke-2.....	50
Gambar 4.3 Hasil Jawaban Subjek Soal Nomor 1.....	51
Gambar 4.4 Hasil Jawaban Subjek Soal Nomor 2.....	57
Gambar 4.5 Hasil Jawaban Subjek Soal Nomor 1.....	70
Gambar 4.6 Hasil Jawaban Subjek Soal Nomor 2.....	76
Gambar 4.7 Hasil Jawaban Subjek Soal Nomor 1.....	97
Gambar 4.8 Hasil Jawaban Subjek Soal Nomor 2.....	101
Gambar 4.9 Hasil Jawaban Subjek S Soal Nomor 1.....	114
Gambar 4.10 Hasil Jawaban Subjek Soal Nomor 2.....	118

DAFTAR BAGAN

Bagan 3.1 Alur Perancangan Tugas Pemecahan Masalah.....44



DAFTAR LAMPIRAN

1.1 Kisi-kisi Soal.....	154
1.2 Lembar Tugas Pemecahan Masalah.....	157
1.3 Alternatif Jawaban Tugas Pemecahan Masalah	158
1.4 Lembar Pedoman Wawancara.....	164
2.1 Lembar validasi Tugas Pemecahan Masalah dan Pedoman Wawancara.....	168
3.1 Hasil Jawaban Subjek MBI.....	189
3.2 Hasil Jawaban Subjek APS	190
3.3 Hasil Jawaban Subjek IIN.....	192
3.4 Hasil Jawaban Subjek DOR.....	193
4.1 Surat Tugas	194
4.2 Surat Izin Penelitian UIN Sunan Ampel Surabaya.....	196
4.3 Surat Keterangan Telah Melakukan Penelitian	198
4.4 Lembar Konsultasi Bimbingan.....	199
4.5 Biodata Penulis.....	201

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Salah satu faktor penyebab kesukaran dalam memahami atau mempelajari matematika adalah kemampuan penalaran yang kurang dikembangkan pada peserta didik. Jika kemampuan tersebut tidak ditekankan dan tidak diasah maka yang terjadi adalah peserta didik akan menganggap matematika hanya sebagai suatu hal yang mengikuti seperangkat prosedur dan meniru contoh yang ada tanpa adanya proses berpikir bagaimana hal tersebut dapat terjadi.¹ Untuk itu, pembelajaran yang sedang berjalan saat ini akan lebih baik jika mengutamakan proses peserta didik dalam bernalar yang logis tentang suatu konsep daripada hanya memberikan sebuah prosedur pemecahan soal agar peserta didik lebih memahami konsep.²

Pada dimensi pedagogik modern yang sedang berjalan saat ini, penalaran merupakan salah satu kegiatan yang ditekankan dalam proses pembelajaran yaitu pada pembelajaran dengan pendekatan *scientific*. Hal tersebut sejalan dengan inti pembelajaran matematika yang disebutkan dalam konferensi guru matematika internasional, *National Council of Teacher Mathematics* (NCTM) dimana pada pembelajaran matematika tidak lagi hanya ditekankan pada peningkatan hasil belajar, namun juga diharapkan dapat meningkatkan 5 keterampilan yang mana penalaran termasuk di dalamnya, yaitu : (1) memecahkan masalah (*problem solving*); (2) menghubungkan ide (*connection*); (3) menalar dan membuktikan (*reasoning and proof*); (4) mengkomunikasi (*communication*); dan (5) merepresentasi (*representation*).³ Sehingga kegiatan bernalar memang sudah menjadi fokus dalam pendidikan sejak dulu, mengingat kegiatan tersebut sangat penting agar peserta didik lebih memahami dan belajar lebih mendalam di semua bidang

¹ J. Lithner, "Mathematical Reasoning in School Task", *Educational Studies in Mathematics*, 41:2, (Februari, 2000), 165-190.

² F. Niam, "Penalaran *Plausible* Siswa SD dalam Menyelesaikan Soal *Problem Solving*", *Jurnal Riset dan Konseptual*, 4:3, (Agustus, 2019), 379-387.

³ NCTM, *Principle and Standarts for School Mathematics*, (United State of America: The National Council of Teacher of Mathematics, 2000).

matematika di berbagai jenjang sekolah. Selain itu, di Indonesia meningkatkan penalaran peserta didik sendiri juga telah menjadi salah satu tujuan pembelajaran matematika.⁴

Shadiq menerangkan bahwa suatu tindakan atau proses berpikir dalam menyimpulkan ataupun membuat pernyataan baru yang benar bersumber pada pernyataan-pernyataan yang sebelumnya sudah dilakukan pembuktian atau diasumsikan disebut dengan penalaran.⁵ Pernyataan yang disebutkan oleh Shadiq sejalan dengan pemikiran Keraf yang juga menyebutkan bahwa penalaran merupakan proses berpikir dengan mengaitkan bukti yang ada, fakta-fakta atau kenyataan-kenyataan yang diketahui yang merujuk pada sebuah simpulan.⁶ Sehingga penalaran merupakan suatu kegiatan berpikir dalam menarik sebuah kesimpulan yang bersumber pada fakta-fakta dan atau pernyataan-pernyataan yang sudah pernah dibuktikan sebelumnya.

Menurut Lithner proses penalaran peserta didik dalam pemecahan suatu tugas matematika terbagi menjadi dua bentuk, yaitu penalaran yang berdasarkan *established experience* dan penalaran *plausible*.⁷ Penalaran berdasarkan *established experience* merupakan penalaran yang pada prosesnya memberikan argumentasi berdasarkan pengalaman sebelumnya. Dengan kata lain, argumentasi yang diberikan merupakan prosedur atau gagasan yang sudah pernah dikonstruksi sebelumnya. Sedangkan penalaran *plausible* adalah penalaran yang pada prosesnya memberikan argumentasi bersumber pada sifat-sifat matematika yang sesuai dengan pemecahan masalah yang ada saat itu dan dibenarkan oleh ahli-ahli matematika.⁸

Selain Lithner, Polya juga membedakan penalaran menjadi 2 jenis yaitu: penalaran *plausible* dan penalaran demonstratif. Penalaran *plausible* merupakan penalaran yang memuat dua hal

⁴ Tina Sri S, "Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah", *Jurnal Pendidikan Matematika*, 5:1, (April, 2015), 1-10.

⁵ Fajar Shadiq, *Kemahiran Matematika*, (Yogyakarta: Departemen Pendidikan Nasional, 2009), 129.

⁶ G. Keraf, *Argumen dan Narasi*, Komposisi Lanjutan III, (Jakarta: Gramedia, 1982).

⁷ J. Lithner, Op. Cit., hal 165-190.

⁸ Imam Rofiki, dkk, " *Penalaran Plausible Versus Penalaran Berdasarkan Established Experience*", (Paper presented at Seminar Nasional Pendidikan Matematika, Malang, 2016), 1016.

penting yaitu membedakan dugaan jawaban yang masuk akal dan yang sedikit kurang masuk akal sedangkan penalaran demonstratif merupakan penalaran *plausible* yang lebih ketat, karena menggunakan pembuktian dalam mencari dugaan jawaban.⁹ Penalaran *plausible* (penalaran yang bermakna) sendiri adalah landasan peserta didik dalam memahami matematika dan suatu proses berpikir yang mendukung peserta didik untuk mencapai keberhasilan dalam menyelesaikan masalah matematika.¹⁰ Seseorang yang menyelesaikan masalah dengan pemahaman, prosedur penyelesaian masalah, pemberian bukti dan alasan, serta pemberian argumentasi yang masuk akal, maka pemecahan masalah yang dilakukan adalah pemecahan masalah yang bermakna.

Hasil penelitian yang ditulis oleh Zhelev, menyimpulkan bahwa elemen utama dalam melakukan pemecahan masalah matematika adalah kemampuan dalam membuat dugaan yang masuk akal atau memberikan sebuah alasan atau argumentasi.¹¹ Dari beberapa pendapat tersebut dapat diketahui bahwa penerapan penalaran *plausible* sangat penting dalam setiap proses pemecahan masalah oleh peserta didik khususnya melatihkan peserta didik dalam menyusun bukti, alasan, serta argumentasi.

Penalaran *plausible* dapat timbul pada diri peserta didik dengan cara memberikan peserta didik soal yang sifatnya memecahkan masalah untuk dikerjakan dengan frekuensi yang lebih sering. Hal ini sepaham dengan pendapat Rofiki yang menjelaskan bahwa melatihkan peserta didik memecahkan masalah matematika dengan memberikan argumentasi-argumentasi atau alasan-alasan logis merupakan cara untuk membiasakan penalaran *plausible* pada peserta didik.¹² Jika peserta didik sering mengerjakan soal yang sifatnya pemecahan dan sering dilatihkan untuk memberi argumentasi-argumentasi yang logis maka penalaran *plausible* dalam diri peserta didik juga akan nampak.

Jefferson mengemukakan bahwa “...in a republican nation, whose citizens are to be led by reason and persuasion and not by

⁹ G. Polya, *Mathematics and plausible reasoning*, (New Jersey: Princeton University Press, 1954).

¹⁰ Imam Rofiki, dkk, Op.Cit. h. 1016

¹¹ Zh. Zhelev, “Heuristic Content of the *Plausible Reasoning and Prediction in Mathematics Problem Solving*”, *Trakia Journal of Science*, 10:4, (2012), 1-4.

¹² Imam Rofiki. Lock. Cit 1016.

force, the art of reasoning becomes of first importance".¹³ Pernyataan tersebut menunjukkan bahwa kemampuan penalaran penting untuk dikembangkan dan dipelajari di suatu negara agar masyarakatnya hidup dengan mengedepankan daya nalar atau otak. Untuk itu penalaran bukan hanya diperlukan peserta didik untuk memecahkan masalah matematika di sekolah, namun juga dibutuhkan setiap orang untuk memecahkan masalah dan mengambil keputusan dalam kehidupan sehari-hari.

Kegiatan bernalar atau penalaran mempunyai keterkaitan dengan berpikir logis dalam pemecahan masalah. Pemecahan masalah sendiri adalah suatu proses atau usaha seseorang dalam mengatasi atau merespon suatu hambatan atau masalah saat jawaban dan prosedur jawabannya belum diketahui.¹⁴ Sedangkan Polya berpendapat bahwa pemecahan masalah adalah sebuah upaya untuk mencari suatu jalan keluar dari kesulitan untuk mencapai tujuan yang memerlukan proses atau tidak dapat dicapai dengan cepat.¹⁵ Dengan kata lain seseorang harus mencari jalan keluar terbaik untuk menggapai sebuah tujuan tersebut yaitu jawaban dari pemecahan masalah.

Jika penalaran dan pemecahan masalah mempunyai kaitan yang erat, maka penalaran dan pembuktian juga mempunyai keterkaitan karena pada pemecahan masalah terdapat 2 masalah yaitu *problem to prove* (masalah pembuktian) dan *problem to find* (masalah penemuan).¹⁶ *Problem to prove* diartikan sebagai masalah yang harus ditetapkan kebenarannya. Masalah ini menekankan adanya hipotesis atau konklusi dari suatu teorema yang kebenarannya harus dibuktikan terlebih dahulu. Sehingga penalaran sangat dibutuhkan dalam proses pembuktian suatu pernyataan.

Penalaran dan pembuktian harus menjadi satu komponen yang saling terikat secara konsisten dari pengalaman matematika peserta didik di berbagai level sekolah.¹⁷ Sepaham dengan pernyataan

¹³ I.M. Copi, *Introduction to Logic*, (New York: Macmillan, 1978), viii

¹⁴ Tatag Siswono, *Model Pembelajaran Matematika Berbasis Pengajaran dan Pemecahan Masalah Untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif*, (Surabaya: Unesa University Press, 2008).

¹⁵ G. Polya, *How To Solve it*, (Princeton NJ: Princeton University Press, 1973).

¹⁶ Karsoni Berta, "Strategi Pemecahan Masalah dalam Matematika", *Jurnal Eksponen*, 7:2, (September, 2017), 55.

¹⁷ Research Advisory Committee of the National Council of Teachers of Mathematics, "NCTM Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics: Responses from

tersebut Boero juga menyatakan bahwa penalaran yang berlangsung selama proses membangun argumen memainkan peranan penting dalam pembuktian. Pembuktian dan penalaran memiliki hubungan erat karena dalam melakukan penalaran membutuhkan bukti.

Menurut *Educational Development Center* bukti adalah suatu argumentasi logis yang dapat menentukan kebenaran dari suatu pernyataan.¹⁸ Logis yang dimaksud disini dikarenakan pada setiap pemberian argumen didukung dengan konsep, fakta, data yang akan dibenarkan oleh langkah sebelumnya.¹⁹ Sehingga, apa yang dituliskan sebelumnya menunjukkan jika bukti bersifat sebagai konfirmasi dari kebenaran pernyataan matematika. Sedangkan pembuktian menurut Susanto adalah himpunan argumen logis yang digunakan seseorang untuk menunjukkan kebenaran dari suatu pernyataan.²⁰ Argumentasi dan bukti merupakan dua hal yang sangat berkaitan dan merupakan dasar dalam melakukan pembuktian matematika. Dalam pembuktian matematika, argumentasi sangat dibutuhkan untuk menunjukkan kebenaran dari suatu pernyataan.

O'Daffer dan Thorquist menjelaskan bahwa pembuktian matematika merupakan metode yang menggunakan definisi, postulat, pernyataan yang telah terbukti dan penalaran deduktif untuk menghasilkan serangkaian pernyataan yang benar menjadi argumentasi yang valid bahwa pernyataan tersebut harus dibuktikan benar. Oleh karena itu masalah pembuktian dirasa mampu melatih penalaran pada peserta didik karena masalah pembuktian adalah cara formal untuk mengemukakan berbagai fakta atau keterangan dalam penalaran dan pembenaran.

Masalah pembuktian sendiri sudah dituliskan dalam Permendikbud dan diajarkan pada peserta didik di jenjang pendidikan Sekolah Menengah Pertama (SMP) pada kelas IX materi

the Research Community”, *Journal for Research in Mathematics Education*, 19:4, (Juli, 1988), 338-344,

¹⁸ D. Juandi, “Pembuktian, Penalaran dan Komunikasi Matematik”, *Jurnal Pendidikan Matematika FMIPA UPI*, (2008).

¹⁹ Ibid

²⁰ Dwi Novita, dkk, “Proses Berpikir Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah matematika pada Materi Pemuktian Matematika Berdasarkan Gaya Belajar”. *Peper presented at the Seminar Nasional & Expo II Hasil Penelitian dan Pengabdian Masyarakat*, 2:2, (September, 2019), 990-995.

kesebangunan dan kekongruenan bangun datar.²¹ Sehingga memang kegiatan membuktikan sudah diberikan kepada peserta didik sejak di jenjang sekolah menengah untuk melatih kemampuan peserta didik dalam membuktikan kebenaran suatu pernyataan dengan memberikan argumentasi-argumentasi matematis yang logis serta melakukan penalaran.

Gaya berpikir merupakan suatu hal yang mempengaruhi kecerdasan peserta didik dalam berpikir atau bernalar dan masing-masing peserta didik mempunyai gaya berpikir yang berbeda-beda.²² Ada dua hal yang harus diketahui tentang cara anak memahami suatu pelajaran. Kedua hal penting tersebut yaitu pengaturan dan persepsi. Berdasarkan kategori tentang cara peserta didik menangkap pelajaran, Gregorc menggabungkan pengaturan dan persepsi informasi menjadi 4 gaya berpikir di antaranya adalah gaya berpikir acak abstrak, acak konkret, sekuensial konkret, dan sekuensial abstrak.²³

Dalam penelitian ini dipilih 2 gaya berpikir Gregorc yakni gaya berpikir sekuensial abstrak dan gaya berpikir sekuensial konkret. Pemilihan dua gaya berpikir ini didasari atas penelitian yang dilakukan oleh Prasiska tentang "*Penalaran Matematis Mahasiswa dalam Melakukan Pembuktian Menggunakan Induksi Matematika Ditinjau dari Gaya Berpikir*". Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa mahasiswa yang mempunyai gaya berpikir sekuensial konkret menyelesaikan soal dengan memperoleh pernyataan baru namun mengalami kesalahan konsep saat proses memanipulasi, sedangkan mahasiswa dengan gaya berpikir sekuensial abstrak dapat menyelesaikan soal dengan menghasilkan pernyataan baru dengan tepat dan benar pada tiap prosesnya. Dengan kata lain, peserta didik dengan gaya berpikir sekuensial merupakan peserta didik yang penalaran matematisnya dalam melakukan pembuktian hampir mendekati baik. Peserta didik

²¹ Permendikbud No. 37 Tahun 2018 Tentang Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar Pelajaran Pada Kurikulum 2013 Pada Kurikulum 2013 Pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah.

²² Herlina – Aprizal Lukman – Maison, "Proses Berpikir Kreatif Siswa Tipe Sekuensial Abstrak dan Acak Abstrak Pada Pemecahan Masalah Biologi". *Edu-Sains*, 5:1, (Januari,2016), h. 21.

²³ Bobbi Deporter – Mike Hernacki, "*Quantum Learning*". *Translated by Abdurrahman*, (Bandung: Kaifa, 2015), 146.

dengan gaya berpikir sekuensial abstrak dideskripsikan memiliki kemampuan penalaran yang tinggi, kritis serta analitis. Ginnis berpendapat bahwa peserta didik dengan gaya berpikir sekuensial abstrak yang kuat, belajarnya melalui hasil penyelidikan akademis yang terstruktur. Gaya berpikir sekuensial abstrak adalah gaya belajar yang mempunyai kemampuan penalaran tinggi. Anak-anak dengan gaya berpikir ini lebih kritis dan juga analitis karena mempunyai daya imajinatif yang besar. Pada umumnya mereka menangkap informasi yang didapat secara abstrak tanpa memerlukan demonstrasi yang konkret.²⁴ Tipe berpikir ini biasanya tidak akan menerima informasi tanpa pemeriksaan terlebih dahulu dan senang dengan dunia teori dan menghubungkan-hubungkannya, kemudian dari teori yang mereka baca, mereka akan memberi argumentasi yang panjang lebar tentang hal-hal yang dibahas.²⁵ Untuk itu gaya berpikir ini secara teori akan dapat menyelesaikan masalah pembuktian matematika dengan baik dan benar karena memiliki ciri senang memberi argumentasi terhadap masalah yang sedang mereka hadapi.

Peserta didik dengan gaya berpikir sekuensial konkret dideskripsikan adalah seseorang yang selalu berpegang pada fakta-fakta dan mengartikan segala sesuatu secara logis.²⁶ Cara berpikirnya teratur secara sistematis, sehingga sesuatu yang abstrak dapat diartikan atau dapat digambarkan secara konkret dan logis. Mereka suka mengumpulkan banyak informasi fakta-fakta sebelum mengerjakan suatu hal, untuk itu mereka dikatakan seseorang yang teliti dan detail serta menyukai kesempurnaan dalam setiap tahap penyelesaian masalah.²⁷ Meskipun tidak disebutkan bahwa mereka senang berargumentasi namun mereka adalah tipe orang yang akan melakukan usaha yang cukup keras untuk mendapatkan kesempurnaan tiap melakukan suatu hal. Seseorang dengan gaya berpikir ini mudah memperhatikan fakta-fakta, informasi, rumus-

²⁴ Suasana Depary – Mukhtar, “Model Pembelajaran dan Gaya Belajar Terhadap Hasil Belajar Fisika”, *Jurnal Teknologi Pendidikan*, 6:1, (April, 2013), 1-133.

²⁵ Bobbi Deporter dan Mike Hernacki, *Op. Cit*, halaman 134.

²⁶ Cynthia Ulrich Tobias, *Cara Mereka Belajar*. (Jakarta: Harvest Publication House, 2000), h. 20.

²⁷ *Ibid*, h. 20.

rumus, dan aturan-aturan yang diberikan karena mereka suka mencatat dan belajar dari makalah-makalah yang teratur.²⁸

Disisi lain telah banyak dilakukan penelitian mengenai penalaran *plausible* peserta didik, salah satunya ditinjau dari gaya kognitifnya seperti penelitian yang dilakukan oleh Izzuddin yang berjudul “*Profil Penalaran Plausible Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Divergen Dibedakan berdasarkan Gaya Kognitif Field Dependent dan Field Independent*” dapat diketahui bahwa beberapa peserta didik yang mempunyai gaya kognitif *field independent* sudah mampu menggunakan penalaran *plausiblenya* dalam memecahkan masalah matematika divergen sedangkan tipe *field dependent* belum mampu menggunakan penalaran *plausiblenya* dalam memecahkan masalah matematika divergen. Sedangkan pada penelitian yang dilakukan oleh Rofiki tentang penalaran *plausible* mahasiswa, ia menemukan 3 macam jenis penalaran *plausible* yaitu penalaran *plausible* pragmatis, konseptual dan pragmatis-konseptual. Dimana ketiganya menunjukkan bahwa mahasiswa dengan penalaran *plausiblenya* dapat memecahkan masalah dengan pemberian bukti baik berupa bukti pragmatis, konseptual, maupun pragmatis-konseptual.

Berdasarkan penelitian terdahulu tersebut peneliti tertarik untuk mendeskripsikan penalaran *plausible* peserta didik bergaya pikir sekuensial abstrak dan sekuensial konkret dalam pemecahan masalah pembuktian matematika. Perbedaan dengan penelitian sebelumnya terletak pada subjek penelitian dan jenis masalah yang diberikan. Untuk itu, akan dilakukan penelitian lebih mendalam mengenai penalaran *plausible* peserta didik yang memiliki gaya berpikir sekuensial abstrak dan sekuensial konkret dalam memecahkan masalah pembuktian matematika. Peneliti bermaksud melakukan penelitian dengan judul “**Profil Penalaran *Plausible* Peserta Didik dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Ditinjau dari Gaya Berpikir**”.

²⁸ Bobbi Deporter dan Mike Hernacki, Op. Cit, h. 134.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan pemaparan latar belakang di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana penalaran *plausible* peserta didik yang memiliki gaya berpikir sekuensial abstrak dalam pemecahan masalah pembuktian matematika?
2. Bagaimana penalaran *plausible* peserta didik yang memiliki gaya berpikir sekuensial konkret dalam pemecahan masalah pembuktian matematika?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan penalaran *plausible* peserta didik bergaya pikir sekuensial abstrak dalam memecahkan masalah pembuktian matematika.
2. Mendeskripsikan penalaran *plausible* peserta didik bergaya pikir sekuensial konkret dalam memecahkan masalah pembuktian matematika

D. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Bagi Peserta Didik

Peserta didik dapat mengetahui kemampuan penalaran *plausible* mereka dalam pemecahan masalah pembuktian matematika, jika dirasa penalaran *plausible* yang mereka miliki belum terasah dengan baik atau masih rendah, maka dapat dipertajam dengan memperbanyak latihan memecahkan soal-soal yang serupa.

2. Bagi Guru

Guru dapat mengetahui gambaran tentang penalaran *plausible* peserta didik berdasarkan perbedaan gaya berpikirnya dalam memecahkan masalah pembuktian matematika sehingga bisa memberikan strategi pembelajaran yang lebih baik dan dapat meningkatkan kemampuan penalaran *plausible* peserta didik.

3. Bagi Peneliti

Bagi peneliti sendiri, hasil dari penelitian ini dapat menambah pengetahuan dan pengalaman peneliti terkait penalaran *plausible* peserta didik dalam pemecahan masalah pembuktian matematika yang ditinjau dari gaya berpikirnya.

4. Bagi Peneliti Lain

Dapat memberikan informasi bagi peneliti lain tentang penalaran *plausible* peserta didik dalam memecahkan masalah pembuktian matematika dibedakan dari gaya berpikir.

E. Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini terletak pada materi yang digunakan yaitu:

1. Materi : Geometri (kongruensi dan kesebangunan)
2. Subjek penelitian : Peserta didik kelas X, yang sudah mendapatkan materi kesebangunan dan kekongruenan.
3. Gaya berpikir : gaya berpikir yang digunakan pada penelitian ini hanya pada sekuensial abstrak dan sekuensial konkret.

F. Definisi Operasional

Untuk menghindari perbedaan penafsiran, maka perlu diberikan definisi operasional beberapa istilah sebagai berikut:

1. Profil adalah deskripsi atau gambaran alami proses dan hasil tentang suatu hal yang diungkapkan dengan gambar maupun kata-kata. Dalam penelitian ini yang dideskripsikan adalah tentang penalaran *plausible* peserta didik yang mempunyai gaya berpikir sekuensial abstrak dan sekuensial konkret dalam memecahkan masalah pembuktian matematika.
2. Penalaran adalah proses berpikir dalam menarik sebuah kesimpulan yang didasarkan pada fakta-fakta dan atau pernyataan-pernyataan yang sudah pernah dibuktikan sebelumnya.
3. Penalaran *plausible* adalah penalaran dengan pemberian argumentasi yang masuk akal dan didasarkan kepada sifat-sifat matematis yang ada.
4. Gaya berpikir sekuensial abstrak adalah suatu gaya berpikir yang diperkenalkan oleh Gregorc. Peserta didik dengan gaya berpikir sekuensial abstrak ini cenderung memiliki kemampuan penalaran yang tinggi. Proses berpikirnya logis, kritis, analitis,

rasional dan intelektual sehingga peserta didik dengan bergaya pikir ini mempunyai kecerdasan yang tinggi, suka berpikir dalam konsep dan menganalisis informasi. Selain itu peserta didik yang bergaya pikir sekuensial abstrak suka berargumen panjang lebar mengenai hal-hal yang sedang mereka bahas.

5. Gaya berpikir sekuensial konkret adalah gaya berpikir yang memiliki kecenderungan memproses informasi dengan cara teratur, linier, dan sekuensial, serta berpegang pada kenyataan, logis, mudah mengingat informasi, aturan-aturan dan rumus-rumus yang sudah diterima sebelumnya. Selain itu mereka juga adalah tipe orang yang akan melakukan usaha dengan keras untuk mencapai kesempurnaan dari setiap masalah yang dikerjakan.
6. Pemecahan masalah adalah usaha seseorang dalam memahami masalah, memilih strategi pemecahan yang tepat, dan menyelesaikan masalah.
7. Pembuktian matematika merupakan sebuah proses menyusun argumen logis berupa postulat, definisi, maupun pernyataan yang sudah dibuktikan sebelumnya hingga menjadi serangkaian argumentasi untuk membuktikan kebenaran pernyataan.
8. Penalaran *plausible* peserta didik yang memiliki gaya berpikir sekuensial dalam pemecahan masalah pembuktian matematika yang dimaksud dalam penelitian ini adalah penalaran yang memiliki ciri berikut:
 - a. Penalaran dengan memberikan argumentasi matematis logis dalam memecahkan masalah pembuktian matematika
 - b. Penalaran dengan menebak teorema-teorema dan/atau konsep-konsep sebagai bukti atau argumentasi yang relevan dengan masalah yang akan dikerjakan
 - c. Mampu meyakinkan orang lain terhadap kesimpulan atau jawaban yang diperoleh melalui susunan bukti atau argumentasi yang sudah dibuat.

BAB II KAJIAN PUSTAKA

A. Penalaran *Plausible*

Berdasarkan KBBI (Kamus Besar Bahasa Indonesia) kata penalaran berarti cara (perihal) memanfaatkan nalar; pemikiran atau cara berpikir logis, kepercayaan takhayul serta yang tidak logis harus dihilangkan; proses mental dalam mengembangkan pikiran dari beberapa prinsip atau fakta; jangkauan pemikiran; hal mengembangkan atau mengendalikan sesuatu dengan nalar dan bukan dengan perasaan ataupun pengalaman.¹ Penalaran adalah proses berpikir yang logis, kritis, dan sistematis dalam mengkomunikasikan sebuah ide atau pemecahan masalah.² Pada pemaparan tersebut penalaran adalah cara berpikir logis dengan mengembangkan pikiran dan menggunakan prinsip atau fakta yang ada dalam mengkomunikasikan sebuah ide atau pemecahan masalah.

Penalaran mempunyai hubungan yang erat dengan pemecahan masalah dan berpikir logis atau bernalar. Suharman menjelaskan bahwa penalaran sebagai skema penarikan kesimpulan yang didasarkan pada aturan-aturan logika.³ Sejalan dengan pendapat Suharman, Lashanta juga menjelaskan bahwa penalaran (*reasoning*) merupakan proses berpikir, khususnya proses berpikir memecahkan masalah atau berpikir rasional.⁴ Penalaran dapat didefinisikan sebagai suatu proses berpikir mengenai suatu hal dengan cara yang rasional dan berdasarkan aturan-aturan logika untuk menuju pada suatu kesimpulan atau penilaian.

Penalaran dan matematika merupakan dua persoalan yang tidak bisa dipisahkan. Pernyataan tersebut sejalan dengan penjelasan NCTM yang menyatakan “*Reasoning is an integral part of doing*

¹ Depdiknas, *Kamus Besar Bahasa Indonesia Pusat Bahasa Edisi IV*, (Jakarta: Gramedia Utama, 2008), 590.

² Al Barry - Dahlan - Pius A Partanto, *Kamus Ilmiah Populer*, (Yogyakarta: Arkola Surabaya, 2001), 590

³ Suharman, *Psikologi Kognitif*, (Surabaya: Srikandi, 2005).

⁴ Wisulah. “Mengembangkan Penalaran Matematis dan Membiasakan Memberikan Alasan yang Masuk Akal dalam Menjawab Permasalahan Matematik”. *KNPM V, Himpunan Matematika Indonesia*, (2013).

mathematics”.⁵ Hal tersebut menunjukkan bahwa penalaran merupakan persoalan yang tidak dapat dipisahkan dari matematika, karena merupakan komponen penting dalam bermatematika. Handayani berpendapat bahwa penalaran tidak hanya diperlukan oleh peserta didik dalam bermatematika ataupun pelajaran lainnya namun juga sangat diperlukan dalam penyelesaian masalah dan pengambilan keputusan dalam kehidupan sehari-hari.⁶ Peserta didik dapat mengemukakan dugaan, argumen, menyusun bukti, melakukan manipulasi terhadap permasalahan matematika serta menarik kesimpulan terhadap masalah matematika dengan benar dan tepat melalui penalaran. Sehingga penalaran perlu mendapat perhatian lebih karena sangat dibutuhkan tidak hanya dalam konteks pelajaran namun juga dalam konteks kehidupan sehari-hari.

NCTM menjelaskan bahwa saat proses penalaran sedang berlangsung dapat diketahui dari tanda-tanda sebagai berikut ini: (1) menggunakan ralat-coba dan bekerja secara mundur dalam memecahkan masalah, (2) menggunakan penalaran dan logika, (3) mengetes dan membuat sebuah dugaan, (4) menciptakan argumen deduktif dan induktif.⁷ Dari pernyataan NCTM dapat diketahui bahwasanya jika seorang peserta didik sedang melakukan penalaran akan menunjukkan ciri-ciri yang khas dan dapat diamati.

Polya membagi penalaran dalam dua jenis, yaitu penalaran demonstratif dan penalaran *plausible*.⁸ Lebih lanjut Polya menjelaskan bahwa penalaran *plausible* merupakan sebuah jalan dalam menghasilkan sebuah dugaan matematis baru, yang mana tujuannya adalah menebak hasil baru dalam memecahkan masalah matematika dimana seseorang membuat argumen-argumen yang masuk di akal sebagai induksi dan analogi yang digunakan sebagai sumber untuk bernalar, sedangkan penalaran demonstratif adalah penalaran yang mengutamakan pembuktian sebagai landasan dasar dalam proses pencarian kesimpulan. Pada penelitian ini fokus peneliti adalah pada penalaran *plausible*. Hal ini dikarenakan penalaran *plausible* mempunyai proses yang lebih kompleks dalam

⁵ NCTM, *Principle and Standart for School Mathematics*, (Reston, VA: National Council of Theacers of Mathematics, 2000), 262.

⁶ Handayani, Aprilia Dwi, “Penalaran Kreatif Matematis”. *Jurnal Pengajaran MIPA*, 18:2, (Oktober, 2013), 161-166.

⁷ NCTM, *Curriculum and Evaluation... Op.Cit*

⁸ G. Polya, *Mathematics and Plausible Reasoning*, Op.Cit., hal.vi.

menghasilkan sebuah kesimpulan dari pemecahan masalah, selain itu juga mempertajam penalaran siswa dalam menyusun argumen-argumen pemecahan masalah.

Berpedoman pada ide yang disampaikan oleh Polya, Lithner mengemukakan bahwa proses penalaran peserta didik dalam menyelesaikan suatu masalah matematika atau tugas matematika dikategorikan menjadi dua yaitu *plausible reasoning* atau sering disebut dengan penalaran *plausible* dan penalaran berdasarkan pada *established experience* atau yang disebut dengan penalaran berdasarkan pengalaman.⁹ Menurut Lithner, penalaran *plausible* adalah penalaran dengan pemberian argumentasi yang didasarkan pada sifat-sifat matematis, dimana sifat-sifat matematis tersebut merujuk kepada sifat matematis intrinsik atau sifat matematis yang relevan untuk menyelesaikan tugas dan diterima benar oleh ahli matematis maupun masyarakat matematis. Sedangkan penalaran berdasarkan pengalaman atau penalaran berdasarkan *established experience* merupakan penalaran dengan pemberian argumentasi yang mana argumentasi tersebut didasarkan pada prosedur dan gagasan yang dibangun dari pengalaman yang sudah ada sebelumnya.¹⁰

Menurut bahasa *plausible* berarti masuk akal atau sesuatu yang masuk akal.¹¹ Sehingga jika dilihat dari segi bahasa, penalaran *plausible* adalah penalaran yang menggunakan kesimpulan yang masuk akal. Sedangkan menurut istilah, penalaran *plausible* adalah suatu metode dalam memperoleh kesimpulan baru dari premis yang diketahui, sebuah metode berbeda dari metode argumentasi silogisme klasik dari logika dua tingkat Aristoteles.

Dalam bukunya *Mathematics and Plausible Reasoning*, Polya menuliskan bahwa saat mempelajari matematika tidak hanya belajar membuktikan, tetapi juga belajar menduga.¹² Dalam belajar matematika, seseorang harus menebak-nebak teorema matematika sebelum membuktikannya, seseorang harus menebak ide bukti sebelum membuktikan secara rinci dan spesifik. Selain itu juga harus memadukan observasi-observasi dalam membuat susunan

⁹ J. Lithner, Op. Cit., hal. 172.

¹⁰ Imam Rofiki, Loc. Cit., hal. 1016.

¹¹ John M Echols, Hasan Shadily. *Kamus Inggris-Indonesia*, (Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama, 2003).

¹² G. Polya, Op. Cit., hal. Vi.

analogi. Sehingga dalam memecahkan masalah, seseorang harus terus mencoba sampai mendapatkan hasilnya yang hendak dituju atau dicari.

Dari penjabaran para ahli mengenai penalaran *plausible* di atas, dapat ditarik kesimpulan bahwa penalaran *plausible* merupakan penalaran dengan memberikan argumentasi yang masuk akal, yang mana pemberian argumentasinya didasarkan pada sifat-sifat matematis, yaitu aturan-aturan dan sifat matematis yang relevan digunakan dalam memecahkan masalah matematika dan diterima benar oleh warga matematis atau ahli-ahli matematis.

Penalaran *plausible* adalah proses berpikir yang dipakai untuk menghasilkan dugaan-dugaan yang logis atau masuk akal dengan tujuan untuk memperoleh sebuah kesimpulan yang paling logis serta dengan memberikan argumentasi yang didasarkan pada sifat-sifat matematis yang ada. Penalaran ini proses berpikirnya lebih ditekankan terhadap pemahaman, tidak hanya mengikuti prosedur penyelesaian masalah yang sudah ada.

Lithner mengemukakan 4 struktur penalaran *plausible* yang masing-masing dijelaskan sebagai berikut:¹³

1. Peserta didik ada pada situasi yang problematik,

Kondisi ini dialami oleh peserta didik selama penyelesaian tugas terjadi dimana peserta didik tidak kunjung mengetahui atau tidak mengetahui dengan jelas bagaimana strategi penyelesaian tugas tersebut. Peserta didik dikatakan tidak berada pada kondisi problematik jika peserta didik dengan segera mengetahui strategi penyelesaian masalah.

2. Pemilihan strategi,

Dalam menyelesaikan masalah, peserta didik dapat memilih strategi seperti menerka, menemukan, mengingat, mengkonstruksi, dll. Pemilihan strategi ini wajib dibantu oleh argumentasi yang sifatnya asumsi: apakah strategi yang dipilih bisa memecahkan tugas atau mengatasi kesukaran yang dihadapi? Jika tidak bisa, maka pilih strategi yang lainnya.

¹³ Johan Lithner. Loc.Cit 165

3. Implementasi strategi yang dipilih,

Penerapan dari strategi yang dipilih dibantu argumentasi yang bersifat memeriksa (verifikatif): apakah strategi yang dipilih dan diterapkan dapat menyelesaikan mengatasi kesulitan/masalah/tugas?

4. Kesimpulan.

Setelah strategi diterapkan barulah peserta didik sampai pada tahap kesimpulan. Kesimpulan merupakan hasil yang didapat oleh peserta didik dalam implementasi strategi yang dipilih yang berupa jawaban tugas dan simpulan bisa salah dan bisa juga benar. Bahkan dapat memungkinkan peserta didik membuat simpulan bahwa tugas yang dikerjakan tersebut tidak dapat diselesaikan, karena strategi yang digunakan tidak dapat menyelesaikan tugas, atau mungkin rumus/prosedur yang tepat tidak ditemukan.

Deskriptor proses penalaran *plausible* dapat dilihat pada sajian tabel 2.1 berikut:

Tabel 2.1
Deskriptor Penalaran *Plausible*

Proses Penalaran <i>Plausible</i>	Deskriptor
Situasi problematik	Peserta didik tidak mengetahui strategi penyelesaian masalah dengan segera/dengan jelas.
Pemilihan strategi	Peserta didik memilih strategi dan prosedur yang logis untuk digunakan dan berdasarkan pada sifat-sifat matematis yang ada.
Implementasi strategi	Peserta didik menerapkan dan memahami konsep pengetahuan yang dipilih. Peserta didik memberikan argumentasi dan justifikasi yang masuk akal atas konsep ataupun prosedur yang digunakan yang berdasarkan sifat-sifat matematis.
Kesimpulan	Peserta didik merasa yakin dengan kebenaran atas jawaban dan prosedur yang dipakai.

Menurut Walton & Tindale, ada 11 karakteristik penalaran *plausible* dalam pemecahan masalah yang dilakukan oleh seseorang, 11 karakteristik tersebut adalah sebagai berikut:¹⁴

1. Penalaran *plausible* diperoleh dari premis-premis atau dugaan-dugaan yang masuk akal untuk dijadikan sebuah kesimpulan daripada premis yang kurang masuk akal.
2. Untuk bisa mendapat sebuah tebakan yang masuk akal terkadang seseorang harus mempunyai banyak contoh/gambaran dalam pikiran mereka.
3. Penalaran *plausible* berdasarkan atas pengertian dan atau pengetahuan yang biasa.
4. Penalaran *plausible* adalah suatu gagasan atau ide yang dapat dibatalkan.
5. Penalaran *plausible* berdasar pada sesuatu yang biasanya sudah sudah dikenal.
6. Penalaran *plausible* bisa digunakan untuk melengkapi premis secara tersirat dalam argumentasi yang tidak lengkap.
7. Penalaran *plausible* biasanya didasarkan pada tebakan dari persepsi.
8. Untuk memeriksa sebuah penalaran *plausible* dalam dialog caranya adalah dengan mengujinya.
9. Penalaran *plausible* bisa diuji dengan cara menolak atau menerima.
10. Keseimbangan merupakan karakteristik paling penting dalam sebuah penalaran *plausible*.
11. Penalaran *plausible* diterima dengan menguji kadar tingkatan tebakan yang masuk akal, tetapi perbedaan dengan yang lain adalah standar nilai kemungkinannya dan hukum Bayesian dipakai dalam Probabilitas Pascalian.

B. Pemecahan Masalah

1. Masalah

Semua orang pasti pernah menghadapi masalah dalam kehidupannya. Bahkan tindakan menyelesaikan/memecahkan

¹⁴ Douglas Walton - Christopher W. Tindale, Applying Recent Argumentation Methods to Some Ancient Examples of Plausible Reasoning, *Argumentation*, 28:1, (Maret, 2014), 85-119.

masalah sudah jadi kegiatan mendasar dalam kehidupan sehari-hari. Untuk itu seseorang harus dibekali dengan kemampuan pemecahan masalah, karena baik itu masalah kompleks maupun masalah sederhana membutuhkan keterampilan dan waktu yang cukup untuk mencari penyelesaiannya. Menurut Krulick dan Rudnick masalah merupakan suatu kondisi yang sedang dihadapi oleh individu atau kelompok yang memerlukan penyelesaian atau keputusan dan mencari jalan untuk dapat pemecahannya.¹⁵

Sebagian besar ahli dalam pendidikan matematika mengatakan bahwa masalah adalah pertanyaan yang harus direspon atau dijawab. Lidinillah berpendapat bahwa suatu masalah biasanya berisikan suatu kondisi yang merangsang seseorang untuk mengerjakannya.¹⁶ Suatu persoalan akan menjadi sebuah masalah untuk peserta didik jika (i) mempunyai keterampilan untuk menyelesaikan dilihat dari faktor kematangan ilmu dan mentalnya; (ii) belum mempunyai algoritma atau prosedur untuk mengerjakan; dan (iii) mempunyai keinginan untuk mengerjakan.¹⁷

Dari deskripsi beberapa ahli di atas mengenai masalah, dapat ditarik kesimpulan bahwa masalah merupakan suatu pertanyaan atau soal-soal non-rutin yang harus direspon/dijawab namun belum diketahui prosedur penyelesaiannya sehingga menstimulasi peserta didik untuk mencari jalan pemecahannya.

Polya menyebutkan bahwa pada matematika terdapat 2 bentuk masalah, yaitu masalah penemuan (*problem to find*) dan masalah untuk pembuktian (*problem to prove*).¹⁸ Berikut

¹⁵ Dindin A.M. Lidinillah, "Strategi Pembelajaran Pemecahan Masalah di Sekolah Dasar", *Jurnal Pendidikan Dasar*, 1:5 (Mei, 2008), 2.

¹⁶ Rosidatul Ilma - A Saepul Hamdani - Siti Lailiyah, "Profil Berpikir Aljabar Siswa Ditinjau dari Gaya Kognitif Adaptivizer dan Verbalizer", *Jurnal Riview Pendidikan Matematika*, 2:1 (Juni, 2017), 2.

¹⁷ Ketut Suma, dkk. "Pengembangan Keterampilan Berikir Divergen Melalui Pemecahan Masalah Matematika-Sains Terpadu *Open-Ended* Argumentatif", *Jurnal Pendidikan dan Pengajaran Undiska*, 4:5, (2007), 805.

¹⁸ Agus Hidayat, dkk. "Proses Berpikir Siswa *Field Dependent* dalam Menyelesaikan Masalah Geometri Berdasarkan Tahapan Polya", *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, dan Pengembangan*, 4:7, (Juni, 2019), 924.

penjelasan detail tentang dua jenis masalah menurut Polya tersebut:

a. Masalah Penemuan (*problem to find*)

Masalah jenis ini dapat berbentuk teoritis atau praktis, konkret, atau abstrak. Untuk itu harus dicari semua variabel dari masalah tersebut, peserta didik harus mencoba untuk menemukan, menciptakan, atau menyusun semua jenis objek yang dapat digunakan untuk mengerjakan masalah tersebut. Dengan demikian peserta didik harus memformulasikan bagian-bagian utama dari masalah yang nantinya dibutuhkan sebagai dasar untuk menyelesaikan masalah.

b. Masalah Pembuktian (*problem to prove*)

Masalah pembuktian yaitu masalah untuk menyatakan bahwa suatu pernyataan itu benar, salah, atau tidak keduanya. Bagian penting dari masalah ini adalah rumusan hipotesis dan konklusi dari suatu teorema yang harus dibuktikan kebenarannya. Konklusi dan hipotesis tersebut merupakan dasar yang diperlukan untuk dapat menyelesaikan masalah jenis ini.

2. Pemecahan Masalah

Menurut Krulik dan Rudnick pemecahan masalah adalah usaha individu dalam memanfaatkan keterampilan, pemahaman, dan pengetahuannya untuk melengkapi kondisi yang tidak biasa.¹⁹ Kemudian menurut Siswono pemecahan masalah adalah usaha manusia untuk mengatasi hambatan ketika jawaban masih belum diketahui atau masih belum jelas.²⁰ Dari anggapan tersebut berarti pemecahan masalah merupakan jalan dalam mencari pemecahan atau jawaban dari masalah yang diberikan menggunakan pengetahuan, keterampilan, dan pemahaman yang telah dimiliki.

Pemecahan masalah adalah usaha seseorang dalam memahami masalah, memilih strategi pemecahan yang tepat,

¹⁹ Krulik, S., - Rudnick, J. A. *Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teacher*. (Massachussets: Allyu and Bacon, Inc. 1998).

²⁰ Yanti, A. W., Kusari, K. & Kustianingsih, M. "Profile of Cybernetic Thinking of Students in Mathematical Proble Solving Based on Serialist and Holist Thinking Style", *Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika*. 4:2, (Oktober 2020), 123.

dan menyelesaikan masalah, dimana masalah disini adalah masalah yang tidak rutin yaitu masalah yang tidak dapat dipecahkan secara langsung dan dengan tata cara yang biasa dalam mendapatkan jawaban atau solusi atas pertanyaan yang terdapat dalam suatu teks, cerita, dan tugas-tugas matematika sesuai dengan tahap-tahap pemecahan masalah.

Polya juga menjelaskan bahwa pemecahan masalah adalah upaya mencari jalan keluar atau solusi dari suatu kesukaran untuk mencapai sebuah tujuan yang tidak dengan segera dapat dicapai.²¹ Menurutnya ada empat langkah sistematis untuk menyelesaikan masalah pembuktian, yaitu:²²

a. Memahami Masalah Pembuktian

Sebelum melakukan suatu pemecahan masalah, langkah pertama yaitu memahami masalahnya terlebih dahulu. Utamanya pada pemecahan masalah pembuktian, peserta didik harus mengetahui hipotesis dan konklusi yang merupakan bagian paling penting dalam masalah pembuktian. Untuk mengetahui apakah peserta didik sudah mengetahui dan memahami bagian penting tersebut dapat ditanyakan sebagai berikut: *Apa hipotesis dari masalah tersebut?; Apa konklusi dari masalah tersebut?; Pisahkan beberapa bagian dari hipotesis; dan jika terdapat gambar yang berhubungan dengan masalah tersebut, gambarkan jika perlu berikan notasi yang sesuai.*

b. Membuat Sebuah Perencanaan

Peserta didik menganalisis hubungan antara hipotesis dengan konklusi. Jika hubungan antara hipotesis dan konklusi tidak dengan segera ditemukan, memungkinkan untuk memecahkan masalah menjadi bagian-bagian. Langkah pemecahan masalah akan berjalan dengan baik jika peserta didik sudah terbiasa memecahkan masalah sejenis atau setidaknya pernah melihat solusi pemecahan masalah yang serupa. Sehingga pengalaman dan pengetahuan yang dimiliki peserta didik sebelumnya akan sangat membantu dalam wawancara dapat ditanyakan

²¹ G. Polya, Op. Cit. hal. iv

²² Lisanul Uswah Sadieda, Tesis: “*Tipe Berpikir Mahasiswa Dalam Memecahkan Masalah Pembuktian pada Topik Kongruensi Segitiga*”. (Tesis tidak dipublikasikan. Surabaya: Pascasarjana UNESA, 2009), 13.

sebagai berikut: *Pernahkah anda menemukan masalah yang berhubungan dengan masalah tersebut?; Pernahkah anda menemukan masalah yang serupa?; Tahukah anda teorema-teorema yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah ini?.*

Jika peserta didik mengalami kesulitan karena muncul banyak permasalahan yang berhubungan sehingga sulit menentukan yang tepat dapat digunakan, maka hal tersebut dapat diatasi dengan pertanyaan: *Lihat konklusinya! Kemudian coba pikirkan beberapa teorema yang mempunyai kemiripan atau kesamaan konklusi.* Jika peserta didik masih kesulitan mendapat ide pemecahan, maka dapat diajukan pertanyaan dan saran: *Lihat hanya pada sebagian hipotesis dan buang yang tidak perlu; apakah konklusi tetap valid?; Bisakah anda menurunkan sesuatu yang berguna dari hipotesis?; Bisakah anda merubah hipotesis, atau konklusi, atau keduanya sehingga hipotesis dan konklusi yang baru menjadi lebih masuk akal?.* Kemudian untuk memastikan proses penemuan rencana permasalahan sudah sesuai dengan permasalahan awal dapat ditanyakan: *Apakah anda sudah menggunakan seluruh hipotesis?.*

c. Melaksanakan Rencana Pemecahan

Jika pada tahap sebelumnya adalah membuat gambaran garis besar prosedur penyelesaian masalah, maka pada tahap ini adalah penerapan dari perencanaan yang dibuat dengan cara merinci secara sistematis secara sistematis dan meneliti tiap langkahnya hingga semuanya benar. Untuk mendorong peserta didik agar memeriksa langkah-langkahnya dapat ditanyakan: *Sudahkah anda memeriksa bahwa tiap langkah sudah benar?; Bisakah anda membuktikan bahwa tiap langkah sudah benar?.*

d. Memeriksa Kembali

Peserta didik memeriksa kembali tiap langkah dan hasil yang didapat. Peserta didik akan mempunyai alasan yang cukup kuat untuk meyakini kebenaran solusinya saat mereka sudah menjalankan tiap tahap sesuai rencana, menulis solusi, dan melakukan pemeriksaan ulang terhadap langkah pemecahannya. Namun sangat mungkin terjadi

kesalahan seperti meluasnya argumen yang diberikan atau mungkin pengulangan prosedur pemecahan masalah. Untuk menghindari hal tersebut dapat diajukan pertanyaan: *Dapatkah anda memeriksa hasilnya?; Dapatkah anda memeriksa alasannya?.*

Pada penelitian yang dilakukan oleh Weber, ia mengemukakan prosedur dalam menyusun sebuah bukti/tahapan dalam pemecahan masalah pembuktian, prosedur tersebut ada 5 langkah yaitu:²³

- a. Menentukan apa yang menjadi konklusi dari pernyataan untuk dibuktikan
- b. Memilih fakta-fakta atau teorema-teorema yang dapat digunakan untuk memperoleh tujuan dari pernyataan. Dalam memilih teorema-teorema atau fakta harus memperhatikan hal berikut:
 - 1) Mengidentifikasi metode yang akan digunakan dalam pembuktian. Metode yang digunakan sebagian besar terdiri dari definisi-definisi dan teorema-teorema yang saling berhubungan.
 - 2) Saat memilih teorema atau fakta harus mempertimbangkan 2 hal, yaitu: Apakah hipotesis dari teorema yang digunakan dapat memenuhi pembuktian? Apakah teorema yang digunakan akan berguna untuk menemukan tujuan yang dicari?
- c. Mencoba menerapkan teorema. Periksa apakah teorema yang digunakan sesuai dengan pernyataan yang diberikan dengan melihat langkah 1 dengan tujuan mendapatkan informasi penting untuk memenuhi hipotesis. Jika tidak cocok kembali ke langkah 2 dan pilih teorema lain yang sesuai.
- d. Menerapkan teorema-teorema dan fakta-fakta yang sudah diyakini dapat memenuhi tujuan yang hendak dicapai.
- e. Merefleksi, lakukan pengecekan ulang dari langkah 1 untuk memastikan bahwa jawaban yang diberikan sudah sesuai dengan yang diinginkan.

²³ K. Weber, "Investigating and Teaching the Processes Used to Construct Proofs", *Research in Collegiate Mathematics Education*, 13, (America, 2006), 202.

Dari pemecahan masalah yang dikemukakan oleh Polya dan prosedur menyusun bukti yang dikemukakan Weber, peneliti merumuskan langkah pemecahan masalah pembuktian matematika pada penelitian ini adalah sebagai berikut:²⁴

a. Memahami Masalah Pembuktian

Pada langkah ini terlebih dahulu peserta didik membaca cepat masalah pembuktian yang diberikan untuk mengetahui tujuan dari masalah tersebut secara utuh. Kemudian peserta didik membaca lagi masalah yang diberikan, untuk mengetahui bagian-bagian penting yang diketahui pada soal yaitu hipotesis dan konklusi. Selanjutnya peserta didik menuliskan informasi-informasi penting yang didapat pada soal.

b. Membuat Koneksi

Setelah peserta didik memahami setiap unsur yang diketahui pada soal pembuktian yang diberikan, selanjutnya mencari konsep, prinsip, fakta, atau teorema yang sesuai dengan unsur-unsur yang sudah diketahui sebelumnya. Tahap ini harus dilakukan supaya dapat membangun kaitan antara hipotesis dengan konklusi. Pada tahap ini konklusi dari pernyataan masalah pembuktian harus dijabarkan juga, sehingga bukan unsur-unsur yang diketahui saja yang dijabarkan. Inti dari tahap ini adalah mengurai premis dan konklusi sehingga dapat menentukan teorema atau konsep yang tepat.

c. Menentukan Ide Utama

Menemukan suatu konsep kunci yang dapat menjadi penghubung antara hipotesis dengan konklusi adalah maksud dari langkah ini. Dengan kata lain peserta didik dapat membuat dugaan mengenai konsep kunci yang menjembatani hipotesis dengan konklusi. Langkah ini merupakan bagian yang penting karena untuk memastikan apakah pembuktian tercapai atau tidak. Hal ini berkaitan dengan pemanfaatan teorema-teorema atau fakta-fakta yang dipilih dalam pembuktian. Tahap ini dapat dilakukan dengan cara memeriksa apakah hipotesis yang diberikan

²⁴ S. Netti, "Tahapan Berpikir Mahasiswa Dalam Mengonstruksi Bukti Matematis", *Jurnal Matematika dan Pembelajaran*, 6 : 1, (Juni, 2018), 7.

sudah memenuhi. Jika hipotesis yang diberikan belum memenuhi, periksa kembali langkah 1 untuk mendapat informasi penting lainnya, kemudian lakukan penggantian hipotesis dengan mengubah teorema pada langkah 2.

d. Menyusun Bukti

Pada langkah ini peserta didik menerapkan fakta-fakta dan teorema yang dianggap dapat mencapai tujuan yang hendak dicapai. Sehingga pada tahap ini peserta didik harus mempunyai pengetahuan yang baik mengenai teorema, definisi, fakta-fakta yang digunakan untuk merangkai bukti. Peserta didik harus bisa menghubungkan antara satu konsep dengan konsep yang lain atau teorema satu dengan teorema yang lain.

e. Merefleksi

Peserta didik melakukan pengecekan kembali pekerjaannya dari awal hingga langkah 4, tujuannya adalah untuk memastikan bahwa kesimpulan dan langkah-langkah pemecahan masalah yang dibuat sudah sesuai dengan yang diinginkan/ sudah dianggap tepat.

C. Pembuktian Matematika

Kata matematika bermula dari bahasa latin yaitu “*mathematica*” yang mulanya diambil dari kata “*mathematike*” yang berarti *relating to learning*, kata tersebut asal katanya adalah *mathema* yang berarti *knowledge, science* atau pengetahuan, ilmu. Kata *mathematike* berkaitan erat dengan kata lain yang hampir sama yaitu *mathenein* yang berarti belajar (berpikir/bernalar).²⁵ Jadi berdasarkan istilahnya, matematika berarti ilmu pengetahuan yang didapat dari proses berpikir atau bernalar.

Matematika adalah materi yang sangat berkaitan dengan simbol-simbol, konsep-konsep, pola bilangan dan sebagainya, yang mana semua hal tersebut melibatkan logika dan pola pikir untuk dianalisis dan dibuat kesimpulan. Hal ini sejalan dengan pendapat yang dikemukakan oleh James bahwa matematika merupakan ilmu tentang logika mengenai susunan, bentuk, besaran, dan konsep-konsep yang berkaitan satu dengan yang lainnya dan dengan jumlah

²⁵ Eman Suherman, dkk, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*, (Bandung: UPI, 2001), 17.

yang banyak, yang terbagi dalam tiga bidang yaitu, analisis, aljabar, geometri.²⁶

Berdasarkan definisi mengenai matematika dapat ditarik kesimpulan bahwa matematika adalah suatu ilmu pengetahuan mengenai bentuk, susunan, logika, besaran dan konsep-konsep yang saling terkait satu dengan yang lain dan ditentukan secara logis, diperoleh melalui penalaran, serta dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan.

Bukti merupakan inti dalam bermatematika. Kajian matematika menekankan sebuah kebenaran berdasarkan induktif dan deduktif. Dimana kebenaran induktif bisa dikerjakan dengan cara menunjukkan beberapa contoh atau mensubstitusikan bilangan-bilangan pada rumus atau aturan tertentu, sedangkan kebenaran deduktif dapat dilakukan dengan pembuktian. Referensi lain menyebutkan bahwa kegiatan menuliskan bukti matematis dapat membantu pemahaman peserta didik terhadap suatu materi yang sedang dikerjakan.²⁷ Sehingga kegiatan menyelesaikan masalah pembuktian dianggap dapat mengembangkan penalaran peserta didik.

Di dalam matematika, bukti adalah serangkaian argumen logis yang dirangkai untuk dapat menjelaskan kebenaran dari suatu pernyataan. Argumen-argumen tersebut bisa didapat dari premis-premis pernyataan itu sendiri, teorema-teorema lainnya, definisi, dan dapat berasal dari postulat dimana sistem matematika itu berasal. Sedangkan menurut *Educational Development Center*, bukti adalah suatu argumentasi logis yang menetapkan kebenaran dari suatu pernyataan.²⁸ Sebuah bukti mengandung prosedur penyusunan argumentasi dan makna dari pernyataan yang akan dibuktikan.²⁹ Sehingga dari pernyataan tersebut, bukti adalah serangkaian argumentasi logis atau masuk akal yang disusun untuk menetapkan kebenaran dari suatu pernyataan.

²⁶ Ibid, halaman 18.

²⁷ Hanna, et al, *Explanation and Proof in Mathematics*, (New York: Springer, 2010).

²⁸ Dadang Junaidi, "Pembuktian, Penalaran, dan Komunikasi Matematik", *Jurnal Pendidikan Matematika UPI*, (2008), 2.

²⁹ Velleman, Daniel, *How To Proof it a Structure Approach*, (New York: Cambridge University Press, 2009).

Dalam matematika, antara bukti dan argumentasi memiliki keterkaitan yang erat sebagaimana berikut.³⁰ (1) bukti dan argumentasi dapat dianggap sebagai pembenaran rasional dalam matematika; (2) bukti dan argumentasi dalam matematika fungsinya adalah untuk meyakinkan; (3) bukti dan argumentasi dalam matematika yang ditunjukkan kepada khalayak universal; (4) bukti dan argumentasi dalam matematika menjadi sebuah “*field*”. Bukti dan argumentasi merupakan suatu kesatuan yang saling berhubungan satu sama lain dalam matematika.

Pembelajaran matematika di jenjang sekolah tidak lepas dari yang namanya pembuktian matematika, terutama pada materi geometri. Pembuktian dalam matematika sendiri merupakan bagian dari materi pembelajaran yang harus diajarkan, dipelajari, diketahui, serta dinilai guru maupun peserta didik. Bahkan NCTM juga menuliskan hubungan antara penalaran dengan pembuktian, karena dalam penarikan sebuah kesimpulan (penalaran) membutuhkan yang namanya bukti.³¹ Jadi pembuktian dalam suatu pembelajaran adalah suatu hal yang penting untuk diajarkan dan dipelajari.

Pada pembelajaran di jenjang sekolah peserta didik telah diajarkan mengenai pembuktian, yang mana telah diterapkan pada kelas 9 dengan materi kesebangunan dan kekongruenan bangun datar. Hal tersebut dibuktikan dengan telah diadakannya buku-buku matematika yang membahas materi kesebangunan dan kekongruenan bangun datar yang digunakan di Indonesia oleh pemerintah, yaitu buku Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan 2006 dan buku Kurikulum 2013. Jadi materi pembuktian sudah diterapkan pada kurikulum Indonesia yaitu materi geometri: kesebangunan dan kekongruenan bangun datar yang diberikan pada jenjang Sekolah Menengah Pertama (SMP/Sederajat).

Pada materi geometri, pembuktian dilakukan secara formal dengan mengikuti aturan yang ada yaitu dengan dua kolom, kolom kiri berisi pernyataan dan kolom kanan berisi alasan-alasan. Namun pada pada prakteknya pembuktian yang demikian jarang dilakukan dijenjang pendidikan Sekolah Menengah Pertama maupun Sekolah Menengah Atas. Proses pembuktian yang sering digunakan adalah pembuktian apa adanya yaitu pernyataan dan di samping pernyataan

³⁰ Toulmin S.E, *The Use of Arguments*. (New York: Cambridge University Press 1993), 14.

³¹ NCTM, Op. Cit., hal 338.

tersebut adalah alasan-alasannya. Sehingga proses pembuktian dengan menggunakan dua kolom merupakan aturan yang disarankan namun tidak mutlak harus menggunakan aturan dua kolom, cukup menggunakan proses yang dimengerti oleh peserta didik.

Menurut Boero peran penalaran yang berlangsung selama berargumentasi sangat penting dalam menyusun atau mengerjakan sebuah pembuktian.³² Pendapat lain mengatakan bahwa pembuktian adalah argumentasi logis atau masuk akal yang digunakan untuk membuktikan kebenaran dari suatu pernyataan.³³ Sejalan dengan pendapat sebelumnya menurut Susanto, pembuktian adalah serangkaian argumen logis untuk menunjukkan kebenaran dari suatu pernyataan.³⁴

Dari beberapa pemaparan para ahli di atas mengenai pembuktian, dapat ditarik sebuah kesimpulan bahwa dalam pembuktian matematika argumen memainkan peranan penting dalam mengarahkan segala macam bentuk asumsi, karena pembuktian matematika merupakan sebuah proses menyusun argumen logis berupa postulat, definisi, maupun pernyataan yang sudah dibuktikan sebelumnya hingga menjadi serangkaian argumentasi untuk membuktikan kebenaran sebuah pernyataan yang diberikan.

D. Argumentasi

Faktor lain yang berhubungan dengan penalaran *plausible* adalah argumentasi, dan justifikasi solusi yang berdasarkan sifat-sifat matematis.³⁵ Argumentasi adalah suatu cara atau proses yang menghasilkan argumen yang didasarkan pada definisi, fakta, data, dan bukti agar kebenaran argumentasi dapat diterima. Sejalan dengan kalimat yang ditulis oleh Vincent dalam bukunya yang berjudul *Becoming A Critical Thinker* yang bermakna argumentasi merupakan sebuah pernyataan yang didukung oleh bukti dan data

³² Achmad Faruq, Skripsi: “Analisis Struktur Argumentasi dan Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematika Siswa Sekolah Menengah”, (Surabaya: UIN Sunan Ampel Surabaya, 2013), 15.

³³ Indra Siregar, “Masalah Pembelajaran Pembuktian Matematika Bagi Mahasiswa Indonesia”, *Jurnal Pendidikan Matematika STKIP Garut*, 5:3, (September, 2016), 316.

³⁴ D. Novita Sari, dkk., Loc. Cit., hal 992.

³⁵ M. Izzuddin, Op. Cit., hal. 15.

yang ada yang tujuannya adalah untuk mempengaruhi pikiran orang lain.³⁶

Jika argumentasi adalah cara dalam menghadapi masalah dengan mengambil sebuah keputusan, mempertahankan dan mempengaruhi orang lain berdasarkan data dan rasionalisasi yang ada, maka justifikasi merupakan pembenaran dan juga alasan, bukti, pertimbangan, atau fakta yang membuat keputusan yang diambil menjadi wajar atau benar. Dreyfus dan Kidron juga berpendapat bahwa justifikasi adalah proses membangun pengetahuan yang lebih mendalam bukan hanya melakukan pembuktian kebenaran sebuah pernyataan secara formal.³⁷ Sedangkan menurut Hamidi dan Suryaningtyas cara menentukan suatu pernyataan benar atau salah atau bahkan tidak keduanya dan diperkuat dengan adanya pemberian alasan secara tertulis disebut dengan justifikasi.³⁸ Dari pemaparan beberapa ahli dapat dikatakan bahwa justifikasi adalah sebuah proses pembuktian kebenaran dari suatu pernyataan dengan pemberian alasan yang didasarkan pada definisi, lemma atau teorema yang sebelumnya sudah dibuktikan.

Menurut Rofiki penalaran *plausible* dapat dilatihkan kepada peserta didik dengan sering memberikan pemecahan masalah yang menuntut peserta didik memberikan penjelasan, argumentasi, dan justifikasi atas masalah yang dihadapi.³⁹ Sehingga dalam proses penalaran *plausible*, argumentasi digunakan untuk membuktikan ide-ide terhadap penalaran *plausible* yang sedang berlangsung pada peserta didik, sebagai konfirmasi solusi, sedangkan justifikasi digunakan untuk meyakinkan kebenaran jawaban kepada diri sendiri dan kepada orang lain. Jadi pada penalaran *plausible* memuat dua hal yaitu justifikasi dan sekaligus argumentasi.

E. Gaya Berpikir

Setiap orang memiliki bakat yang berbeda-beda, ada yang menyukai olahraga, seni, dan ada yang menyukai pemrosesan

³⁶ Vincent Ryan Ruggiero, *Becoming A Critical Thinker*, (Buston: Houghton Mifflin Company, 1999).

³⁷ Tommy Dreyfus dan Kidron, Justification Enlightenment and Combining Construction of Knowledge, *Education Studies in Mathematics*, (Juni, 2014), 303-309.

³⁸ A.Hamidi – S. Suryaningtyas, “Kemampuan Jusifikasi Matematis Siswa SMP pada Materi Segitiga”. (Paper presented at Seminar Nasional Pendidikan Matematika Pascasarjana Universitas Negeri Malang, Malang, 2016).

³⁹ Imam Rofiki, Loc. Cit., hal 1013.

angka.⁴⁰ Begitu pula dengan gaya berpikir, setiap orang memiliki karakteristiknya masing-masing. Gaya berbeda dengan kemampuan, gaya lebih kepada sebuah kecenderungan dalam menggunakan kemampuan yang ada. Kemampuan berkaitan dengan bagaimana seseorang bisa menggunakan kemampuannya untuk melakukan atau mengerjakan sesuatu hal. Sedangkan gaya berpikir merupakan cara yang lebih dominan dilakukan seseorang dalam menggunakan kemampuannya untuk menerima informasi, menyimpan, mengolah, dan mengambil kembali, informasi dari ingatan untuk merespon masalah yang dihadapi.⁴¹ Pendapat lain mengatakan bahwa gaya yang digunakan seseorang dalam mengolah suatu informasi yang diperoleh pada saat melakukan pengamatan dan aktivitas mental dibidang kognitif disebut dengan gaya berpikir.⁴² Gregorc mengelompokkan gaya berpikir menjadi 4 kelompok diantaranya adalah gaya berpikir acak abstrak, acak konkret, sekuensial acak, dan sekuensial konkret. Gaya berpikir menurut Gregorc ini memberikan cara yang terorganisasi mempertimbangkan pikiran bekerja, selain itu juga ada pembagian otak dalam menerima informasi menurut Gregorc yaitu pengaturan (acak dan sekuensial) dan persepsi (konkret dan abstrak) cara seseorang mempersepsikan informasi yang didapat. Keempat gaya berpikir Gregorc dijabarkan lebih lengkap di bawah ini:⁴³

1. Acak Abstrak/*Abstract Random*

Peserta didik yang mempunyai *abstract random mind style* ini belajar paling bagus melalui kerja kelompok tidak terstruktur. Mereka senang merefleksikan, membayangkan, mencari ide, membuat hubungan personal, suka berbicara, dan menjabarkan pikirannya. Gaya berpikir *abstract random* mempunyai cara belajar tidak teratur dan penjadwalannya

⁴⁰ Kusaeri, K., - Sholeh, B., “*Determinate Factors of Mathematics Problem Solving Ability Toward Spatial, Verbal and Mathematical Logic Intelligent Aspects*”. (Paper presented at Proceeding Of The Asian Education Symposium: Ideaas for 21st Century Education UPI, Bandung, 2016)

⁴¹ M. Anwar, Tesis: “*Kreativitas Mahasiswa Calon Guru dalam Pemecahan Masalah Matematika ditinjau dari Gaya Berpikir*”, (Surabaya: UNESA, 2016), 30.

⁴² Wibrika, Skripsi: “*Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Menurut Polya dalam Pembelajaran Problem Based Learning Berdasarkan Gaya Berpikir Gregorc Siswa Kelas VII SMP Negeri I Gondang Tahun Ajaran 2016/2017*”, (Surakarta: UMS, 2017), 1-19.

⁴³ Bobbi Depoter, Op. Cit., hal 128.

sangat menekan mereka, bahkan dengan penyajian materi pelajaran yang disajikan sistematis mereka tidak menyukainya.

2. Acak Konkret/*Concrete Random*

Peserta didik dengan *concrete random mind style* akan lebih berkembang dengan kerja yang praktis dan *open ended* (akhir terbuka). Mereka akan menolak pengarahannya petunjuk dan batas waktu yang diberikan. Mereka juga ingin bekerja dengan metode mereka sendiri dan waktu tidak menjadi prioritas bagi mereka. Kemampuan mereka menerima materi secara acak membuat mereka menjadi orang yang penuh dengan ide-ide baru dan tidak terlalu menyukai sesuatu hal yang berbau penalaran abstrak dan lebih banyak belajar menggunakan panca inderanya.

3. Sekuensial Abstrak/*Abstract Sequential*

Peserta didik dengan *abstract sequential mind style* paling sering belajar menggunakan riset akademis yang teratur. Mereka suka dituntun untuk melihat hubungan antara ide-ide, alasan mengapa sesuatu terjadi, konsep yang membelakangi sebuah teori. Gaya berpikir ini merupakan gaya berpikir yang memiliki daya nalar paling baik dibanding yang lainnya karena mereka cenderung lebih kritis serta analitis dan memiliki daya imajinasi yang begitu kuat. Umumnya mereka tidak membutuhkan peragaan dalam mencerna informasi yang didapat secara abstrak.⁴⁴ Mereka yang memiliki gaya berpikir ini menyukai berpikir dalam konsep dan mengkaji informasi yang diperoleh. Dapat dikatakan bahwa seseorang dengan gaya berpikir ini mempunyai kecerdasan yang tinggi. Mereka biasanya tidak mau menerima dengan mudah informasi tanpa melakukan pengecekan, senang dengan dunia teori, segala sesuatu yang dihubungkan dengan teori yang mereka baca. Berdasarkan teori yang mereka baca mereka akan berargumentasi panjang tentang hal-hal yang mereka bicarakan.

4. Sekuensial Konkret/*Concrete Sequential*

Peserta didik dengan *concrete sequential mind style* lebih berpatokan pada kenyataan dan mengolah informasi yang mereka dapat dengan cara yang tersusun sistematis, sekuensial

⁴⁴ Yusuf, "Comparison of Student Achievement Learning Model Based on Learning Style Gregor in SMKN 7 Surabaya", *Jurnal Mahasiswa UNESA*, (2013).

dan linear. Menurutnya kenyataan adalah apa yang mereka dapat ketahui dari lima panca indera fisik. Mereka tidak kesulitan memperhatikan dan mengingat kenyataan. Cara belajar terbaik bagi mereka adalah dengan mempunyai semacam catatan atau makalah. Mereka menata tugas menjadi proses tahap demi tahap dan akan menguhasakan dengan keras untuk mencapai kesempurnaan pada tiap tahap. Mereka suka diarahkan dan strategi khusus.

Dari keempat gaya berpikir yang dijelaskan di atas peneliti memilih gaya berpikir sekuensial abstrak dan sekuensial konkret untuk diteliti lebih lanjut, karena seseorang dengan gaya berpikir sekuensial abstrak (SA) cenderung akan mengumpulkan banyak informasi terlebih dahulu sebelum membuat suatu keputusan, melakukan sebuah penelitian, menganalisis ide-ide, menggunakan bukti-bukti atau membuktikan atau menyangkal suatu teori, memberikan bukti-bukti yang diperlukan dalam menganalisis/menyelesaikan masalah. Karakter seorang SA umumnya menggunakan contoh yang tepat, sebagai hasil yang akurat, lebih cenderung belajar dengan mengamati daripada melakukannya, alasan yang mereka berikan dapat diterima secara logis, tenang dalam bekerja saat membahas satu persoalan.⁴⁵

Seseorang dengan gaya berpikir sekuensial konkret (SK) memiliki karakteristik selalu mengumpulkan fakta-fakta dalam menyelesaikan suatu masalah, kemudian mengaturnya secara linear dan sistematis. Selain itu seseorang SK dapat memperhatikan dan mengingat realitas, fakta-fakta, informasi, rumus-rumus dan aturan-aturan yang sudah pernah didapatkan sebelumnya dengan mudah.⁴⁶ Orang yang mempunyai gaya berpikir ini juga selalu berusaha dengan keras agar apa yang sedang dikerjakan mendapat kesempurnaan pada setiap tahap penyelesaiannya, untuk itu mereka selalu teliti dan detail dalam mengerjakan sesuatu dan juga senang menafsirkan segala sesuatu secara logis.⁴⁷ Meskipun tidak disebutkan bahwa seseorang dengan gaya berpikir sekuensial konkret adalah orang yang senang berargumen, namun mereka

⁴⁵ Kiswara, *Garis Besar Pola Pikir Manusia*, <http://www.oriharayuzuru.net/2014/03/4-garis-besar-pola-pikir-manusia.html> 013-02-05 at 8:42pm, Reposted by Orihara Yuzuru (@Alam_Mukti), diakses tanggal 18 Mei 2020.

⁴⁶ Bobbi Deporter – Mike Hernnacki, Op. Cit., h. 128.

⁴⁷ Masganti Sit, *Perkembangan Peserta Didik*. (Medan: Perdana Publishing, 2012), h. 57

adalah orang yang selalu menginginkan kesempurnaan dalam setiap penyelesaian suatu hal.

John Parks Le Tellier dalam Deporter and Hernacki merancang sebuah tes untuk mengetahui seseorang termasuk ke dalam karakter cara berpikir matematika yang mana, langkah-langkah tersebut adalah sebagai berikut:

1. Peserta didik diminta membaca setiap kelompok yang terdiri dari 4 kata.
2. Peserta didik diminta memilih dua kata dari empat yang paling menggambarkan dirinya. Tidak ada jawaban salah atau benar dalam kegiatan ini. Peserta didik menjawab berbeda-beda yang terpenting adalah kejujuran mereka.
3. Setelah peserta didik menyelesaikan tiap butir dari tes tersebut, huruf-huruf dari kata yang telah dipilih dilingkari pada setiap nomor dalam empat kolom yang tersedia.
4. Jawaban pada kolom 1, 2, 3, 4 dijumlahkan kemudian masing-masing kolom dikalikan empat.
5. Kotak dengan jumlah perkalian terbesar itulah yang menunjukkan cara berpikir mereka.

F. Hubungan Penalaran *Plausible* dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika

Menurut Rofiki penalaran *plausible* adalah dasar dalam bermatematika dan memahami matematika untuk menyokong keberhasilan peserta didik dalam kegiatan pemecahan masalah.⁴⁸ Peserta didik melakukan penalaran *plausible* dengan menyelidiki kebenaran atau ketidakbenaran sesuatu masalah, membuat dugaan-dugaan dan memberikan argumentasinya yang didasarkan pada sifat matematis yang ada. Sedangkan kegiatan membuat dugaan dan menyelidikinya merupakan hal yang penting dalam bermatematika, karena dengan kegiatan tersebutlah penemuan matematik sering terjadi. Selain itu kegiatan menyusun argumen sehingga menjadi serangkaian argumentasi adalah kegiatan yang penting dalam menyelesaikan masalah jenis pembuktian.

Penalaran dengan pemecahan masalah adalah dua komponen yang saling berkaitan, sedangkan penalaran dan pembuktian juga adalah dua komponen yang saling berhubungan. Penalaran sangat

⁴⁸ Imam Rofiki, Loc. Cit 1016

diperlukan dalam belajar matematika yang menekankan pada aspek pemecahan masalah. Penalaran tidak hanya dibutuhkan peserta didik ketika mereka belajar matematika, tetapi juga dibutuhkan agar mampu menganalisis setiap masalah, memecahkan masalah dengan tetap, dapat menilai suatu secara objektif dan kritis serta dapat menarik keputusan yang logis.

Penalaran *plausible* adalah penalaran dengan pemberian argumentasi yang masuk akal dan didasarkan pada sifat-sifat matematis yang ada. Hal tersebut sejalan dengan kegiatan pemecahan masalah yang berbentuk pembuktian yang mana pada pemecahan masalah jenis tersebut argumentasi menjadi sesuatu yang sangat penting dalam memecahkan masalah pembuktian matematika karena argumentasi sangat diperlukan dalam proses menyusun bukti dan membuat kesimpulan. Argumentasi disini merupakan serangkaian argumen logis yang didasarkan pada sifat matematis digunakan untuk menyatakan kebenaran dari suatu pernyataan.

Memecahkan masalah dimulai dengan memahami masalah. Kemudian membangun hipotesis umum atau dugaan/tebakan umum setelah menganalisis keseluruhan masalah. Hipotesis umum diperoleh dari prediksi hubungan antara informasi yang diberikan pada masalah dengan informasi yang telah dimiliki berdasarkan sifat matematis. Tahap berikutnya adalah mengembangkan hipotesis umum dan membangun serangkaian argumen logis untuk solusi. Tahap ketiga, formulasi dasar hipotesis yaitu untuk menyelesaikan solusi digunakan fakta-fakta yang didapat dan menghubungkan dengan sifat matematis yang diketahui. Dan tahap terakhir adalah merumuskan secara spesifik hipotesis umum yang didapat.

Berikut ini adalah indikator penalaran *plausible* dalam memecahkan masalah pembuktian matematika yang disajikan dalam bentuk tabel 2.2 berikut:

Tabel 2.2
Indikator Penalaran *Plausible* dalam Pemecahan Masalah Pembuktian

Tahapan Pemecahan Masalah	Proses Penalaran <i>Plausible</i>	Indikator
Memahami masalah pembuktian	Situasi problematik	Peserta didik berada pada situasi problematik dimana tidak dengan segera mengetahui penyelesaian masalah
		Peserta didik mengidentifikasi hipotesis dan konklusi pernyataan
		Peserta didik menjelaskan materi/konsep apa yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan berdasarkan apa yang diketahui dan apa yang akan dibuktikan
Membuat koneksi	Pemilihan strategi	Peserta didik menentukan konsep atau teorema yang dapat mengaitkan antara hipotesis dengan konklusi untuk menentukan strategi penyelesaian masalah
Menentukan ide utama		Peserta didik menjelaskan langkah-langkah pemecahan masalah yang ditempuh sebagai strategi pemecahan masalah
Menyusun bukti	Implementasi strategi	Peserta didik mengimplementasikan strategi dengan menyusun argumentasi bukti yang logis

		Peserta didik memberikan alasan yang logis atas implementasi strategi dan argumen yang telah disusun
Merefleksi	Kesimpulan	Peserta didik membuat simpulan yang logis berdasarkan pembuktian yang sudah disusun
		Peserta didik memeriksa kembali strategi pemecahan masalah, dan segera mengoreksi jika ditemukan kesalahan
		Peserta didik meyakini bahwa tiap langkah pemecahan masalahnya sudah tepat

G. Hubungan Penalaran *Plausible* dengan Gaya Berpikir Sekuensial

Penalaran *plausible* merupakan sebuah proses berpikir dalam mengambil kesimpulan tentang suatu ide dengan pemberian argumentasi logis yang berdasarkan pada fakta-fakta dan sifat matematis yang sudah dibuktikan sebelumnya dan dinyatakan benar oleh ahli-ahli matematika. Sehingga peserta didik yang cenderung menyelesaikan masalah dengan memberi argumen-argumen logis maka peserta didik tersebut dapat dikatakan sedang melakukan penalaran *plausible*. Selain itu penalaran *plausible* juga berhubungan erat dengan dua hal lain yaitu argumentasi dan justifikasi solusi yang berdasarkan sifat-sifat matematis.

Dari pengertian penalaran *plausible* dan beberapa hal yang berkaitan erat dengan penalaran *plausible* yang telah dijelaskan sebelumnya, menurut peneliti bahwa penalaran *plausible* memerlukan peserta didik dengan kemampuan penalaran yang tinggi, pemahaman konsep yang baik, berpola pikir yang logis dan senang berargumentasi untuk menyelesaikan suatu masalah serta dapat memperkirakan sesuatu dengan tepat. Peserta didik dengan gaya berpikir ini akan dengan mudah menyusun bukti-bukti dalam berargumentasi dan menemukan ide-ide baru dengan membangun

hubungan berbagai objek sehingga saling berkaitan untuk dapat menyusun argumen berikutnya.

Penalaran *plausible* erat kaitannya dengan argumentasi. Argumentasi dalam menyusun bukti matematika harus didasarkan pada fakta-fakta, definisi, prinsip, teorema, dan aturan-aturan yang sudah pernah dibuktikan sebelumnya.⁴⁹ Argumentasi untuk menunjukkan suatu kebenaran matematika tidak boleh hanya berasal dari asumsi umum yang belum terbukti kebenarannya, namun harus dengan proses berpikir.⁵⁰ Sehingga saat melakukan penalaran *plausible*, argumentasi yang digunakan harus berdasarkan pada fakta-fakta matematika.

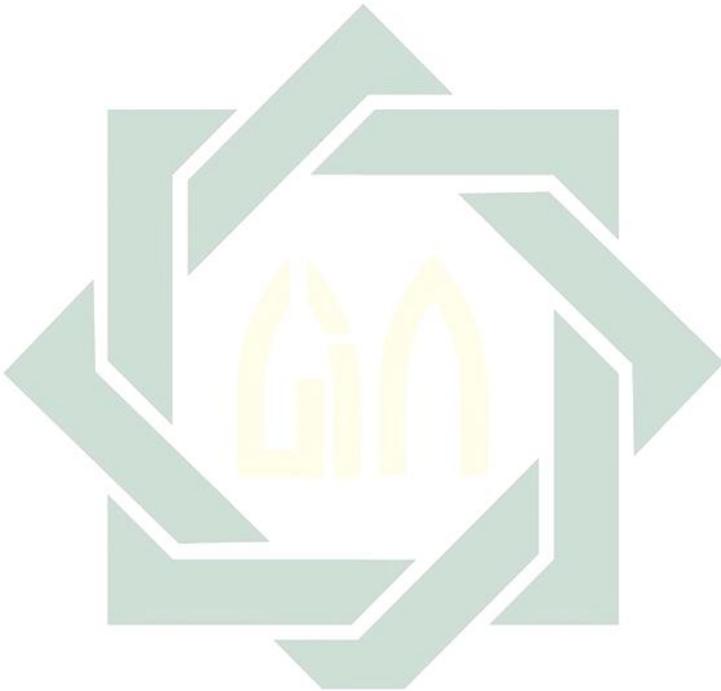
Melihat dari pemaparan mengenai penalaran *plausible* dan argumentasi logis di atas, bahwa kemungkinan besar peserta didik yang menggunakan penalaran *plausible* dalam pemecahan masalah pembuktian matematika adalah peserta didik yang mempunyai gaya berpikir: (1) sekuensial abstrak, dimana peserta didik dapat menyelesaikan masalah matematika dengan pemberian argumentasi lebih baik dibanding dengan gaya berpikir lain, (2) sekuensial konkret, yang mudah mengingat konsep-konsep, aturan-aturan, rumus-rumus, sehingga mempermudah proses menyusun argumentasi dan selalu mencari kesempurnaan dalam setiap penyelesaian masalah.

Hubungan antara gaya berpikir sekuensial dengan kemampuannya dalam membuktikan masalah matematis juga dapat dilihat dari hasil penelitian yang dilakukan oleh Prasiska. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa mahasiswa dengan gaya berpikir sekuensial abstrak dapat memenuhi semua indikator penalaran matematis dalam menyelesaikan masalah pembuktian induksi matematika dan pembuktian yang dilakukan sudah tepat. Sedangkan pada mahasiswa dengan gaya berpikir sekuensial konkret masih melakukan kesalahan pada proses pembuktian yaitu kesalahpahaman konsep pada tahap manipulasi sehingga pembuktian yang diberikan masih kurang tepat. Namun dari

⁴⁹ Herizal – Suhendra – Elah Nurlaelah, “Pengaruh Kemampuan Memahami Bukti Matematis terhadap Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematis pada Topik Trigonometri”, *Suska Journal of Mathematics Education*, 6 : 1, (Mei, 2020), 18.

⁵⁰ Krisna S. Prabowo – Trisna R. Pradipta, “Pemetaan Kemampuan Pembuktian Matematis Sebagai Prasyarat Mata Kuliah Analisis Riil Mahasiswa Pendidikan Matematika”, *Jurnal Pendidikan Matematika*, 2 : 1, (April, 2017), 83.

penelitian tersebut dapat diketahui pula bahwa mahasiswa yang mempunyai gaya berpikir sekuensial lebih baik dalam melakukan penalaran matematis penyelesaian masalah pembuktian induksi matematika dibanding dengan gaya berpikir acak.⁵¹



⁵¹ Yunita Ayu Prasiska, Skripsi: “*Analisis Penalaran Matematis Mahasiswa dalam Melakukan Pembuktian Menggunakan Induksi Matematika Ditinjau dari Gaya Berpikir Model Gregorc*”, (Surabaya: UIN Sunan Ampel Surabaya, 2017), 164.

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Penelitian yang akan dilaksanakan ini termasuk kedalam jenis penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Penelitian ini mendeskripsikan dan menjelaskan penalaran *plausible* peserta didik yang mempunyai gaya berpikir sekuensial abstrak dan sekuensial konkret dalam pemecahan masalah pembuktian matematika berdasarkan data kualitatif yang diperoleh dari wawancara berbasis tugas.

B. Tempat dan Waktu Penelitian

Tempat yang dipilih untuk melaksanakan penelitian ini adalah di MAN 1 Mojokerto. Proses pengambilan data dilakukan pada peserta didik kelas X MAN 1 Mojokerto. Waktu penelitian dilakukan pada tanggal 31 Oktober – 5 November pada semester gasal tahun ajaran 2020/2021. Jadwal pelaksanaan penelitian dapat dilihat pada tabel 3.1 berikut ini

Tabel 3.1
Jadwal Pelaksanaan Penelitian

No.	Tanggal	Kegiatan
1.	31 Oktober 2020	Permohonan izin penelitian kepada Kepala Sekolah MAN 1 Mojokerto
2.	2 November 2020	Pelaksanaan tes gaya berpikir dengan metode daring
3.	4 November 2020	Pelaksanaan pengerjaan tugas pemecahan masalah pembuktian matematika secara daring

4.	5 November 2020	Pelaksanaan wawancara dengan subjek secara daring
----	-----------------	---

C. Subjek Penelitian

Subjek penelitian ini adalah 2 peserta didik bergaya pikir sekuensial abstrak dan 2 peserta didik yang bergaya pikir sekuensial konkret kelas X MIPA 1 MAN 1 Mojokerto. Pemilihan subjek sendiri menggunakan teknik *purposive sampling*, yaitu pengambilan sampel dengan cara menetapkan ciri-ciri khusus yang sesuai dengan tujuan penelitian. Pemilihan subjek kelas X dikarenakan materi kesebangunan dan kekongruenan sudah dipelajari di kelas IX semester genap, sehingga subjek sudah menempuh materi tersebut. Sedangkan proses penentuan gaya berpikir subjek dilakukan dengan membagikan angket untuk mencari peserta didik yang mempunyai gaya berpikir sekuensial abstrak dan sekuensial konkret. Angketnya sendiri diambil dari buku yang ditulis oleh Bobbi Deporter & Mike Hernacky yang berjudul *Quantum Learning*.

Setiap peserta didik mengisi angket secara *online* pada aplikasi *google forms* dan tidak diskusi dengan teman, sehingga data yang diperoleh benar-benar sesuai dengan gaya berpikir yang dimiliki peserta didik. Lembar angket yang diberikan berisi kumpulan pernyataan yang nantinya dipilih oleh peserta didik untuk mengetahui gaya berpikir yang dimiliki seperti sekuensial abstrak, sekuensial konkret, acak konkret, atau acak abstrak. Angket berisikan 15 kelompok kata yang harus dijawab peserta didik. Terdapat 4 pilihan kata A, B, C, D pada setiap kelompok kata, yang mana tiap kelompok kata harus dipilih sebanyak 2 pilihan kata yang paling menggambarkan diri peserta didik. Berikut ini adalah langkah-langkahnya:¹

1. Peserta didik membaca tiap kelompok kata yang masing-masing terdiri dari 4 kata.
2. Peserta didik memilih 2 kata dari 4 yang tersedia dan paling sesuai dengan diri peserta didik. Tiap peserta didik akan memberi jawaban yang berbeda-beda sesuai dengan dirinya sendiri, sehingga tidak ada jawaban salah maupun benar.

¹ Bobbi Deporter. Loc Cit, 125

3. Huruf-huruf hasil pilihan peserta didik dilingkari pada tiap nomor dalam 4 kolom yang sudah disediakan.
4. Jawaban di kolom, 1, 2, 3, dan 4 masing-masing dijumlahkan kemudian dikalikan dengan 4 tiap kolomnya.
5. Kolom dengan jumlah skor terbesar menentukan cara berpikir yang dimiliki oleh peserta didik.

Dari hasil tes gaya berpikir, kemudian dipilih peserta didik yang mempunyai gaya berpikir sekuensial abstrak dan sekuensial konkret. Dari satu kelas yang berisi 28 peserta didik, 4 diantaranya memiliki gaya berpikir sekuensial abstrak dan 6 peserta didik mempunyai gaya berpikir sekuensial konkret. Berdasarkan saran dari guru kelas, dipilih masing-masing 2 peserta didik sekuensial abstrak dan 2 peserta didik sekuensial konkret yang komunikatif dan mampu mengungkapkan pendapat dengan baik. Berikut adalah data peserta didik dan gaya berpikirnya yang menjadi subjek penelitian.

Tabel 3.2
Subjek Penelitian

No.	Inisial	Gaya Berpikir	Kode Subjek
1	MBI	Sekuensial Abstrak (SA)	S ₁
2	APS	Sekuensial Abstrak (SA)	S ₂
3	IIN	Sekuensial Konkret (SK)	S ₃
4	DOR	Sekuensial Konkret (SK)	S ₄

D. Prosedur Penelitian

Prosedur dalam penelitian ini adalah:

1. Tahap Persiapan

Pada tahap ini peneliti melakukan:

- a. Pertama adalah meminta izin kepada kepala sekolah MAN 1 Mojokerto untuk melaksanakan penelitian di sekolah tersebut.

- b. Membuat janji dan kesepakatan kepada guru pengampu mata pelajaran matematika kelas X untuk waktu penelitian
- c. Menyusun instrumen penelitian berupa soal uraian materi kesebangunan dan kekongruenan dan instrumen wawancara
- d. Melakukan validasi instrumen kepada dosen dan guru pengajar, kegiatan ini perlu dilakukan agar peneliti mengetahui kelayakan instrumen tersebut untuk digunakan.
- e. Membuat surat izin untuk melaksanakan penelitian dari pihak UIN Sunan Ampel Surabaya.
- f. Meminta izin kepada kepala sekolah MAN 1 Mojokerto untuk melaksanakan penelitian di sekolah tersebut.
- g. Diskusi dengan guru matematika untuk membahas terkait subjek dan waktu penelitian.

2. Tahap Pelaksanaan

Adapun langkah-langkah yang akan dilaksanakan pada tahap ini adalah:

- a. Mengambil data tentang skor gaya berpikir siswa.
- b. Memberikan lembar tugas pemecahan masalah pembuktian matematika kepada peserta didik.
- c. Melakukan wawancara.

3. Analisis Data

Data yang telah diperoleh dalam penelitian, selanjutnya akan dianalisis oleh peneliti sesuai dengan indikator penalaran *plausible* dalam memecahkan masalah pembuktian matematika pada bab 2. Peneliti akan melakukan analisis data setelah proses penelitian selesai sepenuhnya dan data yang dicari sudah terkumpul dengan menggunakan deskripsi kualitatif.

E. Teknik Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data pada penelitian ini menggunakan wawancara berbasis tugas. Wawancara berbasis tugas digunakan untuk mendapatkan data tentang penalaran *plausible* peserta didik yang bergaya pikir sekuensial abstrak dan sekuensial konkret dalam memecahkan masalah pembuktian matematika. Teknik ini dimulai dengan pemberian tugas pemecahan masalah pembuktian matematika dengan sistem daring (dalam jaringan). Peneliti dibantu oleh guru matematika membuat grup pada aplikasi *Whatsapp* untuk mengkoordinir subjek yang terpilih. Kemudian dibagikan soal tugas

pemecahan masalah dan ditekankan kepada semua subjek untuk mengerjakan soal secara individu, dan diselesaikan dalam waktu 60 menit. Subjek yang telah selesai mengerjakan, mengirimkan langsung jawabannya kepada peneliti melalui pesan pribadi *Whatsapp* dan ditekankan kembali pada subjek untuk tidak melakukan *sharing* jawaban kepada siapapun.

Selanjutnya dilakukan wawancara pada subjek terpilih berdasarkan jawaban pada tugas pemecahan masalah pembuktian matematika. Wawancara dilakukan peneliti untuk konfirmasi dan verifikasi jawaban subjek serta memperoleh informasi lain yang tidak bisa didapatkan saat mengerjakan soal tugas pemecahan masalah. Wawancara dilakukan saat peserta didik sudah selesai mengerjakan soal uraian yang diberikan peneliti. Pertanyaan yang diberikan saat wawancara disesuaikan dengan kondisi peserta didik subjek penelitian, hal ini dikarenakan masing-masing subjek memiliki perbedaan dalam mengkomunikasikan suatu hal. Wawancara yang dilakukan hanya seputar bagaimana subjek menyelesaikan tugas pemecahan masalah pembuktian matematika yang diberikan untuk mengetahui penalaran *plausiblenya*.

F. Instrumen Pengumpul Data

Instrumen dalam penelitian ini adalah lembar tugas pemecahan masalah pembuktian matematika dan pedoman wawancara.

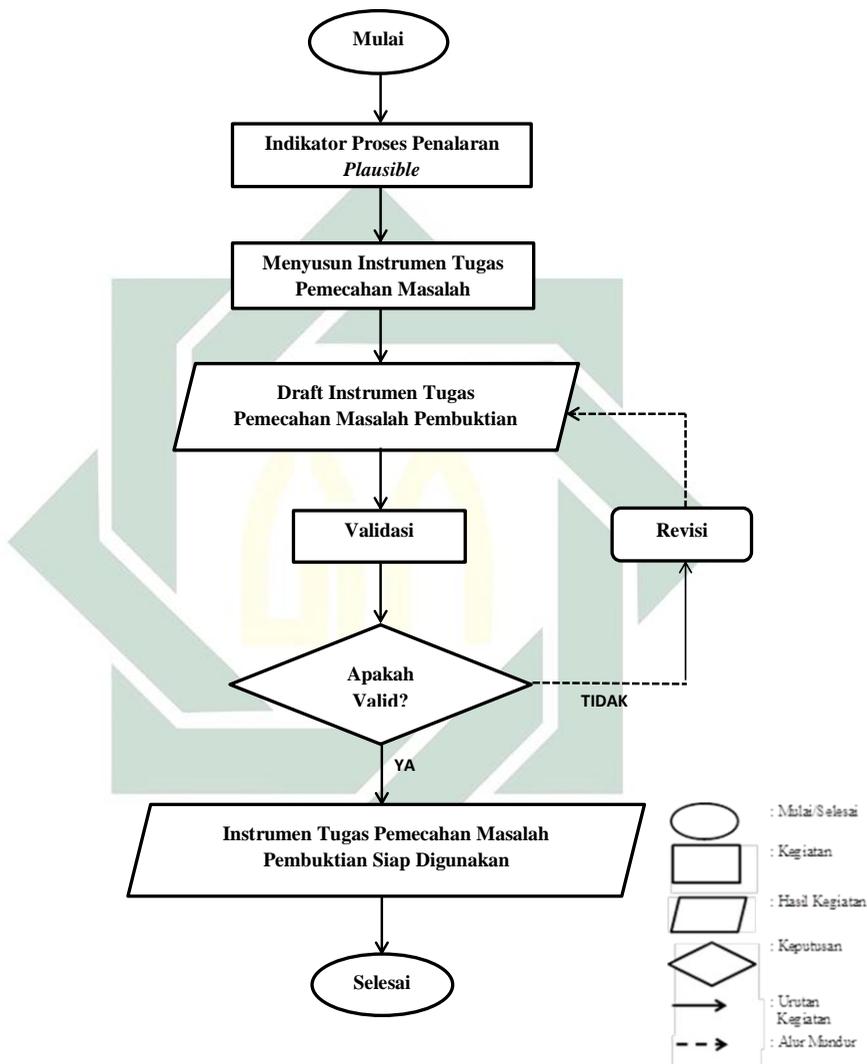
1. Lembar Tugas Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika

Tugas pemecahan masalah pembuktian matematika terdiri dari 2 butir soal uraian mengenai pembuktian matematika yang disesuaikan dengan kurikulum 2013 pada jenjang SMP. Soal jenis ini akan membuat subjek penelitian lebih leluasa dalam menuliskan argumentasinya. Soal diberikan setelah dinyatakan valid oleh validator. Validator terdiri dari satu dosen pendidikan matematika UIN Sunan Ampel Surabaya, satu dosen pendidikan matematika STKIP Sidoarjo dan satu guru matematika kelas X MAN 1 Mojokerto Hal tersebut perlu dilakukan untuk mengetahui kelayakan dari instrumen tugas pemecahan masalah yang akan digunakan untuk mengetahui penalaran *plausible* peserta didik. Berikut ini adalah nama-nama validator instrumen pada penelitian ini:

Tabel 3. 3
Nama Validator Instrumen Penelitian

No	Nama	Jabatan
1	Dr. Siti Lailiyah, M.Si	Dosen Pendidikan Matematika UIN Sunan Ampel Surabaya
2	Ike Windarti, M.Pd	Dosen Pendidikan Matematika STKIP Sidoarjo
3	Anis Fuji Qurilla, S.Pd	Guru MAN 1 Mojokerto

Pada penelitian ini validator hanya memvalidasi konten/isi. Dimana proses validasi berkaitan dengan meminta saran, tanggapan, komentar dari orang-orang yang ahli di bidang pendidikan matematika terhadap soal yang dibuat. Adapun yang perlu divalidasi oleh validator terkait soal yang dibuat adalah: (i) Isi soal yang mencakup kesesuaian antara soal, materi dan tujuan penelitian yang akan dicapai; (ii) Bahasa soal yang mencakup penggunaan kaidah bahasa Indonesia yang baik dan benar dan penyusunan kata/kalimat yang tidak menimbulkan ambiguitas/penafsiran ganda. Berikut ini adalah alur perancangan tugas pemecahan masalah yang akan digunakan:



Bagan 3.1
Alur Perancangan Tugas Pemecahan Masalah

Instrumen tugas pemecahan masalah pembuktian matematika yang digunakan dalam penelitian ini sendiri dapat dilihat pada lampiran 1.2. Berikut ini adalah saran-saran yang diberikan oleh validator untuk memperbaiki instrumen penelitian:

Tabel 3.4
Saran Validator pada Tugas Pemecahan Masalah Pembuktian

No.	Validator	Saran
1	Dr. Siti Lailiyah, M.Si	1) Pada pembahasan soal nomor 2, XYZ adalah sudut lancip, perlu penambahan simbol sudut sehingga $\angle XYZ$ adalah sudut lancip. 2) Skor pada pedoman penskoran tidak diperlukan dan diganti dengan indikator penalaran <i>plausible</i> sesuai dengan langkah pembahasan soal.
2	Ike Windarti, M.Pd	1) Pada soal nomor 1, penambahan informasi garis $IY \neq JY$. 2) Pada soal nomor 2, perbaikan sudut $C = 45^\circ$ menjadi $\angle ACB = 45^\circ$.
3	Anis Fuji Qurilla, S.Pd	1) Pada soal nomor 2, perbaikan sudut $C = 45$ menjadi sudut $ACB = 45^\circ$ agar tidak terjadi multitafsir.

2. Pedoman Wawancara Berbasis Tugas

Pertanyaan yang diberikan saat wawancara terkait tentang bagaimana subjek menyelesaikan tugas pemecahan masalah pembuktian yang diberikan, yaitu meliputi pemahaman, membuat koneksi, menemukan ide, menyusun bukti dan argumentasi, dan merefleksi untuk mengetahui penalaran *plausiblenya*. Selain itu juga disesuaikan dengan kondisi peserta didik subjek penelitian, hal ini dikarenakan masing-masing subjek memiliki perbedaan dalam mengkomunikasikan suatu hal.

Sebelum digunakan, pedoman wawancara berbasis tugas ini divalidasi oleh para validator yang sama dengan validator tugas pemecahan masalah. Validator pertama memberikan tambahan pertanyaan wawancara pada indikator merefleksi, mengganti kata kamu dengan anda/saudara agar lebih sopan, dan memperbaiki kalimat pertanyaan agar mudah dipahami, kemudian dilakukan revisi sesuai saran yang diberikan oleh validator pertama. Setelah dilakukan revisi, validator pertama menyatakan bahwa pedoman wawancara layak digunakan. Validator kedua dan ketiga menyatakan bahwa pedoman wawancara sudah layak untuk digunakan. Pedoman wawancara yang digunakan dalam penelitian ini sendiri dapat dilihat pada lampiran 1.4.

G. Keabsahan Data

Pada penelitian ini digunakan triangulasi sumber yaitu sebuah kegiatan mengecek derajat kepercayaan data penelitian yang didasarkan pada sumber pengumpulan data untuk menguji keabsahan dan kredibilitas data yang didapatkan. Kegiatan tersebut dilakukan dengan membandingkan hasil pemaparan data hasil tugas pemecahan masalah pembuktian matematika dengan wawancara terhadap keempat subjek penelitian. Data dikatakan valid jika banyak kekonsistenan pada jawaban lembar tugas pemecahan masalah pembuktian matematika yang diberikan dengan hasil wawancara.

H. Teknik Analisis Data

Analisis data yang dilakukan pada penelitian ini yaitu analisis data hasil pemecahan masalah pembuktian dan hasil wawancara

berbasis tugas. Analisis hasil wawancara berbasis tugas secara keseluruhan mengacu pada pendapat Miles dan Suherman yang meliputi reduksi data (*data reduction*), penyajian data (*data display*), dan penarikan kesimpulan (*conclusion drawing/verification*).¹ Berikut penjelasan mengenai tahapan analisis data pada penelitian ini:

1. Reduksi Data

Analisis data hasil tugas pemecahan masalah pembuktian dan hasil wawancara digunakan untuk mengungkap proses penalaran *plausible* subjek. Langkah-langkah untuk menganalisis hasil tugas pemecahan masalah yaitu dengan mengoreksi hasil jawaban subjek menggunakan kunci jawaban yang telah dibuat, kemudian mendeskripsikan proses penalaran *plausible* subjek di setiap tahapnya. Analisis tugas pemecahan masalah ini diperkuat dengan hasil wawancara berbasis tugas.

Adapun untuk menganalisis hasil wawancara berbasis tugas dilakukan pemilihan hal-hal pokok seperti, pemfokusan data yang dianggap penting, menyampingkan data yang kurang penting, serta perangkuman data. Hal pertama yang harus dilakukan pada reduksi data adalah mentranskrip data hasil wawancara dan hasil lembar pekerjaan subjek. Kemudian, agar tidak terjadi kesalahan dalam pentranskripsian, peneliti akan memutar ulang beberapa kali hasil rekaman wawancara. Kegiatan reduksi data ini dilakukan dengan melakukan perbandingan antara data hasil wawancara dengan data hasil pekerjaan subjek secara tertulis. Selanjutnya untuk memudahkan proses transkrip data, peneliti memberi kode yang berbeda kepada tiap subjek. Cara pengkodeannya adalah seperti berikut:

$P_{a,b,c}$ dan $S_{a,b,c}$

P : Peneliti

S : Subjek Penelitian

a, b, c : Digit yang mengikuti kode P dan S.

Digit pertama menunjukkan subjek ke-n, $n = 1, 2, 3, \dots$ digit

kedua menunjukkan pertanyaan wawancara ke-n, $n = 1, 2$. Digit

ketiga menunjukkan soal ke-n, $n = 1, 2, 3, \dots$

² B. Miles, Matthew dan Suherman. *Analisi Data Kualitatif*. (Jakarta: UI-Press, 2009), 16.

Contoh : $S_{2,1,2}$ berarti subjek kedua pertanyaan wawancara pertama pada soal pertama.

2. Penyajian Data

Pada saat pemaparan data peneliti akan melakukan klasifikasi, identifikasi, penafsiran, serta memberi makna dan pengertian informasi-informasi yang sudah terkumpul berdasarkan indikator yang sudah dibuat sebelumnya mengenai proses penalaran *plausible* subjek dalam pemecahan masalah pembuktian matematika.

3. Penarikan Kesimpulan

Jika data sudah tersaji dan sudah dianalisis, tahap berikutnya adalah penarikan kesimpulan mengenai penalaran *plausible* peserta didik yang bergaya pikir sekuensial abstrak dan sekuensial konkret dalam memecahkan masalah pembuktian matematika. Kesimpulan dibuat dengan mendeskripsikan proses penalaran *plausible* subjek saat memecahkan masalah pembuktian matematika pada setiap butir soal yang sudah dikerjakan. Penentuan proses penalaran *plausible* secara keseluruhan pada masing-masing subjek dilihat berdasarkan indikator penalaran *plausible* pada tabel 2.2 bab II halaman 39.

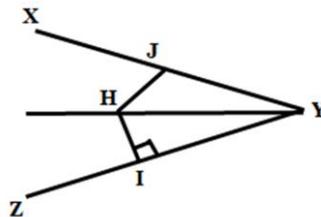
Penarikan kesimpulan dilakukan dalam dua tahap. tahap pertama adalah penarikan kesimpulan pada masing-masing subjek penelitian. Tahap kedua yaitu menarik kesimpulan berdasarkan gaya berpikir subjek. Penarikan kesimpulan pada tahap kedua ini melibatkan data yang valid yaitu saat 2 subjek yang memiliki gaya berpikir yang sama memiliki banyak kesamaan data maka hasil data itulah yang menjadi tolak ukur pengambilan kesimpulan.

BAB IV HASIL PENELITIAN

Pada bab IV ini, akan dideskripsikan dan dilakukan analisis data mengenai proses penalaran *plausible* peserta didik yang memiliki gaya berpikir sekuensial abstrak dan sekuensial konkret dalam pemecahan masalah pembuktian matematika. Data dalam penelitian ini merupakan hasil penyelesaian tugas pemecahan masalah pembuktian matematika dan hasil wawancara kepada dua orang peserta didik yang memiliki gaya berpikir sekuensial abstrak yang diwakili oleh subjek S_1 dan S_2 , serta kepada dua orang peserta didik yang memiliki gaya berpikir sekuensial konkret yang diwakili oleh subjek S_3 dan S_4 . Pembahasan data hasil penyelesaian tugas pemecahan masalah mengacu pada indikator proses penalaran *plausible* pada BAB II. Adapun tugas pemecahan masalah pembuktian yang digunakan adalah sebagai berikut:

Soal Nomor 1:

Perhatikan gambar berikut!

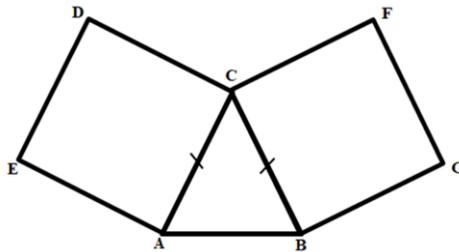


Diketahui sebuah sudut lancip XYZ dibagi dua oleh sebuah garis bagi H menjadi dua bagian sama besar. Panjang JY adalah 9 cm dan IY adalah 10 cm Tunjukkan bahwa $HJ = HI$!

Gambar 4.1
Tugas Pemecahan Masalah Pembuktian Ke-1

Soal Nomor 2:

Pada segitiga ABC dibuat persegi pada masing-masing sisi AC dan BC. Besar sudut $ACB = 45^\circ$. Tunjukkan bahwa $\triangle ACF$ kongruen dengan $\triangle BCD$!



Gambar 4.2

Tugas Pemecahan Masalah Pembuktian Ke-2

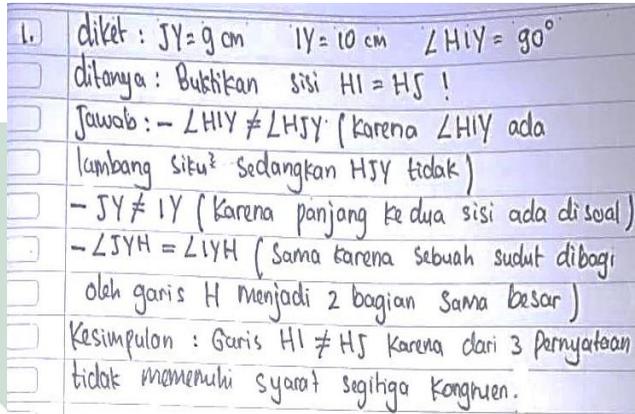
Hasil tugas pemecahan masalah pembuktian matematika dan hasil wawancara peserta didik dengan gaya berpikir sekuensial abstrak (SA) dan sekuensial konkret (SK) dideskripsikan dan dianalisis sebagai berikut:

A. Deskripsi dan Analisis Data Penalaran *Plausible* Subjek yang Bergaya Pikir Sekuensial Abstrak dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika

Berikut ini adalah deskripsi dan analisis data hasil penelitian mengenai penalaran *plausible* subjek S_1 dan S_2 dalam pemecahan masalah pembuktian matematika.

1. Subjek S_1 dalam Memecahkan Masalah Pembuktian Matematika

a. Deskripsi Data tentang Proses Penalaran *Plausible* Subjek S_1 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal 1



Gambar 4.3
Hasil Jawaban Subjek S_1 Soal Nomor 1

Setelah memperhatikan hasil uraian jawaban masalah nomor 1 yang sudah ditulis oleh subjek S_1 pada gambar 4.3 di atas, langkah pertamanya adalah menuliskan informasi yang diketahui pada soal yaitu panjang garis dan besar sudut. Panjang garis dan besar sudut yang dituliskan oleh subjek S_1 pada soal nomor 1 adalah panjang garis $JY = 9$ cm, $IY = 10$ cm dan besar sudut $HIY = 90^\circ$. Kemudian subjek S_1 menuliskan yang akan dibuktikan pada soal yaitu buktikan sisi $HI = HJ$.

Langkah selanjutnya subjek S_1 menuliskan argumentasi bahwa $\angle HIY \neq \angle HJY$ dengan alasan karena $\angle HIY$ merupakan sudut siku-siku sedangkan $\angle HJY$ bukan sudut siku-siku. Pada argumentasi kedua, subjek S_1 menuliskan bahwa $JY \neq IY$ dengan alasan karena panjang sisi tidak sama sudah diketahui pada soal. Selanjutnya subjek S_1 menuliskan bahwa $\angle JYH = \angle IYH$ alasan kedua sudut sama adalah karena sebuah sudut dibagi oleh

garis H menjadi 2 sudut sama besar. Pada langkah terakhir, subjek S_1 juga menuliskan simpulan jawaban dari soal yaitu $HI \neq HJ$ karena dari 3 pernyataan tidak memenuhi syarat segitiga kongruen.

Berdasarkan jawaban tertulis oleh subjek S_1 pada soal nomor 1, kemudian dilakukan wawancara guna mengetahui lebih dalam tentang proses penalaran *plausible* subjek S_1 dalam memecahkan masalah pembuktian matematika. Berikut adalah hasil transkrip wawancara kepada subjek S_1 :

$P_{1.1.1}$: Apa yang anda ketahui dari soal?

$S_{1.1.1}$: Yang diketahui dari soalnya, panjang sisi JY adalah 9 cm, panjang sisi IY adalah 10 cm sudut HIY adalah sudut siku-siku atau 90°

$P_{1.2.1}$: Apa yang dibuktikan pada soal?

$S_{1.2.1}$: Panjang sisi HI = sisi HJ

$P_{1.3.1}$: Materi apa yang menjadi prasyarat dan diperlukan dalam menyelesaikan masalah ini?

$S_{1.3.1}$: Materi kongruensi

$P_{1.4.1}$: Apakah anda sudah pernah mengerjakan soal seperti ini sebelumnya?

$S_{1.4.1}$: Sudah pernah dulu waktu di MTs

$P_{1.5.1}$: Apakah anda langsung mengetahui penyelesaian masalahnya (jawabannya) saat pertama kali membaca soal?

$S_{1.5.1}$: Pertama kali melihat soal, hanya sekedar dibaca, kemudian saya baca lagi soalnya dan saya mikir-mikir gimana cara penyelesaiannya. Jadi saya tidak langsung tahu apa jawabannya dan bagaimana penyelesaiannya

- P_{1.6.1} : Definisi atau teorema apa yang digunakan?
- S_{1.6.1} : Saya menggunakan syarat kongruensi yang sudut-sisi-sudut
- P_{1.7.1} : Rencana apa yang anda lakukan untuk mengerjakan masalah ini?
- S_{1.7.1} : Tentunya saya akan mencari apa yang diketahui, yang ditanya dan mencari jawaban yang sesuai dengan yang sudah diketahui sudut dan sisi-sisinya
- P_{1.8.1} : Apa ada alternatif lain?
- S_{1.8.1} : Ada, mungkin bisa dengan dilogika
- P_{1.9.1} : Darimana anda mendapatkan ide penyelesaian masalah ini?
- S_{1.9.1} : Ide penyelesaiannya dari informasi yang diketahui dari soal, kemudian kita bisa membayangkan bagaimana cara menyelesaikannya
- P_{1.10.1} : Bagaimana langkah-langkah penyusunan pembuktian yang anda lakukan?
- S_{1.10.1} : Saya menyusunnya dibuat poin-poin begitu, awalnya membuktikan sudut HJY dan sudut HIY karena sudah ada tandanya di gambar, setelah itu saya gabungkan dengan informasi sisi JY dan IY, kemudian sudut HYI dan sudut HYJ itu sama besar
- P_{1.11.1} : Argumentasi apa saja yang anda berikan untuk meyakinkan kebenaran jawaban?
- S_{1.11.1} : Yang pertama $\angle HJY$ dan $\angle HIY$ itu jelas tidak sama karena

$\angle HIY$ itu siku-siku, yang kedua adalah sisi JY dan sisi IY itu panjangnya berbeda, terus yang ketiga $\angle HYI$ dan $\angle HYJ$ itu sama karena tadi dua sudut dibagi oleh garis H jadi sama besar

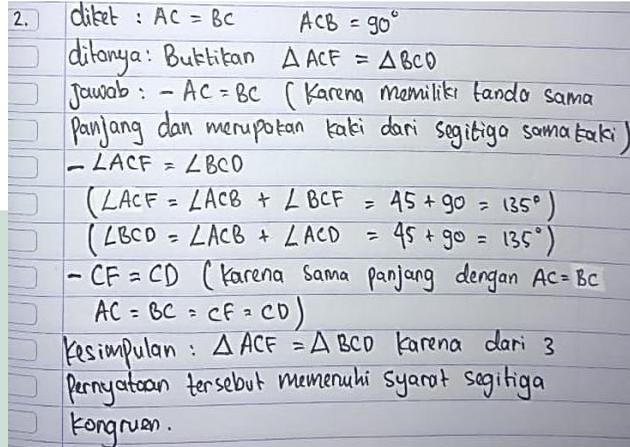
- $P_{1.12.1}$: Jadi apa kesimpulannya?
 $S_{1.12.1}$: Kesimpulannya ya segitiga HYJ tidak kongruen dengan segitiga HYI karena pembuktian yang saya temukan tidak memenuhi syarat kongruen segitiga, jadi garis HJ tidak sama panjang dengan garis HI
- $P_{1.13.1}$: Apa anda sudah memeriksa kembali langkah-langkah pembuktiannya?
 $S_{1.13.1}$: Iya, saya melakukan *double check* pada pekerjaan saya
- $P_{1.14.1}$: Bagaimana cara anda memeriksanya?
 $S_{1.14.1}$: Sesuai dengan urutan, dari urutan yang pertama sampai urutan terakhir, karena kalau urutan pertama saya benar, tapi urutan kedua saya salah, tentu urutan berikutnya juga akan salah
- $P_{1.15.1}$: Apakah sudah yakin dengan jawaban yang diberikan?
 $S_{1.15.1}$: Saya yakin
- $P_{1.16.1}$: Jelaskan kembali proses pembuktian untuk meyakinkan kebenaran jawaban anda!
 $S_{1.16.1}$: Dari yang diketahui dari soal panjang sisi JY adalah 9 cm dan panjang sisi IY adalah 10 cm kemudian besar $\angle HIY$ adalah

sudut siku-siku yaitu 90° , pertanyaan dari soal adalah membuktikan sisi HI sama dengan sisi HJ. Sehingga kita menjawabnya dengan melihat $\angle HIY$ dengan $\angle HJY$ yang tentunya berbeda karena $\angle HIY$ mempunyai panjang sisi JY dan IY yang berbeda, yang ketiga adalah $\angle HYJ$ dengan $\angle HYI$ lambang sudut siku-siku sedangkan $\angle HJY$ tidak. Kemudian digabungkan dengan mempunyai sudut yang sama besar karena $\angle XYZ$ dibagi menjadi 2 oleh garis H yang membuat sama besar. Sehingga dapat disimpulkan dari proses tadi, terdapat 2 syarat yang tidak sesuai dan 1 yang sesuai dengan syarat kongruen, jadi tidak memenuhi 2 segitiga dikatakan kongruen, yang dapat disimpulkan juga, panjang garis HJ tidak sama dengan panjang garis HI

Berdasarkan wawancara subjek S_1 pada soal nomor 1, subjek S_1 menyebutkan bahwa materi yang menjadi prasyarat atau yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah ini adalah materi kongruensi dan sudah pernah mengerjakan soal pembuktian sebelumnya saat di MTs, namun untuk soal yang sama subjek S_1 belum pernah mengerjakan. Sehingga saat pertama kali membaca soal, subjek S_1 mengatakan bahwa tidak langsung mengetahui penyelesaian masalahnya, perlu hingga 3 kali membaca soal untuk memahami maksud dari soal kemudian memikirkan penyelesaiannya. Pada petikan $S_{1.6.1}$ terlihat bahwa subjek S_1 menyebutkan teorema yang digunakan untuk menyelesaikan soal ini adalah menggunakan sudut-

sisi-sudut. Kemudian pada petikan $S_{1.7.1}$ subjek S_1 menyebutkan rencana penyelesaian masalahnya adalah dengan mencari apa yang diketahui, apa yang ditanyakan dan mengerjakan sesuai dengan informasi yang diketahui pada soal yaitu sisi-sisi dan sudut yang diketahui. Subjek S_1 mengatakan bahwa soal ini mungkin bisa diselesaikan dengan logika. Ide pemecahan masalah yang digunakan oleh subjek S_1 adalah dari informasi yang didapat pada soal, kemudian digunakan untuk menyusun bukti. Pada petikan $S_{1.13.1}$, subjek S_1 mengatakan bahwa sudah melakukan pemeriksaan ulang terhadap jawabannya dengan cara memeriksa urutan pengerjaannya dari awal hingga akhir. Setelah melakukan pemeriksaan ulang terhadap pekerjaannya, subjek S_1 mengatakan sudah yakin dengan jawaban yang diberikan. Subjek S_1 menjelaskan kembali proses pembuktiannya dengan menyebutkan apa yang diketahui pada soal dan apa yang akan dibuktikan. Karena informasi yang didapatkan adalah sudut dan sisi, subjek S_1 menggunakan teorema sudut-sisi-sudut. Pembuktian yang dilakukan oleh subjek S_1 adalah dengan membuat poin-poin, yang pertama dibuktikan adalah sudut HJY dengan sudut HIY, yang kedua adalah membuktikan sisi JY dan sisi IY. Dari 3 pernyataan yang diberikan 3 pernyataan tidak memenuhi syarat dua segitiga kongruen sehingga subjek S_1 menyimpulkan bahwa panjang HI tidak sama dengan panjang HJ.

b. Deskripsi Data tentang Proses Penalaran *Plausible* Subjek S_1 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal 2



Gambar 4.4
Hasil Jawaban Subjek S_1 Soal Nomor 2

Setelah memperhatikan hasil uraian jawaban masalah nomor 2 yang sudah ditulis oleh subjek S_1 pada gambar 4.4 di atas, langkah pertama yang dilakukan subjek S_1 adalah menuliskan informasi yang diketahui pada soal yaitu panjang garis dan besar sudut. Panjang garis dan besar sudut yang dituliskan yaitu $AC = BC$ dan besar sudut $ACB = 45^\circ$. Kemudian subjek S_1 menuliskan apa yang dibuktikan pada soal yaitu buktikan $\Delta ACF = \Delta BCD$.

Langkah berikutnya subjek S_1 menuliskan $AC = BC$ dengan alasan bahwa AC dan BC mempunyai tanda yang sama panjang dan merupakan kaki segitiga sama kaki. Kemudian $\angle ACF = \angle BCD$ dengan alasan besar $\angle ACF = \angle ACB + \angle BCF = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$ sama dengan besar $\angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$. Selanjutnya $CF = CD$ diberi alasan karena sama panjang dengan $AC = BC$, $AC = BC = CF = CD$. Pada langkah terakhir, subjek S_1 menuliskan simpulan jawaban dari soal yaitu terbukti bahwa $\Delta ACF = \Delta BCD$ hal ini dikarenakan dari 3

pernyataan yang sudah diberikan sebelumnya, memenuhi syarat dua segitiga dikatakan kongruen.

Berdasarkan jawaban tertulis oleh subjek S_1 pada soal nomor 2, kemudian dilakukan wawancara guna mengetahui lebih dalam tentang proses penalaran *plausible* subjek S_1 dalam memecahkan masalah pembuktian matematika pada soal nomor 2. Berikut adalah hasil transkrip wawancara kepada subjek S_1 :

- $P_{1.1.2}$: Apa yang anda ketahui dari soal?
 $S_{1.1.2}$: Besar sudut ACB adalah 45° , kemudian panjang sisi AC dengan sisi BC adalah sama
- $P_{1.2.2}$: Apa yang dibuktikan pada soal?
 $S_{1.2.2}$: Yang dibuktikan, segitiga ACF dengan segitiga BCD adalah kongruen
- $P_{1.3.2}$: Materi apa yang menjadi prasyarat dan diperlukan dalam menyelesaikan masalah ini?
 $S_{1.3.2}$: Materi kongruensi bangun segitiga
- $P_{1.4.2}$: Apakah anda sudah pernah mengerjakan soal seperti ini sebelumnya?
 $S_{1.4.2}$: Iya sudah pernah
- $P_{1.5.2}$: Apakah anda langsung mengetahui penyelesaian masalahnya (jawabannya) saat pertama kali membaca soal?
 $S_{1.5.2}$: Tidak langsung tahu, saya memikirkan dulu bagaimana penyelesaiannya
- $P_{1.6.2}$: Definisi atau teorema apa yang digunakan?
 $S_{1.6.2}$: Sisi-sudut-sisi
- $P_{1.7.2}$: Rencana apa yang anda lakukan untuk mengerjakan masalah ini?
 $S_{1.7.2}$: Rencana saya, mencari informasi dari soal yang diketahui apa saja

dan memasukkannya pada gambar, yang ditanya, lalu mencari penyelesaiannya seperti syarat kongruen

- P_{1.8.2} : Apa ada alternatif lain?
 S_{1.8.2} : Ada sepertinya, dengan memakai logika, perseginya kan sama, jarak AB terhadap C itu sama, segitiganya tidak miring, sehingga segitiga ACF sama dengan segitiga BCD
- P_{1.9.2} : Darimana anda mendapatkan ide penyelesaian masalah ini?
 S_{1.9.2} : Dari informasi yang kita dapat pada soal, terus saya coba-coba masukkan ke gambarnya dan apa yang ditanyakan lalu terapkan ke syarat kongruen
- P_{1.10.2} : Bagaimana langkah-langkah penyusunan pembuktian yang anda lakukan?
 S_{1.10.2} : Pertama saya membuktikan sisi AC sama dengan sisi BC. Yang kedua saya membuktikan besar sudut ACF sama dengan besar sudut BCD. Lalu yang ketiga panjang sisi CF sama dengan panjang sisi CD.
- P_{1.11.2} : Argumentasi apa saja yang anda berikan untuk meyakinkan kebenaran jawaban?
 S_{1.11.2} : Sisi AC itu sama panjang dengan sisi BC karena digambar sudah jelas ada tanda sisi yang sama dan itu merupakan kaki dari segitiga sama kaki. Sudut ACF sama dengan sudut BCD karena setelah saya hitung besarnya sama yaitu $45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$. CF dan CD

sama panjang tentunya karena sisi $CD = AC$ $CF = BC$ dan sisi $AC = BC$ sehingga keempat sisi tersebut sama panjang.

- $P_{1.12.2}$: Jadi apa kesimpulannya?
 $S_{1.12.2}$: Kesimpulannya segitiga ACF dan segitiga BCD kongruen karena memenuhi syarat kongruen
- $P_{1.13.2}$: Apa anda sudah memeriksa kembali langkah-langkah pembuktiannya?
 $S_{1.13.2}$: Sudah
- $P_{1.4.2}$: Bagaimana cara anda memeriksanya?
 $S_{1.14.2}$: Melakukan *double check* proses pengerjaannya dari awal apa yang diketahui, yang ditanyakan dan cara mengerjakannya, lalu dicek urutan pembuktiannya.
- $P_{1.15.2}$: Apakah sudah yakin dengan jawaban yang diberikan?
 $S_{1.15.2}$: Sudah yakin
- $P_{1.16.2}$: Jelaskan kembali proses pembuktian untuk meyakinkan kebenaran jawaban anda!
 $S_{1.16.2}$: Dari soal nomor dua dapat diketahui sudut ACB adalah 45° , panjang sisi AC dan BC adalah sama. Perintahnya adalah kita disuruh membuktikan segitiga ACF dan segitiga BCD itu kongruen. Oleh karena itu kita menggunakan syarat sisi-sudut-sisi. Pertama sisi AC sama dengan sisi BC tentunya karena sama panjang dan merupakan kaki dari segitiga sama kaki, kedua adalah sudut ACF sama dengan sudut BCD karena sudut ACF diperoleh

dari $\angle ACB = 45^\circ + \text{sudut persegi } 90^\circ = 135^\circ$ begitu pula dengan sudut $\angle BCD$ diperoleh dari sudut $\angle ABC = 45^\circ + \text{sudut persegi } 90^\circ = 135^\circ$. Ketiga sisi $CF = CD$ karena sisi $CF = \text{sisi } BC$ $CD = AC$ $BC = AC$ sehingga $CF = CD$. Dari 3 pernyataan tersebut dapat disimpulkan jika segitiga ACF kongruen dengan segitiga BCD karena memenuhi syarat untuk menjadi dua segitiga yang kongruen.

Berdasarkan pernyataan yang diberikan oleh subjek S_1 bahwa materi yang menjadi prasyarat atau yang diperlukan untuk menyelesaikan soal ini adalah materi kongruensi. Meskipun subjek S_1 sudah pernah mengerjakan soal-soal pembuktian sebelumnya pada saat MTs, namun untuk soal yang sama dengan soal nomor 2 subjek S_1 belum pernah mengerjakan. Sehingga saat pertama kali membaca soal ini, subjek S_1 tidak langsung mengetahui bagaimana penyelesaiannya, sehingga harus melalui proses pemikiran terlebih dahulu. Pada petikan pernyataan ($S_{1.6.2}$), subjek S_1 menggunakan teorema sisi-sudut-sisi untuk menyelesaikan soal ini. Kemudian rencana penyelesaiannya adalah dengan mencari informasi dari soal kemudian memasukkannya pada gambar, lalu mencari penyelesaiannya berdasarkan dari yang diketahui. Subjek S_1 juga mengatakan seperti ini ada alternatif penyelesaian lain yaitu dengan logika. Pada pernyataan ($S_{1.13.2}$), subjek S_1 mengatakan sudah melakukan pemeriksaan ulang terhadap jawaban yang diberikan dengan cara melakukan *double check* proses pengerjaannya, dari yang diketahui yang ditanyakan, dan urutan pembuktiannya. Subjek S_1 merasa sudah yakin dengan jawaban yang diberikan dan menjelaskan kembali proses pembuktiannya dengan menyebutkan yang diketahui pada soal dengan lengkap, yang akan dibuktikan dan menetapkan teorema sisi-sudut-sisi sebagai teorema untuk menyelesaikan soal ini. Pembuktian yang pertama adalah

membuktikan $AC = BC$ alasannya merupakan kaki-kaki segitiga sama kaki, yang kedua $\angle ACF = \angle BCD$ karena besar sudutnya sama yaitu 135° , yang ketiga adalah $CF = CD$ karena sama panjang dengan sisi AC dan BC . Subjek menyimpulkan bahwa segitiga ACF kongruen dengan segitiga BCD berdasarkan pernyataan yang disebutkan.

c. Analisis Data Proses Penalaran *Plausible* Subjek S_1 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal 1&2

Berdasarkan dari hasil deskripsi jawaban tugas pemecahan masalah tertulis dan wawancara dengan subjek S_1 , berikut ini adalah hasil analisis proses penalaran *plausible* S_1 yang memiliki gaya berpikir sekuensial abstrak dalam pemecahan masalah pembuktian matematika.

1) Memahami masalah pembuktian

Berdasarkan gambar 4.3 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{1.1.1}$ - $S_{1.3.1}$), subjek S_1 tidak kesulitan dalam memahami soal nomor 1. Hal tersebut dapat dilihat dari hasil pekerjaannya, subjek S_1 dapat menuliskan dan menyebutkan yang diketahui pada soal. Kemudian dapat menyebutkan yang akan dibuktikan dan dapat menyebutkan materi yang menjadi prasyarat dalam menyelesaikan soal ini adalah materi kongruensi. Meskipun sudah pernah mengerjakan soal pembuktian semacam ini sebelumnya, namun subjek S_1 belum pernah mengerjakan soal yang sama dengan soal nomor 1, sehingga subjek S_1 masih berada pada situasi problematik dimana subjek S_1 merasa bingung bagaimana penyelesaian soal nomor 1 saat pertama kali membaca soal. Selain itu, pada gambar 4.3 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{1.1.1}$ - $S_{1.3.1}$), subjek S_1 juga tidak kesulitan dalam memahami soal nomor 2. Hal tersebut ditunjukkan subjek S_1 dengan menuliskan dan menyebutkan yang diketahui pada soal, menyebutkan yang akan dibuktikan, dan dapat menyebutkan materi yang menjadi prasyarat dalam

menyelesaikan soal ini adalah materi kongruensi. Seperti soal nomor 1, meskipun subjek S_1 sudah pernah mengerjakan soal-soal pembuktian sebelumnya, namun belum pernah mengerjakan soal yang sama, sehingga saat pertama kali membaca soal, subjek S_1 belum mengetahui penyelesaian dari soal. Jadi simpulannya adalah subjek S_1 berada pada situasi problematik dan dapat memahami masalah pembuktian dengan baik.

2) Membuat koneksi

Berdasarkan hasil wawancara terhadap subjek S_1 pada transkrip ($S_{1.6.1}$), subjek S_1 menyebutkan bahwa teorema yang digunakan untuk menghubungkan antara hipotesis dan konklusi serta menyelesaikan masalah ini adalah sudut-sisi-sudut. Hal tersebut juga terlihat pada transkrip wawancara pada soal nomor 2 ($S_{1.7.2}$), subjek S_1 menyebutkan sisi-sudut-sisi untuk menghubungkan antara hipotesis dan konklusi serta menyelesaikan soal tersebut. Sehingga simpulannya adalah subjek S_1 dapat menentukan teorema yang tepat berdasarkan informasi yang terdapat pada soal dengan permasalahan yang akan dibuktikan kemudian menyusun dalam rencana penyelesaian masalah.

3) Menentukan ide utama

Berdasarkan hasil wawancara subjek S_1 tidak kesulitan untuk menentukan ide utama dalam menyelesaikan soal ini, pada transkrip wawancara ($S_{1.7.1}$), subjek S_1 menyebutkan bahwa rencana penyelesaian masalahnya adalah mencari tahu informasi yang ada pada soal, kemudian mencari sudut-sudut dan sisi yang bersesuaian untuk dibuktikan berdasarkan pada teorema yang dipilih. Subjek S_1 mengatakan bahwa jika dilogika lagi mungkin masalah ini dapat diselesaikan dengan cara lain/teorema lain. Pada transkrip ($S_{1.9.2}$), subjek S_1 menyebutkan bahwa ide penyelesaian masalah ini didapatkan dari informasi yang diketahui pada soal kemudian diimplementasikan pada gambar dan memilih teorema sudut-sisi-sudut untuk

menyelesaikan soal ini. Hal serupa juga terlihat saat subjek S_1 mengerjakan soal nomor 2. Pada transkrip wawancara ($S_{1.7.2}$) subjek S_1 menyebutkan bahwa rencana penyelesaian masalahnya adalah dengan mencari informasi yang diketahui pada soal dan apa yang akan dibuktikan dan dilakukan pembuktian berdasarkan teorema yang dipilih. Menurut subjek S_1 masalah ini juga dapat diselesaikan dengan logika dengan mencari semua sisi-sisi dan sudut-sudut bersesuaian yang tidak sama besar dan tidak sama panjang. Kemudian pada transkrip wawancara ($S_{1.9.2}$), subjek S_1 menyebutkan bahwa ide penyelesaian masalah ini didapat dari informasi yang disajikan pada soal, kemudian diterapkan dengan syarat 2 segitiga kongruen yang dipilih yaitu sisi-sudut-sisi. Jadi simpulannya adalah subjek S_1 dapat menentukan ide utama penyelesaian masalah pembuktian sebagai strategi pemecahan masalah.

4) Menyusun bukti

Berdasarkan gambar 4.3 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{1.10.1}$) subjek S_1 tidak kesulitan dalam menyusun pembuktian. Subjek S_1 menuliskan dan menyebutkan pembuktiannya sesuai teorema sudut-sisi-sudut dengan lengkap, runtut, dan logis. Subjek S_1 mampu memilih teorema segitiga kongruen yang tepat sesuai dengan informasi yang diberikan pada soal nomor 1. Subjek S_1 membuktikan bahwa $\angle HJY \neq \angle HIY$, $JY \neq IY$ dan $\angle HYI = \angle HYJ$. Kemudian, selain memberi bukti yang logis, pada transkrip wawancara ($S_{1.11.1}$) subjek S_1 juga dapat menuliskan serta menyebutkan alasan dengan tepat dan logis terhadap bukti yang diberikan untuk meyakinkan kebenaran jawaban yang diberikan dan memberikan simpulan jawaban dengan tepat yaitu $\angle HJY \neq \angle HIY$ karena sudah diketahui pada soal, $JY \neq IY$ panjang sisinya tidak sama dan $\angle HYI = \angle HYJ$ karena dibagi dua oleh garis H sama besar. Selain itu pada gambar 4.4 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{1.10.2}$) subjek S_1 juga tidak kesulitan menyusun

pembuktian soal nomor 2. Hal tersebut ditunjukkan dengan subjek dapat menuliskan dan menyebutkan pembuktian sesuai teorma sisi-sudut-sisi secara lengkap, runtut, dan logis. Subjek S_1 mampu memilih teorema segitiga kongruen yang tepat sesuai dengan informasi yang diberikan pada soal nomor 2. Adapun langkah-langkah pembuktian yang disusun adalah $AC = BC, \angle ACF = \angle BCD, CF = CD$. Pada gambar 4.4 dan transkrip wawancara ($S_{1.11.2}$) subjek S_1 dapat menuliskan alasan logis mengenai pembuktian yang diberikan yaitu, $AC = BC$ karena merupakan kaki segitiga sama kaki, $\angle ACF = \angle BCD$ karena besar sudutnya sama, dan $CF = CD$ karena $CD = AC$ $CF = BC$ dan sisi $AC = BC$ sehingga keempat sisi tersebut sama panjang. Jadi simpulan dari subjek S_1 adalah dapat menyusun bukti dengan tepat.

5) Merefleksi

Berdasarkan gambar 4.3 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{1.12.1}$) simpulan yang diberikan oleh subjek S_1 adalah $HI = HJ$. Kemudian hasil wawancara pada subjek S_1 , seperti yang tertera pada transkrip wawancara ($S_{1.13.1}$) subjek S_1 menyebutkan sudah melakukan pemeriksaan ulang terhadap jawaban yang diberikan dengan cara memeriksa pekerjaannya dari awal sampai akhir dan diperiksa urutan pembuktiannya, namun ada sedikit ketidaktelitian pada pemberian alasan pada simpulan dilembar jawaban. Subjek S_1 juga telah meyakini kebenaran jawabannya seperti yang disebutkan pada transkrip wawancara ($S_{1.15.1}$). Selain itu pada gambar 4.4 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{1.12.2}$) subjek S_1 menentukan bahwa simpulan dari pembuktian yang dilakukan adalah $\triangle ACF \cong \triangle BCD$. Kemudian hasil wawancara soal kedua pada transkrip wawancara ($S_{1.13.2}$), subjek S_1 juga sudah melakukan pemeriksaan ulang pada hasil pekerjaannya dengan cara memeriksa pekerjaannya dari awal sampai akhir dan diperiksa urutan pembuktiannya. Subjek S_1 juga sudah yakin dengan jawaban yang diberikan seperti yang tertera

pada transkrip wawancara ($S_{1.15.2}$). Jadi simpulannya adalah subjek S_1 dapat merefleksikan penyelesaian soal yang diberikan dengan benar.

Tabel 4.1
Hasil Analisis Proses Penalaran *Plausible* Subjek S_1 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika

Tahapan Pemecahan Masalah Pembuktian	Proses Penalaran <i>Plausible</i>	Indikator	Hasil Analisis	
			Soal 1	Soal 2
Memahami masalah pembuktian	Situasi problematik	Peserta didik berada pada situasi problematik dimana tidak dengan segera mengetahui penyelesaian masalah	Subjek S_1 berada pada situasi problematik karena belum mengetahui penyelesaian masalah saat pertama kali membaca soal	Subjek S_1 berada pada situasi problematik karena belum mengetahui penyelesaian masalah saat pertama kali membaca soal
		Peserta didik mengidentifikasi hipotesis dan konklusi pernyataan	Subjek S_1 dapat mengidentifikasi dengan baik yang diketahui pada soal dan yang akan dibuktikan secara tertulis maupun pada hasil wawancara	Subjek S_1 dapat mengidentifikasi dengan baik yang diketahui pada soal dan yang akan dibuktikan secara tertulis maupun pada hasil wawancara
		Peserta didik menjelaskan materi/konsep apa yang digunakan	Subjek S_1 dapat menyebutkan materi yang menjadi	Subjek S_1 dapat menyebutkan materi yang menjadi prasyarat dalam

		untuk menyelesaikan permasalahan berdasarkan apa yang diketahui dan apa yang akan dibuktikan	prasyarat dalam menyelesaikan soal adalah materi kongruensi	menyelesaikan soal adalah materi kongruensi bangun segitiga
Jadi simpulannya adalah subjek S_1 berada pada situasi problematik dan dapat memahami masalah pembuktian matematika dengan baik.				
Membuat koneksi	Pemilihan strategi	Peserta didik menentukan konsep atau teorema yang dapat mengaitkan antara hipotesis dengan konklusi untuk menentukan strategi penyelesaian masalah	Subjek S_1 dapat menyebutkan teorema sudut-sisi-sudut sebagai teorema yang dapat mengaitkan antara hipotesis dengan konklusi untuk menentukan strategi penyelesaian masalah	Subjek S_1 dapat menyebutkan teorema sisi-sudut-sisi sebagai teorema yang dapat mengaitkan antara hipotesis dengan konklusi untuk menentukan penyelesaian masalah
Jadi simpulannya adalah subjek S_1 dapat membuat koneksi antara hipotesis dan konklusi sebagai strategi pemecahan masalah.				
Menentukan ide utama	Pemilihan strategi	Peserta didik menjelaskan langkah-langkah pemecahan masalah yang ditempuh sebagai	Subjek S_1 dapat menjelaskan langkah-langkah pemecahan masalah sebagai strategi	Subjek S_1 dapat menjelaskan langkah-langkah pemecahan masalah sebagai strategi pemecahan masalah

		strategi pemecahan masalah	pemecahan masalah	
Jadi simpulannya adalah subjek S_1 dapat menentukan ide utama sebagai strategi pemecahan masalah pembuktian				
Menyusun bukti	Implementasi strategi	Peserta didik mengimple mentasikan strategi dengan menyusun argumentasi bukti yang logis	Subjek S_1 dapat menyusun bukti sesuai dengan teorema sudut-sisi-sudut dengan tepat yaitu: $\angle HJY \neq \angle HIY$, $JY \neq IY$ dan $\angle HYI = \angle HYJ$	Subjek S_1 dapat menyusun bukti sesuai dengan teorema sisi-sudut-sisi dengan tepat yaitu: $AC = BC$, $\angle ACF = \angle BCD$, $CF = CD$
		Peserta didik memberikan alasan yang logis atas implementasi strategi dan argumen yang telah disusun	Subjek S_1 dapat menyusun alasan yang lengkap dan logis atas bukti yang diberikan, yaitu: $\angle HJY \neq \angle HIY$ karena sudah diketahui pada soal, $JY \neq IY$ panjang sisinya tidak sama dan $\angle HYI = \angle HYJ$ karena dibagi dua oleh garis H sama besar	Subjek S_1 dapat menyusun alasan yang lengkap dan logis atas bukti yang diberikan, yaitu: $AC = BC$ karena merupakan kaki segitiga sama kaki, $\angle ACF = \angle BCD$ karena besar sudutnya sama, dan $CF = CD$ karena $CD = AC$ $CF = BC$ dan sisi $AC = BC$ sehingga keempat sisi tersebut sama panjang
Jadi simpulannya adalah subjek S_1 dapat menyusun bukti dan argumentasi yang logis sebagai implementasi dari strategi pemecahan masalah				
Merefleksi	Kesimpulan	Peserta didik	Subjek S_1 dapat	Subjek S_1 dapat

		membuat simpulan berdasarkan pembuktian yang sudah disusun	membuat simpulan $HI = HJ$	membuat simpulan $\Delta ACF \cong \Delta BCD$
		Peserta didik memeriksa kembali strategi pemecahan masalah, dan segera mengoreksi jika ditemukan kesalahan	Subjek S_1 memeriksa kembali jawaban yang diberikan, namun masih ditemukan sedikit kesalahan pemberian argumentasi pada kesimpulan tertulis	Subjek S_1 dapat memeriksa kembali jawaban yang diberikan
		Peserta didik meyakini bahwa tiap langkah pemecahan masalahnya sudah tepat	Subjek S_1 sudah merasa yakin dengan jawaban yang diberikan	Subjek S_1 sudah merasa yakin dengan jawaban yang diberikan
Jadi simpulannya adalah subjek S_1 kurang dapat merefleksi kembali penyelesaian dan simpulan yang diberikan				

Dari tabel 4.1 di atas dapat disimpulkan bahwa subjek S_1 dapat memenuhi 9 dari 10 indikator proses penalaran *plausible* dalam pemecahan masalah pembuktian matematika. Indikator yang tidak terpenuhi adalah pada langkah merefleksi, subjek S_1 tidak dapat memeriksa kembali penyelesaian masalahnya dengan teliti pada soal nomor 1.

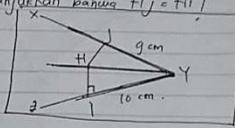
2. Subjek S_2 dalam Memecahkan Masalah Pembuktian Matematika

a. Deskripsi Data tentang Proses Penalaran *Plausible* Subjek S_2 dalam Memecahkan Masalah Pembuktian Matematika Soal 1

(1.) Diketahui sebuah sudut lancip $\angle XYZ$ dibagi dua oleh sebuah garis bagi H menjadi dua bagian sama besar. dan panjang JY adalah 9 cm. dan IY adalah 10 cm. Tunjukkan bahwa $HJ = HI$!

Jawaban.

Diketahui : panjang sisi $JY = 9$ cm
 " " " " " " $IY = 10$ cm
 Sudut lancip $\angle XYZ =$
 $\triangle HIY =$ segitiga siku-siku.



Ditanya : Buktikan apakah HJ sama panjang HI ?

Jawab : Pembuktian Point I = Garis $HJ =$ Garis HJ
 \rightarrow Karena Garis HJ -nya yang sama (sisi yg sama).

Pembuktian Point II = $\angle HIJ = \angle HJY$
 \rightarrow Karena garis HJ Membagi sudut sama besar.

Pembuktian Point III = $JY \neq IY$
 \rightarrow Karena panjang sisi JY adalah 9 cm.
 Sedangkan IY adalah 10 cm.

Menggunakan syarat \Rightarrow (sisi, sudut, sisi)

kesimpulan $\rightarrow \triangle HIY$ dan $\triangle HJY \rightarrow$ Tidak kongruen. $HIY \neq HJY$

Jawaban \rightarrow Karena Tidak memenuhi sisi yang sama.
 $(JY \neq IY)$.

Gambar 4.5
Hasil Jawaban Subjek S_2 Soal Nomor 1

Setelah memperhatikan hasil uraian jawaban soal nomor 1 yang dikerjakan oleh subjek S_2 pada gambar 4.5 di atas, terlihat subjek S_2 mengerjakan soal nomor 1 dengan lengkap dari menuliskan yang diketahui yaitu panjang sisi $JY = 9$ cm, panjang sisi $IY = 10$ cm, $\angle XYZ$ adalah sudut lancip dan $\triangle HIY$ adalah segitiga siku-siku. Kemudian juga menuliskan apa yang akan dibuktikan pada soal yaitu membuktikan apakah HJ sama panjang dengan HI . Subjek S_2 menyusun pembuktian dengan membuat

poin-poin, yang pertama membuktikan garis $HY =$ garis HY karena garis yang sama untuk ΔHJY dan ΔHIY , yang kedua dibuktikan adalah $\angle HJY = \angle HIY$ dengan alasan garis H membagi sudut sama besar. Ketiga adalah $JY \neq IY$ karena panjang sisi JY adalah 9 cm, sedangkan panjang sisi IY adalah 10 cm. Dengan menggunakan syarat dua segitiga kongruen sisi-sudut-sisi, subjek S_2 menyimpulkan bahwa ΔHJY dan ΔHIY tidak kongruen karena salah satu pernyataan yang tidak memenuhi yaitu $JY \neq IY$, namun subjek S_2 tidak menuliskan simpulan akhirnya seperti yang minta dibuktikan pada soal.

Berdasarkan jawaban tertulis oleh subjek S_2 pada soal nomor 1, kemudian dilakukan wawancara guna mengetahui lebih dalam tentang proses penalaran *plausible* subjek S_2 dalam memecahkan masalah pembuktian matematika pada soal nomor 1. Berikut adalah hasil transkrip wawancara kepada subjek S_2 :

- | | | |
|-------------|---|---|
| $P_{2.1.1}$ | : | Apa yang anda ketahui dari soal? |
| $S_{2.1.1}$ | : | Yang diketahui dari soal adalah sudut lancip XYZ kemudian panjang dari 2 bagian yang sama besar panjang JY adalah 9 cm dan IY adalah 10 cm. kemudian segitiga yang dibagi HIY adalah segitiga siku-siku |
| $P_{2.2.1}$ | : | Apa yang dibuktikan pada soal? |
| $S_{2.2.1}$ | : | Yang dibuktikan pada soal adalah sisi HJ sisi dari segitiga HIJ sama dengan HI |
| $P_{2.3.1}$ | : | Materi apa yang menjadi prasyarat dan diperlukan dalam menyelesaikan masalah ini? |
| $S_{2.3.1}$ | : | Materi bangun kongruensi 2 segitiga |
| $P_{2.4.1}$ | : | Apakah anda sudah pernah mengerjakan soal seperti ini sebelumnya? |
| $S_{2.4.1}$ | : | Sudah pernah |

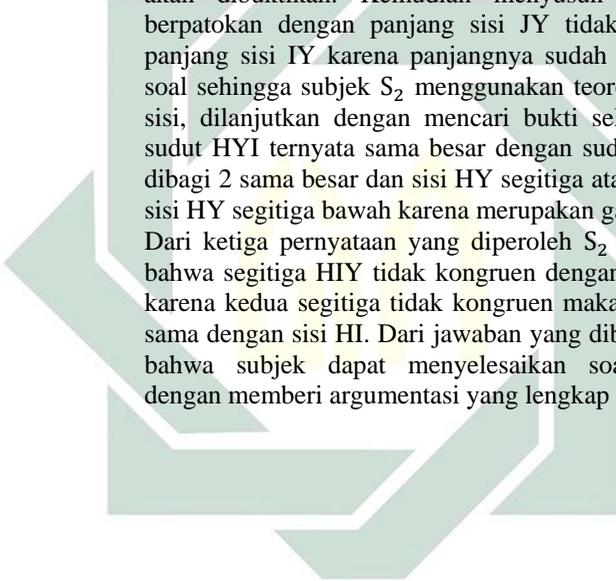
- P_{2.5.1} : Apakah anda langsung mengetahui penyelesaian masalahnya (jawabannya) saat pertama kali membaca soal?
- S_{2.5.1} : Kalau dilihat dari gambarnya, sudah tahu kalau bangunnya tidak sama. Tapi bagaimana cara menyelesaikannya, membuktikannya masih bingung. Saya agak lupa kak.
- P_{2.6.1} : Definisi atau teorema apa yang digunakan?
- S_{2.6.1} : Sisi-sudut-sisi
- P_{2.7.1} : Rencana apa yang anda lakukan untuk mengerjakan masalah ini?
- S_{2.7.1} : Membuktikan sisi-sisi yang bersesuaian tidak sama panjang dan sudutnya tidak sama besar
- P_{2.8.1} : Apa ada alternatif lain?
- S_{2.8.1} : Saya tidak tahu kak apa ada alternatif lain atau tidak, yang saya tahu cuma cara ini
- P_{2.9.1} : Darimana anda mendapatkan ide penyelesaian masalah ini?
- S_{2.9.1} : Dari mengingat materi kongruensi kelas IX
- P_{2.10.1} : Bagaimana langkah-langkah penyusunan pembuktian yang anda lakukan?
- S_{2.10.1} : Saya membuktikan sisinya dulu, sisi HY segitiga yang atas dengan sisi HY pada segitiga yang bawah, lalu sudut HYJ sama sudut HYI, sama sisi JY sama IY tadi panjangnya beda
- P_{2.11.1} : Argumentasi apa saja yang anda berikan untuk meyakinkan kebenaran jawaban?

- S_{2.11.1} : Kalau saya awalnya berpatokan pada JY dan IY karena tidak sama panjang sisinya, terus kalau sudutnya, sudut HYJ dan sudut HYI itu sama karena tadi bangunnya dibagi 2 sama besar, lalu garis HY itu sama dengan garis HJ karena garisnya sama, jadi sama panjang
- P_{2.12.1} : Jadi apa kesimpulannya?
- S_{2.12.1} : Segitiga HIY dan segitiga HJY tidak kongruen, artinya HJ tidak sama dengan HI
- P_{2.13.1} : Apa anda sudah memeriksa kembali langkah-langkah pembuktiannya?
- S_{2.13.1} : Diperiksa lagi
- P_{2.14.1} : Bagaimana cara anda memeriksanya?
- S_{2.14.1} : Diperiksa lagi dengan melihat sudutnya dan sisi-sisinya apa sudah benar atau belum
- P_{2.15.1} : Apakah sudah yakin dengan jawaban yang diberikan?
- S_{2.15.1} : Iya kak, saya sudah yakin
- P_{2.16.1} : Jelaskan kembali proses pembuktian untuk meyakinkan kebenaran jawaban anda!
- S_{2.16.1} : (membaca soal) saya menentukan yang diketahui yaitu panjang JY 9 cm, panjang IY 10 cm, XYZ itu sudut lancip, sudut HIY adalah sudut siku-siku, kemudian mengidentifikasi apa yang akan dibuktikan yaitu buktikan panjang HJ sama dengan panjang HI. Kemudian saya menjawab dengan

menggunakan syarat kongruensi yaitu sisi-sudut-sisi. Pembuktian yang pertama saya berpatokan pada panjang sisi JY tidak sama dengan panjang sisi IY karena di soal sudah diketahui panjangnya, lalu yang kedua membuktikan sudut HYI ternyata sama dengan sudut HYJ karena dibagi jadi 2 bagian sama besar. Kemudian yang ketiga saya membuktikan sisi HY kak, ternyata HY segitiga yang atas sama dengan HY segitiga yang bawah karena itu garisnya sama. Lalu kesimpulannya adalah segitiga HIY dengan segitiga HJY tidak kongruen, karena segitiganya saja tidak kongruen jadi sisi HJ tidak sama dengan sisi HI.

Berdasarkan hasil wawancara dengan subjek S_2 pada soal nomor 1, disebutkan bahwa materi yang digunakan untuk menyelesaikan soal ini adalah materi kongruensi 2 bangun segitiga dan subjek S_2 sudah pernah mengerjakan soal pembuktian semacam ini sebelumnya, namun belum pernah mengerjakan soal yang sama dengan soal nomor 1. Subek S_2 menyatakan bahwa jika dilihat sekilas dari gambarnya subjek S_2 sudah bisa menebak bahwa kedua bangun segitiga tersebut tidak kongruen, namun cara membuktikannya lupa, sehingga masih merasa kebingungan. Pada pernyataan petikan $S_{2.7.1}$ subjek S_2 menyebutkan rencana yang dilakukan untuk menyelesaikan masalah ini adalah dengan membuktikan satu persatu sisi-sisi yang bersesuaian panjangnya tidak sama dan sudut yang bersesuaian tidak sama besar. Subjek S_2 menyebutkan bahwa tidak mengetahui apakah ada cara lain atau tidak selain yang digunakan sekarang. Ide penyelesaian yang digunakan oleh subjek S_2 adalah hasil

dari mengingat- ingat materi kongruensi pada kelas IX. Setelah menyelesaikan soal nomor 1, subjek S_2 melakukan pemeriksaan ulang terhadap pekerjaannya dengan cara memeriksa kembali sudut dan sisi-sisi yang dibuktikan. Subjek S_2 juga telah yakin dengan pekerjaannya. Saat diminta untuk menjelaskan ulang proses pembuktian yang dilakukan, subjek menjelaskannya dengan runtut dari membaca ulang soalnya, kemudian subjek S_2 menentukan yang diketahui pada soal, dan mengidentifikasi apa yang akan dibuktikan. Kemudian menyusun bukti dengan berpatokan dengan panjang sisi JY tidak sama dengan panjang sisi IY karena panjangnya sudah diketahui pada soal sehingga subjek S_2 menggunakan teorema sisi-sudut-sisi, dilanjutkan dengan mencari bukti selanjutnya yaitu sudut HYI ternyata sama besar dengan sudut HYJ karena dibagi 2 sama besar dan sisi HY segitiga atas sama dengan sisi HY segitiga bawah karena merupakan garis yang sama. Dari ketiga pernyataan yang diperoleh S_2 menyimpulkan bahwa segitiga HIY tidak kongruen dengan segitiga HJY , karena kedua segitiga tidak kongruen maka sisi HJ tidak sama dengan sisi HI . Dari jawaban yang diberikan, terlihat bahwa subjek dapat menyelesaikan soal pembuktian dengan memberi argumentasi yang lengkap dan benar.



b. Deskripsi Data tentang Proses Penalaran *Plausible* Subjek S_2 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal 2

Diketahui : sisi \rightarrow AC
 sisi \rightarrow BC
 $\angle ACB = 45^\circ$

Ditanya: Tunjukkan $\triangle ACF$ kongruen dengan $\triangle BCD$!

Jawab : Point I \Rightarrow sisi AC = sisi BC

Point II $\Rightarrow \angle ACF \rightarrow$ ~~ACB~~ $= 45^\circ$
 $\frac{BCF = 90^\circ + 135^\circ}{135^\circ}$

$\angle ACD \rightarrow \angle BCA = 45^\circ$
~~ACD~~
 $\frac{ACD = 90^\circ + 135^\circ}{135^\circ}$

$\Rightarrow \angle ACF = \angle ACD$

Point III \Rightarrow sisi DC = ^{sisi} CF
 \rightarrow Karena sisi-sisi dari persegi sama panjang.

kesimpulan $\Rightarrow \triangle ACF \cong \triangle BCD$
 $\triangle ACF$ kongruen dan $\triangle BCD$.

Gambar 4.6
Hasil Jawaban Subjek S_2 Soal Nomor 2

Setelah memperhatikan hasil uraian jawaban masalah nomor 1 yang sudah ditulis oleh subjek S_2 pada gambar 4.6 di atas, langkah pertama yang dilakukan oleh subjek S_2 adalah menuliskan yang diketahui pada soal yaitu sisi AC, sisi BC dan $\angle ACB = 45^\circ$. Kemudian subjek S_2 menuliskan yang akan dibuktikan adalah $\triangle ACF \cong \triangle BCD$. Langkah selanjutnya subjek S_2 menuliskan pembuktiannya yang pertama $AC = BC$ namun tidak diberi alasan mengapa sisi tersebut sama panjang. Bukti yang kedua adalah $\angle ACF = \angle ACD$ alasannya adalah $\angle ACF = \angle ACB + \angle BCF = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$ dan $\angle ACD = \angle BCA + \angle ACD = 45^\circ + 90^\circ =$

135° (besarnya sama). Kemudian bukti yang ketiga adalah $DC = CF$ alasannya adalah karena merupakan sisi dari persegi. Subjek S_2 menuliskan simpulannya adalah $\triangle ACF \cong \triangle BCD$.

Berdasarkan jawaban tertulis oleh subjek S_2 pada soal nomor 2, kemudian dilakukan wawancara guna mengetahui lebih dalam tentang proses penalaran *plausible* subjek S_2 dalam memecahkan masalah pembuktian matematika. Berikut adalah hasil transkrip wawancara kepada subjek S_2 :

- $P_{2.1.2}$: Apa yang anda ketahui dari soal?
- $S_{2.1.2}$: Sisi AC, sisi BC, sudut ACB = 45°
- $P_{2.2.2}$: Apa yang dibuktikan pada soal?
- $S_{2.2.2}$: Yang dibuktikan adalah apakah segitiga ACF kongruen dengan segitiga BCD?
- $P_{2.3.2}$: Materi apa yang menjadi prasyarat dan diperlukan dalam menyelesaikan masalah ini?
- $S_{2.3.2}$: Materi kekongruenan persegi dan segitiga
- $P_{2.4.2}$: Apakah anda sudah pernah mengerjakan soal seperti ini sebelumnya?
- $S_{2.4.2}$: Sudah pernah dulu di sekolah
- $P_{2.5.2}$: Apakah anda langsung mengetahui penyelesaian masalahnya (jawabannya) saat pertama kali membaca soal?
- $S_{2.5.2}$: Kalau jawaban kongruen atau tidaknya, saya sudah menebak-nebak, pasti kongruen. Tapi cara penyelesaiannya, pembuktiannya bagaimana masih sedikit bingung.
- $P_{2.6.2}$: Definisi atau teorema apa yang digunakan?

- S_{2.6.2} : Menggunakan syarat sisi-sudut-sisi
- P_{2.7.2} : Rencana apa yang anda lakukan untuk mengerjakan masalah ini?
- S_{2.7.2} : Awalnya membuktikan sisi-sisinya sama atau tidak, kemudian sudutnya, kemudian sisinya yang bersesuaian lagi
- P_{2.8.2} : Apa ada alternatif lain?
- S_{2.8.2} : Mungkin ada cara lain, tapi cara ini sepertinya lebih mudah
- P_{2.9.2} : Dimana anda mendapatkan ide penyelesaian masalah ini?
- S_{2.9.2} : Dari materi kongruensi, syarat-syarat kongruensi
- P_{2.10.2} : Bagaimana langkah-langkah penyusunan pembuktian yang anda lakukan?
- S_{2.10.2} : Menentukan panjang sisi-sisi yang bersesuaian dan sudut. Pertama menentukan kalau panjang AC = BC, kedua sudut ACF sama dengan sudut BCD, ketiga sisi CD sama dengan sisi CF
- P_{2.11.2} : Argumentasi apa saja yang anda berikan untuk meyakinkan kebenaran jawaban?
- S_{2.11.2} : Panjang AC = panjang BC karena sudah diketahui, sudut ACF = sudut BCD karena besarnya sama yaitu 135°, lalu panjang CD = CF karena perseginya sama jadi panjang sisi persegi juga sama
- P_{2.12.2} : Jadi apa kesimpulannya?
- S_{2.12.2} : Segitiga ACF kongruen dengan segitiga BCD

- P_{2.13.2} : Apa anda sudah memeriksa kembali langkah-langkah pembuktiannya?
- S_{2.13.2} : Sudah
- P_{2.14.2} : Bagaimana cara anda memeriksanya?
- S_{2.14.2} : Dengan cara melihat kembali sisi-sisinya dan sudut-sudutnya yang bersesuaian sama panjang dan sama besar
- P_{2.15.2} : Apakah sudah yakin dengan jawaban yang diberikan?
- S_{2.15.2} : Sudah yakin kak, 100%
- P_{2.16.2} : Jelaskan kembali proses pembuktian untuk meyakinkan kebenaran jawaban anda!
- S_{2.16.2} : (membaca soal) pertama yang saya lakukan menulis yang diketahui ada sisi AC dan sisi CB yang panjangnya sama, sudut $\text{ACB} = 45^\circ$. Lalu mengidentifikasi yang ditanyakan di soal adalah apakah segitiga ACF sama dengan segitiga BCD? Kemudian saya menjawab pembuktian dengan cara memilih syarat yang sesuai untuk mengerjakan soal ini, yaitu menggunakan syarat sisi-sudut-sisi, lalu saya membuktikan, yang pertama sisi AC sama dengan sisi CB karena diketahui, yang kedua sudut ACF sama dengan sudut BCD caranya $\text{ACB} = 45^\circ + \text{BCF} = 90^\circ$ jadi 135° , sudut ACF caranya sama dengan sudut BCD jumlahnya 135° juga,

ketiga $DC = CF$ karena sisinya sama, karena persegi punya sisi yang sama. Hasilnya didapat segitiga ACF kongruen dengan segitiga BCD karena sisi-sisinya dan sudutnya sama.

Berdasarkan hasil wawancara dengan subjek S_2 pada soal nomor 2, subjek S_2 menyebutkan bahwa materi yang menjadi prasyarat dalam menyelesaikan masalah ini adalah materi kekongruenan persegi dan segitiga. Disebutkan juga bahwa subjek S_2 sudah pernah mengerjakan soal pembuktian semacam ini dulu di kelas IX, namun belum pernah mengerjakan soal yang sama dengan soal nomor 2. Jadi subjek S_2 masih merasa kebingungan dalam menyusun pembuktiannya, namun sudah bisa menebak-nebak bahwa kedua bangun tersebut kongruen. Untuk menyelesaikan soal nomor 2 ini digunakan teorema sisi-sudut-sisi, dengan rencana penyelesaiannya adalah dengan membuktikan 2 sisi-sisi yang bersesuaian dan 1 sudut yang bersesuaian. Menurut subjek S_2 , tidak ada lagi alternatif penyelesaian lain untuk mengerjakan soal ini. Pada petikan pernyataan $S_{2.13.2}$, subjek S_2 mengatakan bahwa sudah memeriksa kembali hasil pengerjaannya dengan cara melihat kembali sisi-sisi dan sudut yang dibuktikan memang sudah sama panjang dan sama besar. Kemudian subjek S_2 menjelaskan kembali proses pembuktian yang dilakukan untuk meyakinkan bahwa jawaban yang diberikan sudah pasti benar yaitu dengan menuliskan yang diketahui pada soal yaitu ada sisi AC dan BC yang panjangnya sama, $\angle ACB = 45^\circ$, lalu mengidentifikasi yang akan dibuktikan yaitu apakah $\triangle ACF \cong \triangle BCD$. Untuk langkah pembuktiannya dengan menggunakan syarat sisi-sudut-sisi, langkah pertama yang dilakukan subjek S_2 adalah membuktikan bahwa $AC = BC$ alasannya adalah sudah diketahui pada soal, kemudian yang kedua $\angle ACF = \angle BCD$, alasannya karena besarnya sama yaitu 135° , yang ketiga adalah $DC = CF$ alasannya adalah karena sisi persegi sehingga sama. Simpulan yang diambil oleh subjek S_2 adalah $\triangle ACF \cong \triangle BCD$.

c. Analisis Data tentang Proses Penalaran *Plausible* Subjek S_2 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal 1&2

Berdasarkan dari hasil deskripsi jawaban tugas pemecahan masalah tertulis dan wawancara dengan subjek S_2 , berikut ini adalah hasil analisis proses penalaran *plausible* S_2 yang memiliki gaya berpikir sekuensial abstrak dalam pemecahan masalah pembuktian matematika.

1) Memahami masalah pembuktian

Berdasarkan gambar 4.5 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{2.1.1}$ - $S_{2.3.1}$) terlihat bahwa subjek menyebutkan yang diketahui dan yang akan dibuktikan pada soal dengan tepat. Subjek S_2 juga menyebutkan bahwa materi yang menjadi prasyarat dalam menyelesaikan soal ini adalah materi kongruensi 2 segitiga. Subjek S_2 menyebutkan bahwa sudah pernah mengerjakan masalah-masalah pembuktian sebelumnya, namun untuk soal yang sama dengan nomor 2 belum pernah, sehingga subjek S_2 berada pada situasi problematik karena kebingungan dan sedikit lupa dengan cara penyelesaiannya saat pertama kali membaca soal nomor 1. Sedangkan gambar 4.6 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{2.1.1}$ - $S_{2.3.1}$) terlihat bahwa subjek S_2 sedikit kurang tepat dalam mengidentifikasi informasi yang diketahui pada soal yaitu pada sisi AC dan sisi BC, namun sudah tepat dalam mengidentifikasi apa yang akan dibuktikan. Subjek S_2 menyebutkan bahwa materi yang menjadi prasyarat dalam menyelesaikan soal ini adalah materi kongruensi 2 segitiga. Meskipun sudah pernah mengerjakan soal semacam ini sebelumnya, subjek S_2 masih berada situasi problematik karena belum mengetahui bagaimana penyelesaiannya dalam sekali membaca soal nomor 2. Jadi simpulannya adalah subjek S_2 berada pada situasi problematik dan dapat memahami masalah pembuktian dengan beberapa kali membaca soal.

2) Membuat koneksi

Berdasarkan gambar 4.5 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{2.6.1}$) subjek S_2 menyebutkan bahwa teorema yang digunakan untuk menghubungkan antara hipotesis dan konklusi adalah sisi-sudut-sisi. Selain itu pada gambar 4.6 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{2.6.2}$), Subjek S_2 juga menyebutkan bahwa teorema yang digunakan juga sisi-sudut-sisi. Jadi simpulannya adalah subjek S_2 dapat menentukan teorema yang tepat berdasarkan informasi yang terdapat pada soal dengan permasalahan yang akan dibuktikan kemudian menyusun dalam rencana penyelesaian masalah.

3) Menentukan ide utama

Berdasarkan hasil wawancara pada transkrip ($S_{2.7.1}$) subjek S_2 menjelaskan bahwa rencana penyelesaian masalahnya adalah sesuai dengan teorema yang digunakan yaitu membuktikan sisi, sudut dan sisi yang bersesuaian. Subjek menyatakan bahwa tidak ada alternatif lain untuk menyelesaikan masalah ini. Kemudian pada transkrip wawancara ($S_{2.9.1}$), subjek S_2 mengatakan bahwa ide penyelesaian masalah ini didapat dari mengingat-ingat materi kongruensi yang sudah dipelajari. Selain itu hasil wawancara pada transkrip ($S_{2.7.2}$) subjek S_2 menjelaskan rencana penyelesaian masalahnya adalah menentukan panjang sisi yang bersesuaian, kemudian sudut yang bersesuaian, dan sisi yang bersesuaian. Subjek S_2 menyatakan bahwa mungkin ada alternatif penyelesaian lain, namun menurut subjek cara ini paling mudah. Kemudian pada hasil wawancara transkrip ($S_{2.9.2}$) subjek S_2 menyebutkan bahwa ide pemecahan masalah ini adalah dari informasi yang diketahui pada soal dan syarat-syarat 2 segitiga dikatakan kongruen. Jadi simpulannya adalah subjek S_2 dapat menentukan ide utama penyelesaian masalah pembuktian dengan tepat sebagai strategi pemecahan masalah.

4) Menyusun bukti

Berdasarkan gambar 4.5 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{2.10.1}$) subjek S_2 menjelaskan langkah-langkah pembuktiannya adalah dengan membuktikan bahwa $HY = HY$, $\angle HYJ = \angle HYI$ dan $IY \neq JY$. Kemudian subjek S_2 menuliskan alasan logis terhadap pembuktian yang diberikan yaitu $HY = HY$ karena merupakan garis yang sama, $\angle HYJ = \angle HYI$ karena garis H membagi sudut sama besar, dan $IY \neq JY$ karena panjangnya tidak sama. Selain itu berdasarkan gambar 4.6 subjek menuliskan $AC = AB$, $\angle ACF = \angle ACD$, $CD = CF$ dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{2.10.2}$) subjek S_2 menjelaskan langkah-langkah pembuktiannya adalah menentukan $AC = AB$, $\angle ACF = \angle BCD$, $CD = CF$. Kemudian untuk pemberian alasan logis terhadap bukti, subjek S_2 tidak memberikan alasan logis mengapa $AC = AB$, namun pada bukti selanjutnya diberi alasan yang logis seperti $\angle ACF = \angle BCD$ besar sudutnya sama yaitu 135° , dan $CD = CF$ karena sisi-sisi persegi sama panjang. Jadi simpulannya adalah subjek S_2 dapat menyusun bukti yang logis serta memberikan alasan yang logis pula terhadap bukti yang diberikan dengan benar.

5) Merefleksi

Berdasarkan hasil wawancara pada transkrip ($S_{2.12.1}$) subjek S_2 menyebutkan bahwa simpulan dari pembuktiannya adalah $HJ = HI$. Kemudian hasil wawancara pada subjek S_2 , seperti yang tertera pada transkrip wawancara ($S_{2.13.1}$) subjek S_2 menyebutkan sudah melakukan pemeriksaan ulang terhadap jawaban yang diberikan dengan cara meneliti sisi-sisi dan sudut yang dibuktikan. Subjek juga telah meyakini kebenaran jawabannya seperti yang disebutkan pada transkrip wawancara ($S_{2.15.1}$). Selain itu hasil wawancara soal kedua seperti pada hasil wawancara pada transkrip ($S_{2.12.2}$) subjek S_2 menyebutkan bahwa simpulan dari pembuktian yang diberikan adalah $\triangle ACF \cong \triangle BCD$. Kemudian pada transkrip wawancara ($S_{2.13.2}$), subjek S_2 juga sudah melakukan

pemeriksaan ulang pada hasil pekerjaannya dengan cara memeriksa kesesuaian sisi-sisi dan sudut yang dibuktikan sudah sama panjang dan sama besar. Namun masih ada satu pembuktian yang tidak diberi alasan logis pada soal nomor 2. Subjek S_2 juga sudah yakin dengan jawaban yang diberikan seperti yang tertera pada transkrip wawancara ($S_{2.15.2}$). Jadi simpulannya adalah subjek S_2 dapat merefleksikan kembali jawaban yang diberikan dengan memeriksa kembali, meskipun masih belum benar-benar teliti.

Tabel 4.2
Hasil Analisis Proses Penalaran *Plausible* Subjek S_2 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika

Tahapan Pemecahan Masalah Pembuktian	Proses Penalaran <i>Plausible</i>	Indikator	Hasil Analisis	
			Soal 1	Soal 2
Memahami masalah pembuktian	Situasi problematik	Peserta didik berada pada situasi problematik dimana tidak dengan segera mengetahui penyelesaian masalah	Subjek S_2 berada pada situasi problematik karena belum mengetahui penyelesaian masalah saat pertama kali membaca soal	Subjek S_2 berada pada situasi problematik karena belum mengetahui penyelesaian masalah saat pertama kali membaca soal
		Peserta didik mengidentifikasi	Subjek S_2 dapat mengidentifikasi	Subjek S_2 dapat mengidenti

		hipotesis dan konklusi pernyataan	kasi dengan baik yang diketahui pada soal dan yang akan dibuktikan secara tertulis maupun pada hasil wawancara	fikasi dengan baik yang diketahui pada soal dan yang akan dibuktikan secara tertulis maupun pada hasil wawancara
		Peserta didik menjelaskan materi/konsep apa yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan berdasarkan apa yang diketahui dan apa yang akan dibuktikan	Subjek S_2 dapat menyebutkan materi yang menjadi prasyarat dalam menyelesaikan soal adalah materi kongruensi 2 segitiga	Subjek S_2 dapat menyebutkan materi yang menjadi prasyarat dalam menyelesaikan soal adalah materi kekongruenan persegi dan segitiga
Jadi simpulannya adalah subjek S_2 berada pada situasi problematik dan dapat memahami soal pembuktian matematika				

Membuat koneksi	Pemilihan strategi	Peserta didik menentukan konsep atau teorema yang dapat mengaitkan antara hipotesis dengan konklusi untuk menentukan strategi penyelesaian masalah	Subjek S_2 dapat menyebutkan teoreman sisi-sudut-sisi sebagai teorema yang dapat mengaitkan antara hipotesis dengan konklusi untuk menentukan strategi penyelesaian masalah	Subjek S_2 dapat menyebutkan teoreman sisi-sudut-sisi sebagai teorema yang dapat mengaitkan antara hipotesis dengan konklusi untuk menentukan strategi penyelesaian masalah
Jadi simpulannya adalah subjek S_2 dapat membuat koneksi antara hipotesis dan konklusi sebagai strategi pemecahan masalah pembuktian				
Menentukan ide utama	Pemilihan strategi	Peserta didik menjelaskan langkah-langkah pemecahan masalah yang ditempuh sebagai strategi pemecahan	Subjek S_2 dapat menjelaskan langkah-langkah pembuktian secara runtut sebagai strategi penyelesaian	Subjek S_2 dapat menjelaskan langkah-langkah pembuktian secara runtut sebagai strategi penyelesaian

		masalah	masalah	masalah
Jadi simpulannya adalah subjek S_2 dapat menentukan ide utama sebagai strategi pemecahan masalah				
Menyusun bukti	Implementasi strategi	Peserta didik mengimplementasikan strategi dengan menyusun argumentasi bukti yang logis	Subjek S_2 dapat menyusun pembuktian sesuai dengan teorema sisi-sudut-sisi yaitu: $HY = HY$, $\angle HYJ = \angle HYI$ dan $IY \neq JY$ secara tertulis maupun pada hasil wawancara	Subjek S_2 dapat menyusun pembuktian sesuai dengan teorema sisi-sudut-sisi yaitu: $AC = AB$, $\angle ACF = \angle ACD$, $CD = CF$ secara tertulis, dan $AC = AB$, $\angle ACF = \angle BCD$, $CD = CF$ pada hasil wawancara
		Peserta didik memberikan alasan yang logis atas implementasi strategi dan argumen	Subjek S_2 dapat memberikan alasan yang logis, dan lengkap terhadap	Subjek S_2 memberikan alasan yang logis terhadap bukti yang diberikan,

		yang telah disusun	bukti yang diberikan, yaitu: $HY = HY$ karena merupakan garis yang sama, $\angle HYJ = \angle HYI$ karena garis H membagi sudut sama besar, dan $IY \neq JY$ karena panjangnya tidak sama	namun ada satu pembuktian yang tidak diberi alasan pada jawaban tertulis yaitu: $AC = AB$ (tidak diberi alasan logis), $\angle ACF = \angle BCD$ besarnya sama, dan $DC = CF$ karena sisi-sisi persegi sama panjang
Jadi simpulannya adalah subjek S_2 dapat menyusun bukti dan argumentasi yang logis sebagai implementasi strategi pemecahan masalah				
Merefleksi	Kesimpulan	Peserta didik membuat simpulan yang logis berdasarkan pembuktian yang sudah	Subjek S_2 dapat memberikan simpulan yang tepat terhadap pembuktian yang	Subjek S_2 dapat memberikan simpulan yang tepat terhadap pembuktian yang

		disusun	dilakukan yaitu: $HJ = HI$ secara tertulis maupun pada hasil wawancara	dilakukan yaitu: $\Delta ACF \cong \Delta BCD$ secara tertulis maupun pada hasil wawancara
		Peserta didik memeriksa kembali strategi pemecahan masalah, dan segera mengoreksi jika ditemukan kesalahan	Subjek S_2 dapat melakukan pemeriksaan ulang terhadap jawaban yang diberikan	Subjek S_2 melakukan pemeriksaan ulang terhadap jawaban yang diberikan, namun masih ditemukan kesalahan pada pemberian alasan dan penulisan sudut
		Peserta didik meyakini bahwa tiap langkah pemecahan masalahnya	Subjek S_2 sudah merasa yakin dengan jawaban yang	Subjek S_2 sudah merasa yakin dengan jawaban yang

		sudah tepat	diberikan	diberikan
Jadi simpulannya adalah subjek S_2 kurang dapat merefleksikan penyelesaian dan simpulan yang diberikan				

Dari tabel 4.2 di atas dapat disimpulkan bahwa subjek S_2 memenuhi 9 dari 10 indikator proses penalaran *plausible* dalam pemecahan masalah pembuktian matematika. indikator yang tidak terpenuhi adalah pada langkah merefleksikan, subjek S_2 tidak dapat memeriksa kembali penyelesaian masalahnya dengan teliti pada soal nomor 2.

d. Penalaran *Plausible* Subjek yang Bergaya Pikir Sekuensial Abstrak dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika

Berdasarkan deskripsi dan analisis data subjek S_1 dan subjek S_2 dapat disimpulkan penalaran *plausible* subjek yang bergaya pikir sekuensial abstrak dalam memecahkan masalah pembuktian matematika seperti pada tabel 4.3 dan 4.4 berikut:

Tabel 4.3
Penalaran *Plausible* Subjek S_1 dan S_2 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal Nomor 1

Tahapan Pemecahan Masalah Pembuktian	Proses Penalaran <i>Plausible</i>	Indikator	Indikator pencapaian	
			S_1	S_2
Memahami masalah pembuktian	Situasi problematik	Peserta didik berada pada situasi problematik dimana tidak dengan segera mengetahui	√	√

		penyelesaian masalah		
		Peserta didik mengidentifikasi hipotesis dan konklusi pernyataan	√	√
		Peserta didik menjelaskan materi/konsep apa yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan berdasarkan apa yang diketahui dan apa yang akan dibuktikan	√	√
Membuat koneksi	Pemilihan strategi	Peserta didik menentukan konsep atau teorema yang dapat mengaitkan antara hipotesis dengan konklusi untuk menentukan strategi penyelesaian masalah	√	√
Menentukan	Pemilihan	Peserta didik menjelaskan	√	√

ide utama	strategi	langkah-langkah pemecahan masalah yang ditempuh sebagai strategi pemecahan masalah		
Menyusun bukti	Implementasi strategi	Peserta didik mengimplementasikan strategi dengan menyusun argumentasi bukti yang logis	√	√
		Peserta didik memberikan alasan yang logis atas implementasi strategi dan argumen yang telah disusun	√	√
Merefleksi	Kesimpulan	Peserta didik membuat kesimpulan berdasarkan pembuktian yang sudah disusun	√	√
		Peserta didik memeriksa kembali strategi pemecahan masalah, dan segera mengoreksi	-	√

		jika ditemukan kesalahan		
		Peserta didik meyakini bahwa tiap langkah pemecahan masalahnya sudah tepat	√	√

Tabel 4.4
 Penalaran Penalaran *Plausible* Subjek S_1 dan S_2 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal Nomor 2

Tahapan Pemecahan Masalah Pembuktian	Proses Penalaran <i>Plausible</i>	Indikator	Indikator pencapaian	
			S_1	S_2
Memahami masalah pembuktian	Situasi problematik	Peserta didik berada pada situasi problematik dimana tidak dengan segera mengetahui penyelesaian masalah	√	√
		Peserta didik mengidentifikasi hipotesis dan konklusi pernyataan	√	√

		Peserta didik menjelaskan materi/konsep apa yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan berdasarkan apa yang diketahui dan apa yang akan dibuktikan	√	√
Membuat koneksi	Pemilihan strategi	Peserta didik menentukan konsep atau teorema yang dapat mengaitkan antara hipotesis dengan konklusi untuk menentukan strategi penyelesaian masalah	√	√
Menentukan ide utama	Pemilihan strategi	Peserta didik menjelaskan langkah-langkah pemecahan masalah yang ditempuh sebagai strategi pemecahan masalah	√	√
Menyusun	Implementasi	Peserta didik	√	√

bukti	strategi	mengimplementasikan strategi dengan menyusun argumentasi bukti yang logis		
		Peserta didik memberikan alasan yang logis atas implementasi strategi dan argumen yang telah disusun	√	√
Merefleksi	Kesimpulan	Peserta didik membuat kesimpulan berdasarkan pembuktian yang sudah disusun	√	√
		Peserta didik memeriksa kembali strategi pemecahan masalah, dan segera mengoreksi jika ditemukan kesalahan	√	-
		Peserta didik meyakini bahwa tiap langkah pemecahan masalahnya sudah	√	√

	tepat		
--	-------	--	--

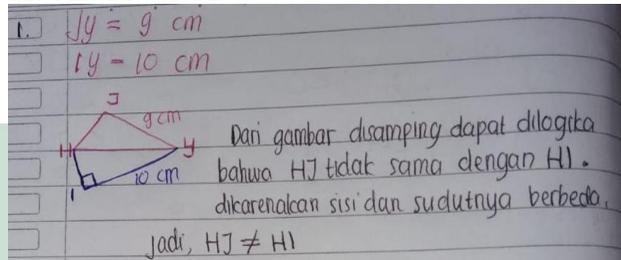
Berdasarkan tabel 4.3 dan 4.4, dapat diketahui bahwa subjek S_1 dapat memenuhi 9 dari 10 indikator penalaran *plausible* dalam pemecahan masalah pembuktian matematika, indikator yang tidak dipenuhi yaitu pada langkah merefleksi, subjek S_1 tidak dapat memenuhi indikator memeriksa kembali penyelesaian masalah nomor 1. Sedangkan subjek S_2 juga memenuhi 9 dari 10 indikator penalaran *plausible* dalam pemecahan masalah pembuktian matematika, indikator yang tidak dipenuhi yaitu pada langkah merefleksi, subjek S_2 tidak dapat memenuhi indikator memeriksa kembali penyelesaian masalah nomor 2. Sehingga dapat dilihat pada tabel 4.3 dan 4.4 di atas bahwa baik subjek S_1 maupun subjek S_2 memiliki kesamaan ketidaktelitian dalam melakukan pemeriksaan ulang terhadap penyelesaian masalah yang diberikan.

B. Deskripsi dan Analisis Data Penalaran *Plausible* Subjek yang Bergaya Pikir Sekuensial Konkret dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika

Berikut ini adalah deskripsi dan analisis data hasil penelitian mengenai penalaran *plausible* subjek S_3 dalam pemecahan masalah pembuktian matematika.

1. Subjek S_3 dalam Memecahkan Masalah Pembuktian Matematika

a. Deskripsi Data tentang Proses Penalaran *Plausible* Subjek S_3 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal 1



Gambar 4.7
Hasil Jawaban Subjek S_3 Soal Nomor 1

Berdasarkan hasil uraian jawaban yang diberikan oleh subjek S_3 seperti pada gambar 4.7 di atas, dapat diketahui bahwa, subjek S_3 menuliskan yang diketahui pada soal yaitu panjang $JY = 9$ cm dan panjang $IY = 10$ cm. Kemudian subjek menggambarkan kembali bangun yang dimaksud pada soal dan memasukkan nilainya. Subjek S_3 tidak menuliskan apa yang akan dibuktikan namun langsung memberikan argumentasi bukti yang menjelaskan bahwa HJ tidak sama dengan HI . Subjek S_3 mengerjakan soal ini dengan menggunakan logika bahwa $HJ \neq HI$ dengan alasan bahwa sisi dan sudutnya berbeda, sehingga subjek S_3 menyimpulkan bahwa $HJ \neq HI$.

Berdasarkan jawaban tertulis oleh subjek S_3 pada soal nomor 1, kemudian dilakukan wawancara guna mengetahui lebih dalam tentang proses penalaran *plausible* subjek S_3 dalam memecahkan masalah pembuktian matematika pada soal nomor 1. Berikut adalah hasil transkrip wawancara kepada subjek S_3 :

$P_{3.1.1}$: Apa yang anda ketahui dari soal?

$S_{3.1.1}$: panjang JY 9 cm, panjang IY 10 cm

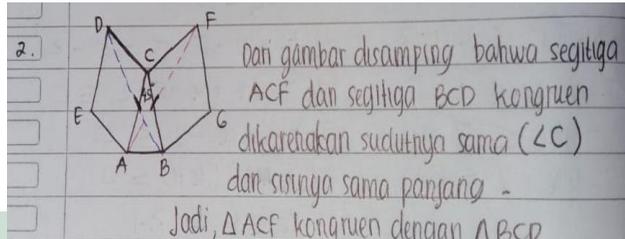
- P_{3.2.1} : Apa yang dibuktikan pada soal?
 S_{3.2.1} : Panjang HJ sama dengan panjang HI
- P_{3.3.1} : Materi apa yang menjadi prasyarat dan diperlukan dalam menyelesaikan masalah ini?
 S_{3.3.1} : Kekongruenan
- P_{3.4.1} : Apakah anda sudah pernah mengerjakan soal seperti ini sebelumnya?
 S_{3.4.1} : Sudah pernah
- P_{3.5.1} : Apakah anda langsung mengetahui penyelesaian masalahnya (jawabannya) saat pertama kali membaca soal?
 S_{3.5.1} : Pertama kali saya bingung, setelah itu saya pahami, baru saya paham harus bagaimana menyelesaikannya
- P_{3.6.1} : Definisi atau teorema apa yang digunakan?
 S_{3.6.1} : Saya pakai sisi-sudut-sisi sepertinya kak
- P_{3.7.1} : Rencana apa yang anda lakukan untuk mengerjakan masalah ini?
 S_{3.7.1} : Saya lihat dulu sisinya ada yang tidak sama, kemudian sudutnya tidak sama
- P_{3.8.1} : Apa ada alternatif lain?
 S_{3.8.1} : Kalau menurut saya tidak ada cara lain
- P_{3.9.1} : Darimana anda mendapatkan ide penyelesaian masalah ini?
 S_{3.9.1} : Saya mengingat-ingat materi kekongruenan, kemudian saya coba kerjakan
- P_{3.10.1} : Bagaimana langkah-langkah penyusunan pembuktian yang anda lakukan?

- S_{3.10.1} : Saya cari sisinya dulu, sisi JY dan IY, kemudian sudut I sama sudut J
- P_{3.11.1} : Argumentasi apa saja yang anda berikan untuk meyakinkan kebenaran jawaban?
- S_{3.11.1} : Sisi JY tidak sama dengan sisi IY karena memang dari soalnya sudah diketahui panjangnya tidak sama, kemudian sudut I itu sudut siku-siku sedangkan sudut Jnya tidak diketahui, berartikan masih belum jelas besarnya
- P_{3.12.1} : Jadi apa kesimpulannya?
- S_{3.12.1} : Kesimpulannya panjang HJ tidak sama dengan panjang HI karena segitiga HIY tidak kongruen dengan segitiga HJY
- P_{3.13.1} : Apa anda sudah memeriksa kembali langkah-langkah pembuktiannya?
- S_{3.13.1} : Iya sekali
- P_{3.14.1} : Bagaimana cara anda memeriksanya?
- S_{3.14.1} : Saya lihat soalnya lagi, saya baca barangkali saya salah menuliskan informasi, sudah
- P_{3.15.1} : Apakah sudah yakin dengan jawaban yang diberikan?
- S_{3.15.1} : Yakin
- P_{3.16.1} : Jelaskan kembali proses pembuktian untuk meyakinkan kebenaran jawaban anda!
- S_{3.16.1} : Yang diketahui sudut I 90° , panjang IY 10 cm dan JY 9 cm, kemudian yang ditanyakan adalah apakah panjang HJ sama dengan panjang HI. Lalu saya

melakukan pembuktian yang pertama yaitu panjang JY tidak sama dengan panjang IY karena sudah diketahui panjangnya berbeda, dan sudut I tidak sama dengan sudut J itu juga sudah diketahui sudut I siku-siku sedangkan sudut J bukan. Kesimpulannya panjang HJ tidak sama dengan panjang HI.

Berdasarkan hasil wawancara dengan subjek S_3 pada soal nomor 1, subjek S_3 dapat menyebutkan yang akan dibuktikan pada soal adalah panjang HJ sama dengan panjang HI. Materi yang menjadi prasyarat dalam mengerjakan soal ini adalah materi kekongruenan dan subjek S_3 sudah pernah mengerjakan soal pembuktian sebelumnya, namun untuk soal yang sama dengan soal nomor 1 belum pernah, sehingga masih bingung bagaimana menyusun pembuktiannya. Pada petikan pernyataan ($S_{3.6.1}$), disebutkan bahwa subjek S_3 menggunakan teorema sisi-sudut-sisi, namun seperti masih ragu dalam menjawabnya. Rencana subjek S_3 dalam menyelesaikan soal ini adalah dengan mencari sisi yang tidak sama, dan sudut yang bersesuaian yang besarnya tidak sama. Menurutnya tidak ada alternatif pemecahan lain lagi untuk menyelesaikan masalah ini. Subjek S_3 mengatakan bahwa ide penyelesaian masalah ini adalah dari proses mengingat-ingat materi kongruensi yang dulu pernah dipelajari, kemudian diterapkan pada penyelesaian masalah ini. Subjek S_3 mengatakan bahwa proses pembuktian yang dilakukan adalah menuliskan yang diketahui yaitu $\angle I = 90^\circ$, panjang $IY = 10$ cm dan panjang $JY = 9$ cm. Kemudian yang ditanyakan adalah $HJ = HI$. Langkah pertama penyusunan bukti yang dilakukan adalah menuliskan bahwa $IY \neq JY$ karena sudah diketahui panjangnya berbeda, yang kedua adalah $\angle I \neq \angle J$, alasannya adalah sudah diketahui bahwa $\angle I$ adalah siku-siku sedangkan $\angle J$ bukan. Kemudian simpulan yang diberikan oleh subjek S_3 adalah $HJ \neq HI$.

b. Deskripsi Data tentang Proses Penalaran *Plausible* Subjek S_3 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal 2



Gambar 4.8

Hasil Jawaban Subjek S_3 Soal Nomor 2

Berdasarkan hasil uraian jawaban yang diberikan oleh subjek S_3 seperti pada gambar 4.8 di atas, dapat diketahui bahwa, subjek S_3 menggambar bangun yang akan dibuktikan dan memasukkan nilai yang diketahui pada soal. Subjek S_3 menuliskan bahwa $\Delta ACF \cong \Delta BCD$, alasan yang diberikan oleh subjek S_3 adalah karena sudutnya sama yaitu $\angle C$, dan sisi-sisinya sama panjang. Jadi simpulan yang diberikan oleh subjek S_3 pada soal nomor 2 adalah $\Delta ACF \cong \Delta BCD$.

Berdasarkan jawaban tertulis oleh subjek S_3 pada soal nomor 2, kemudian dilakukan wawancara guna mengetahui lebih dalam tentang proses penalaran *plausible* subjek S_3 dalam memecahkan masalah pembuktian matematika. Berikut adalah hasil transkrip wawancara kepada subjek S_3 :

- $P_{3.1.2}$: Apa yang anda ketahui dari soal?
- $S_{3.1.2}$: Yang diketahui yaitu sudut $ACB = 45^\circ$, panjang $AC =$ panjang BC
- $P_{3.2.2}$: Apa yang dibuktikan pada soal?
- $S_{3.2.2}$: Yang dibuktikan segitiga ACF kongruen dengan segitiga BCD
- $P_{3.3.2}$: Materi apa yang menjadi prasyarat dan diperlukan dalam menyelesaikan masalah ini?

- $S_{3.3.2}$: Materi kekongruenan
 $P_{3.4.2}$: Apakah anda sudah pernah mengerjakan soal seperti ini sebelumnya?
 $S_{3.4.2}$: Sudah
 $P_{3.5.2}$: Apakah anda langsung mengetahui penyelesaian masalahnya (jawabannya) saat pertama kali membaca soal?
 $S_{3.5.2}$: Tahu
 $P_{3.6.2}$: Definisi atau teorema apa yang digunakan?
 $S_{3.6.2}$: Sisi-sudut-sisi (ragu-ragu)
 $P_{3.7.2}$: Rencana apa yang anda lakukan untuk mengerjakan masalah ini?
 $S_{3.7.2}$: Mencari yang diketahui dan ditanyakan, lalu saya buktikan sisi-sisi dan sudutnya yang bersesuaian
 $P_{3.8.2}$: Apa ada alternatif lain?
 $S_{3.8.2}$: Tidak ada
 $P_{3.9.2}$: Darimana anda mendapatkan ide penyelesaian masalah ini?
 $S_{3.9.2}$: Dari informasi yang saya dapat di soal
 $P_{3.10.2}$: Bagaimana langkah-langkah penyusunan pembuktian yang anda lakukan?
 $S_{3.10.2}$: Saya membuktikan sudut ACF sama dengan sudut BCD kemudian panjang AC = panjang BC
 $P_{3.11.2}$: Argumentasi apa saja yang anda berikan untuk meyakinkan kebenaran jawaban?
 $S_{3.11.2}$: sudut ACF sama dengan sudut BCD karena sudutnya bertolak belakang, kemudian panjang

- AC = panjang BC karena kaki-kaki segitiganya sama.
- P_{3.12.2} : Jadi apa kesimpulannya?
- S_{3.12.2} : Segitiga ACF kongruen dengan segitiga BCD
- P_{3.13.2} : Apa anda sudah memeriksa kembali langkah-langkah pembuktiannya?
- S_{3.13.2} : Iya sudah
- P_{3.14.2} : Bagaimana cara anda memeriksanya?
- S_{3.14.2} : Di *cross check* lagi soalnya dengan yang sudah saya tulis, sudah
- P_{3.15.2} : Apakah sudah yakin dengan jawaban yang diberikan?
- S_{3.15.2} : Sudah
- P_{3.16.2} : Jelaskan kembali proses pembuktian untuk meyakinkan kebenaran jawaban anda!
- S_{3.16.2} : Saya menuliskan yang diketahui yaitu sudut $\text{ACB} = 45^\circ$ kemudian panjang AC = panjang BC. Yang ditanya apakah segitiga ACF kongruen dengan segitiga BCD? Jawaban saya, yang pertama saya membuktikan jika sudut ACF itu sama dengan sudut BCD karena sudutnya bertolak belakang, yang kedua panjang AC = panjang BC karena kaki-kaki segitiga sama. Kesimpulannya segitiga ACF kongruen dengan segitiga BCD.

Berdasarkan hasil wawancara dengan subjek S₃ pada soal nomor 2, dapat diketahui bahwa subjek S₃ mengetahui materi yang menjadi prasyarat dalam mengerjakan soal ini adalah materi kekongruenan, dan sudah pernah

mengerjakan pembuktian kekongruenan sebelumnya. Subjek S_3 mengatakan sudah mengetahui penyelesaian masalahnya saat pertama kali membaca soal. Pada petikan pernyataan ($S_{3.6.2}$), subjek S_3 menyebutkan bahwa teorema yang digunakan dalam menyelesaikan soal ini adalah sisi-sudut-sisi. Subjek S_3 menyebutkan, rencana yang digunakan untuk menyelesaikan soal ini adalah dengan melihat apa yang diketahui dan yang ditanyakan kemudian dibuktikan sisi dan sudut yang bersesuaian. Subjek S_3 mengatakan bahwa tidak ada alternatif penyelesaian lain untuk soal ini. Pada petikan wawancara ($S_{3.9.2}$) diketahui bahwa ide penyelesaian masalah ini adalah dari informasi yang diketahui pada soal dan yang akan dibuktikan. Subjek S_3 menyatakan bahwa sudah memeriksa kembali proses pengerjaannya dengan cara mengecek lagi soal dan yang telah ditulis. Saat diminta untuk menjelaskan kembali proses pembuktiannya, subjek menjelaskan bahwa hal pertama yang dilakukan adalah menuliskan yang diketahui pada soal yaitu $\angle ACB = 45^\circ$, panjang $AC = BC$ dan yang akan dibuktikan adalah $\triangle ACF \cong \triangle BCD$. Langkah yang kedua adalah menyusun bukti yaitu $\angle ACF \cong \angle BCD$ karena sudutnya bertolak belakang sehingga sama, kemudian $AC = BC$ alasannya karena kaki-kaki segitiga sama kaki. Langkah ketiga adalah memberi simpulan bahwa $\triangle ACF \cong \triangle BCD$.

c. Analisis Data tentang Proses Penalarana *Plausible* Subjek S_3 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal 1&2

Berdasarkan dari hasil deskripsi jawaban tugas pemecahan masalah tertulis dan wawancara dengan subjek S_3 , berikut ini adalah hasil analisis proses penalaran *plausible* subjek S_3 yang memiliki gaya berpikir sekuensial konkret dalam pemecahan masalah pembuktian matematika.

1) Memahami masalah pembuktian

Berdasarkan gambar 4.7 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{3.1.1}$ - $S_{3.3.1}$), subjek S_3 menggambarkan kembali bangun yang akan

dibuktikan namun kurang lengkap dalam menuliskan maupun menyebutkan informasi yang diketahui pada soal, kemudian subjek S_3 tidak menuliskan pada lembar jawaban apa yang akan dibuktikan namun bisa menyebutkan pada wawancara bahwa yang akan dibuktikan adalah panjang HJ sama dengan panjang HI. Subjek S_3 juga dapat menyebutkan materi yang menjadi prasyarat dalam mengerjakan soal ini adalah materi kekongruenan. Subjek S_3 belum pernah mengerjakan soal yang sama dengan soal nomor 1 sebelumnya, sehingga subjek S_3 berada pada situasi problematik karena belum paham bagaimana penyelesaian masalahnya saat pertama kali membaca soal.. Selain itu pada gambar 4.8 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{3.1.2}$ - $S_{3.3.2}$) subjek S_3 menggambar ulang bangun yang akan dibuktikan dan memasukkan nilai-nilai yang diketahui kemudian menyebutkan bahwa yang diketahui adalah $\angle ACB = 45^\circ$ dan $AC = BC$. Terlihat bahwa subjek S_3 juga tidak menuliskan yang akan dibuktikan tapi bisa menyebutkan bahwa yang akan dibuktikan adalah $\triangle ACF \cong \triangle BCD$. Subjek S_3 dapat menyebutkan materi yang menjadi prasyarat dalam mengerjakan soal ini adalah materi kekongruenan. Subjek S_3 mengatakan bahwa mengetahui penyelesaian masalahnya saat pertama kali membaca soal karena sudah pernah mengerjakan soal pembuktian serupa sebelumnya. Jadi simpulannya adalah subjek S_3 berada pada situasi problematik pada soal nomor 1 dan dapat memahami masalah pembuktian dengan baik.

2) Membuat koneksi

Berdasarkan hasil wawancara pada transkrip ($S_{3.6.1}$) pada soal nomor 1 subjek S_3 dengan ragu-ragu menyebutkan bahwa teorema yang dipakai untuk mengaitkan antara yang diketahui dan hipotesis jawaban yang diberikan dalam mengerjakan soal adalah sisi-sudut-sisi. Namun demikian, teorema yang disebutkan sudah tepat untuk menyelesaikan masalah. Selain itu hasil wawancara pada transkrip ($S_{3.6.2}$) pada

soal nomor 2 subjek S_3 menyebutkan bahwa teorema yang digunakan untuk mengaitkan antara yang diketahui dengan hipotesis jawaban dalam memecahkan masalah adalah sisi-sudut-sisi, dan teorema yang disebutkan sudah tepat dan dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah. Jadi simpulannya adalah subjek S_3 dapat menentukan teorema yang tepat berdasarkan informasi yang terdapat pada soal dengan permasalahan yang akan dibuktikan.

3) Menentukan ide utama

Berdasarkan hasil wawancara pada transkrip ($S_{3.7.1}$) subjek S_3 menjelaskan rencana yang digunakan dalam menyelesaikan masalah ini adalah mencari sisi dan sudut yang tidak sama untuk menyusun bukti dan tidak mengetahui ada alternatif penyelesaian lain atau tidak untuk soal ini. Langkah-langkah pemecahan masalah yang diuraikan oleh subjek S_3 kurang tepat untuk dijadikan sebagai strategi pemecahan masalah. Kemudian subjek S_3 menyebutkan bahwa ide pemecahan masalah ini didapat dari mengingat-ingat materi kekongruenan pada kelas IX. Selain itu hasil wawancara pada transkrip ($S_{3.7.2}$) subjek S_3 menjelaskan bahwa rencana penyelesaian masalahnya adalah dengan mengidentifikasi yang diketahui dan yang akan dibuktikan lalu membuktikan sisi dan sudut yang bersesuaian. Subjek S_3 juga menyebutkan bahwa ide penyelesaian masalah. Subjek S_3 mengatakan tidak tahu ada atau tidak alternatif penyelesaian lain untuk soal ini. Langkah-langkah pemecahan masalah yang dijelaskan oleh subjek S_3 kurang tepat untuk dijadikan sebagai strategi pemecahan masalah karena subjek S_3 hanya mencari satu sisi dan satu sudut untuk pembuktian. Kemudian subjek menyatakan bahwa ide penyelesaian masalah ini didapat dari materi kekongruenan dan informasi yang diketahui pada soal. Jadi simpulannya adalah subjek S_3 tidak dapat

membuat ide utama untuk menyelesaikan masalah dengan tepat.

4) Menyusun bukti

Berdasarkan hasil wawancara pada transkrip ($S_{3.10.1}$) subjek S_3 hanya menuliskan pembuktian bahwa sisi dan sudutnya tidak sama dan tidak dituliskan sisi dan sudut mana yang dimaksud. Sedangkan pada wawancara subjek S_3 menjelaskan bahwa sisi dan sudut yang dimaksud adalah sisi JY dan sisi IY, $\angle I$ dan $\angle J$. Subjek S_3 juga tidak menuliskan argumentasi yang logis pada jawabannya, namun pada transkrip wawancara ($S_{3.11.1}$) subjek S_3 dapat menyebutkan argumentasinya yaitu $JY \neq IY$ karena sudah tertera pada soal dan $\angle I \neq \angle J$ karena sudut I adalah sudut siku-siku dan sudut J bukan. Selain itu pada hasil wawancara pada transkrip ($S_{3.10.2}$) subjek S_3 hanya menuliskan sudutnya sama yaitu $\angle C$ dan sisinya sama tanpa dituliskan mana sisi yang dikatakan sama. Sedangkan pada saat wawancara subjek S_3 menyebutkan bahwa sisi dan sudut yang dimaksud adalah $\angle ACF$ dan $\angle BCD$, sisi AC dan sisi BC. Kemudian subjek S_3 juga tidak menuliskan argumentasi yang logis terhadap pembuktian yang diberikan. Namun pada transkrip wawancara ($S_{3.11.2}$) subjek S_3 menjelaskan bahwa $\angle ACF = \angle BCD$ karena sudutnya bertolak belakang dan $AC = BC$ karena merupakan kaki segitiga. Jadi simpulannya adalah subjek S_3 kurang bisa menyusun bukti, karena bukti yang diberikan kurang lengkap dan tidak sesuai dengan teorema yang dipilih. Selain itu juga tidak diberi argumentasi logis yang menguatkan pembuktiannya.

5) Merefleksi

Berdasarkan gambar 4.7 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{3.12.1}$), subjek S_3 sudah menentukan simpulannya bahwa $HJ \neq HI$. Kemudian pada transkrip wawancara ($S_{3.13.1}$) subjek S_3 mengatakan sudah melakukan pemeriksaan ulang terhadap pekerjaannya dengan cara membaca soalnya lagi

untuk meminimalkan kesalahan menulis informasi. Dari pemeriksaan tersebut, subjek S_3 mengatakan bahwa sudah yakin dengan pembuktian dan simpulan yang diberikan. Selain itu dari bukti yang diberikan, pada transkrip wawancara ($S_{3.12.1}$), subjek S_3 menentukan simpulannya adalah $\Delta ACF \cong \Delta BCD$. Sedangkan dari gambar 4.8 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{3.13.2}$) subjek S_3 mengatakan sudah melakukan pemeriksaan ulang pada pekerjaannya dengan cara membaca ulang soal untuk menghindari kesalahan informasi. Dari pemeriksaan tersebut, subjek S_3 merasa sudah yakin dengan jawaban yang diberikan. Jadi simpulannya adalah subjek S_3 dapat merefleksi jawaban yang diberikan.

Tabel 4.5
Hasil Analisis Proses Penalaran *Plausible* Subjek S_3 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika

Tahapan Pemecahan Masalah Pembuktian	Proses Penalaran <i>Plausible</i>	Indikator	Hasil Analisis	
			Soal 1	Soal 2
Memahami masalah pembuktian	Situasi problematik	Peserta didik berada pada situasi problematik dimana tidak dengan segera mengetahui penyelesaian masalah	Subjek S_3 berada pada situasi problematik karena belum mengetahui penyelesaian masalah saat pertama kali membaca	Subjek S_3 tidak berada pada situasi problematik karena sudah mengetahui jawaban serta penyelesaian soal, saat pertama

			soal	membaca soal
		Peserta didik mengidentifikasi hipotesis dan konklusi pernyataan	Subjek S_3 dapat mengidentifikasi dengan baik yang diketahui pada soal melalui gambar dan pada hasil wawancara, menyebutkan yang akan dibuktikan hanya pada wawancara	Subjek S_3 dapat mengidentifikasi dengan baik yang diketahui pada soal melalui gambar dan pada hasil wawancara, menyebutkan yang akan dibuktikan hanya pada wawancara
		Peserta didik menjelaskan materi/konsep apa yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan berdasarkan apa yang diketahui dan	Subjek S_3 dapat menyebutkan materi yang menjadi prasyarat dalam menyelesaikan soal adalah materi kekongruena	Subjek S_3 dapat menyebutkan materi yang menjadi prasyarat dalam menyelesaikan soal adalah materi

		apa yang akan dibuktikan	n	kekongruenan
Subjek dapat berada pada situasi problematik dan dapat memahami masalah pembuktian matematika dengan baik				
Membuat koneksi	Pemilihan strategi	Peserta didik menentukan konsep atau teorema yang dapat mengaitkan antara hipotesis dengan konklusi untuk menentukan strategi penyelesaian masalah	Subjek S_3 dapat menyebutkan teorema sisi-sudut-sisi sebagai teorema yang dapat mengaitkan antara hipotesis dengan konklusi untuk menentukan strategi penyelesaian masalah	Subjek S_3 dapat menyebutkan teorema sisi-sudut-sisi sebagai teorema yang dapat mengaitkan antara hipotesis dengan konklusi untuk menentukan strategi penyelesaian masalah
Jadi simpulannya adalah subjek S_3 dapat membuat koneksi antara hipotesis dan konklusi sebagai strategi pemecahan masalah pembuktian				

Menentukan ide utama	Pemilihan strategi	Peserta didik menjelaskan langkah-langkah pemecahan masalah yang ditempuh sebagai strategi pemecahan masalah	Subjek S_3 tidak dapat menyusun langkah-langkah pembuktian berdasarkan teorema yang dipilih	Subjek S_3 tidak dapat menyusun langkah-langkah pembuktian berdasarkan teorema yang dipilih
Jadi simpulannya adalah subjek S_3 tidak dapat menentukan ide utama sebagai strategi pemecahan masalah				
Menyusun bukti	Implementasi strategi	Peserta didik mengimplementasikan strategi dengan menyusun argumentasi bukti yang logis	Subjek S_3 tidak menyusun bukti sesuai dengan teorema yang dipilih dan hanya memberikan 2 bukti yaitu: $\angle Y \neq \angle IY$, $\angle I \neq \angle J$.	Subjek S_3 tidak menyusun bukti sesuai dengan teorema yang dipilih dan hanya memberikan 2 bukti yaitu: $\angle ACF =$

				$\angle BCD$ AC BC
		<p>Peserta didik memberikan alasan yang logis atas implementasi strategi dan argumen yang telah disusun</p>	<p>Subjek S_3 tidak lengkap dalam memberikan alasan dan hanya pada hasil wawancara. Yaitu: $JY \neq IY$ karena sudah tertera pada soal dan $\angle I \neq \angle J$ karena sudut I adalah sudut siku-siku dan sudut J bukan</p>	<p>Subjek S_3 tidak lengkap serta tidak logis dalam memberikan alasan dan hanya pada hasil wawancara. Yaitu: $\angle ACF = \angle BCD$ karena sudutnya bertolak belakang dan $AC = BC$ karena merupakan kaki segitiga</p>
Jadi simpulannya adalah subjek S_3 tidak dapat menyusun bukti dan				

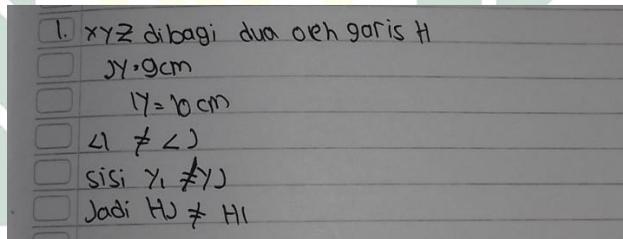
argumentasi yang logis sebagai implementasi strategi pemecahan masalah dengan tepat dan lengkap				
Merefleksi	Kesimpulan	Peserta didik membuat kesimpulan yang logis berdasarkan pembuktian yang sudah disusun	Subjek S_3 dapat membuat kesimpulan dengan tepat $HJ \neq HI$	Subjek S_3 dapat membuat kesimpulan dengan tepat $\Delta ACF \cong \Delta BCD$
		Peserta didik memeriksa kembali strategi pemecahan masalah, dan segera mengoreksi jika ditemukan kesalahan	Subjek S_3 dapat melakukan pemeriksaan ulang terhadap jawabannya karena tidak ditemukan kesalahan penulisan	Subjek S_3 dapat melakukan pemeriksaan ulang terhadap jawabannya karena tidak ditemukan kesalahan penulisan
		Peserta didik meyakini bahwa tiap langkah pemecahan masalahnya	Subjek S_3 merasa yakin dengan jawaban yang diberikan	Subjek S_3 merasa yakin dengan jawaban

		sudah tepat		yang diberikan
Jadi simpulannya adalah subjek S_3 dapat merefleksikan penyelesaian dan simpulan yang diberikan				

Dari tabel 4.5 di atas dapat disimpulkan bahwa subjek S_3 memenuhi 7 dari 10 indikator proses penalaran *plausible* dalam pemecahan masalah pembuktian matematika. Indikator yang tidak terpenuhi adalah pada langkah menentukan ide utama, menyusun bukti, dan menyusun argumentasi.

2. Subjek S_4 dalam Memecahkan Masalah Pembuktian Matematika

a. Deskripsi Data tentang Proses Penalaran *Plausible* Subjek S_4 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal 1



Gambar 4.9
Hasil Jawaban Subjek S_4 Soal Nomor 1

Berdasarkan uraian jawaban yang diberikan oleh subjek S_4 seperti pada gambar 4.9 di atas, dapat diketahui bahwa subjek S_4 menuliskan informasi yang diketahui pada soal yaitu $\triangle XYZ$ dibagi dua oleh garis H , panjang $JY = 9$ cm dan $IY = 10$ cm. Subjek S_4 tidak menuliskan apa yang akan dibuktikan. Selanjutnya subjek S_4 menuliskan dua bukti $\angle I \neq \angle J$ dan $IY \neq JY$. Kedua bukti yang diberikan tidak disertai dengan argumentasi/alasan. Subjek S_4 langsung memberikan simpulan pada hasil

pekerjaannya yaitu panjang HJ tidak sama dengan panjang HI.

Berdasarkan jawaban tertulis oleh subjek S_4 pada soal nomor 1, kemudian dilakukan wawancara guna mengetahui lebih dalam tentang proses penalaran *plausible* subjek S_4 dalam memecahkan masalah pembuktian matematika. Berikut adalah hasil transkrip wawancara kepada subjek S_4 :

$P_{4.1.1}$: Apa yang anda ketahui dari soal?

$S_{4.1.1}$: Sudut XYZ dibagi 2 oleh garis H, panjang JY 9 cm dan panjang IY 10 cm

$P_{4.2.1}$: Apa yang dibuktikan pada soal?

$S_{4.2.1}$: Menunjukkan bahwa HJ = HI

$P_{4.3.1}$: Materi apa yang menjadi prasyarat dan diperlukan dalam menyelesaikan masalah ini?

$S_{4.3.1}$: Kesebangunan dan kekongruenan

$P_{4.4.1}$: Apakah anda sudah pernah mengerjakan soal seperti ini sebelumnya?

$S_{4.4.1}$: Sudah di kelas 9

$P_{4.5.1}$: Apakah anda langsung mengetahui penyelesaian masalahnya (jawabannya) saat pertama kali membaca soal?

$S_{4.5.1}$: Saya paham maksud dari soal, tapi masih bingung dengan cara penyelesaiannya

$P_{4.6.1}$: Definisi atau teorema apa yang digunakan?

$S_{4.6.1}$: mungkin saya tidak pakai teorema kak.

$P_{4.7.1}$: Rencana apa yang anda lakukan untuk mengerjakan masalah ini?

$S_{4.7.1}$: nganalisis soalnya terlebih dahulu, kemudian mencari informasi pada soal, lalu

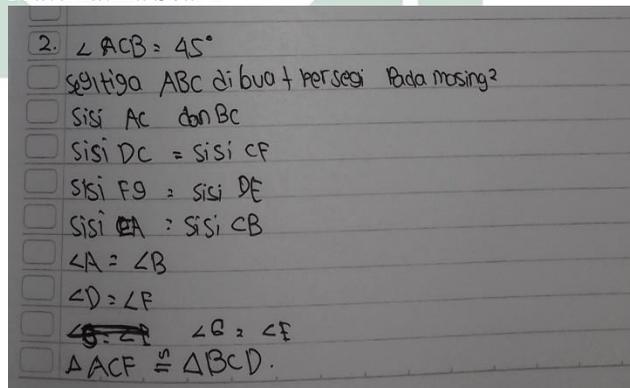
- mengerjakannya sesuai informasi yang didapat
- P_{4.8.1} : Apa ada alternatif lain?
- S_{4.8.1} : Tidak ada
- P_{4.9.1} : Dimana anda mendapatkan ide penyelesaian masalah ini?
- S_{4.9.1} : ide penyelesaiannya dengan mengingat-ingat materi kekongruenan pada kelas 9 dulu, lalu coba diterapkan
- P_{4.10.1} : Bagaimana langkah-langkah penyusunan pembuktian yang anda lakukan?
- S_{4.10.1} : Langkah-langkah saya yaitu menganalisis bahwa panjang IY berbeda dengan panjang JY, lalu mengamati lagi, dan mengetahui bahwa sudut HIY berbeda dengan sudut HJY.
- P_{4.11.1} : Argumentasi apa saja yang anda berikan untuk meyakinkan kebenaran jawaban?
- S_{4.11.1} : Untuk sudut HIY itu berbeda dengan sudut HJY karena sudut HIY itu sudut siku-siku sedangkan sudut HJY itu bukan sudut siku-siku. Kemudian panjang IY dan JY berbeda karena IY 10 cm dan JY 9 cm.
- P_{4.12.1} : Jadi apa kesimpulannya?
- S_{4.12.1} : Jadi kesimpulannya adalah HI tidak sama panjang dengan HI
- P_{4.13.1} : Apa anda sudah memeriksa kembali langkah-langkah pembuktiannya?
- S_{4.13.1} : Tidak
- P_{4.14.1} : Bagaimana cara anda memeriksanya?
- S_{4.14.1} : -

- $P_{4.15.1}$: Apakah sudah yakin dengan jawaban yang diberikan?
- $S_{4.15.1}$: Yakin sekali
- $P_{4.16.1}$: Jelaskan kembali proses pembuktian untuk meyakinkan kebenaran jawaban anda!
- $S_{4.16.1}$: Diketahui sudut XYZ dibagi 2 oleh garis H, panjang JY = 9 cm sedangkan panjang IY = 10 cm. Diminta menunjukkan bahwa HJ = HI. Saya menjawab sudut HIY tidak sama dengan dengan IY karena panjangnya berbeda. Jadi kesimpulannya adalah HJ tidak sama dengan HI sudut HJY, karena sudut HIY adalah siku-siku sedangkan HJY bukan. JY tidak sama dengan IY karena itu tadi.

Berdasarkan hasil wawancara dengan subjek S_4 pada soal nomor 1, petikan wawancara ($S_{4.2.1}$) menunjukkan bahwa subjek S_4 menyebutkan yang akan dibuktikan pada soal yaitu menunjukkan bahwa $HI = HJ$. Subjek juga mengetahui bahwa materi yang menjadi prasyarat dalam mengerjakan soal ini adalah materi kesebangunan dan kekongruenan dan sudah pernah mengerjakan soal pembuktian kekongruenan sebelumnya pada kelas IX, namun belum pernah mengerjakan soal yang sama dengang soal nomor 1. Saat pertama kali membaca soal subjek S_4 sudah paham maksud dari soal, namun masih bingung dengan bagaimana cara penyelesaiannya. Saat ditanya mengenai teorema apa yang digunakan subjek S_4 dalam menyelesaikan soal, subjek S_4 mengatakan bahwa tidak menggunakan teorema apapun dalam mengerjakan soal. Pada petikan wawancara ($S_{4.7.1}$), subjek S_4 menjelaskan rencana penyelesaian masalahnya adalah dengan menganalisis soalnya terlebih dahulu, kemudian mencari informasi pada soal dan mengerjakan berdasarkan

informasi yang ada pada soal. Subjek S_4 mengatakan bahwa tidak ada alternatif penyelesaian lain untuk menyelesaikan soal. Subjek S_4 mendapat ide pemecahan masalah dengan mengingat-ingat materi kekongruenan pada kelas IX. Untuk menyakinkan kebenaran dari jawaban yang diberikan, subjek S_4 memberi argumentasi untuk $\angle HIY \neq \angle HJY$ alasannya karena $\angle HIY$ adalah sudut siku-siku sedangkan $\angle HJY$ bukan sudut siku-siku. Kemudian untuk $IY \neq JY$ karena panjangnya sudah diketahui berbeda. Subjek S_4 tidak melakukan pemeriksaan ulang terhadap pekerjaannya karena sudah merasa yakin terhadap kebenaran jawabannya. Saat diminta menjelaskan ulang proses pembuktian, subjek S_4 menjelaskan dari awal diketahui bahwa XYZ dibagi dua oleh garis H, $IY = 10$ cm, $JY = 9$ cm, diminta menunjukkan bahwa $HI = HJ$, subjek S_4 menjawab $\angle HIY \neq \angle HJY$ karena $\angle HIY$ adalah sudut siku-siku sedangkan $\angle HJY$ bukan sudut siku-siku. Kemudian untuk $IY \neq JY$ karena panjangnya sudah diketahui berbeda. Simpulan yang diberikan subjek S_4 adalah panjang HJ tidak sama dengan panjang HI.

b. Deskripsi Data tentang Proses Penalaran *Plausible* Subjek S_4 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal 2



Gambar 4.10
Hasil Jawaban Subjek S_4 Soal Nomor 2

Berdasarkan hasil uraian jawaban yang diberikan oleh subjek S_4 seperti pada gambar 4.10 di atas, dapat diketahui bahwa subjek S_4 menuliskan bahwa $\angle ACB = 45^\circ$ dan $\triangle ABC$ dibuat persegi pada masing-masing sisi AC dan BC. Kemudian subjek S_4 menyusun bukti yaitu $DC = CF$, $FG = DE$, $EA = CB$. Lalu $\angle A = \angle B$, $\angle D = \angle F$, $\angle C = \angle E$ yang terakhir, subjek S_4 menuliskan bahwa $\triangle ACF \cong \triangle BCD$.

Berdasarkan jawaban tertulis oleh subjek S_4 pada soal nomor 2, kemudian dilakukan wawancara guna mengetahui lebih dalam tentang proses penalaran *plausible* subjek S_4 dalam memecahkan masalah pembuktian matematika. Berikut adalah hasil transkrip wawancara kepada subjek S_4 :

P_{4.1.2} : Apa yang anda ketahui dari soal?

S_{4.1.2} : Diketahui segitiga $ACB = 45^\circ$ dan segitiga ABC dibuat persegi pada masing-masing sisi AC dan BC.

P_{4.2.2} : Apa yang dibuktikan pada soal?

S_{4.2.2} : Tunjukkan bahwa segitiga ACF kongruen dengan segitiga BCD

P_{4.3.2} : Materi apa yang menjadi prasyarat dan diperlukan dalam menyelesaikan masalah ini?

S_{4.3.2} : Kongruen dan kesebangunan

P_{4.4.2} : Apakah anda sudah pernah mengerjakan soal seperti ini sebelumnya?

S_{4.4.2} : Sudah pernah

P_{4.5.2} : Apakah anda langsung mengetahui penyelesaian masalahnya (jawabannya) saat pertama kali membaca soal?

S_{4.5.2} : Tidak, saya perlu 3 kali membaca soal baru paham maksud dari soal, kemudian memikirkan penyelesaiannya

P_{4.6.2} : Definisi atau teorema apa yang digunakan?

- S_{4.6.2} : Saya tidak pakai, saya mengerjakan berdasarkan yang diketahui
- P_{4.7.2} : Rencana apa yang anda lakukan untuk mengerjakan masalah ini?
- S_{4.7.2} : Memahami soalnya, kemudian menuliskan informasinya, lalu mencoba mengerjakan dengan informasi yang sudah diketahui.
- P_{4.8.2} : Apa ada alternatif lain?
- S_{4.8.2} : Tidak ada
- P_{4.9.2} : Dimana anda mendapatkan ide penyelesaian masalah ini?
- S_{4.9.2} : Dari materi kesebangunan dan kekongruenan kelas 9 dulu
- P_{4.10.2} : Bagaimana langkah-langkah penyusunan pembuktian yang anda lakukan?
- S_{4.10.2} : Menganalisis panjang sisi-sisi yang ada yaitu $DC = CF$, lalu $FB = DE$, $EA = BG$, $CA = CB$. Lalu sudut-sudutnya yaitu $\angle D = \angle F = \angle G = \angle E$, $\angle DCB = \angle ACF$
- P_{4.11.2} : Argumentasi apa saja yang anda berikan untuk meyakinkan kebenaran jawaban?
- S_{4.11.2} : $DC = CF$ alasannya karena itu bentuknya sama persegi, sisi persegi panjangnya sama begitu juga dengan FB, DE, EA, BG, CA, CB . Lalu $\angle D = \angle F = \angle G = \angle E$ karena sudut siku-siku semua. Sedangkan $\angle DCB = \angle ACF$ karena melewati sudut yang sama yaitu $\angle ACB$
- P_{4.12.2} : Jadi apa kesimpulannya?

- S_{4.12.2} : Bahwa kesimpulannya adalah segitiga ACF kongruen dengan segitiga BCD
- P_{4.13.2} : Apa anda sudah memeriksa kembali langkah-langkah pembuktiannya?
- S_{4.13.2} : Iya
- P_{4.14.2} : Bagaimana cara anda memeriksanya?
- S_{4.14.2} : Ya saya teliti lagi setiap langkahnya, ada yang salah atau tidak
- P_{4.15.2} : Apakah sudah yakin dengan jawaban yang diberikan?
- S_{4.15.2} : Iya, yakin
- P_{4.16.2} : Jelaskan kembali proses pembuktian untuk meyakinkan kebenaran jawaban anda!
- S_{4.16.2} : Menuliskan yang diketahui pada soal yaitu pada segitiga ABC dibuat persegi pada masing-masing sisi AC dan BC. Kemudian besar sudut ACB adalah 45. Yang ditanyakan tunjukkan segitiga ACF kongruen dengan segitiga BCD. Lalu saya menjawab DC = CF alasannya karena itu bentuknya persegi otomatis panjangnya sama. Begitu juga dengan FB = DE, EA = BG, CA = CB. Kemudian sudut D = sudut F = sudut G = sudut E, sudut DCB = sudut ACF karena melewati sudut yang sama yaitu ACB. Kesimpulannya bahwa segitiga ACF kongruen dengan segitiga BCD..

Berdasarkan hasil wawancara dengan subjek S_4 pada soal nomor 2, subjek S_4 menyebutkan yang akan dibuktikan adalah $\triangle ACF \cong \triangle BCD$. Subjek S_4 menyebutkan bahwa materi yang digunakan dalam menyelesaikan masalah ini adalah materi kesebangunan dan kekongruenan. Subjek S_4 sudah pernah mengerjakan soal pembuktian kekongruenan sebelumnya pada kelas IX, namun belum pernah mengerjakan soal yang sama dengan soal nomor 2. Sehingga saat pertama kali membaca soal ini, subjek S_4 perlu beberapa kali membaca lagi soalnya untuk memahami maksud dari soal dan bagaimana penyelesaiannya. Pada petikan wawancara ($S_{4.6.2}$), subjek S_4 mengatakan bahwa tidak menggunakan teorema apapun untuk mengerjakan soal ini, subjek S_4 mengerjakan berdasarkan yang diketahui pada soal. Rencana penyelesaian masalahnya adalah memahami soalnya kemudian menuliskan informasinya, lalu dikerjakan sesuai dengan yang diketahui. Menurut subjek S_4 tidak ada alternatif penyelesaian lain untuk menyelesaikan masalah ini. Ide penyelesaian masalah didapat subjek dari mengingat-ingat materi kongruensi pada kelas IX. Untuk meyakinkan kebenaran jawabannya, subjek memberi argumentasi bahwa $DC = CF$ karena panjang $FB = DE$, $EA = BG$, $CA = CB$, selain itu merupakan sisi perseg yang panjangnya sama. Kemudian $\angle D = \angle F = \angle G = \angle E = 90^\circ$ (sudut siku-siku) sehingga $\angle DCB = \angle ACF$ karena melewati besar sudut yang sama $\angle ACB$. Subjek S_4 mengatakan telah melakukan pemeriksaan ulang terhadap jawabannya karena masih ragu dengan cara meneliti setiap langkah pembuktian, ada yang salah atau tidak. Setelah melakukan pemeriksaan ulang, subjek S_4 merasa sudah yakin dengan jawaban yang diberikan. Subjek S_4 menjelaskan kembali proses pembuktiannya dari menuliskan yang diketahui yaitu pada $\triangle ABC$ dibuat persegi pada masing-masing sisi AC dan BC , $\angle ACB = 45^\circ$. Yang akan dibuktikan adalah $\triangle ACF \cong \triangle BCD$. Kemudian menyusun pembuktian $DC = CF$ karena panjang $DE = EA$, $BG = CA$ dan $CA = CB$, selain itu merupakan sisi perseg yang panjangnya sama. Kemudian $\angle D = \angle F =$

$\angle G = \angle E = 90^\circ$ (sudut siku-siku) sehingga $\angle DCB = \angle ACF$ karena melewati besar sudut yang sama. Subjek S_4 memberikan simpulan akhir $\triangle ACF \cong \triangle BCD$.

c. Analisis Data tentang Proses Penalaran *Plausible* Subjek S_4 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal 1&2

Berdasarkan dari hasil deskripsi jawaban tugas pemecahan masalah tertulis dan wawancara dengan subjek S_4 , berikut ini adalah hasil analisis proses penalaran *plausible* S_4 yang memiliki gaya berpikir sekuensial konkret dalam pemecahan masalah pembuktian matematika.

1) Memahami masalah pembuktian

Berdasarkan gambar 4.9 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{4.1.1}$ - $S_{4.3.1}$) subjek S_4 menyebutkan yang diketahui pada soal yaitu sudut XYZ dibagi dua oleh garis H, $JY = 9$ cm, dan $IY = 10$ cm. Kemudian pada lembar jawaban subjek S_4 tidak menuliskan apa yang akan dibuktikan, sedangkan pada saat wawancara subjek S_4 dapat menyebutkan yang akan dibuktikan adalah $HI = HJ$. Subjek S_4 dapat menyebutkan materi yang menjadi prasyarat dalam menyelesaikan soal ini adalah materi kesebangunan dan kekongruenan. Meskipun sudah pernah mengerjakan soal pembuktian kekongruenan, subjek S_4 masih merasa kesulitan menentukan penyelesaian soal hanya dalam sekali membaca soal. Sehingga subjek S_4 berada pada situasi problematik karena tidak langsung mengetahui penyelesaiannya. Selain itu pada gambar 4.10 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{4.1.2}$ - $S_{4.3.2}$) subjek S_4 dapat menyebutkan yang diketahui yaitu $\angle ACB = 45^\circ$ dan segitiga ABC dibuat persegi pada masing-masing sisi AC dan BC. Kemudian subjek S_4 tidak menuliskan apa yang akan dibuktikan pada lembar jawaban, namun dapat menyebutkan bahwa yang dibuktikan adalah $\triangle ACF \cong \triangle BCD$. Subjek S_4 dapat menyebutkan materi yang digunakan untuk mengerjakan masalah ini adalah materi kesebangunan

dan kekongruenan. Meskipun sudah pernah mengerjakan soal pembuktian kekongruenan pada kelas IX, subjek S_4 masih merasa kesulitan menentukan penyelesaian soal hanya dalam sekali membaca soal. Sehingga subjek S_4 berada pada situasi problematik karena tidak langsung mengetahui penyelesaian masalah. Jadi simpulannya adalah subjek S_4 berada pada situasi problematik dan dapat memahami soal pembuktian yang diberikan.

2) Membuat koneksi

Berdasarkan hasil wawancara pada transkrip ($S_{4.6.1}$) subjek S_4 tidak menyebutkan teorema maupun definisi yang digunakan dalam pembuktian. Subjek mengatakan bahwa dalam proses pembuktiannya, tidak menggunakan syarat kekongruenan 2 segitiga untuk menghubungkan antara hipotesis dengan konklusi. Selain itu pada hasil wawancara transkrip ($S_{4.6.2}$) subjek S_4 tidak menggunakan teorema kekongruenan untuk menghubungkan antara hipotesis dan konklusi. Jadi simpulannya adalah subjek S_4 tidak dapat menentukan teorema yang tepat berdasarkan informasi yang terdapat pada soal dengan permasalahan yang akan dibuktikan untuk disusun dalam rencana penyelesaian masalah.

3) Menentukan ide utama

Berdasarkan hasil wawancara pada transkrip ($S_{4.7.1}$) subjek S_4 menjelaskan rencana pemecahan masalahnya adalah dengan menganalisis soal terlebih dahulu, kemudian mengerjakan sesuai informasi yang didapat. Menurut subjek S_4 tidak ada alternatif penyelesaian lain untuk soal ini. Pada transkrip wawancara ($S_{4.9.1}$) subjek S_4 mengatakan bahwa ide penyelesaian masalah ini didapat dari hasil mengingat materi kekongruenan kelas IX, lalu diterapkan. Selain itu hasil wawancara pada transkrip ($S_{4.7.2}$) subjek S_4 juga menjelaskan rencana penyelesaian masalahnya adalah memahami soal, menuliskan informasi yang didapat, kemudian mengerjakan sesuai dengan informasi yang ada pada soal saja. Menurut

subjek S_4 , tidak ada alternatif penyelesaian lain untuk masalah ini. Kemudian pada transkrip wawancara ($S_{4.9.2}$) subjek S_4 mengatakan bahwa ide pemecahan masalah ini didapat dari materi kesebangunan dan kekongruenan. Jadi simpulannya adalah subjek dapat menentukan ide utama untuk menyelesaikan masalah dengan meskipun kurang tepat untuk menyelesaikan masalah.

4) Menyusun bukti

Berdasarkan gambar 4.9 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{4.10.1}$) subjek S_4 menjelaskan langkah-langkah pembuktiannya adalah $JY \neq IY$ dan $\angle HIY \neq \angle HJY$. Namun bukti yang diberikan tersebut belum tepat untuk membuktikan bahwa $HI \neq HJ$. Selain itu subjek S_4 tidak menuliskan alasan yang logis pada lembar jawaban untuk meyakinkan kebenaran jawabannya, namun pada transkrip wawancara ($S_{4.11.1}$) subjek S_4 menjelaskan bahwa $\angle HIY \neq \angle HJY$ karena $\angle HIY$ siku-siku sedangkan $\angle HJY$ bukan. Selain itu pada gambar 4.10 dan hasil wawancara pada transkrip ($S_{4.10.2}$) subjek S_4 menjelaskan langkah pembuktiannya adalah menganalisis sisi-sisi yaitu $DC = CF$, lalu $FB = DE$, $EA = BG$, $CA = CB$, kemudian $\angle D = \angle F = \angle G = \angle E$, $\angle DCB = \angle ACF$. Pada transkrip wawancara ($S_{4.11.2}$) subjek S_4 menjelaskan argumentasinya bahwa $DC = CF$ alasannya karena sisi persegi sama panjang, begitu juga dengan $FB = DE$, $EA = BG$, $CA = CB$. Kemudian $\angle D = \angle F = \angle G = \angle E$ karena sudut siku-siku dan $\angle DCB = \angle ACF$ karena melewati sudut yang sama yaitu $\angle ACB$. Jadi simpulannya adalah subjek S_4 tidak dapat menyusun bukti serta argumentasi yang logis, karena bukti dan argumentasi yang diberikan tidak lengkap dan tepat untuk membuktikan masalah.

5) Merefleksi

Dari pembuktian yang disusun, subjek menentukan simpulan dari masalah ini adalah $HI \neq HJ$ seperti yang dituliskan pada hasil wawancara pada transkrip ($S_{4.12.1}$). berdasarkan transkrip wawancara

($S_{4.14.1}$) subjek S_4 mengatakan bahwa tidak melakukan pemeriksaan ulang terhadap pekerjaannya, karena sudah merasa sangat yakin dengan kebenaran jawaban yang diberikan. Selain itu pada hasil wawancara pada transkrip ($S_{4.12.2}$) subjek S_4 menentukan simpulan dari masalah ini adalah $\Delta ACF \cong \Delta BCD$. Kemudian pada transkrip wawancara ($S_{4.14.2}$) subjek S_4 melakukan pemeriksaan ulang terhadap jawaban yang diberikan dengan meneliti setiap langkahnya. Subjek S_4 sudah merasa yakin dengan kebenaran jawaban yang diberikan. Jadi simpulannya adalah subjek S_4 dapat merefleksikan penyelesaian masalahnya.

Tabel 4.6
Hasil Analisis Proses Penalaran *Plausible* Subjek S_4 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika

Tahapan Pemecahan Masalah Pembuktian	Proses Penalaran <i>Plausible</i>	Indikator	Hasil Analisis	
			Soal 1	Soal 2
Memahami masalah pembuktian	Situasi problematik	Peserta didik berada pada situasi problematik dimana tidak dengan segera mengetahui penyelesaian masalah	Subjek S_4 berada pada situasi problematik karena belum mengetahui penyelesaian masalah saat pertama kali membaca soal	Subjek S_4 berada pada situasi problematik karena belum mengetahui penyelesaian masalah saat pertama kali membaca soal
		Peserta didik mengidentifikasi	Subjek S_4	Subjek S_4

		<p>kasi hipotesis dan konklusi pernyataan</p>	<p>dapat mengidentifikasi dengan baik yang diketahui pada soal secara tertulis maupun pada hasil wawancara dan menyebutkan yang akan dibuktikan pada hasil wawancara</p>	<p>kurang tepat dalam mengidentifikasi yang diketahui pada soal secara tertulis maupun pada hasil wawancara dan menyebutkan yang akan dibuktikan pada hasil wawancara</p>
		<p>Peserta didik menjelaskan materi/konsep apa yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan berdasarkan apa yang diketahui dan apa yang akan dibuktikan</p>	<p>Subjek S₄ dapat menyebutkan materi yang menjadi prasyarat dalam menyelesaikan soal adalah materi kesebangunan dan kekongruenan</p>	<p>Subjek S₄ dapat menyebutkan materi yang menjadi prasyarat dalam menyelesaikan soal adalah materi kesebangunan dan kekongruenan</p>

Jadi simpulannya adalah subjek S_4 berada pada situasi problematik dan dapat memahami masalah pembuktian matematika				
Membuat koneksi	Pemilihan strategi	Peserta didik menentukan konsep atau teorema yang dapat mengaitkan antara hipotesis dengan konklusi untuk menentukan strategi penyelesaian masalah	Subjek S_4 tidak menggunakan teorema dalam menyelesaikan masalah	Subjek S_4 tidak menggunakan teorema dalam menyelesaikan masalah
Jadi simpulannya adalah subjek S_4 tidak dapat membuat koneksi antara hipotesis dan konklusi sebagai strategi pemecahan masalah				
Menentukan ide utama	Pemilihan strategi	Peserta didik menjelaskan langkah-langkah pemecahan masalah yang ditempuh sebagai strategi pemecahan masalah	Subjek S_4 dapat menyebutkan langkah-langkah pemecahan masalah meskipun kurang tepat untuk menyelesaikan masalah	Subjek S_4 dapat menyebutkan langkah-langkah pemecahan masalah meskipun kurang tepat untuk menyelesaikan masalah

				masalah
Jadi simpulannya adalah subjek S_4 dapat menentukan ide utama sebagai strategi pemecahan masalah meskipun kurang tepat				
Menyusun bukti	Implementasi strategi	Peserta didik mengimplementasikan strategi dengan menyusun argumentasi bukti yang logis	Subjek S_4 kurang tepat dalam menyusun pembuktian, yaitu $JY \neq IY$ dan $\angle HIY \neq \angle HJY$.	Subjek S_4 kurang tepat dalam menyusun pembuktian, yaitu $DC = CF$, lalu $FB = DE$, $EA = BG$, $CA = CB$, kemudian $\angle D = \angle F = \angle G = \angle E$, $\angle DCB = \angle ACF$.
		Peserta didik memberikan alasan yang logis atas implementasi strategi dan argumen yang telah disusun	Subjek S_4 memberikan alasan $\angle HIY \neq \angle HJY$ karena $\angle HIY$ siku-siku sedangkan $\angle HJY$ bukan	Subjek S_4 memberikan alasan $DC = CF$ alasannya karena sisi persegi sama panjang, begitu

			pada hasil wawancara	juga dengan FB = DE, EA = BG, CA = CB. Kemudian $\angle D = \angle F = \angle G = \angle E$ karena sudut siku-siku dan $\angle DCB = \angle ACF$ karena melewati sudut yang sama yaitu ACB
Jadi simpulannya adalah subjek S_4 tidak dapat menyusun bukti dan argumentasi sebagai implementasi strategi pemecahan masalah dengan lengkap dan tepat				
Merefleksi	Kesimpulan	Peserta didik membuat simpulan yang logis berdasarkan pembuktian yang sudah disusun	Subjek S_4 dapat memberikan simpulan dengan tepat $HI \neq HJ$	Subjek S_4 dapat memberikan simpulan dengan tepat $\triangle ACF \cong \triangle BCD$

		Peserta didik memeriksa kembali strategi pemecahan masalah, dan segera mengoreksi jika ditemukan kesalahan	Subjek S_4 tidak melakukan pemeriksaan ulang terhadap jawaban yang diberikan	Subjek S_4 dapat melakukan pemeriksaan ulang terhadap jawaban yang diberikan karena tidak ditemukan kesalahan penulisan
		Peserta didik meyakini bahwa tiap langkah pemecahan masalahnya sudah tepat	Subjek S_4 sudah merasa yakin dengan jawaban yang diberikan	Subjek S_4 sudah merasa yakin dengan jawaban yang diberikan
Jadi simpulannya adalah subjek S_4 dapat merefleksikan penyelesaian dan simpulan yang diberikan				

Dari tabel 4.6 di atas dapat disimpulkan bahwa subjek S_4 memenuhi 7 dari 10 indikator proses penalaran *plausible* dalam pemecahan masalah pembuktian matematika. Indikator yang tidak dipenuhi adalah pada langkah membuat koneksi, menyusun bukti dan membuat argumentasi.

d. Penalaran *Plausible* Subjek yang Bergaya Pikir Sekuensial Konkret dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika

Berdasarkan deskripsi dan analisis data subjek S_3 dan subjek S_4 dapat disimpulkan penalaran *plausible* subjek yang bergaya pikir sekuensial konkret dalam memecahkan masalah pembuktian matematika seperti pada tabel 4.7 dan 4.8 berikut:

Tabel 4.7
Penalaran *Plausible* Subjek S_3 dan S_4 dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika Soal Nomor 1

Tahapan Pemecahan Masalah Pembuktian	Proses Penalaran <i>Plausible</i>	Indikator	Indikator pencapaian	
			S_3	S_4
Memahami masalah pembuktian	Situasi problematik	Peserta didik berada pada situasi problematik dimana tidak dengan segera mengetahui penyelesaian masalah	√	√
		Peserta didik mengidentifikasi hipotesis dan konklusi pernyataan	√	√
		Peserta didik menjelaskan materi/konsep	√	√

		apa yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan berdasarkan apa yang diketahui dan apa yang akan dibuktikan		
Membuat koneksi	Pemilihan strategi	Peserta didik menentukan konsep atau teorema yang dapat mengaitkan antara hipotesis dengan konklusi untuk menentukan strategi penyelesaian masalah	√	-
Menentukan ide utama	Pemilihan strategi	Peserta didik menjelaskan langkah-langkah pemecahan masalah yang ditempuh sebagai strategi pemecahan masalah	-	√
Menyusun	Implementas	Peserta didik	-	√

bukti	i strategi	mengimplementasikan strategi dengan menyusun argumentasi bukti yang logis		
		Peserta didik memberikan alasan yang logis atas implementasi strategi dan argumen yang telah disusun	-	√
Merefleksi	Kesimpulan	Peserta didik membuat simpulan berdasarkan pembuktian yang sudah disusun	√	√
		Peserta didik memeriksa kembali strategi pemecahan masalah, dan segera mengoreksi jika ditemukan kesalahan	√	√
		Peserta didik meyakini bahwa	√	√

		tiap langkah pemecahan masalahnya sudah tepat		
--	--	---	--	--

Tabel 4.8
Penalaran *Plausible* Subjek S_3 dan S_4 dalam Pemecahan Masalah
Pembuktian Matematika Soal Nomor 2

Tahapan Pemecahan Masalah Pembuktian	Proses Penalaran <i>Plausible</i>	Indikator	Indikator pencapaian	
			S_3	S_4
Memahami masalah pembuktian	Situasi problematik	Peserta didik berada pada situasi problematik dimana tidak dengan segera mengetahui penyelesaian masalah	√	-
		Peserta didik mengidentifikasi hipotesis dan konklusi pernyataan	√	√
		Peserta didik menjelaskan materi/konsep apa yang	√	√

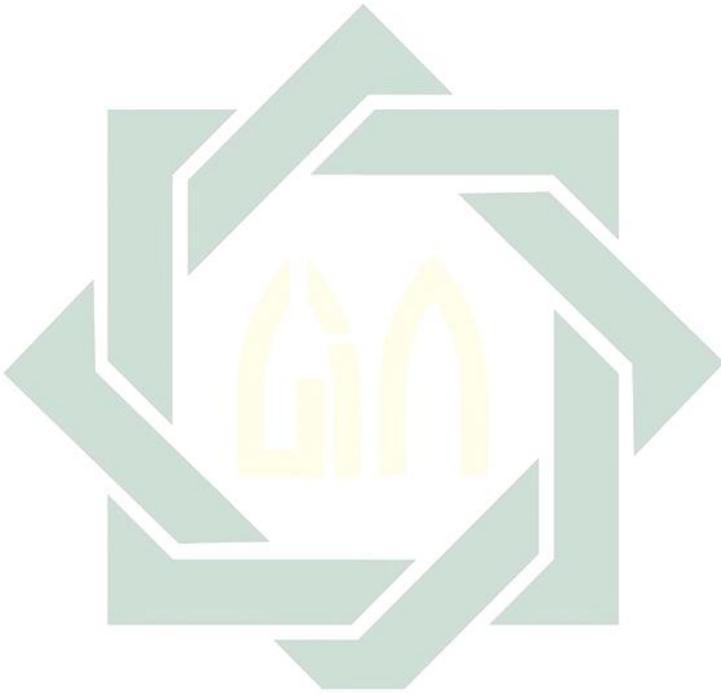
		digunakan untuk menyelesaikan permasalahan berdasarkan apa yang diketahui dan apa yang akan dibuktikan		
Membuat koneksi	Pemilihan strategi	Peserta didik menentukan konsep atau teorema yang dapat mengaitkan antara hipotesis dengan konklusi untuk menentukan strategi penyelesaian masalah	√	-
Menentukan ide utama	Pemilihan strategi	Peserta didik menjelaskan langkah-langkah pemecahan masalah yang ditempuh sebagai strategi pemecahan masalah	-	√
Menyusun	Implementas	Peserta didik mengimplementa	-	-

bukti	i strategi	sikan strategi dengan menyusun argumentasi bukti yang logis		
		Peserta didik memberikan alasan yang logis atas implementasi strategi dan argumen yang telah disusun	-	-
Merefleksi	Kesimpulan	Peserta didik membuat simpulan berdasarkan pembuktian yang sudah disusun	√	√
		Peserta didik memeriksa kembali strategi pemecahan masalah, dan segera mengoreksi jika ditemukan kesalahan	√	-
		Peserta didik meyakini bahwa tiap langkah	√	√

	pemecahan masalahnya sudah tepat		
--	----------------------------------	--	--

Berdasarkan tabel 4.7 dan 4.8, dapat diketahui bahwa subjek S_3 dapat memenuhi 7 dari 10 indikator penalaran *plausible* dalam pemecahan matematika baik pada soal nomor 1 maupun soal nomor 2, dan subjek S_4 dapat memenuhi 7 dari 10 indikator penalaran *plausible* dalam pemecahan masalah matematika baik pada soal nomor 1 maupun soal nomor 2.

Dari tabel 4.7 dan 4.8 di atas terlihat bahwa baik subjek S_3 maupun subjek S_4 memiliki kesamaan yaitu tidak memenuhi indikator pada langkah pemecahan masalah menyusun bukti dan memberikan argumentasi bukti. Subjek S_3 dan subjek S_4 sama-sama tidak dapat menyusun bukti serta memberi argumentasi bukti logis dengan lengkap dan tepat.



Nb: Halaman sengaja dikosongkan

BAB V

PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil analisis data yang dilakukan pada bab IV, telah ditunjukkan proses penalaran *plausible* peserta didik yang bergaya pikir sekuensial abstrak dan sekuensial konkret dalam memecahkan masalah pembuktian matematika. Pada bab V ini, akan dibahas mengenai proses penalaran *plausible* peserta didik yang bergaya pikir sekuensial abstrak dan sekuensial konkret dalam memecahkan masalah pembuktian matematika.

A. Penalaran *Plausible* Peserta Didik Bergaya Pikir Sekuensial Abstrak dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika

Berdasarkan hasil analisis sebelumnya, terlihat bahwa peserta didik dengan gaya berpikir sekuensial abstrak telah memenuhi indikator penalaran *plausible* dalam memecahkan masalah pembuktian matematika dengan baik karena memenuhi 9 dari 10 indikator. Pada tahap memahami masalah pembuktian matematika, yang terjadi pada peserta didik yang bergaya pikir sekuensial abstrak yaitu berada pada situasi problematik karena tidak langsung mengetahui penyelesaian masalah pada saat pertama kali membaca soal, dapat menyebutkan informasi yang diketahui dan yang akan dibuktikan pada soal tanpa kesulitan, dan mampu menyebutkan materi yang menjadi prasyarat dalam mengerjakan soal dengan tepat.

Pada langkah membuat koneksi yang terjadi pada peserta didik bergaya pikir sekuensial abstrak, dapat menentukan teorema kongruensi dengan tepat berdasarkan informasi yang terdapat pada soal dengan permasalahan yang akan dibuktikan kemudian digunakan dalam menyusun rencana penyelesaian masalah pembuktian matematika. Pada langkah menentukan ide utama, peserta didik yang bergaya pikir sekuensial abstrak dapat menjelaskan rencana pemecahan masalah pembuktian matematika dengan tepat sesuai dengan teorema yang dipilih pada saat membuat koneksi, dapat menyebutkan bahwa ide pemecahan masalahnya didapat dari menganalisis informasi yang diketahui pada soal mana yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah kemudian dihubungkan dengan teorema kongruensi. Hal ini sesuai

dengan pendapat Deporter dan Hernacki dimana pemikir sekuensial abstrak suka berpikir dalam konsep dan menganalisis informasi.⁸²

Pada langkah menyusun bukti yang terjadi pada peserta didik yang bergaya pikir sekuensial abstrak adalah dapat mengumpulkan informasi-informasi berupa fakta-fakta dan teorema-teorema kemudian menyusunnya sebagai argumentasi-argumentasi bukti dengan lengkap, runtut, dan logis. Hal ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Yusuf, bahwa dalam menyelesaikan permasalahan, peserta didik bergaya pikir sekuensial abstrak biasanya mengumpulkan banyak informasi sebelum membuat keputusan, menyediakan ide-ide yang logis dan berurutan, senang memberikan bukti-bukti untuk menyelesaikan suatu masalah.⁸³ Kemudian peserta didik dapat menyebutkan alasan-alasan dari argumentasi bukti yang diberikan untuk meyakinkan kebenaran jawaban secara tepat dan logis pula sesuai dengan pendapat Deporter dan Hernacki pada bukunya bahwa peserta didik dengan gaya berpikir sekuensial abstrak senang berargumentasi panjang lebar mengenai hal-hal yang sedang mereka kerjakan berdasarkan teori-teori yang mereka baca.⁸⁴

Pada langkah merefleksi, peserta didik bergaya pikir sekuensial abstrak dapat memberikan simpulan dari penyelesaian yang diberikan dengan tepat, peserta didik sekuensial abstrak melakukan pemeriksaan ulang secara berurutan dari awal hingga simpulan terhadap langkah-langkah penyelesaian masalah pembuktian yang diberikan, namun pemeriksaan ulang yang dilakukan masih kurang teliti, sehingga masih ditemukan kesalahan penulisan pada penyelesaian masalah pembuktian. Peserta didik sekuensial abstrak juga meyakini kebenaran jawaban yang diberikan.

Berdasarkan pembahasan di atas, penalaran *plausible* peserta didik yang bergaya pikir sekuensial konkret dalam memecahkan masalah pembuktian matematika menunjukkan kecocokan antara teori dan hasil penelitian. Deporter dan Hernacki menyatakan bahwa seorang dengan gaya berpikir sekuensial abstrak ini memang memiliki proses berpikir yang logis, intelektual, dan rasional

⁸² Bobbi Deporter – Mike Hernacki, “*Quantum Learning*”. Translated by Abdurrahman, (Bandung: Kaifa, 2015), 128.

⁸³ Yusuf, “Comparison of Student Achievement Learning Model Based on Learning Style Gregorc in SMKN 7 Surabaya”, *Jurnal Mahasiswa UNESA*, (2013).

⁸⁴ Bobbi Deporter, Op. Cit., hal 128

sehingga mereka lebih mudah memecahkan masalah. Selain itu mereka juga memiliki kemampuan penalaran yang tinggi, kritis serta analitis. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian bahwa peserta didik dapat melakukan pembuktian matematika dengan tepat.

B. Penalaran *Plausible* Peserta Didik Bergaya Pikir Sekuensial Konkret dalam Pemecahan Masalah Pembuktian Matematika

Berdasarkan hasil analisis sebelumnya, terlihat bahwa peserta didik dengan gaya berpikir sekuensial konkret telah memenuhi indikator penalaran *plausible* dalam memecahkan masalah pembuktian matematika dengan cukup baik karena memenuhi 7 dari 10 indikator. Pada tahap memahami masalah pembuktian matematika, yang terjadi pada peserta didik yang bergaya pikir sekuensial konkret yaitu berada pada situasi problematik karena tidak langsung mengetahui penyelesaian masalah pembuktian, dapat menyebutkan informasi yang diketahui dan yang akan dibuktikan pada soal dengan benar, dan dapat menyebutkan materi yang digunakan sebagai prasyarat dalam mengerjakan tugas pemecahan masalah dengan tepat. Sehingga peserta didik tidak mengalami kesulitan pada tahap ini.

Pada langkah membuat koneksi yang terjadi pada peserta didik sekuensial konkret dapat menentukan teorema kongruensi dengan tepat berdasarkan informasi yang terdapat pada soal dengan permasalahan yang akan dibuktikan kemudian digunakan dalam menyusun rencana penyelesaian masalah pembuktian matematika. Pada langkah menentukan ide utama, peserta didik yang bergaya pikir sekuensial konkret dapat menjelaskan rencana pemecahan masalah pembuktian matematika meskipun tidak sesuai dengan teorema kongruensi yang dipilih, peserta didik sekuensial konkret menjelaskan rencana penyelesaian masalahnya sesuai dengan ide pemecahan masalahnya sendiri, sehingga peserta didik sekuensial konkret tidak menyelesaikan masalah berdasarkan teorema melainkan hanya berdasarkan informasi yang terdapat pada soal (yang diketahui pada soal), dapat menyebutkan bahwa ide pemecahan masalahnya didapat dari menganalisis informasi yang diketahui pada soal mana yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah namun tidak dihubungkan dengan teorema kongruensi, sehingga ide utama penyelesaian masalah kurang tepat. Hal ini sejalan dengan pendapat Deporter dan Hernacki bahwa peserta

didik sekuensial konkret senang menganalisis informasi dengan cara teratur, linier dan sekuensial serta bagi mereka realitas adalah sesuatu yang terdiri dari apa yang dapat mereka ketahui dari indera fisik mereka saja.⁸⁵ Dalam konteks ini dapat diketahui bahwa peserta didik sekuensial konkret menyelesaikan masalah hanya berdasarkan informasi yang dapat mereka lihat pada soal.

Pada langkah menyusun bukti, peserta didik yang bergaya pikir sekuensial konkret tidak menyusun pembuktian logis dengan tepat dan lengkap, namun begitu peserta didik sekuensial konkret tetap mencoba memberikan bukti yang logis terhadap penyelesaian masalahnya meskipun bukti yang diberikan belum cukup kuat untuk membuktikan masalah yang diberikan. Selain itu peserta didik sekuensial konkret juga tidak memberikan argumentasi dengan tepat dan lengkap. Pemikir sekuensial konkret hanya memberikan argumentasi pada bukti yang disebutkan, namun argumentasi yang diberikan belum cukup kuat untuk meyakinkan kebenaran jawaban yang diberikan. Tidak disebutkan bahwa peserta didik sekuensial konkret adalah seorang yang senang berargumentasi, namun mereka adalah seorang yang selalu berusaha keras agar apa yang dikerjakan mendapat kesempurnaan pada tiap tahap pemecahan masalah dan menafsirkan segala sesuatu secara logis.⁸⁶

Pada langkah merefleksi, peserta didik bergaya pikir sekuensial konkret memberikan simpulan dari penyelesaian yang diberikan dengan tepat, peserta didik sekuensial konkret melakukan pemeriksaan ulang secara berurutan dari awal hingga simpulan terhadap langkah-langkah penyelesaian masalah pembuktian yang diberikan, peserta didik sekuensial konkret dapat dikatakan cukup teliti dalam memeriksa kembali penyelesaian masalah yang diberikan karena tidak ditemukan kesalahan penulisan ataupun ketidakcocokan antara jawaban tugas pemecahan masalah dengan hasil wawancara dan peserta didik sekuensial konkret merasa sangat yakin terhadap jawaban yang diberikan. Hal tersebut dikarenakan peserta didik yang mempunyai gaya berpikir sekuensial konkret

⁸⁵ Bobbi Depoter, Op. Cit., hal 128.

⁸⁶ Masganti Sit, *Perkembangan Peserta Didik*. (Medan: Perdana Publishing, 2012), h. 57

adalah seseorang detail dan teliti dalam mengerjakan suatu masalah.⁸⁷

Berdasarkan pembahasan di atas, penalaran *plausible* peserta didik yang bergaya pikir sekuensial konkret dalam memecahkan masalah pembuktian matematika menunjukkan kecocokan antara teori dengan hasil penelitian. Deporter dan Hernacki menyatakan bahwa peserta didik sekuensial konkret adalah seseorang yang mengolah informasi dengan cara teratur, linier, dan sekuensial.⁸⁸ Selalu berpegang pada kenyataan-kenyataan, dan realitas bagi mereka adalah yang bisa mereka ketahui melalui panca indera. Selain itu meskipun tidak disebutkan bahwa mereka senang berargumentasi, menurut Sit seorang sekuensial konkret adalah orang yang selalu mengumpulkan fakta-fakta agar mendapat kesempurnaan dalam setiap tahap penyelesaian masalah.⁸⁹ Hal ini sesuai dengan hasil penelitian bahwa peserta didik sekuensial konkret mencoba menyusun bukti logis dan argumentasi dari informasi-informasi pada soal, meskipun bukti dan argumentasi yang diberikan belum cukup lengkap dan kuat, sehingga pembuktian yang dilakukan kurang tepat.

C. Kelemahan Penelitian

Kelemahan pada penelitian ini salah satunya adalah pada waktu pengambilan data. Data diambil pada kelas X, sedangkan materi yang digunakan adalah materi kesebangunan dan kekongruenan kelas IX dimana ada rentang waktu yang cukup lama dari pertama kali peserta didik mendapat materi kesebangunan dan kekongruenan sampai pada saat pengambilan data. Sehingga beberapa peserta didik subjek penelitian mengaku ada beberapa bagian yang sudah lupa pada materi tersebut. Hal ini tentunya mempengaruhi proses penalaran *plausible* peserta didik dalam memecahkan masalah pembuktian matematika yang materinya adalah kesebangunan dan kekongruenan. Selain itu kelemahan penelitian ini juga adalah karena kondisi pandemi Covid-19 sehingga wawancara dan penyelesaian masalah pembuktian tidak bisa dilakukan secara langsung.

⁸⁷ Masganti Sit, Ibid

⁸⁸ Bobbi Deporter – Mike Hernacki, Op. Cit., h. 128.

⁸⁹ Masganti Sit, Op. Cit., h. 57

BAB VI PENUTUP

A. Simpulan

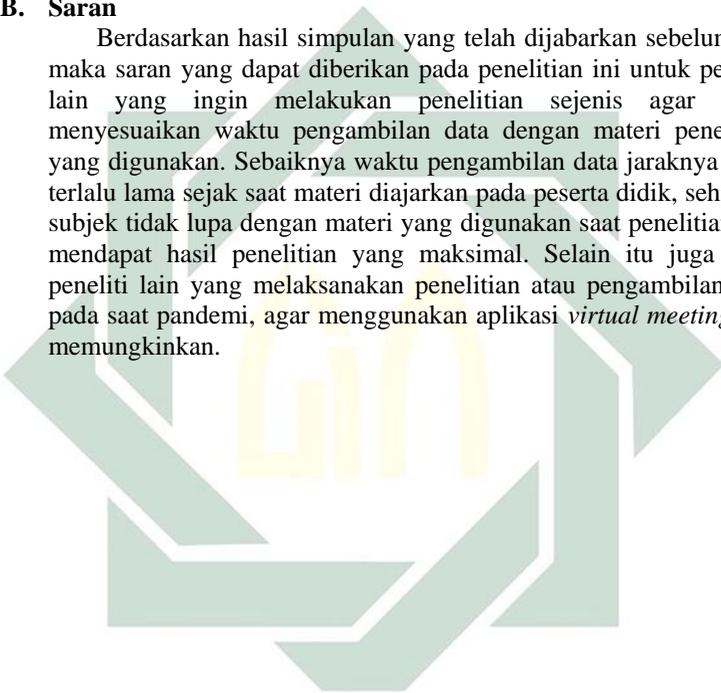
Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang dijelaskan pada bab sebelumnya, untuk itu dapat disimpulkan bahwa penalaran *plausible* peserta didik sekuensial abstrak dan sekuensial konkret dalam memecahkan masalah pembuktian matematika adalah sebagai berikut:

1. Penalaran *plausible* peserta didik yang bergaya pikir sekuensial abstrak dalam pemecahan masalah pembuktian matematika berawal dari langkah memahami masalah pembuktian peserta didik sekuensial abstrak berada pada situasi problematik, menyebutkan informasi yang diketahui dan yang akan dibuktikan, serta menyebutkan materi prasyarat dalam menyelesaikan masalah. Pada langkah membuat koneksi, menyebutkan teorema kongruensi dengan tepat. Pada langkah menentukan ide, peserta didik sekuensial abstrak menyebutkan ide penyelesaian masalah dan menjelaskan langkah penyelesaian masalah dengan tepat. Pada langkah menyusun bukti, peserta didik sekuensial abstrak menyusun bukti logis serta argumentasi logis secara lengkap dan tepat. Pada langkah merefleksi, peserta didik sekuensial abstrak membuat simpulan, melakukan pemeriksaan ulang, namun belum benar-benar teliti dan meyakini kebenaran jawaban yang diberikan.
2. Penalaran *plausible* peserta didik yang bergaya pikir sekuensial konkret dalam pemecahan masalah pembuktian matematika berawal dari langkah memahami masalah pembuktian peserta didik sekuensial konkret berada pada situasi problematik, menyebutkan informasi yang diketahui dan dibuktikan, serta menyebutkan materi prasyarat dalam menyelesaikan masalah dengan benar. Pada langkah membuat koneksi, menyebutkan teorema kongruensi dengan benar. Pada langkah menentukan ide, peserta didik sekuensial konkret menyebutkan ide pemecahan masalahnya namun tidak tepat karena tidak sesuai dengan teorema yang disebutkan dan tidak dalam menjelaskan langkah penyelesaian masalah. Pada

langkah menyusun bukti, peserta didik sekuensial konkret menyusun bukti logis namun kurang tepat serta argumentasi logis juga kurang tepat. Pada langkah merefleksi, peserta didik sekuensial konkret membuat simpulan, melakukan pemeriksaan ulang, dan meyakini kebenaran jawaban yang diberikan.

B. Saran

Berdasarkan hasil simpulan yang telah dijabarkan sebelumnya, maka saran yang dapat diberikan pada penelitian ini untuk peneliti lain yang ingin melakukan penelitian sejenis agar dapat menyesuaikan waktu pengambilan data dengan materi penelitian yang digunakan. Sebaiknya waktu pengambilan data jaraknya tidak terlalu lama sejak saat materi diajarkan pada peserta didik, sehingga subjek tidak lupa dengan materi yang digunakan saat penelitian dan mendapat hasil penelitian yang maksimal. Selain itu juga pada peneliti lain yang melaksanakan penelitian atau pengambilan data pada saat pandemi, agar menggunakan aplikasi *virtual meeting* jika memungkinkan.



DAFTAR PUSTAKA

- Al Barry, Dahlan, Pius A Partanto. *Kamus Ilmiah Popular*. Yogyakarta: Arkola Surabaya, 2001.
- Anwar, M., Tesis: “*Kreativitas Mahasiswa Calon Guru dalam Pemecahan Masalah Matematika ditinjau dari Gaya Berpikir*”, Surabaya: UNESA, 2016.
- Copi, I. M. *Introduction to Logic*. New York: Macmillan, 1978.
- Depari, Suasana dan Mukhtar. 2013. “Model Pembelajaran dan Gaya Belajar Terhadap Hasil Belajar Fisika”. *Jurnal Teknologi Pendidikan*. Vol. 6 No. 1, 1-133.
- Depdiknas. *Kamus Besar Bahasa Indonesia Pusat Bahasa Edisi IV*. Jakarta: Gramedia Utama, 2008.
- Deporter, Bobbi dan Mike Hernacki. *Quantum Learning*. Diterjemahkan oleh Alwiyah Abdurrahman. Bandung: Kaifa, 2015.
- Deyfrus, Tommy dan Kidron. 2010. “Justification Enlightenment and Combining Construction of Knowledge”. *Education Studies in Mathematics*. Vol. 74 No. 1, 75-93.
- Echols, J.M. dan Hasan Shadily. *Kamus Inggris-Indonesia*. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama, 2003.
- Faruq, Achmad, Skripsi: “*Analisis Struktur Argumentasi dan Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematika Siswa Sekolah Menengah*”, Surabaya: UIN Sunan Ampel Surabaya, 2013.
- Hakim, F. 2020. “Faktor Adversity Quotient dalam Kemampuan Pemecahan Masalah Pembuktian Matematis Topik Teori Grup”. *Indonesian Journal of Education and Science*. Vol. 2 No. 2, 90-98.

- Hamidi, A., dan S. Suryaningtyas. “Kemampuan Jusifikasi Matematis Siswa SMP pada Materi Segitiga”. Paper presented at Seminar Nasional Pendidikan Matematika Pascasarjana Universitas Negeri Malang, Malang, 2016.
- Handayani dan Aprilia Dwi. 2013. “Penalaran Kreatif Matematis”. *Jurnal Pengajaran MIPA*. Vol. 18 No. 2, 161-166.
- Hanna, Gila., Hans Niels Jahnke, Helmut Pulte. *Explanation and Proof in Mathematics*. New York: Springer, 2010.
- Hidayat, Agus., Cholis Sa’dijah, I Made Sulandra. 2019. “Proses Berpikir Siswa *Field Dependent* dalam Menyelesaikan Masalah Geometri Berdasarkan Tahapan Polya”. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, dan Pengembangan*. Vol. 4 No. 7, 923-937.
- Herizal, Suhendra, Elah, S. 2020. “Pengaruh Kemampuan Memahami Bukti Matematis terhadap Kemampuan Mengonstruksi Bukti Matematis pada Topik Trigonometri”. *Suska Journal of Mathematics Education*. Vol. 6 No. 1. 17-24.
- Hernadi, Julian. 2008. “Metoda Pembuktian dalam Matematika”. *Jurnal Pendidikan Matematika*. Vol. 2 No. 1, 1-13.
- Herlina, Aprizal Lukman, Maison. 2016. “Proses Berpikir Kreatif Siswa Tipe Sekuensial Abstrak dan Acak Abstrak Pada Pemecahan Masalah Biologi”. *Edu-Sains*. Vol. 5 Vol. 1, 20-27.
- Ilma, Rosidatul., A. Saepul Hamdani, Siti Lailiyah. 2017. “Profil Berpikir Aljabar Siswa Ditinjau dari Gaya Kognitif Adaptivizer dan Verbalizer”. *Jurnal Riview Pendidikan Matematika*, Vol. 2 No. 1, 1-14.
- Izzuddin, M., Skripsi: “*Profil Penalaran Plausible Siswa Dalam Memecahkan Masalah Matematika Divergen Dibedakan Berdasarkan Gaya Kognitif Field Dependent dan Field Independent*”. Surabaya: UINSA Surabaya, 2018.

- Juandi, D. 2008. "Pembuktian, Penalaran dan Komunikasi Matematik". *Jurnal Pendidikan Matematika FMIPA UPI*.
- Karsoni, Berta. 2017. "Strategi Pemecahan Masalah dalam Matematika". *Jurnal Ekspone*, Vol. 7 No. 2, 55-67.
- Kiswara. *Garis Besar Pola Pikir Manusia*. Reposted by Orihara Yuzuru (@Alam_Mukti), accessed on Mei 18, 2020; http://www.oriharayuzuru.net_internet.
- Kusaeri, K., & Sholeh, B. (2016). *Determinate Factors of Mathematics Problem Solving Ability Toward Spatial, Verbal and Mathematical Logic Intellegent Aspect*. Dimuat dalam Proceedings of Asian Education Syposium: Ideas for 21st Century Education. UPI Bandung, 333-336.
- Keraf, G. *Argumen dan Narasi*, Komposisi Lanjutan III. Jakarta: Gramedia, 1982.
- Lidinillah, Dindin A.M. 2008. "Strategi Pembelajaran Pemecahan Masalah di Sekolah Dasar", *Jurnal Pendidikan Dasar*. Vol. 1 No. 5, 1-10.
- Lithner, J. 2000. "Mathematical Reasoning in Task Solving". *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 41 No. 2, 165-190.
- Mattew, B. Miles dan Suherman. *Analisis Data Kualitataif*. Jakarta: UI-Press, 2009.
- Minarni, Ani. 2010. "Peran Penalaran Matematik untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematik Siswa ". Paper Presented at Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika, Medan, 2010. 478-484.
- Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia, Depdiknas., *Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia No. 58 Tahun 2014 Tentang Kurikulum 2013 Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah*. Jakarta: Depdiknas, 2014.

- Niam, F. 2019. "Penalaran *Plausible* Siswa SD dalam Menyelesaikan Soal *Problem Solving*". *Jurnal Riset dan Konseptual*. Vol. 4 No. 3, 379-387.
- Netti, S.. 2018. "Tahapan Berpikir Mahasiswa Dalam Mengonstruksi Bukti Matematis". *Jurnal Matematika dan Pembelajaran*. Vol. 6 No. 1, 1-10.
- NCTM. *Principle and Standarts for School Mathematics*. United State of America: The National Council of Teacher of Mathematics, 2000.
- Novita, Dwi-Nurul Azmi. "Proses Berpikir Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah matematika pada Materi Pembuktian Matematika Berdasarkan Gaya Belajar". Paper presented at Seminar Nasional & Expo II Hasil Penelitian dan Pengabdian Masyarakat, Medan, 2019.
- NCTM. *Principle and Standart for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Theacers of Mathematics, 2000
- Partanto, Pius. A. *Kamus Ilmiah Populer*. Surabaya: Arkola, 2001.
- Pusat Kurikulum. *Model Penilaian Kelas Sekolah Dasar dan Madrasah Ibtidaiyah*. Jakarta: Depdiknas, 2006.
- Permendikbud No. 37 Tahun 2018 Tentang Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar Pelajaran Pada Kurikulum 2013 Pada Kurikulum 2013 Pada Pendidikan Dasar dan Pendidikan Menengah.
- Prabowo, Krisna S., Trisna R.P. 2017. "Pemetaan Kemampuan Pembuktian Matematis Sebagai Prasyarat Mata Kuliah Analisis Riil Mahasiswa Pendidikan Matematika", *Jurnal Pendidikan Matematika*. Vol. 2 No. 1, 81-90.
- Polya, George. *How To Solve it*. Princeton NJ: Princeton University Press, 1973.

- Polya, G. *Mathematics and plausible reasoning*. New Jersey: Princeton University Press, 1954.
- Prasiska, Yunita. A., Skripsi: “*Analisis Penalaran Matematis Mahasiswa dalam Melakukan Pembuktian Menggunakan Induksi Matematika Ditinjau dari Gaya Berpikir Model Gregorc*”. Surabaya: UINSA Surabaya, 2017.
- Ruggiero, Vincent Ryan. *Becoming A Critical Thinker*. Busto: Houghton Mifflin Company, 1999.
- Research Advisory Committee of the National Council of Teachers of Mathematics. 1998. “NCTM Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics: Responses from the Research Community”. *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 19 No. 4, 338-344.
- Rofiki, Imam., Toto Nusantara, Subanji, Tjang Daniel Chandra. ” *Penalaran Plausible Versus Penalaran Berdasarkan Established Experience*”. Paper presented at Seminar Nasional Pendidikan Matematika, Malang, 2016.
- Sadieda, L. U., Tesis: “*Tipe Berpikir Mahasiswa Dalam Memecahkan Masalah Pembuktian pada Topik Kongruensi Segitiga*”. Tesis tidak dipublikasikan. Surabaya: Pascasarjana UNESA, 2009.
- Setiawan, Yayan Eryk. “*Analisis Kemampuan Siswa dalam Pembuktian Kesebangunan Dua Segitiga*”. *Jurnal Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam*. Vol. 8 No. 1, 23 - 38.
- Stephen, Krulik., Jesse A Rudnick. *Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teacher*. Massachussets: Allyn and Bacon, Inc. 1998.
- Siregar, Indra. 2016. “*Masalah Pembelajaran Pembuktian Matematika Bagi Mahasiswa Indonesia*”. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika STKIP Garut*. Vol.5 No.3, 315 - 324.

- Siswono, Tatag Y. E. *Model Pembelajaran Matematika Berbasis Pengajaran dan Pemecahan Masalah Untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif*. Surabaya: Unesa University Press, 2008.
- Sit, Masganti. *Perkembangan Peserta Didik*. Medan: Perdana Publishing, 2012.
- Suharman. *Psikologi Kognitif*. Surabaya: Srikandi, 2005.
- Suma, Ketut., I Gusti Putu Sudiarta, Ida Bagus Putu Aryana, I Nengah Martha. 2007. "Pengembangan Keterampilan Berikir Divergen Melalui Pemecahan Masalah Matematika-Sains Terpadu *Open-Ended Argumentasi*". *Jurnal Pendidikan dan Pengajaran Undiska*. Vol. 4 No. 5, 799-814.
- Sugiyono. *Metode Penelitian Kualitatif*. Bandung: Alfabeta, 2015.
- Shadiq, Fajar. *Kemahiran Matematika*. Yogyakarta: Departemen Pendidikan Nasional, 2009.
- Tobias, Cynthia U. *Cara Mereka Belajar*. Jakarta: Harvest Publication House, 2000.
- Toulmin S. E *The Use of Arguments*. New York: Cambridge University Press 1993.
- Uno, Hamzah. B. *Model Pembelajaran Menciptakan Proses Belajar Mengajar yang Kreatif dan Efektif*. Jakarta: Bumi Aksara, 2010.
- Velleman, Daniel. *How To Proof it a Structure Approach*. New York: Cambridge University Press, 2009.
- Walton, Douglas., Christopher W. Tindale. 2014. "Applying Recent Argumentation Methods to Some Ancient Examples of Plausible Reasoning". *Journal Argumentation*. Vol. 28 No. 1, 85-119.

- Wibrika, Skripsi: “*Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Menurut Polya dalam Pembelajaran Problem Based Learning Berdasarkan Gaya Berpikir Gregorc Siswa KelasVII SMP Negeri I Gondang Tahun Ajaran 2016/2017*”, Surakarta: UMS, 2017.
- Yanti, A. W., Kusaeri, K., & Kustianingsih, M. (2020). Profile of Cybernetic Thinking of Students in Mathematical Problem Solving Based on Serialist and Holist Thinking Style. *JTAM (Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika)*, 4(2), 122-132.
- Yusuf. 2013. “Comparison of Student Achievement Learning Model Based on Learning Style Gregorc in SMKN 7 Surabaya”. *Jurnal Mahasiswa UNESA*.
- Zhelev, Zh. 2012. “Heuristic Content of the Plausible Reasoning and Prediction in Mathematics Problem Solving”. *Trakia Journal of Science*. Vol. 10 No. 4, 1-4.

