

**SIFAT N -IDEAL LENGKAP DAN P -IDEAL TERHADAP N -IDEAL
LENGKAP PADA B -ALJABAR**

SKRIPSI



**UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A**

Disusun Oleh

HEDDY YUNIZAR RISMARI

H72217026

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL
SURABAYA**

2021

PERNYATAAN KEASLIAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini,

Nama : HEDDY YUNIZAR RISMARI

NIM : H72217026

Program Studi : Matematika

Angkatan : 2017

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul "SIFAT n -IDEAL LENGKAP DAN p -IDEAL TERHADAP n -IDEAL LENGKAP PADA B -ALJABAR". Apabila suatu saat nanti terbukti saya melakukan tindakan plagiat, maka saya bersedia menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian pernyataan keaslian ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 3 Februari 2021

Yang menyatakan,



HEDDY YUNIZAR RISMARI

NIM. H72217026

LEMBAR PERSETUJUAN PEMBIMBING

Skripsi oleh

Nama : HEDDY YUNIZAR RISMARI

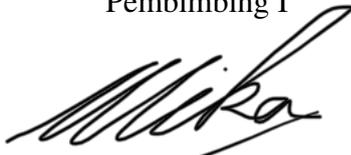
NIM : H72217026

Judul Skripsi : SIFAT n -IDEAL LENGKAP DAN p -IDEAL TERHADAP
 n -IDEAL LENGKAP PADA B -ALJABAR

telah diperiksa dan disetujui untuk diujikan.

Surabaya, 3 Februari 2021

Pembimbing I



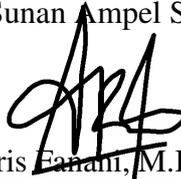
Wika Dianita Utami, M.Sc
NIP. 199206102018012003

Pembimbing II



Lutfi Hakim, M.Ag
NIP. 197312252006041001

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika
UIN Sunan Ampel Surabaya



Aris Fanani, M.Kom
NIP. 198701272014031002

PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI

Skripsi oleh

Nama : HEDDY YUNIZAR RISMARI
NIM : H72217026
Judul Skripsi : SIFAT n -IDEAL LENGKAP DAN p -IDEAL TERHADAP
 n -IDEAL LENGKAP PADA B -ALJABAR

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji
pada tanggal 6 Februari 2021

Mengesahkan,
Tim Penguji

Penguji I

Dr. Moh. Hafiyusholeh, M.St, M.PMat
NIP. 198002042014031001

Penguji II

Putroue Keumala Intan, M.Si
NIP. 198805282018012001

Penguji III

Wika Dianita Utami, M.Sc
NIP. 199206102018012003

Penguji IV

Lutfi Hakim, M. Ag
NIP. 197312252006041001

Mengetahui,
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
Sunan Ampel Surabaya



Evi Fathmatur Rusdiyah, M.Ag
NIP. 197312272005012003



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
PERPUSTAKAAN

Jl. Jend. A. Yani 117 Surabaya 60237 Telp. 031-8431972 Fax.031-8413300
E-Mail: perpus@uinsby.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika UIN Sunan Ampel Surabaya, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : HEDDY YUNIZAR RISMARI
NIM : H72217026
Fakultas/Jurusan : SAINTEK / MATEMATIKA
E-mail address : heddyyunizar99@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah :

Skripsi Tesis Desertasi Lain-lain (.....)

yang berjudul :

SIFAT n -IDEAL LENGKAP DAN p -IDEAL TERHADAP n -IDEAL
LENGKAP PADA B -ALJABAR

beserta perangkat yang diperlukan (bila ada). Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (database), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di Internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini yang saya buat dengan sebenarnya.

Surabaya, 18 Februari 2021

Pentulis

(HEDDY YUNIZAR R.)
nama terang dan tanda tangan

Himpunan merupakan sekumpulan objek yang terdefinisi dengan jelas. Arti dari objek merupakan anggota atau elemen dari suatu himpunan (Bhattacharya, 1995). Sedangkan himpunan tidak kosong yang dilengkapi paling sedikit satu operasi biner, dengan aksioma-aksioma yang ada merupakan definisi dari struktur aljabar (Nadya, 2010).

Struktur aljabar adalah ilmu yang mempelajari konsep himpunan yang dilengkapi dengan satu atau beberapa operasi biner. Adapun konsep struktur aljabar antara lain grup, ring, field, ruang vektor, modul, dan aljabar (Jaenal, 2019). Himpunan bilangan bulat \mathbb{Z} terhadap operasi penjumlahan (+) memenuhi sifat tertutup, asosiatif, eksistensi elemen identitas, dan eksistensi elemen invers, serta ketika bilangan bulat tersebut diabstraksi menjadi sebarang himpunan tak kosong dan operasi penjumlahan diabstraksi menjadi sebarang operasi biner, akibatnya muncullah definisi grup. Suatu himpunan tak kosong G yang dilengkapi dengan operasi biner $*$ disebut grup jika memenuhi sifat tertutup, asosiatif, eksistensi elemen identitas, dan eksistensi elemen invers, yang dinotasikan $(G, *)$. Lebih lanjut, jika memenuhi sifat komutatif maka disebut dengan grup komutatif atau grup abelian (Karl-Heinz, 2010).

Berdasarkan definisi grup, himpunan bilangan bulat terhadap operasi penjumlahan menjamin adanya eksistensi elemen identitas yaitu 0 dan eksistensi elemen invers yaitu $x^{-1} = -x$. Karena, eksistensi elemen identitas 0 adalah tunggal, maka terpenuhi bahwa $x - 0 = x$ dan $x + 0 = x$, untuk setiap bilangan bulat x . Selanjutnya, karena keeksistensian elemen identitas yang dijamin tunggal, sehingga dapat didefinisikan operasi biner baru pada himpunan semua bilangan bulat \mathbb{Z} yaitu $x \odot y = x - y, \forall x, y \in \mathbb{Z}$, maka akan terpenuhi sifat (1) $(x - y) - (x - z) = (x - ((0 - z) - (0 - y))) - x$, (2) $x - (x - y) = (x - (0 - y)) - x$, (3) $x - 0 = x$,

3.2. Metode Pengumpulan Data

Data yang dikumpulkan pada penelitian ini, yaitu melakukan pengamatan secara tidak langsung, seperti memperoleh data berdasarkan referensi-referensi yang berkaitan dengan konsep pada B -Aljabar. Dan dari berbagai literatur yang telah dikumpulkan, didapatkan jurnal utama yang berjudul "*Complete Ideal and n -Ideal of B -Algebra*" oleh Habeeb Kareem Abdullah (Abdullah, 2017). Dari jurnal tersebut, kemudian dilakukan analisis mengenai konsep dari B -Aljabar serta sifat dan teorema yang terkait. Selain itu juga dilakukan analisis terhadap hubungan antara Ideal Lengkap dengan n -Ideal pada B -Aljabar, serta hubungan antara n -Ideal Lengkap dengan p -Ideal pada B -Aljabar.

3.3. Tahapan Penelitian

1. Melakukan studi literatur yang berhubungan dengan konsep B -Aljabar, yang dapat berupa jurnal, buku, hasil penelitian terdahulu, maupun sumber literatur lain.
2. Memaparkan definisi dan contoh yang berhubungan dengan B -Aljabar, serta menjelaskan dan membuktikan sifat-sifat dan teorema yang ada pada B -Aljabar seperti 0-Komutatif, Subaljabar, Normal, dan Ideal.
3. Menjelaskan definisi dan contoh dari Ideal Lengkap, n -Ideal, dan p -Ideal pada B -Aljabar, membuktikan sifat-sifat dan teorema dari Ideal Lengkap, n -Ideal, dan p -Ideal, serta hubungan yang terkait antara Ideal Lengkap dengan n -Ideal dan n -Ideal Lengkap dengan p -Ideal.
4. Menarik kesimpulan dari hasil analisa yang dilakukan.

- i. Karena $I = \{0, 1\}$, maka jelas bahwa 0 anggota di I .
- ii. Untuk $x * y \in I$ dan $y \in I$, maka terdapat n anggota di $\mathbb{Z}^{>0}$, $x^n \neq 0$, sehingga diperoleh $x^n \in I$.

$$\bullet x * y = 1 * 0 = 1 \in I \text{ dan } y = 0 \in I \Rightarrow n = 4 \in \mathbb{Z}^{>0}, x^4 = 1^4 = ((1 * 1) * 1) * 1 = (0 * 1) * 1 = 2 * 1 = 1 \in I$$

$$\bullet x * y = 1 * 1 = 0 \in I \text{ dan } y = 1 \in I \Rightarrow n = 4 \in \mathbb{Z}^{>0}, x^4 = 1^4 = ((1 * 1) * 1) * 1 = (0 * 1) * 1 = 2 * 1 = 1 \in I$$

Karena aksioma (i) dan (ii) terpenuhi. Sehingga terbukti bahwa $I = \{0, 1\}$ merupakan n -Ideal dari B -Aljabar.

Contoh 4.2.5 Berdasarkan Contoh 2.1.6 $\left(M_{2 \times 2}(\mathbb{Z}), -, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right)$ merupakan B -Aljabar. Akan ditunjukkan $I = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & m_{12} \\ 0 & m_{22} \end{bmatrix} \mid m_{12}, m_{22} \in \mathbb{Z} \right\}$ n -Ideal dari B -Aljabar.

- i. Karena $I = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & m_{12} \\ 0 & m_{22} \end{bmatrix} \mid m_{12}, m_{22} \in \mathbb{Z} \right\}$, jelas bahwa terdapat $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \in I$.
- ii. Untuk $X - Y \in I$ dan $Y \in I \Rightarrow \exists n \in \mathbb{Z}^{>0}, X^n \neq 0$, sedemikian sehingga $X^n \in I$.

di sisi Allah sebagai seorang yang jujur. Dan sesungguhnya dusta itu menunjukkan kepada kejahatan dan sesungguhnya kejahatan itu menunjukkan kepada neraka dan sesungguhnya seseorang yang selalu berdusta, maka dicatatlah di sisi Allah sebagai seorang yang pendusta” (HR. Bukhori dan Muslim).

Berdasarkan ayat dan hadist di atas menganjurkan umat manusia untuk senantiasa bersikap jujur dalam berbagai keadaan dan situasi apapun. Begitu pula, sesuai dengan pernyataan pada definisi *B-Aljabar* yang menyatakan nilai kebenaran dari sebuah definisi adalah benar, karena telah terbukti kebenarannya. Sehingga dengan adanya nilai kejujuran, maka akan mempermudah umat manusia untuk menilai atau memilah suatu pernyataan sesuai dengan nilai kebenarannya.

