PENGENDALIAN OPTIMAL SEBAGAI UPAYA PENINGKATAN PRODUKSI PADI PADA MODEL MATEMATIKA *PREY-PREDATOR*

SKRIPSI

UIN SUNAN AMPEL
SURABAYA

Disusun Oleh

HILMY DAFFA MUHAMMAD SYAFII

H02217007

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL

SURABAYA

2022

PERNYATAAN KEASLIAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini,

Nama	:	HILMY DAFFA MUHAMMAD SYAFII
NIM	:	H02217007
Program Studi	:	Matematika
Angkatan	:	2017

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul " PENGENDALIAN OPTIMAL SEBAGAI UPAYA PENINGKATAN PRODUKSI PADI PADA MODEL MATEMATIKA *PREY-PREDATOR*". Apabila suatu saat nanti terbukti saya melakukan tindakan plagiat, maka saya bersedia menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian pernyataan keaslian ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 12 Juli 2022

Yang menyatakan,

HILMY DAFFA MUHAMMAD SYAFII

NIM. H02217007

LEMBAR PERSETUJUAN PEMBIMBING

Skripsi oleh

Nama	:	HILMY DAFFA MUHAMMAD SYAFII
NIM	:	H02217007
Judul Skripsi	:	PENGENDALIAN OPTIMAL SEBAGAI UPAYA PENINGKATAN PRODUKSI PADI PADA MODEL MATEMATIKA *PREY-PREDATOR*

telah diperiksa dan disetujui untuk diujikan.

Surabaya, 12 Juli 2022

Pembimbing I	Pembimbing II
Aris Fanani, M.Kom	Dr. Abdullah Hamid, M. Pd
NIP. 198701272014031002	NIP. 198500828201403103

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika
UIN Sunan Ampel Surabaya

Aris Fanani, M.Kom
NIP. 198701272014031002

PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI

Skripsi oleh

Nama	:	HILMY DAFFA MUHAMMAD SYAFII
NIM	:	H02217007
Judul Skripsi	:	PENGENDALIAN OPTIMAL SEBAGAI UPAYA PENINGKATAN PRODUKSI PADI PADA MODEL MATEMATIKA *PREY-PREDATOR*

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji
pada tanggal 12 juli 2022

Mengesahkan,
Tim Penguji

Penguji I

Putroue Keumala Intan, M.Si
NIP. 198805282018012001

Penguji II

Nurissaidah Ulinnuha, M. Kom
NIP. 199011022014032004

Penguji III

Aris Fanani, M.Kom
NIP. 198701272014031002

Penguji IV

Dr. Abdullah Hamid, M. Pd
NIP. 198500828201403103

Mengetahui,
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Ampel Surabaya

Dr. A. Saepul Hamdani, M.Pd
NIP. 196507312000031002

KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
PERPUSTAKAAN
Jl. Jend. A. Yani 117 Surabaya 60237 Telp. 031-8431972 Fax.031-8413300
E-Mail: perpus@uinsby.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika UIN Sunan Ampel Surabaya, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama	:	HILMY DAFFA MUHAMMAD SYAFII
NIM	:	H02217007
Fakultas/Jurusan	:	SAINTEK / MATEMATIKA
E-mail address	:	hilmydaffa210199@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah :
☑ Sekripsi ☐ Tesis ☐ Desertasi ☐ Lain-lain (……………………………)
yang berjudul :
PENGENDALIAN OPTIMAL SEBAGAI UPAYA PENINGKATAN PRODUKSI PADI PADA MODEL MATEMATIKA PREY - PREDATOR

beserta perangkat yang diperlukan (bila ada). Dengan Hak Bebas Royalti Non-Ekslusif ini Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (database), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di Internet atau media lain secara ***fulltext*** untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini yang saya buat dengan sebenarnya.

Surabaya, 19 Juli 2022

Penulis

(Hilmy Daffa M. S)
nama terang dan tanda tangan

ABSTRAK

PENGENDALIAN OPTIMAL SEBAGAI UPAYA PENINGKATAN PRODUKSI PADI PADA MODEL MATEMATIKA *PREY-PREDATOR*

Padi merupakan makanan pokok masyarakat Indonesia. Pada tahun 2019, ketahanan pangan, khususnya masalah beras, telah menjadi masalah utama bagi masyarakat Indonesia karena produksi beras Indonesia yang rendah dan jumlah penduduk yang besar. Salah satu penyebab turunnya produksi beras adalah adanya serangan hama. Pada penelitian ini, melakukan pengendalian optimal sebaran hama tanaman padi untuk menjaga ekosistem padi. Kontrol optimal penyebaran hama menggunakan model matematika *prey-predator*. Pada penelitian ini, melakukan kontrol jumlah hama yaitu penggerek batang, tikus, dan wereng menggunakan pestisida. Hasil penelitian menunjukkan pengurangan jumlah hama penggerek batang jika pada kondisi tanpa adanya kontrol $u = 0$ jumlahnya perkembangan mencapai 30,380 (jutaan ekor). Sedangkan saat kondisi $u \neq 0$ atau dengan kontrol, petumbuhan hama berkurang sebesar 4,570 juta ekor. Pada pengendalian hama tikus dengan adanya kontrol, jumlah perkembangan mencapai 8.749 juta ekor lebih sedikit daripada tanpa kontrol. Pada pengendalian hama wereng, selisih perbedaan jumlah hama antara tanpa kontrol dan dengan kontrol adalah 8,776.7 juta ekor. Hal ini menunjukkan pengendalian hama penggerek batang, tikus, dan wereng berfungsi optimal. Akibat adanya kontrol pada hama tanaman padi, jumlah produksi dapat meningkat hingga 495.5 jutaan rumpun lebih banyak daripada tanpa kontrol.

Kata kunci: Padi, Kontrol Optimal, *Prey-Predator*

ABSTRACT

OPTIMAL CONTROL AS EFFORT TO INCREASE RICE PRODUCTION IN PREY-PREDATOR MATHEMATICS MODEL

Rice is the staple food of Indonesian people. In 2019, food security, especially the issue of rice, has become a major problem for the Indonesian people due to Indonesia's low rice production and large population. One of the causes of the decline in rice production is the presence of pests. In this study, optimal control of the distribution of rice pests is carried out to maintain the rice ecosystem. Optimal control of the spread of pests using a mathematical model of prey-predator. In this study, controlling the number of pests, namely stem borer, rats, and leafhoppers using pesticides. The results showed a reduction in the number of stem borer pests if in the absence of control $u = 0$ the number of developments reached 30,380 (millions of heads). Meanwhile, under conditions of $u \neq 0$ or with control, the growth of pests was reduced by 4,570 million heads. In the control of rats with control, the number of developments reached 8,749 million, less than without control. In the control of planthoppers, the difference in the number of pests between without control and with control was 8,776.7 million heads. This indicates that the control of stem borer, rats, and leafhoppers is functioning optimally. Due to the control of rice pests, the total production can increase up to 495.5 million clumps more than without control.

Keywords: Rice, Optimal control, Prey-Predator

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMBANG

P : Jumlah padi

B : Jumlah penggerek batang

T : Jumlah tikus

W : Jumlah wereng batang coklat

K : Daya dukung lingkungan untuk padi

R :Tingkat pertumbuhan intristik padi

α : tingkat interaksi penggerek batang terhadap padi

β : tingkat interaksi tikus terhadap padi

θ : tingkat interaksi wereng batang coklat terhadap padi

c : tingkat kematian alami penggerek batang

b : tingkat kematian alami tikus

m : tingkat kematian alami wereng batang coklat

γ : tingkat interaksi padi terhadap penggerek batang

δ : tingkat interaksi padi terhadap tikus

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Tumbuhan merupakan salah satu organisme ciptaan Allah SWT yang banyak memberikan manfaat bagi organisme lain, baik manusia maupun hewan. Allah SWT telah memberkati kita dengan berbagai jenis tanaman yang dapat dimakan dan mengandung banyak nutrisi. Salah satunya adalah karbohidrat yang dibutuhkan tubuh sebagai sumber energi. Seperti dijelaskan dalam Al-Quran QS. Asy Syuaraa/ 26:7-8 yang berbunyi:

أَوَلَمْ يَرَوْا إِلَى الْأَرْضِ كَمْ أَنبَتْنَا فِيهَا مِن كُلِّ زَوْجٍ كَرِيمٍ كَرِيمٍ ﴿٧﴾ إِنَّ فِي ذَٰلِكَ
لَآيَةً ۖ وَمَا كَانَ أَكْثَرُهُم مُّؤْمِنِينَ ﴿٨﴾

Artinya: Dan apakah mereka tidak memperhatikan bumi, berapa banyaknya kami tumbuhkan di bumi itu berbagai macam tumbuh-tumbuhan yang baik? (7). Sesungguhnya pada yang demikian itu benar-benar terdapat suatu tanda kekuasaan Allah, dan kebanyakan mereka tidak beriman (8) (QS. Asy Syuaraa/ 26:7-8).

Ayat tadi pada atas mengungkapkan bahwa Allah Swt sudah membentuk banyak sekali flora-flora yang berguna buat kehidupan makhluk pada muka bumi. Selain mengungkapkan mengenai manfaat ayat tersebut juga mengajarkan bahwa wajib menjaga dan memperhatikan menggunakan cara memelihara tumbuh-flora yg terdapat pada muka bumi dan merogoh pelajaran darinya, galat satu antara lain flora yg berguna bagi makhluk hayati merupakan flora padi. Dalam firman Allah Swt Q.S Al-Anaam/ 6:95 yang berbunyi:

إِنَّ اللَّهَ فَالِقُ الْحَبِّ وَالنَّوَىٰ ۖ يُخْرِجُ الْحَيَّ مِنَ الْمَيِّتِ وَمُخْرِجُ الْمَيِّتِ مِنَ الْحَيِّ ۚ
ذَٰلِكُمُ اللَّهُ ۖ فَأَنَّىٰ تُؤْفَكُونَ ﴿٩٥﴾

Artinya: Sesungguhnya Allah menumbuhkan butir tumbuh-tumbuhan (padi) dan biji buah-buahan (kurma). Dia mengeluarkan yang hidup dari yang mati dan mengeluarkan yang mati dari yang hidup. (Yang memiliki sifat-sifat) demikian ialah Allah, maka mengapa kamu masih berpaling(Q.S Al-Anaam/ 6:95).

Padi *(Oryza sativa L)* merupakan bahan makanan pokok masyarakat Indonesia dan banyak dibudidayakan oleh masyarakat Indonesia. Kebutuhan akan bahan pangan pokok ini jika tidak dapat terpenuhi maka berakibat menurunnya gizi masyarakat (Heviyanti & Cut, 2016). Padi ialah komoditas tumbuhan pangan penghasil beras yang memegang peranan berarti dalam kehidupan ekonomi Indonesia. Padi selaku santapan pokok sangat susah digantikan oleh bahan pokok yang lain. Antara lain jagung, umbi- umbian, sagu serta sumber karbohidrat yang lain. Sehingga keberadaan padi jadi prioritas utama warga dalam penuhi kebutuhan konsumsi karbohidrat yang bisa mengenyangkan serta ialah sumber karbohidrat utama yang gampang diganti jadi tenaga. Padi selaku tumbuhan pangan dikonsumsi kurang lebih 90% dari keseluruhan penduduk Indonesia untuk makanan pokok sehari-hari (Saragih, 2001).

Ketahanan, kemandirian, dan kedaulatan pangan Indonesia belum kuat. Hal ini ditunjukkan dengan tingginya impor pangan dan rendahnya produksi pangan.

Pada tahun 2019, ketahanan pangan, khususnya masalah beras, telah menjadi masalah utama bagi masyarakat Indonesia karena produksi beras Indonesia yang rendah dan jumlah penduduk yang besar. Salah satu kendala utama budidaya padi di ekosistem padi adalah persaingan dengan populasi yang berbeda, penyebaran hama, yang dapat menyebabkan penurunan produksi yang signifikan. Pengendalian yang optimal dari aplikasi pestisida terhadap hama predator akan diterapkan dalam penelitian ini untuk menjaga kelestarian ekosistem padi. Salah satu bidang ilmu yang mempelajari interaksi atau persaingan antar individu adalah bidang ekologi (Candra & Lapanjang, 2017).

Kompetisi dalam sesuatu ekosistem ialah salah satu wujud interaksi antar individu yang bersaing memperebutkan kebutuhan hidup yang sama. Pada pribadi hewan, kebutuhan hidup yang kerap diperebutkan antara lain merupakan makanan, sumber air, tempat berlindung ataupun bersarang serta pendamping guna berkembang biak. Contoh kompetisi dalam satu ekosistem ialah tanaman padi dengan hama wereng interaksi antar organisme disebut dengan predasi , yaitu hubungan antara pemangsa (predator) dan mangsa (prey) (Nurhamiyawan, 2013). Sehingga dapat menciptakan keseimbangan hubungan yang harmonis. Dalam al-Quran surat Al-Mulk/67:3-4 Allah Swt. berfirman:

الَّذِي خَلَقَ سَبْعَ سَمَاوَاتٍ طِبَاقًا ۖ مَّا تَرَىٰ فِي خَلْقِ الرَّحْمَٰنِ مِن تَفَاوُتٍ ۖ فَارْجِعِ
الْبَصَرَ هَلْ تَرَىٰ مِن ﴿٣﴾ ثُمَّ ارْجِعِ الْبَصَرَ كَرَّتَيْنِ يَنقَلِبْ إِلَيْكَ الْبَصَرُ خَاسِئًا
وَهُوَ حَسِيرٌ ﴿٤﴾

Artinya: Yang telah menciptakan tujuh langit berlapis-lapis. Kamu sekali-kali tidak melihat pada ciptaan Tuhan yang Maha Pemurah sesuatu yang tidak seimbang. Maka lihatlah berulang-ulang, adakah kamu lihat sesuatu yang tidak seimbang?.

Kemudian pandanglah sekali lagi niscaya penglihatanmu akan kembali kepadamu dengan tidak menemukan sesuatu cacat dan penglihatanmu itupun dalam keadaan payah (QS. Al-Mulk/67:3-4).

Pada ayat tersebut ditekankan Maka lihatlah berulang-ulang, adakah kamu lihat sesuatu yang tidak seimbang?. Ayat ini memberikan penekanan bahwa Allah Swt. menciptakan alam raya dan segala isinya secara seimbang. Allah Swt. menciptakan makhluk hidup sebagai pemangsa (predator) dan mangsa (prey) juga secara seimbang. Maka kita harus menjaga keseimbangan dari populasi predator dan populasi prey, demi menjaga kelangsungan hidup dari keduanya sehingga akan tercipta lingkungan yang stabil. Lingkungan yang stabil dapat tercipta jika kita dapat menghilangkan bahaya yang dapat menimbulkan bahaya untuk yang lain seperti halnya dalam hadits.

عَنْ أَبِي سَعِيْدٍ سَعَدْ بْنِ سِنَانِ الْخُدْرِي رَضِيَ اللهُ عَنْهُ أَنَّ رَسُوْلَ اللهِ صَلَّى الله
عليه وسلّمَ قَالَ : لاَ ضَرَرَ وَلاَ ضِرَارَ

Artinya: Dari Abu Said, Saad bin Sinan al-Khudri RA, sesungguhnya Rasulullah SAW bersabda: "Tidak boleh melakukan perbuatan yang bisa membahayakan diri sendiri dan membahayakan orang lain(HR Ibnu Majah, No 2340 dan 2341).

Hadits tersebut menjelaskan bahwa diperbolehkan dan diharuskan jika bahaya yang ada dapat membahayakan atau merugikan orang lain maka bahaya tersebut dapat dihilangkan. Sama halnya dengan hama jika terlalu berlebihan dapat menyebabkan berkurangnya hasil panen sehingga dikarenakan merugikan yang terlalu berlebihan maka hama tersebut dapat dihilangkan atau dapat dikurangi terdapat juga kaidah fikih.

"الضَرَرُ يُزَالُ"

Artinya: Bahaya Harus Dihilangkan.

Sama halnya dengan pengertian kaidah diatas yakni bahaya itu harus dihilangkan sehingga tidak merugikan yang lain begitupun dengan hama tanaman padi.

Model predator-prey pertama kali diperkenalkan oleh A. J. Lotka pada tahun 1925 dan V. Volterra pada tahun 1926. Model tersebut dikenal dengan istilah Model Lotka-Volterra. Model Lotka-Volterra adalah model populer yang menggambarkan interaksi predator dan prey atau interaksi kompetitif antara dua spesies (Haberman, 1998). Penyelesaian eksak sistem persamaan diferensial Lotka Volterra dapat diselesaikan secara eksplisit atau analitik menggunakan prinsip stasioner Pontryagin, yaitu dengan membuat persamaan Hamilton sehingga diperoleh fungsi pengontrol. Secara umum, masalah kontrol optimal sama dengan masalah optimasi. Optimalisasi adalah proses menemukan solusi terbaik untuk kasus Anda. Dalam teori kendali optimal, optimasi adalah yang dapat mengoptimalkan indeks kinerja (maksimum/minimum) (Rose, 2015). Indeks performa atau fungsi objektif merupakan sebuah target atau tujuan yang ingin dicapai dari sebuah permasalahan kontrol optimal, selanjutnya hasil yang diperoleh dari solusi analitik diselesaikan dengan metode numerik (Naidu, 2002).

Metode numerik merupakan suatu metode untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang diformulasikan secara matematis dengan cara operasi hitungan (Triatmodjo, 2002). Metode numerik juga mampu menyelesaikan suatu sistem persamaan diferensial yang besar, non linier, dan sangat kompleks dengan syarat awal yang telah diketahui. Pencarian dengan menggunakan metode numerik menghasilkan nilai perkiraan atau pendekatan dari penyelesaian analitis sehingga penyelesaian tersebut memuat nilai kesalahan. Metode numerik yang digunakan untuk melanjutkan hasil dari penyelesaiaan analitis merupakan metode Runge Kutta Orde Empat dengan cara mendiskritkan persamaan (Oktaviani, Prihandono).

Terdapat beberapa penelitian terdahulu yang meneliti tentang kontrol optimal pada model *prey-predator* diataranya, penelitian dari Lei Zhang dan Bin Liu (2015) tentang penyelesaian kontrol optimal terhadap dua Prey dan satu predator. Ziaul. A dalam penelitiannya melakukan pemodelan serta kontrol optimal penyebaran hama dengan menerapkan satu kontrol berupa parasitoid dari hama yang akan dikontrol. Selain itu ada pula penelitian dari Febriyanti, dkk. (2019) yang melakukan pemodelan matematika dengan kontrol pemanenan pada populasi prey dan predator dengan prinsip maksimum pontryagin. Selanjutnya ada Oryza dan Mardlijah (2019) yang meniliti tentang kontrol optimal pada ikan prey dan ikan predator dengan kontrol pemberian makanan tambahan pada ikan predator.

Pada skripsi ini penulis mengembangkan penelitian Model matematis *prey-predator* tanaman padi, hama penggerek batang, tikus, dan wereng batang coklat di Kabupaten Karawang yang dilakukan oleh Tesa dan Betha (2018) di Kabupaten Karawang yang bertujuan untuk meningkatkan produksi hasil panen padi. Pada penelitian kali ini dengan menambahkan kontrol optimal pada model *prey-predator* dengan pemberian pestisida diharapkan dapat mengurangi jumlah populasi penyebaran hama pada tanaman padi. Berdasarkan paparan diatas, penulis akan melakukan penelitian dengan judul Pengendalian Optimal sebagai Upaya Peningkatan Produksi Padi pada Model Matematika *prey-predator*.

1.2. Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah pada penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana kontrol optimal untuk pengendalian hama pada model *prey-predator*?
2. Bagaimana hasil simulasi numerik yang diperoleh dari kontrol optimal pengendalian hama pada model *prey-predator*?

1.3. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan dari penelitian ini yaitu:

1. Mengetahui kontrol optimal untuk pengendalian hama pada model *prey-predator*.
2. Mengetahui hasil simulasi numerik yang diperoleh dari kontrol optimal pengendalian hama pada model *prey-predator*.

1.4. Manfaat Penelitian

Hasil penelitian diharapkan dapat memiliki manfaat sebagai berikut:

1. Bagi Peneliti

   Meningkatkan pengetahuan tentang pengendalian hama yang optimal dalam model *prey-predator*.

2. Bagi Program Studi Matematika

   Menambah referensi serta arsip penelitian Program Studi Matematika di bidang ilmu terapan khususnya kontrol optimal.

3. Bagi Pembaca

   orang yang terjun dalam bidang pertanian dapat meningkatkan pengetahuan tentang pengendalian yang optimal dalam pengendalian hama.

1.5. Batasan Masalah

Adapun batasan masalah yang digunakan dalam skripsi ini, yaitu:

1. Model merupakan pengembangan dari penilitian padi dan hama tanaman padi di Kabupaten Karawang (2018).
2. Data yang digunakan berasal dari penelitian padi dan hama tanaman padi di Kabupaten Karawang (2018).
3. Penyelesaian numerik menggunakan metode Rungge Kutta orde 4.

1.6. Sistematika Penulisan

Agar lebih mudah dipahami oleh pembaca, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari lima bab, diantaranya:

1. BAB I Pendahuluan

   Bab ini berisi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah dan sistematika penulisan.

2. BAB II Tinjauan Pustaka

   Bab ini menjelaskan beberapa teori yang berhubungan dengan penelitian diantaranya Tanaman Padi, Hama, *prey-predator*, Kontrol Optimal, Prinsip *minimum Pontryagin*, dan Runge Kutta Orde Empat.

3. BAB III Metode Penelitian

   Bab ini menjelaskan langkah-langkah dalam penelitian yang meliputi Waktu dan Tempat Penelitian, Sumber Data Penelitian dan Kerangka Penelitian.

4. BAB IV Hasil dan Pembahasan

   Bab ini menjelaskan hasil dan pembahasan perhitungan kontrol optimal menggunakan prinsip *minimum pontryagin* dan penyelesaian numerik model *prey-predator* dengan menggunakan runge kutta orde 4.

5. BAB V Penutup

   Bab ini menjelaskan kesimpulan dari hasil yang diperoleh dan saran untuk penelitian yang akan datang.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Tanaman Padi

Padi adalah biota pokok di sawah sebab padi merupakan tumbuhan pokok. Tumbuhan penghasil makanan pokok hampir setengah penduduk dunia. Tumbuhan ini bisa hidup pada dua ekosistem, ialah ekosistem darat serta air. Padi bisa hidup baik di sawah ataupun di darat(tanpa air tergenang) sehingga bersumber pada tempat tumbuhnya diketahui dua tipe padi, ialah padi sawah serta padi gogo. Apalagi terdapat yang berkata kalau padi ialah tumbuhan peralihan antara ekosistem darat serta air (Setiawan, 2005). Tanah yang sesuai untuk tanaman padi, secara fisik mempunyai tekstur lempung hingga lempung liat berpasir, strukturnya ringan, memiliki pori-pori mikro yang cukup dengan komposisi 20%. Secara kimia, mengandung bahan organik 1-1,5%, relatif mengandung KTK (Kapasitas Tukar Kation Tanah) $10 - 20$ me/100 g, hara tersedia P_2O_5Olsen 5-10 ppm, K-dd 0,15-0,30 me/100 g, dan pH tanah berkisar antara 5-7 (Pertanian, 2008). Berdasarkan kajian Pusat Penelitian Tanah dan Agroklimat, Badan Penelitian dan Pengembangan Pertanian, bahwa tanah yg cocok buat tumbuhan padi lebih dipengaruhi sang pengelolaannya dibandingkan 9 syarat iklim dan tanahnya. Reaksi tanah (pH) yg masih bisa ditoleransi tumbuhan padi merupakan berkisar antara 4,5-8.

Di Indonesia yang beriklim tropis, padi ditanam diseluruh daerah dataran rendah sampai dataran tinggi. Umumnya padi diusahakan sebagai padi sawah 85-

90% dan sebagian kecil 10-15% sebagai padi gogo. Padi tergolong tanaman yang toleran terhadap kondisi air pengeringan, dapat ditanam pada tanah tergenang sebagai padi sawah, di tanah darat sebagai padi gogo, dan padi gogorancah (ditanam sebagai padi gogo kemudian digenangi seperti padi sawah). Pertumbuhan padi dibagi menjadi tiga fase, yaitu vegetatif, reproduktif dan pemasakan. Fase vegetatif dimulai dari saat berkecambah sampai dengan inisiasi primordial malai. Fase reproduktif dimulai dari inisiasi primordial malai sampai berbunga. Fase pemasakan dimulai dari berbunga sampai panen. Lama fase vegetatif tidak sama untuk setiap varietas. Sehingga menyebabkan terjadinya perbedaan umur panen, sedangkan fase reproduktif dan pemasakan umumnya sama untuk setiap varietas. Rata-rata umur tanaman padi sawah dari masa penanaman sampai masa panen adalah 110-120 hari (Ismunadji, 1989).

2.2. Hama Tanaman Padi

Hama dan penyakit tanaman padi sangat beragam. Disamping faktor lingkungan (curah hujan, suhu, dan musim) yang sangat mempengaruhi terhadap produksi padi adalah pengendalian hama dan penyakit pada tanaman padi sangat perlu dilakukan. Apabila hama dan penyakit tanaman padi tidak dikendalikan dengan baik akan menurunkan kualitas dan kuantitas dari hasil panen. Berikut merupakan hama yang umumnya menyerang tanaman padi:

2.2.1. Hama Penggerek Batang Padi

Penggerek batang padi merupakan hama tanaman padi yang termasuk *ordo Lepidoptera* dari *famili Noctuidae* dan *Pyralidae*. Serangga ini umumnya tertarik pada lampu pada malam hari, berbentuk kupu-kupu kecil yang disebut ngengat dan tersebar di daratan Asia, Amerika, dan Australia, salah satunya di Indonesia terdapat lima spesies penggerek batang padi yang menjadi kendala di lahan irigasi maupun lahan lebak dan pasang surut. Penggerek batang padi tersebut adalah penggerek batang padi kuning *Scirpophaga incertulas* (*Walker*) (*Lepidoptera: Pyralida*), penggerek batang padi putih *Scirpophaga innotata* (*Walker*), *Chilo suppressalis Walke*, *Chilo polychrysus* (*Meyrick*), dan *Sesamia inferens* (*Walker*)(Baehaki, 2013).

Hama *Scirpophaga incertulas* ini berkembang dari pantai hingga daerah pedalaman dengan ketinggian 200 m dpl, dengan curah hujan kurang dari 200 mm yaitu pada bulan Oktober- November. Kupu-kupu kecil atau ngengat mulai meletakkan telur pada daerah persemaian tanaman padi, setelah 1 minggu akan menetas dan masuk kedalam batang padi. Pada daun padi muda yang terserang akan menguning dan mati, namun batang padi bagian bawah masih hidup atau membentuk anak tanaman baru tapi pembentukan daun tidak terjadi. Jika menyerang titik tumbuh tanaman padi yang sedang bunting akan mengakibatkan gabah-gabah kosong dan berwarna keabu-abuan (Kartasapoetra, 1993).

2.2.2. Hama Wereng

Beberapa jenis wereng merupakan hama utama padi dan tersebar luas di dunia. Di Indonesia, populasi wereng sering ditemukan dalam jumlah yang tinggi sehingga mengakibatkan rusaknya tanaman padi menjadi kering atau disebut hopperburn. Jenis wereng yang sangat merusak adalah wereng cokelat, wereng putih, dan wereng hijau, serta wereng loreng (Baehaki, 2013). Wereng batang cokelat (WBC) (*Nilaparvata lugens Stal*) merupakan hama penting tanaman padi di Indonesia. Wereng ini mampu berkembang biak membentuk populasi cukup besar dalam waktu singkat dan merusak tanaman pada semua fase pertumbuhan (Pinandita, 2009).

Wereng tinggal di pangkal batang padi, ukurannya kecil-kecil, jumlahnya banyak, aktif bergerak. Serangga ini mempunyai siklus hidup 3-4 minggu yang dimulai dari telur (7-10 hari), nimfa (8-17 hari), imago (18-28 hari). Nimfa (wereng pra dewasa) dan imago (wereng dewasa) menghisap cairan dari batang padi. Wereng adalah jenis serangga yang besarnya hanya sekitar butiran beras yang merupakan hama pada tanaman padi. Hewan ini mempunyai daya penyebaran yang sangat cepat dan ganas sebagai hama tanaman padi yang sangat sulit untuk diberantas karena bertengger pada panggal daun padi. Wereng merupakan serangga penghisap tumbuhan dari anggota *Ordo Hemiptera* (Kepik Sejati) *Subordo Fulgoromorpha*, khusunya yang berukuran kecil. Hewan ini juga bisa menjadi faktor bagi penyebaran virus yang menjadi penyakit pada tumbuhan (Pinandita, 2009).

2.2.3. Hama Tikus

Tikus termasuk golongan binatang mengerat atau Rodensia yang merupakan kelompok terbesar dari kelas Mamalia, karena memiliki jumlah spesies terbesar yaitu 2.000 spesies dari 5000 spesies binatang yang termasuk kelas Mamalia (Aplin & Brown, 2003). Tikus merupakan hewan yang aktif pada malam hari (nocturnal) yang didiukung oleh kemampuan indra yang dimilikinya (Brooks, 1979). Tikus Sawah (*Rattus argentiventer*) merupakan hama utama padi dan juga berperan sebagai vektor penyebab penyakit pada manusia dan hewan ternak. Tikus bersifat omnivora, meskipun demikian tanaman padi merupakan sumber utama pakan tikus yang paling disukainya (Sudarmaji, 2005).

Pada umumnya binatang pengerat (seperti halnya tikus sawah) mempunyai potensi perkembangbiakan cepat sehingga populasinya kan berkembang dengan cepat pula. Tikus betina bunting selama 21 hari dan menyusui anaknya selam 21 hari. Tikus mampu bunting dan menyusi dalam waktu bersamaan dan tikus tersebut kawin lagi dalam waktu 48 jam setelah melahirkan (Meehan, 1984). Pada pertanian tanaman padi hama tikus merupakan hama yang relatif sulit dikendalikan karena kemampuan adaptasi, mobilitas, dan kemampuan berkembangbiak, serta daya rusaknya yang tinggi (Priyambodo, 2003). Kehilangan hasil tanaman oleh tikus sangat besar sehingga memerlukan pengendalian yang serius dan konseptual (Baco & Sama, 1995).

2.3. Persamaan Diferensial Biasa

Suatu persamaan yang menyangkut satu maupun lebih fungsi (peubah tak bebas) beserta turunannya terhadap satu atau lebih peubah bebas merupakan persamaan diferensial (Pamuntjak, 1990).

Contoh:

$$xy - x' = 10$$

Persamaan tersebut merupakan suatu persamaan yang mengandung satu turunan dengan variabel bebas y.

Berdasarkan jumlah variabel bebas, persamaan diferensial dibagi menjadi dua, yaitu persamaan diferensial biasa dan parsial. Persamaan diferensial parsial adalah sebuah persamaan yang mengandung satu atau lebih variabel terikat terhadap satu atau lebih variable bebas, jika hanya satu atau lebih variabel bebas disebut persamaan diferensial biasa (Kartono, 2012).

Bentuk umum dari persamaan diferensial biasa:

$$F(x, y, y', y'', ...y^m) = 0 \tag{2.1}$$

Berdasarkan persamaan tersebut terdapat hubungan antara variabel bebas dan variabel terikat beserta derivatif-derivatifnya dalam bentuk himpunan persamaan yang secara identik sama dengan nol yang menyatakan model matematika dari fenomena perubahan yang terjadi Berdasarkan sifat kelinieran dari peubah tak bebasnya, persamaan diferensial biasa dapat dibedakan menjadi persamaan diferensial biasa linier dan persamaan diferensial biasa nonlinier (Kartono, 2012).

2.3.1. Persamaan Diferensial Biasa (PDB) Linier

Persamaan diferensial biasa linier memiliki bentuk umum:

$$a_n(t)(\frac{d^m x}{dt}) + a_{m-1}(x)(\frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}}) + ... + a_1(t)(\frac{dx}{dt}) + a_0(t)x = F(t) \tag{2.2}$$

dengan $a_n \neq 0$, a_n,$a_{(n-1)}$,$\cdots$,a_0 disebut koefisien persamaan diferensial. Fungsi $f(t)$ disebut input atau unsur nonhomogen. Jika $f(t)$ disebut input, maka solusi dari persamaan diferensial $x(t)$ biasanya disebut output. Jika ruas sebelah kanan bernilai nol untuk semua nilai t dalam interval yang ditinjau, maka persamaan ini dikatakan homogen, sebaliknya dikatakan nonhomogen.(Ross, 1984).

2.3.2. Persamaan Diferensial Biasa (PDB) NonLinier

Jika persamaan diferensial biasa tidak dapat dinyatakan dalam bentuk umum persamaan diferensial biasa linier, yaitu pada persamaan (2.1), maka persamaan diferensial tersebut adalah persamaan diferensial biasa nonlinier. Contoh persamaan diferensial biasa nonlinier:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 3x^2 = sint$$

merupakan persamaan diferensial biasa nonlinier nonhomogen order dua (Hidayat, 2006).

2.4. Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial adalah suatu sistem yang memuat buah fungsi yang tidak diketahui. Sistem persamaan diferensial biasa muncul secara alamiah dalam masalah yang melibatkan beberapa variabel bebas (misalnya $x_1, x_2, \cdots, x_n$) yang masing-masing darinya merupakan sebuah fungsi dari satu variabel terikat (misalnya t) (Kartono, 2012).

Bentuk umum dari suatu sistem n persamaan orde pertama mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$\frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n, t)$$
$$\frac{dx_2}{dt} = f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n, t)$$
$$\vdots$$
$$\frac{dx_n}{dt} = f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n, t) \tag{2.3}$$

Dengan $x_1, x_2, \cdots, x_n$ adalah variable bebas dan t adalah variable terikat, sehingga $x_1 = x_1(t), x_2 = x_2(t), \cdots, x_n = x_n(t)$, yang mana $\frac{dx_n}{dt}$ merupakan derivatif fungsi x_n terhadap t (Kartono, 2012).

2.5. Analisis Model Prey Predator

Analisis dinamik model dilakukan untuk mengetahui perilaku sistem pada model penyebaran hama tanaman padi. Pada penelitian ini akan dianalisis mengenai keterkontrolan, dan keteramatan sistem.

2.5.1. Analisis Keterkontrolan

Keterkontrolan sistem bermanfaat dalam menstabilkan sistem. Selain itu, solusi dari suatu permasalahan kontrol optimal mungkin tidak akan diperoleh jika sistem yang bersangkutan tidak terkontrol. Maka perlu dianalisis mengenai keterkontrolan sistem.

Jika terdapat persamaan matriks state sebagai berikut:

$$\dot{x}(t) = Zx(t) + Vu(t) \tag{2.4}$$

Syarat perlu dan cukup sistem (2.4) terkontrol adalah :

Matriks $\varphi_c = (V|ZV|Z^2V|\cdots|Z^{m-1}V)$

Mempunyai rank yang sama dengan m (Perko, 2001).

2.5.2. Analisis Keteramatan

Berikut ini akan diberikan definisi dari keteramatan yang merupakan dual dari keterkontrolan. Bila setiap keadaan awal $q(0) = q_0$ secara tunggal dapat diamati dari setiap pengukuran keluaran system (2.4) dari waktu $t = 0$ ke $t = t_1$, maka system dikatakan teramati. Istilah dual di atas, kata terkontrol diganti dengan teramati masukan $x(t)$ diganti dengan keluaran $y(t)$ yaitu dalam terminologi keterkontrolan sebarang keadaan awal q_0 dikontrol dengan suatu masukan $x(t)$ ke sebarang keadaan akhir q_1 dimana $0 \leq t \leq t_1$, sedangkan dalam terminologi keteramatan sebarang keadaan awal q_0 lewat sebarang pengukuran keluaran $y(t)$ diamati pada interval waktu $0 \leq t \leq t_1$. Terdapat syarat perlu dan syarat cukup untuk suatu sistem (2.4) teramati, yaitu:

1. Matriks m(0,t) non-singular
2. Matriks keteramatan $\varphi_0 = (V|ZC|Z^2C|\cdots|Z^{m-1}C)^T$ Mempunyai rank yang sama dengan m (Subiono, 2013).

2.6. Kontrol Optimal

Pada umumnya, desain sistem kontrol klasik merupakan proses coba-coba dengan berbagai metode analisis yang digunakan secara berulang untuk menentukan desain sistem yang dapat diterima atau admissible. Kriteria hasil yang berbeda harus dipenuhi oleh sistem yang rumit, multi-input dan multi-output yang diperlukan sehingga dapat memenuhi tuntutan teknologi modern. Misalnya desain sistem kontrol pesawat ruang angkasa yang meminimalkan pengeluaran bahan bakar tidak akan sesuai jika menggunakan metode klasik. Untuk itu dibentuk pendekatan baru yaitu teori kontrol optimal (Kirk, 1970) . Teori kontrol optimal ini berkembang secara pesat pada tahun 50-an. Terdapat dua metode penyelesaian masalah kontrol optimal yang ditemukan, yaitu dynamic programming diperkenalkan oleh Richard Bellman pada tahun 1957 dan maximum principle oleh Pontryagin tahun 1962 (Garnadi & SyahrilL, 2018).

Tujuan dari teori kontrol optimal adalah untuk menentukan kontrol sehingga dapat menyebabkan suatu proses memenuhi kendala fisik, dan pada saat yang sama meminimalkan atau memaksimalkan beberapa kriteria kinerja (Kirk, 1970). Oleh karena itu, sistem yang merupakan penyelesaian dari desain optimal harus memenuhi kriteria kinerja stabil, dan memenuhi salah satu kendala (Anderson & Moore, 2007). Secara sederhana, masalah kontrol optimal adalah memilih dan menentukan variabel kontrol $u(t)$ diantara variabel kontrol admissible, yang merupakan kontrol yang membawa sistem dari state pada waktu t_0 yaitu $x(t_0)$ kepada state akhir(terminal) pada waktu terminal t_f atau $x(t_f)$ sehingga akan memberikan hasil berupa nilai maksimum atau nilai minimum fungsi tujuan (Garnadi & SyahrilL, 2018).

2.7. Fungsi tujuan

Variabel kontrol $u(t)$ harus dipilih dengan tujuan untuk memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan. Fungsi ini umumnya dilambangkan oleh J dan berbentuk:

$$J(u) = \int_{t_0}^{t_f} f_0(x(t), u(t), t)dt \tag{2.5}$$

Variabel f_0 adalah fungsi bernilai real dan t_f adalah waktu akhir atau terminal yang bebas atau tetap, $x_f = x(t_f)$ adalah state akhir yang bebas atau tetap dan memiliki beberapa target yang ditetapkan. Catat kembali bahwa u adalah fungsi dari waktu, sehingga dapat dikatakan bahwa J adalah fungsional (Garnadi & SyahrilL, 2018).

Secara umum, terdapat tiga alternatif untuk menyajikan formulasi fungsi tujuan yaitu sebagai berikut:

a. Formulasi Bolza merupakan formulasi fungsi tujuan bentuk Bolza dan paling umum digunakan.

$$J(u) = S(x(t_f), t_f t) + \int_{t_0}^{t_f} f_0(x(t), u(t), t)dt \tag{2.6}$$

dengan f_0 dan S merupakan fungsi kontinu dan dapat diturunkan. Fungsi $S(x(t_f), t_f)$ disebut juga fungsi scrap value atau nilai sisa pada waktu terminal t_f.

b. Formulasi Lagrange merupakan bentuk khusus dari formulasi Bolza, dengan $S(x(t_f), t) = 0$

$$J(u) = \int_{t_0}^{t_f} f_0(x(t), u(t), t)dt \tag{2.7}$$

c. Formulasi Mayer ini juga bentuk khusus dari formulasi Bolza dengan $f(x(t), u(t), t) = 0$

$$J(u) = S(x(t_f), t_f) \tag{2.8}$$

2.8. Prinsip minimum pontryagin

Prinsip ini menyatakan kondisi yang diperlukan agar diperoleh solusi yang optimal. Dalam menyelesaikan masalah kontrol optimal dengan Prinsip *Minimum Pontryagin* adalah sebagai berikut.

Diberikan persamaan sistem persamaan diferensial

$$\dot{x} = g\left(t, x\left(t\right), u\left(t\right)\right) \tag{2.9}$$

Dengan fungsi tujuan

$$J\left(u\right) = \int_{t_0}^{t_f} f\left(x\left(t\right), u\left(t\right), t\right) dt \tag{2.10}$$

dengan nilai kondisi batas $x(t_0) = x_0$ dan t_f diberikan, dan $x(t_f)$ bebas serta $u(t) \in U, t \in [t_0, t_f]$, dengan U merupakan himpunan dari semua fungsi kontrol $u(t)$ yang diperkenankan.

Masalah kontrol optimal adalah masalah pemilihan suatu fungsi (t) dari suatu himpunan fungsi U untuk meminimumkan atau memaksimumkan suatu fungsional tujuan (2.10) dengan kendala (2.9).

Berikut ini adalah garis besar bagaimana prinsip ini dapat diterapkan untuk memperoleh syarat perlu dari masalah optimasi yang dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut (Gopal. M, 1985):

1. Bentuk fungsi Hamilton yaitu kombinasi fungsi dari $f(t, x(t), u(t))$ dan perkalian fungsi yang berbentuk persamaan diferensial $g(t, x(t), u(t))$ dengan

suatu faktor pengali Lagrange $\lambda(t)$. Berikut bentuk fungsi Hamilton: $H(x(t), u(t), \lambda(t)) = f(t, x(t), u(t)) + \lambda(t)g(t, x(t), u(t))$.]

2. Mencari solusi fungsi Pontryagin berdasarkan kondisi stasioner

$$\frac{\partial H(t, x(t), u(t), \lambda(t))}{\partial u} = 0$$

untuk mendapatkan $u^* = u^*(t, x(t), \lambda(t))$

3. Mengamati

$$H(t, x(t), \lambda(t)) = H(t, x(t), u^*(t), \lambda(t)) = \begin{pmatrix} \min \\ u \in U \end{pmatrix} H(t, x(t), u(t), \lambda(t)).$$

4. Menyelesaikan

$$\dot{x}(t) = \frac{\partial H(t, x(t), u(t), \lambda(t)))}{\partial \lambda}$$

Dengan diberikan $x(t_0) = x_0$ dan

$$\dot{\lambda}(t) = (\frac{\partial H(t, x(t), u(t), \lambda(t)))}{\partial x}$$

Dengan kondisi transversal $(t_f) = 0$

5. Mensubstitusi hasil dari langkah 4 ke u^* untuk menentukan kontrol optimal

2.9. Metode Numerik

Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk merumuskan masalah matematika sehingga dapat diselesaikan dengan operasi aritmatika atau aritmatika biasa (penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian). Metode numerik juga dikenal sebagai alternatif metode analitik, yaitu metode penyelesaian masalah matematika menggunakan ekspresi aljabar standar atau umum. Dinamakan demikian karena masalah matematika bisa sulit atau tidak dapat dipecahkan secara analitis. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa tidak ada solusi analitik untuk masalah matematika ini. Atau, masalah matematika diselesaikan secara numerik. Perbedaan antara metode analitik dan numerik adalah bahwa metode analitik hanya dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah sederhana dan menghasilkan solusi nyata atau nyata. Solusi numerik, di sisi lain, dapat digunakan untuk memecahkan masalah yang sangat kompleks dan non-linier. Solusi yang diperoleh dari solusi numerik adalah solusi aproksimasi, solusi eksak, atau aproksimasi dari solusi aktual. Ada perbedaan antara hasil yang diperoleh dengan metode numerik dan metode analitik, dan perbedaan itu disebut kesalahan (Triatmodjo, 2002).

2.10. Metode Runge Kutta

Penyelesaian persamaan diferensial merupakan sesuatu guna yang memenuhi persamaan diferensial serta pula memenuhi keadaan awal yang diberikan pada persamaan tersebut. Di dalam penyelesaian persamaan diferensial secara analitis, umumnya dicari penyelesaian umum yang memiliki konstanta sembarang serta kemudian mengevaluasi konstanta tersebut sedemikian sehingga hasilnya cocok dengan keadaan awal.

Tata cara penyelesaian persamaan diferensial secara analitis terbatas pada persamaan- persamaan dengan wujud tertentu serta umumnya hanya untuk menuntaskan persamaan linier dengan koefisien konstan sebaliknya tata cara penyelesaian numerik tidak terdapat batas mengenai bentuk persamaan diferensial.

Penyelesaian persamaan diferensial dengan tata cara numerik dilakukan pada titik-titik yang didetetapkan secara berurutan. Untuk memperoleh hasil yang lebih cermat hingga jarak(interval) antara titik titik yang berurutan tersebut dibuat semakin kecil.

Salah satu metode penyelesaian persamaan diferensial secara numerik ialah Metode Runge-Kutta. Metode Runge-Kutta memberikan hasil ketelitian yang tinggi dan tidak memerlukan turunan dari fungsi (Gusa, 2014). Bentuk umum dari metode Runge-Kutta adalah:

$$y_{i+1} = y_i + \varphi(x_i, y_i)h \tag{2.11}$$

dengan $\varphi(x_i, y_i)h$ adalah fungsi pertambahan yang merupakan kemiringan rerata pada interval dan digunakan untuk ekstrapolasi dari nilai lama y_i ke nilai baru y_{i+1} sepanjang interval h. Bentuk umum fungsi pertambahan dapat ditulis sebagai berikut:

$$\varphi = a_1 k_1 + \cdots + a_n k_n$$

dengan a adalah konstanta dan k adalah:

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + p_i h, y_i + q_{11} k_1 h)$$

$$k_3 = f(x_i + p_i h, y_i + q_{21} k_1 h + q_{22} k_2 h)$$

$$\vdots$$

$$k_n = f(x_i + p_{n-1} h, y_i + q_{n-1,2} k_1 h + q_{n-1,2} k_2 h + \cdots + q_{n-1,n-1} k_{n-1} h)$$

dengan p dan q adalah konstanta. Nilai k menunjukkan hubungan berurutan. Nilai muncul dalam persamaan k_2 , yang keduanya juga muncul dalam persamaan k_3 , dan seterusnya. Hubungan yang berurutan ini membuat metode Runge-Kutta efisien untuk hitungan komputer (Triatmodjo, 2002).

2.10.1. Metode Runge Kutta Orde Empat

Metode Runge- Kutta orde 4 ialah metode yang paling teliti dibanding dengan metode Runge- Kutta orde dua serta orde tiga. Oleh sebab itu, metode Runge- Kutta orde 4 kerap digunakan buat menuntaskan sesuatu persamaan diferensial. Metode Runge- Kutta orde 4 memiliki bentuk sebagai berikut:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \tag{2.12}$$

dengan

$$\begin{aligned} k_1 &= f(x_i, y_i) \\ k_2 &= f(x_i + \tfrac{1}{2}h, y_i + \tfrac{1}{2}hk_1) \\ k_3 &= f(x_i + \tfrac{1}{2}h, y_i + \tfrac{1}{2}hk_2) \\ k_4 &= f(x_i + h, y_i + \tfrac{1}{2}hk_3) \end{aligned}$$

Metode Runge-Kutta orde empat ini mempunyai tingkat ketelitian solusi yang lebih tinggi daripada metode Runge-Kutta orde sebelumnya. Metode Runge-Kutta orde empat juga mudah diprogram, stabil, kecil kesalahan pemotongan dan juga kecil kesalahan pembulatan (Triatmodjo, 2002). Pada penelitian kali ini Jenis metode Runge Kutta orde empat yang akan digunakan adalah metode forward backward sweep. Jika diberikan sebuah state dan co-state seperti Persamaan.

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= g(t, x(t), u(t)) \\ \frac{dm(t)}{dt} &= p(t, m(t), u(t)) \end{aligned} \tag{2.13}$$

Persamaan umum metode Runge Kutta orde empat forward sweep untuk mendeskripsikan persamaan state (2.13) diberikan pada Persamaan (2.14) dan Persamaan (2.15) (Hardiyanti, 2016).

$$x_{n+1}(t) = x_n(t) + \frac{h}{6}(k_{1,x} + 2k_{2,x} + 2k_{3,x} + k_{4,x}) \tag{2.14}$$

dimana,

$$\begin{aligned}
k_{1,x} &= g(t_i, x_n, u_j) \\
k_{2,x} &= g(t_i + \frac{h}{2}, x_n + \frac{h}{2}k_{1,x}, \frac{1}{2}(u_j + u_{j+1})) \\
k_{3,x} &= g(t_i + \frac{h}{2}, x_n + \frac{h}{2}k_{2,x}, \frac{1}{2}(u_j + u_{j+1})) \\
k_{4,x} &= g(t_i + h, x_n + hk_{3,x}, u_{j+1})
\end{aligned} \tag{2.15}$$

Sedangkan persamaan umum metode Runge Kutta orde empat backward sweep untuk mendeskripsikan persamaan co-state (2.13) diberikan pada Persamaan (2.16) dan Persamaan (2.17).

$$\lambda_{n-1}(t) = \lambda_n(t) - \frac{h}{6}(k_{1,m} + 2k_{2,m} + 2k_{3,m} + k_{4,m}) \tag{2.16}$$

dimana,

$$\begin{aligned}
k_{1,m} &= p(t_i, \lambda_n, x_n, u_j) \\
k_{2,m} &= p(t_i - \frac{h}{2}, \lambda_n - \frac{h}{2}k_{1,m}, \frac{1}{2}(x_n + x_{n-1}), \frac{1}{2}(u_j + u_{j-1})) \\
k_{3,m} &= p(t_i - \frac{h}{2}, \lambda_n - \frac{h}{2}k_{2,m}, \frac{1}{2}(x_n + x_{n-1}), \frac{1}{2}(u_j + u_{j-1}) \\
k_{4,m} &= p(t_i - h, \lambda_n - hk_{3,m}, x_{n-1}, u_{j-1})
\end{aligned} \tag{2.17}$$

2.10.2. Model Populasi Prey-Predator

Model *prey-predator* merupakan interaksi dua populasi, yaitu populasi mangsa dan pemangsa. Dalam berinteraksi, tentunya diharapkan jumlah spesies mangsa dan pemangsa harus sesuai dengan proporsinya (ukuran), agar interaksi dapat seimbang. Model interaksi ini diperkenalkan oleh seorang ahli biofisika Amerika yaitu Alferd J. Lotka (1880-1949) dan ahli matematika terkemuka dari Italia yaitu Vito Volterra (1860-1940). Keduanya mengembangkan kajian matematis ini secara terpisah, Lotka mengembangkannya pada tahun 1925 sedangkan Volterra pada tahun 1926.

Model sederhana *prey-predator* didefinisikan sebagai konsumsi predator terhadap prey. Model *prey-predator* yang paling sederhana didasarkan pada model Lotka-Volterra. Model Lotka-Volterra tersusun dari pasangan persamaan diferensial yang mendeskripsikan *prey-predator* dalam kasus yang paling sederhana. Berdasarkan model tersebut, dapat diketahui bahwa kedua spesies saling mempengaruhi secara signifikan. Khususnya apabila terdapat spesies mangsa yang berlimpah, maka populasi pemangsa juga terus meningkat. Namun sebaliknya, apabila pertumbuhan spesies mangsa lambat maka akan terjadi penurunan pada populasi pemangsa.Untuk memodelkan interaksi antara kedua spesies, pertama kali akan diperhatikan tingkat pertumbuhan pemangsa dan mangsa jika tidak ada interaksi. Suatu spesies mangsa dapat tumbuh mengikuti pola eksponensial apabila diasumsikan tidak ada sekelompok pemangsa. Dalam hal ini, pertumbuhan spesies mangsa dinotasikan dengan $x(t)$, yaitu

$$\frac{dx}{dt} = ax$$

Dimana x menyatakan jumlah populasi mangsa, $a > 0$ adalah konstanta pertumbuhan, dan t adalah waktu (dalam hari). Pada dasarnya, populasi mangsa akan tumbuh terus tanpa batas dengan asumsi bahwa persediaan makanannya cukup tak terbatas.Sedangkan pada pemangsa apabila diasumsikan tidak terdapat persediaan makanan, maka populasinya akan mati dalam angka yang sebanding dengan jumlahnya. Seperti halnya pada mangsa, pertumbuhan spesies pemangsa dinotasikan dengan $y(t)$, yaitu

$$\frac{dy}{dt} = -by$$

dimana merupakan jumlah populasi pemangsa serta adalah konstanta penurunan.

Alasan terjadi penurunan dalam hal ini karena pada dasarnya pemangsa akan mati kelaparan karena tidak ada makanan. Selanjutnya akan disusun suatu model yang membahas kaitan antara spesies pemangsa dan mangsa. Hubungan interaksi keduanya diperhitungkan dengan fakta bahwa spesies pemangsa akan memakan spesies mangsa. Pada akhirnya akan diperoleh sistem persamaan sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = -ax + \alpha xy \tag{2.18}$$

$$\frac{dy}{dt} = -by + \beta xy \tag{2.19}$$

dengan a adalah koefisien laju kelahiran mangsa, b adalah koefisien laju kematian pemangsa sedangkan α dan β merupakan konstanta interaksi. Dalam hal ini, α memberikan penurunan dalam jumlah populasi mangsa karena spesies pemangsa akan memakannya, sedangkan β memberikan peningkatan pada jumlah populasi pemangsa. Sistem autonomous dan nonlinier dalam persamaan (2.18) dan (2.19) dinamakan persamaan *prey-predator* Lotka-Volterra (Angga, 2010).Diasumsikan untuk koefisien a,α,b,dan β terletak dalam interval [0,1].

Sehingga nilai $0 \leq a \leq 1$;$0 \leq \alpha \leq 1$;$0 \leq b \leq 1$; $0 \leq \beta \leq 1$, dikarenakan tidak terjadi perubahan yang sangat tinggi dalam kelahiran mangsa dan kematian pemangsa. Sedangkan besarnya $x(0)$ harus lebih besar dari $y(0)$, karena dalam interaksi predasi pada awal waktu $(t = 0)$ jumlah mangsa lebih besar dari pada pemangsanya.

2.11. Kajian Al-Quran tentang Perintah Menjaga Keseimbangan Alam

Ekologi mempelajari bagaimana makhluk hidup dapat mempertahankan kehidupannya dengan mengadakan hubungan antar makhluk hidup dan dengan benda tak hidup di dalam tempat hidupnya atau lingkungannya. Lingkungan merupakan komponen yang sangat penting bagi kelangsungan hidup makhluk hidup. Dalam melangsungkan hidupnya, makhluk hidup dapat bertahan dengan memangsa makhluk lain. Proses makan dimakan pada makhluk hidup dapat dimodelkan dalam model matematika yang disebut model *prey-predator*. Untuk menjaga kelestarian makhluk hidup dari kepunahan, manusia yang dianugerahi akal wajib menjaga lingkungan agar tetap stabil dan tidak merusak (Suzyanna, 2013). Allah Swt telah melarang manusia untuk merusak alam dalam surat al-Araf/7:56, yaitu

وَلَا تُفْسِدُوا فِي الْأَرْضِ بَعْدَ إِصْلَاحِهَا وَادْعُوهُ خَوْفًا وَطَمَعًا ۚ إِنَّ رَحْمَتَ اللَّهِ قَرِيبٌ مِّنَ الْمُحْسِنِينَ ٥٦

Artinya: Dan janganlah kamu membuat kerusakan di muka bumi, sesudah (Allah Swt.) memperbaikinya dan berdoalah kepada-Nya dengan rasa takut (tidak akan diterima) dan harapan (akan dikabulkan). Sesungguhnya rahmat Allah Swt. amat dekat kepada orang-orang yang berbuat baik(QS. Al-Araf/7:56).

Ayat ini dengan jelas sudah melarang manusia membuat kehancuran di muka bumi. Alam raya telah diciptakan dengan sangat harmonis, serasi serta sangat memenuhi kebutuhan makhluk hidup. Allah Swt. sudah menjadikan alam raya ini agar digunakan dengan baik oleh hamba- Nya. Walaupun perusakan alam sudah dilarang oleh Allah Swt. lewat firman- Nya senantiasa saja terdapat sekelompok manusia yang hanya menuruti hawa nafsunya serta memenuhi kepentingan pribadinya tanpa memikirkan akibatnya terhadap makhluk lain, semacam menebang hutan tanpa izin sehingga berakibat pada kelestarian hewan-hewan penunggu hutan tersebut serta berdampak pula pada longsornya tanah sebab tidak terdapatnya tanaman yang menopang kekuatan tanah. Banyak kerusakan-kerusakan alam yang lain akibat ulah manusia seperti banjir, pembakaran hutan, serta pemanasan global. Kerusakan-kerusakan tersebut dapat berdampak pada keseimbangan alam sehingga proses interaksi antar makhluk hidup menjadi tidak harmonis.

Kerusakan lingkungan dapat terjadi karena tidak seimbangnya komponen atau elemen di lingkungan tersebut. Karena jika salah satu penyeimbang alam terganggu atau rusak, maka akan berpengaruh terhadap keseimbangan alam yang lain. Dewasa ini manusia kurang memperhatikan keseimbangan alam seperti menebang tumbuh-tumbuhan dan menggantinya dengan membangun bangunan-bangunan megah dan pusat perindustrian tanpa memperhatikan dampaknya terhadap keseimbangan alam. Jika tumbuhan semakin berkurang maka akan berdampak terhadap kelangsungan hidup manusia dan hewan sebagai predator, karena tumbuhan merupakan sumber makanan bagi keduanya. Jika pertumbuhan tumbuhan sebagai prey dan pertumbuhan manusia dan hewan sebagai predator tidak seimbang maka akan berdampak pada kepunahan makhluk hidup.
Sebagaimana Allah Swt. berfirman dalam al-Quran surat alQashash/28:77,

وَابْتَغِ فِيمَا آتَاكَ اللَّهُ الدَّارَ الْآخِرَةَ ۖ وَلَا تَنْسَ نَصِيبَكَ مِنَ الدُّنْيَا ۖ وَأَحْسِنْ كَمَا أَحْ سَنَ اللَّهُ
إِلَيْكَ ۖ وَلَا تَبْغِ الْفَسَادَ فِي الْأَرْضِ ۖ إِنَّ اللَّهَ لَا يُحِبُّ الْمُفْسِدِينَ ﴿٧٧﴾

Artinya: Dan carilah pada apa yang telah dianugerahkan Allah Swt. kepadamu (kebahagiaan) negeri akhirat, dan janganlah kamu melupakan bagianmu dari (kenikmatan) duniawi dan berbuat baiklah (kepada orang lain) sebagaimana Allah Swt. telah berbuat baik kepadamu, dan janganlah kamu berbuat kerusakan di (muka) bumi. Sesungguhnya Allah Swt. tidak menyukai orang-orang yang berbuat kerusakan (QS. Al-Qashash/28:77).

Dalam ayat itu digambarkan sebagai Allah SWT. Saya meminta orang-orang untuk kebahagiaan masa depan dan memerintahkan mereka untuk tidak melupakan kesenangan dunia ini. Salah satu kenikmatan dunia adalah terciptanya alam yang indah dan serasi untuk dinikmati umat manusia. Segala sesuatu yang dibutuhkan seseorang telah disediakan di alam. Orang mungkin serakah untuk menikmati manfaat alam dan kurang memperhatikan kelestariannya untuk memenuhi kebutuhan mereka, yang mengakibatkan pembuangan limbah pabrik dan pencemaran air secara sembarangan. , Menyebabkan kerugian seperti kematian banyak organisme dan penebangan liar. Keuntungan pribadi adalah mengurangi lapisan ozon bumi dan membuat bumi lebih panas, serta polusi udara yang dapat menyebabkan pemanasan global. Oleh karena itu, bagian ini mengingatkan kita bahwa dilarang keras membuat kerusakan di Bumi dan Allah SWT murka pada pembuat kerusakan.

Berdasarkan ayat-ayat tersebut, Allah Swt. telah memerintahkan manuasia untuk menjaga keseimbangan dan kelestarian alam yang sebelumnya telah diciptakan dengan sempurna oleh Allah Swt. Cara menjaga keseimbangan alam yaitu dengan melestarikan lingkungan dan tidak melakukan kerusakan-kerusakan yang dapat menyebabkan dampak negatif terhadap lingkungan.

Terdapat hadis nabi tentang larangan merusak alam tanpa dapat mengambil manfaatnya.

سنن أبي داوود ٤٥٦١: حَدَّثَنَا نَصْرُ بْنُ عَلِيٍّ أَخْبَرَنَا أَبُو أُسَامَةَ عَنْ ابْنِ جُرَيْجٍ عَنْ عُثْمَانَ بْنِ أَبِي سُلَيْمَانَ عَنْ سَعِيدِ بْنِ مُحَمَّدِ بْنِ جُبَيْرِ بْنِ مُطْعِمٍ عَنْ عَبْدِ اللَّهِ بْنِ حُبْشِيٍّ قَالَ قَالَ رَسُولُ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ مَنْ قَطَعَ سِدْرَةً صَوَّبَ اللَّهُ رَأْسَهُ فِي النَّارِ

Artinya:Sunan Abu Daud 4561: Telah menceritakan kepada kami Nashr bin Ali berkata: telah mengabarkan kepada kami Abu Usamah dari Ibnu Juraij dari Utsman bin Abu Sulaiman dari Sa'id bin Muhammad bin Jubair bin Muth'im dari Abdullah bin Hubsyi ia berkata: Rasulullah shallallahu 'alaihi wa sallam bersabda:"Barangsiapa menebang pohon bidara maka Allah akan membenamkan kepalanya dalam api neraka"(HR. abu Daud no. 4561).

Hadis ini diriwayatkan .

Hadis tersebut menunjukkan larangan menebang sembarangan pepohonan yang digunakan untuk bernaung dari panas. Apalagi bila buah yang dihasilkan pohon tersebut bermanfaat bagi makhluk hidup di sekitarnya. Sehingga orang yang menebang pohon dikatakan sebagai orang yang zalim dalam hadis tersebut.

Terdapat hadis nabi yang diriwayatkan oleh imam Muslim:

عَنْ جَابِرٍ قَالَ: قَالَ رَسُولُ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ مَا مِنْ مُسْلِمٍ يَغْرِسُ غَرْسًا إِلَّا كَانَ مَا أُكِلَ مِنْهُ لَهُ صَدَقَةٌ وَمَا سُرِقَ مِنْهُ لَهُ صَدَقَةٌ وَمَا أَكَلَ السَّبُعُ مِنْهُ فَهُوَ لَهُ صَدَقَةٌ وَمَا أَكَلَتْ الطَّيْرُ فَهُوَ لَهُ صَدَقَةٌ وَلَا يَرْزَؤُهُ أَحَدٌ إِلَّا كَانَ لَهُ صَدَقَةٌ

Artinya:dari Jabir ra. Pula, berkata: Rasulullah SAW. Bersabda; Tiada seorang muslim pun yang menanam suatu tanaman, melainkanapa saja yang dapat dimakan *dari hasil tanamannya itu, maka itu adalah sedekah baginya, dan apa saja yang tercuri dariapadanya, itupun sebagai sedakah baginya, dan tidak pula diambil oleh seseorang, melainkan itupun sedekah baginya* (HR. Muslim).

Dalam hadis tersebut menjelaskan bahwa ketika seseorang muslim menanam sebuah tanaman terdapat banyak sekali keuntunganyang akan didapat olehnya ketika dia memakan atau memanfaatkan hasil tanamannya akan dinilai sebagai sedakah terhadap dirinya,begitupun ketika ada makhluk hidup lain yang mencurinya atau memakannya akan dinilai sebagai sedekah bagi pemiliknya.

Terdapat kaidah fikih yang berbunyi:

دَرْءُ الْمَفَاسِدِ أَوْلَى مِنْ جَلْبِ الْمَصَالِحِ

Artinya:Menghilangkan kemudharatan itu lebih didahulukan daripada Mengambil sebuah kemaslahatan.

Maksud dari kaidah ini adalah ketika saling berbenturan antara menghilangkan sebuah kemudharatan dengan sesuatu yang membawa kemaslahatan maka didahulukan menghilangkan kemudharatan. Kecuali kalau madharat itu lebih kecil dibandingkan dengan maslahat yang akan ditimbulkan.

Banyaknya penebangan pohon telah banyak mendatangkan bencana di tanah air kita, seperti kebakaran hutan, banjir dan longsor. Jika alam tidak dijaga dengan baik maka kebakaran hutan lahan mengancam setiap tahun. Dalam agama Islam pun, Rasulullah menghimbau agar umatnya menjaga alam dan tidak menebang pohon dengan semena-mena. Sebab pepohonan yang rindang selain dapat digunakan untuk bernaung dari panas, dan lebih dari itu pohon berfungsi untuk melestarikan lingkungan dan menjaga ekosistem satwa yang hidup di sekitarnya.

Keberhasilan dan kelestarian ligkungan sangat berpengaruh pada tingkat kepedulian serta perhatian setiap manusia. Karena lingkungan merupakan tanggung jawab manusia dalam hal menjaga dan mengembangkannya. Alam memiliki potensi dan sumber daya yang melimpah untuk dinikmati oleh manusia dan makhluk hidup lainnya seutuhnya. Namun, dalam penggunaannya alam memiliki keterbatasan dan harus dilindungi. Lingkungan yang bersih dan asri akan tercipta berdasarkan tingginya tingkat kesadaran dikalangan masyarakat bahwa lingkungan memberikan kontribusi yang cukup berarti bagi masyarakat. Jika terjadi bencana. Allah tidak serta merta begitu saja memberikannya tetapi itu adalah bentuk tegurannya karena manusia telah melewati batas mengguras sumber daya yang ada dan tidak memperbaikinya kembali.

Dalam semua keterangan yang telah diberikan dapat disimpulkan kita sebagai umat manusia yang beragama, berakal dan berbudi luhur sudah seharusanya menjadi kewajiban kita bersama untuk saling menjaga satu sama lain, serta merta menjaga lingkungan disekitar kita dengan cara saling mengingatkan sesama manusia apa yang diperbolehkan dan apa yang tidak diperbolehkan oleh Allah Swt. Sehingga dengan cara seperti itu diharapkan kedepannya akan timbul lingkungan yang baik untuk semua makhluk hidup di muka bumi dapat tinggal bersama dengan cara memanfatkan apa yang telah diberikan kepada kita oleh Allah Swt dengan baik dan semaksimal mungkin tanpa harus merusak lingkungan atau harus menimbulkan kehancuran di muka bumi dengan sia-sia tanpa alasan yang baik. Diharapkan juga bahwa sebagai manusia dengan derajat yang paling tinggi yang diberikan akal oleh Allah Swt akan selalu membawa kebaikan dan selalu melestarikan alam, karena Allah Swt tidak akan menurunkan suatu bencana tanpa adanya sebab yang dapat menyebabkan Allah murka karenanya.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1. Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada semester genap tahun ajaran 2019/2020 di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Ampel Surabaya.

3.2. Sumber Data Penelitian

Penelitian ini menggunakan data yang bersumber dari penelitian Tesa dan Betha (2018). Data yang digunakan meliputi data parameter dan data variabel berupa nilai awal jumlah populasi.

3.3. Tahapan dan Proses

Proses yang dilakukan untuk menyelesaikan penelitian ini adalah:

1. Aplikasi Model persamaan diferensial dari model matematika Prey-Predator tanaman padi dan berbagai hama tanpa kontrol dari penelitian Tesa dan Betha (2018).

$$\frac{dP}{dt} = rP(1 - \frac{P}{K}) - \alpha BP - \beta TP - \theta WP$$

$$\frac{dB}{dt} = \gamma BP - cB$$

$$\frac{dT}{dt} = \delta TP - bT$$

$$\frac{dW}{dt} = \omega WP - mW \tag{3.1}$$

Model matematika yang digunakan pada penelitian ini merupakan Persamaan diferensial dari model matematika Prey-Predator tanaman padi dan berbagai hama dengan kontrol berdasarkan persamaan (3.1).

$$\frac{dP}{dt} = rP(1-\frac{P}{K}) - \alpha BP - \beta TP - \theta WP$$

$$\frac{dB}{dt} = \gamma BP - cB + u_1$$

$$\frac{dT}{dt} = \delta TP - bT + u_2$$

$$\frac{dW}{dt} = \omega WP - mW + u_3 \tag{3.2}$$

Dengan keterangan variable dan parameter sebagi berikut ditampilkan pada tabel 3.1

2. Analisis Dinamik Model

   Pada tahap ini akan dilakukan analisis mengenai model matematika pada model Prey Predator antara lain menganalisis kekontrolan dan keteramatan sistem. Model yang digunakan merupakan model tak linier sehingga perlu dilakukan pelinieran model. Untuk menganalisis keterkontrolan dapat dilakukan dengan membentuk matriks keterkontrolan dan menentukan jumlah rank dari matriks tersebut. Begitu pula untuk menganalisis keteramatan suatu sistem dengan membentuk matriks keteramatan kemudian menentukan jumlah rank dari matriks tersebut.

Tabel 3.1 Keterangan variabel dan parameter

Notasi	Keterangan	Satuan	Nilai
P	Jumlah padi	Rumpun	$P \geq 0$
B	Jumlah penggerek batang	Ekor	$B \geq 0$
T	Jumlah tikus	Ekor	$T \geq 0$
W	Jumlah wereng batang coklat	Ekor	$P \geq 0$
K	Daya dukung lingkungan untuk padi	Rumpun	$K \geq 0$
R	Tingkat pertumbuhan intristik padi	Perwaktu	$0 < r < 1$
α	tingkat interaksi penggerek batang terhadap padi	Perekor perwaktu	$0 < \alpha < 1$
β	tingkat interaksi tikus terhadap padi	Perekor perwaktu	$0 < \beta < 1$
θ	tingkat interaksi wereng batang coklat terhadap padi	Perekor perwaktu	$0 < \theta < 1$
c	tingkat kematian alami penggerek batang	perwaktu	$0 < c < 1$
b	tingkat kematian alami tikus	perwaktu	$0 < b < 1$
m	tingkat kematian alami wereng batang coklat	perwaktu	$0 < m < 1$
γ	tingkat interaksi padi terhadap penggerek batang	Perrumpun perwaktu	$0 < \gamma < 1$
δ	tingkat interaksi padi terhadap tikus	Perrumpun perwaktu	$0 < \delta < 1$
ω	tingkat interaksi padi terhadap wereng batang coklat	Perrumpun perwaktu	$0 < \omega < 1$
u_1	Laju pemberian pestisida pada hama penggerek batang	perwaktu	
u_2	Laju pemberian pestisida pada hama tikus	perwaktu	
u_3	Laju pemberian pestisida pada hama wereng	perwaktu	

3. Penyelesaiaan kontrol optimal

   Pada tahap ini akan dilakukan penyelesain kontrol optimal menggunakan metode prinsip *Minimum Pontryagin* dengan langkah-langkah sebagai berikut:

   a. menentukan fungsi objekf dari model matematika.

   b. Membentuk fungsi Hamiltonian.

   c. Menentukan persamaan u^* sebagai kontrol yang optimal.

   d. mendapatkan state dan co-state dengan kondisi awal dan kondisi tranversal.

   e. Mendapatkan kontrol optimal.

4. Penyelesaian fungsi tujuan

   Pengendalian penyebaran hama tanaman padi dilakukan dengan mengendalikan penyebaran hama penggerek batang, tikus dan wereng. Berdasarkan hal tersebut tujuan yang akan dibentuk yaitu meminimumkan jumlah hama penggerek batang, tikus dan wereng dengan biaya pemberian pestisida seminimum mungkin. Adapun fungsi tujuan atau fungsi objektif yang akan digunakan dalam Prinsip *Minimum Pontryagin* ditunjukkan pada persamaan (3.3).

$$J_{\min} = \int_0^T \left(A_1 B + A_2 T + A_3 W + C_1 u_1^2 + C_2 u_2^2 + C_3 u_3^2\right) dt \tag{3.3}$$

dimana

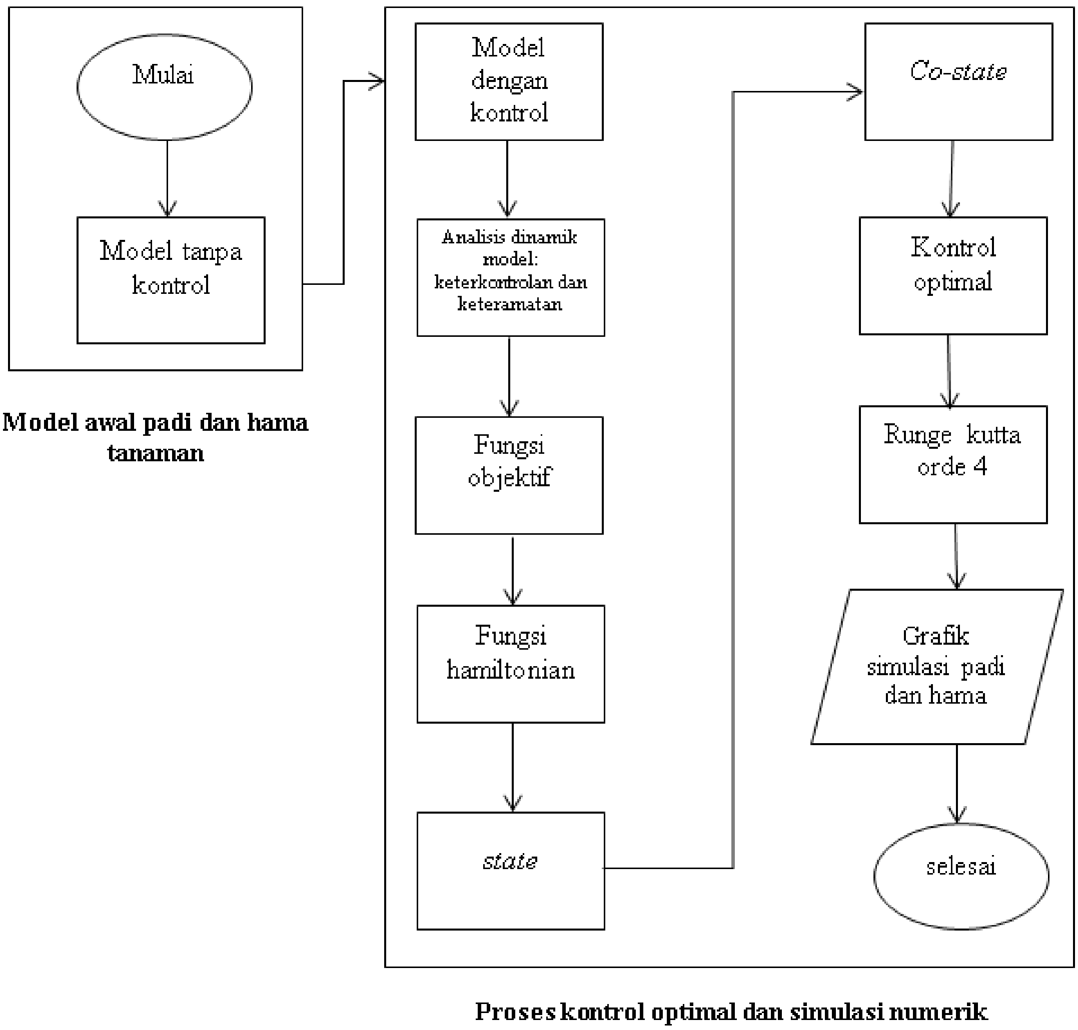
B, T, dan W masing-masing merupakan populasi hama penggerek batang, tikus, dan wereng yang jumlahnya akan diminimumkan dengan A_1, A_2, dan A_3 adalah koefisien dari masing-masing populasi hama. Variabel u_1, u_2, dan u_3

masing-masing merupakan laju pada kontrol dengan C_1, C_2, dan C_3 merupakan bobot pada masing-masing kontrol yang dalam hal ini merupakan biaya pengeluaran untuk pestisida. Dimisalkan fungsi biaya berbentuk kuadrat sehingga pada waktu tertentu laju dari kontrol u_1,u_2,dan u_3 dapat meminimumkan total biaya sekaligus jumlah populasi terkait.

5. Penyelesaiaan simulasi numerik

   Penyelesaian simulasi numerik dalam penelitian ini adalah menggunakan metode Runge Kutta orde 4 forward backward sweep.

3.4. Kerangka Penelitian



Gambar 3.1 Diagram Alur Penelitian

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini, model *Prey-Predator* antara tanaman padi dengan hama yang dibahas adalah model tiga *predator* yaitu hama penggerek batang (B), tikus (T), dan wereng batang coklat (W) dengan *prey* yaitu padi (P)serta variable kontrol yaitu (U). Pertumbuhan padi mengikuti model pertumbuhan logistik. Model turunan berupa sistem persamaan diferensial nonlinier. Berdasarkan analisis perilaku model, faktor-faktor yang mempengaruhi populasi ketiga OPT dapat berkurang atau bahkan hilang dari populasi. Ini juga menjelaskan bagaimana memecahkan masalah kontrol optimal menggunakan prinsip aksi-minimium Pontryagin. Berdasarkan penjelasan yang disajikan, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis model matematis *Prey-Predator* tanaman padi dan hama.

4.1. Model kinerja Pestisida dalam menangani Penyebaran Hama

Model sistem *Prey-Predator* yang digunakan dalam penelitian merupakan modifikasi Model matematis *Prey-Predator* tanaman padi, hama penggerek batang, tikus, dan wereng batang coklat di Kabupaten Karawang yang dilakukan oleh Tesa dan Betha (2018) di Kabupaten Karawang dengan penambahan variable kontrol dengan asumsi padi sebagai *prey* dan ketiga hama sebagai *predator*. Sistem *Prey-Predator* yang digunakan sebagai berikut.

4.1.1. Laju Pertumbuhan Padi

$$\frac{dP}{dt} = rP(1 - \frac{P}{K}) - \alpha BP - \beta TP - \theta WP \tag{4.1}$$

Perubahan jumlah padi P dipengaruhi oleh ada interaksi dengan ketiga *predator*. Saat tidak terjadi interaksi dengan ketiga *predator*, pertumbuhan populasi padi mengikuti model logistik dengan daya dukung lingkungan K dan tingkat pertumbuhan instrinsik sebesar r. Jadi populasi padi akan bertambah dengan laju $rP(1 - \frac{P}{K})$. Pengurangan jumlah padi (prey) P dipengaruhi oleh: (a) banyaknya padi yang berinteraksi dengan penggerek batang dengan tingkat interaksi sebesar α; (b) banyaknya padi yang berinteraksi dengan tikus dengan tingkat interaksi sebesar β; dan (c) banyaknya padi yang berinteraksi dengan wereng batang coklat dengan tingkat interaksi sebesar θ.

4.1.2. Perubahan Jumlah Penggerek Batang B terhadap Waktu

$$\frac{dB}{dt} = \gamma BP - cB + u_1 \tag{4.2}$$

Penambahan jumlah penggerek batang B dipengaruhi oleh banyaknya penggerek batang yang berinteraksi dengan padi dengan tingkat interaksi sebesar γ. Pengurangan jumlah penggerek batang B dipengaruhi oleh banyaknya penggerek batang yang mengalami kematian alami dengan tingkat kematian alami sebesar c. Serta dengan penambahan variable kontrol u_1 yang merupakan pesetisida yang disebar luaskan pada lahan padi.

4.1.3. Perubahan jumlah tikus T terhadap waktu

$$\frac{dT}{dt} = \delta TP - bT + u_2 \tag{4.3}$$

Penambahan jumlah tikus T dipengaruhi oleh banyaknya tikus yang berinteraksi dengan padi dengan tingkat interaksi sebesar δ. Pengurangan jumlah tikus T dipengaruhi oleh banyaknya tikus yang mengalami kematian alami dengan tingkat kematian alami sebesar b. Serta dengan penambahan variable kontrol u_2 yang merupakan pesetisida yang disebar luaskan pada lahan padi.

4.1.4. Perubahan Jumlah Wereng Batang Coklat W terhadap Waktu

$$\frac{dW}{dt} = \omega WP - mW + u_3 \tag{4.4}$$

Penambahan jumlah wereng batang coklat W dipengaruhi oleh banyaknya wereng batang coklat yang berinteraksi dengan padi dengan tingkat interaksi sebesar ω. Pengurangan jumlah wereng batang coklat W dipengaruhi oleh banyaknya wereng batang coklat yang mengalami kematian alami dengan tingkat kematian alami sebesar m. Serta dengan penambahan variable kontrol u_3 yang merupakan pesetisida yang disebar luaskan pada lahan padi.

4.2. Analisis Model Sistem Kinerja Pestisida Terhadap Hama

Adapun beberapa langkah dalam menganalisis model sistem yaitu, analisis keterkontrolan dan, analisis keteramatan. Analisis model sistem digunakan untuk mengetahui sistem terkontrol dan teramati dari model sistem kinerja pestisida dalam menangani kasus penyebaran hama.

4.2.1. Analisis Keterkontrolan

Diketahui matriks Z dan V yang merupakan hasil proses linierisasi sebagai berikut.

$$Z = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial P} & \frac{\partial P}{\partial B} & \frac{\partial P}{\partial T} & \frac{\partial P}{\partial W} \\ \frac{\partial B}{\partial P} & \frac{\partial B}{\partial B} & \frac{\partial B}{\partial T} & \frac{\partial B}{\partial W} \\ \frac{\partial T}{\partial P} & \frac{\partial T}{\partial B} & \frac{\partial T}{\partial T} & \frac{\partial T}{\partial W} \\ \frac{\partial W}{\partial P} & \frac{\partial W}{\partial B} & \frac{\partial W}{\partial T} & \frac{\partial W}{\partial W} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S & -aP & -\beta P & -\theta P \\ \gamma B & -c+\gamma P & 0 & 0 \\ \delta T & 0 & -b+\delta P & 0 \\ \omega W & 0 & 0 & -m+\omega P \end{bmatrix}$$

keterangan $S = r - \frac{2r}{K}P - \alpha B - \beta T - \theta w$

$$V = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial u} \\ \frac{\partial B}{\partial u} \\ \frac{\partial T}{\partial u} \\ \frac{\partial W}{\partial u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dengan parameter yang diketahui dari data penelitian Tesa dan Betha (2018), yaitu $\omega = 0.002, \gamma = 0.002, c = 0.0003, r = 0.0268, K = 16,720, P = 16,600, B = 774, T = 865, W = 2, \alpha = 00.1, \beta = 0.001, \theta = 0.001, m = 0.9, \delta = 0.001, b = 0.2963$ sehingga diperoleh matriks Z dan V sebagai berikut.

$$Z = \begin{bmatrix} -1.66 & -16.6 & -16.6 & -16.6 \\ 1.548 & 33.19 & 0 & 0 \\ 0.865 & 0 & 16.304 & 0 \\ 0.004 & 0 & 0 & 32.3 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial u} \\ \frac{\partial B}{\partial u} \\ \frac{\partial T}{\partial u} \\ \frac{\partial W}{\partial u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan syarat perlu dan cukup sistem terkontrol adalah

$$\mu_c = (V, ZV, Z^2V, \cdots, Z^{m-1}V)$$

mempunyai rank sama dengan m. Sehingga diperoleh matriks μ_c sebagai berikut.

$$\mu_c = \begin{bmatrix} 0 & -49.8 & -1275.12 & -35900.56 \\ 1 & 33.19 & 1024.5 & 32028.9 \\ 1 & 16.3 & 222.64 & 2525.67 \\ 1 & 32.3 & 1043.11 & 33686.73 \end{bmatrix}$$

Karena matriks μ_c mempunyai rank sama dengan sistem yaitu 4 sehingga memenuhi syarat maka sistem terbukti terkontrol.

4.2.2. Analisis Keteramatan

Diketahui matriks Z yang merupakan hasil proses linierisasi sebagai berikut.

$$Z = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial P} & \frac{\partial P}{\partial B} & \frac{\partial P}{\partial T} & \frac{\partial P}{\partial W} \\ \frac{\partial B}{\partial P} & \frac{\partial B}{\partial B} & \frac{\partial B}{\partial T} & \frac{\partial B}{\partial W} \\ \frac{\partial T}{\partial P} & \frac{\partial T}{\partial B} & \frac{\partial T}{\partial T} & \frac{\partial T}{\partial W} \\ \frac{\partial W}{\partial P} & \frac{\partial W}{\partial B} & \frac{\partial W}{\partial T} & \frac{\partial W}{\partial W} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S & -aP & -\beta P & -\theta P \\ \gamma B & -c + \gamma P & 0 & 0 \\ \delta T & 0 & -b + \delta P & 0 \\ \omega W & 0 & 0 & -m + \omega P \end{bmatrix}$$

keterangan $S = r - \dfrac{2r}{K}P - \alpha B - \beta T - \theta w$

dan matriks C sebagai output dari persamaan

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dengan parameter yang diketahui dari data penelitian Tesa dan Betha (2018), yaitu $\omega = 0.002, \gamma = 0.002, c = 0.0003, r = 0.0268, K = 16,720, P = 16,600, B = 774, T = 865, W = 2, \alpha = 00.1, \beta = 0.001, \theta = 0.001, m = 0.9, \delta = 0.001, b = 0.2963$ sehingga diperoleh matriks Z sebagai berikut.

$$Z = \begin{bmatrix} -1.66 & -16.6 & -16.6 & -16.6 \\ 1.548 & 33.19 & 0 & 0 \\ 0.865 & 0 & 16.304 & 0 \\ 0.004 & 0 & 0 & 32.3 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan syarat perlu dan cukup sistem teramati adalah $\mu_0 = (V, ZC, Z^2C, \cdots, Z^{m-1}C)^T$ mempunyai rank sama dengan m . Sehingga diperoleh matriks μ_0 sebagai berikut.

$$\mu_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1.66 & 1.548 & 0.865 & 0.004 \\ -16.6 & 33.19 & 0 & 0 \\ -16.6 & 0 & 16.304 & 0 \\ -16.6 & 0 & 0 & 32.3 \\ -37,2 & 48,79 & 12,67 & 0,12 \\ 523,4 & 1075,88 & -14,35 & -0,06 \\ -243,09 & -25,69 & 251,34 & -0,06 \\ -508,63 & -25,69 & -14,35 & 1043,23 \\ -995,03 & 1553,63 & 172,95 & 3,81 \\ -16751,29 & 34898,21 & -686,79 & -4,23 \\ 3341,005 & -686,79 & 3886,47 & -3,11 \\ -15808,26 & -4,23 & -674,01 & 33694,08 \end{bmatrix}$$

Karena memenuhi syarat keteramatan yaitu rank yang tercipta sama dengan sistem awal yaitu 4 maka teramati.

4.3. Penyelesaian Kontrol Optimal

Pada penelitian ini pengendalian penyebaran hama tanaman padi dengan penambahan kontrol optimal dilakukan dengan menggunakan metode prinsip *minimum Pontryagin*. Langkah langkah penyelesaian dari metode tersebut sebagai berikut.

Langkah 1: Membentuk fungsi Hamiltonian

$$H =$$

$$(A_1B+A_2T+A_3W+C_1U_1^2+C_2U_2^2+C_3U_3^2)+\lambda_1(rP(1-\frac{P}{K})-\alpha BP-\beta TP-\theta WP)$$

$$+\lambda_2(-cB+\gamma BP+u_1)+\lambda_3(-bT+\delta TP+u_2)+\lambda_4(-mW+\omega WP+u_3) \quad (4.5)$$

Langkah 2: Meminimumkan H terhadap semua vektor kontrol persamaan $U(t)$.

$$\begin{bmatrix} -\frac{\partial H}{\partial U_1} \\ -(2C_1U_1+\lambda_2)=0 \\ U_1=\frac{\lambda_2}{-2C_1} \end{bmatrix} | \begin{bmatrix} -\frac{\partial H}{\partial U_2} \\ -(2C_2U_2+\lambda_3)=0 \\ U_2=\frac{\lambda_3}{-2C_2} \end{bmatrix} | \begin{bmatrix} -\frac{\partial H}{\partial U_3} \\ -(2C_3U_3+\lambda_3)=0 \\ U_3=\frac{\lambda_4}{-2C_3} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Sehingga variabel kontrol optimal U_1^*, U_2^*, U_3^*, dan U_4^* berturut-turut adalah sebagai berikut.

$$U_1 = \frac{\lambda_2}{-2C_1}$$

$$U_2 = \frac{\lambda_3}{-2C_2}$$

$$U_3 = \frac{\lambda_4}{-2C_3} \quad (4.7)$$

Pada persamaan (4.7) yang diperoleh memiliki batasan skala antara $0 \longrightarrow 1$. Berdasarkan batasasan yang digunakan, maka persamaan diatasa dapat ditulis seperti berikut.

$$U_1^* = min(1max(0, \frac{\lambda_2}{-2C_1}))$$

$$U_2^* = min(1max(0, \frac{\lambda_3}{-2C_2}))$$

$$U_3^* = min(1max(0, \frac{\lambda_4}{-2C_3})) \quad (4.8)$$

Langkah 3: Menentukan persamaan *state*:

$$P^\bullet = \frac{\partial H}{\partial \lambda_1} = rP(1 - \frac{P}{K}) - \alpha BP - \beta TP - \theta WP \tag{4.9}$$

$$B^\bullet = \frac{\partial H}{\partial \lambda_2} = \gamma BP - cB + u_1 \tag{4.10}$$

$$T^\bullet = \frac{\partial H}{\partial \lambda_3} = \delta TP - bT + u_2 \tag{4.11}$$

$$W^\bullet = \frac{\partial H}{\partial \lambda_4} = \omega WP - mW + u_3 \tag{4.12}$$

Langkah 4: Menentukan persamaan *co-state*:

$$\lambda_1^\bullet = \frac{\partial H}{\partial P} = -\lambda_1(r(1 - \frac{1}{K}) - \alpha B - \beta T - \theta W) + \lambda_2 \gamma B + \lambda_3 \delta T + \lambda_4 \omega W \tag{4.13}$$

$$\lambda_2^\bullet = \frac{\partial H}{\partial B} = -\lambda_1 \alpha P + \lambda_2(-c + \gamma P) \tag{4.14}$$

$$\lambda_3^\bullet = \frac{\partial H}{\partial T} = -\lambda_1 \beta P + \lambda_3(-b + \delta P) \tag{4.15}$$

$$\lambda_3^\bullet = \frac{\partial H}{\partial W} = -\lambda_1 \theta P + \lambda_4(-m + \omega P) \tag{4.16}$$

Kemudian didapatkan hasil dari prinsip *minimum Pontryagin* yaitu persamaan (4.8), state pada persamaan (4.9), (4.10), (4.11), dan (4.12) serta costate pada persamaan (4.13), (4.14), (4.15), dan (4.16) kemudian diselesaikan hasil tersebut dengan simulasi numerik Runge Kutta Orde 4.

4.4. Penyelesaian Numerik

Pada penelitian kali ini solusi numerik yang digunakana adalah Runge kutta orde 4, berdasarkan hasil penyelesaian kontrol optimal yang telah dilakukan disub bab sebelumnya didapatkan persamaan *state* dan persamaan *costate* sehingga dalam penelitian untuk mencari hasil simulasi kali ini menggunakan metode Runge Kutta orde 4 *forward* dan *backward sweep* untuk *state* dan *costate*. Dari persamaan *state* (4.9), (4.10), (4.11), dan (4.12) kemudian disubstitusikan dengan persamaan runge kutta orde 4 *forward* pada persamaan (2.15) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
k_1 &= P(t_i, P_n, B_n, T_n, W_n) \\
&= rP(1 - \frac{P}{K}) - \alpha BP - \beta TP - \theta WP \\
l_1 &= B(t_i, P_n, B_n, u_j) \\
&= \gamma BP - cB + u_1 \\
m_1 &= T(t_i, P_n, T_n, u_j) \\
&= \delta TP - bT + u_2 \\
n_1 &= W(t_i, P_n, W_n, u_j) \\
&= \omega WP - mW + u_3 \\
k_2 &= P((t_i + \frac{h}{2}), (P_n + K_1\frac{h}{2}), (B_n + K_1\frac{h}{2}), (T_n + K_1\frac{h}{2}), (W_n + K_1\frac{h}{2})) \\
&= r(P_n + K_1\frac{h}{2})(1 - \frac{(P_n + K_1\frac{h}{2})}{K}) - \alpha(B_n + K_1\frac{h}{2})(P_n + K_1\frac{h}{2}) \\
&- \beta(T_n + K_1\frac{h}{2})(P_n + K_1\frac{h}{2}) - \theta(W_n + K_1\frac{h}{2})(P_n + K_1\frac{h}{2}) \\
l_2 &= B((t_i + \frac{h}{2}), (P_n + K_1\frac{h}{2}), (B_n + K_1\frac{h}{2}), (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1}))) \\
&= \gamma(B_n + K_1\frac{h}{2})(P_n + K_1\frac{h}{2}) - c(B_n + K_1\frac{h}{2}) + (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1})) \\
m_2 &= T((t_i + \frac{h}{2}), (P_n + K_1\frac{h}{2}), (T_n + K_1\frac{h}{2}), (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1}))) \\
&= \delta(T_n + K_1\frac{h}{2})(P_n + K_1\frac{h}{2}) - b(T_n + K_1\frac{h}{2}) + (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1})) \\
n_2 &= W((t_i + \frac{h}{2}), (P_n + K_1\frac{h}{2}), (W_n + K_1\frac{h}{2}), (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1}))) \\
&= \omega(W_n + K_1\frac{h}{2})(P_n + K_1\frac{h}{2}) - m(W_n + K_1\frac{h}{2}) + (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1}))
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
k_3 &= P((t_i + \frac{h}{2}), (P_n + K_2\frac{h}{2}), (B_n + K_2\frac{h}{2}), (T_n + K_2\frac{h}{2}), (W_n + K_2\frac{h}{2}))\\
&= r(P_n + K_2\frac{h}{2})(1 - \frac{(P_n + K_2\frac{h}{2})}{K}) - \alpha(B_n + K_2\frac{h}{2})(P_n + K_2\frac{h}{2})\\
&- \beta(T_n + K_2\frac{h}{2})(P_n + K_2\frac{h}{2}) - \theta(W_n + K_2\frac{h}{2})(P_n + K_2\frac{h}{2})\\
l_3 &= B((t_i + \frac{h}{2}), (P_n + K_2\frac{h}{2}), (B_n + K_2\frac{h}{2}), (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1})))\\
&= \gamma(B_n + K_2\frac{h}{2})(P_n + K_2\frac{h}{2}) - c(B_n + K_2\frac{h}{2}) + (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1}))\\
m_3 &= T((t_i + \frac{h}{2}), (P_n + K_2\frac{h}{2}), (T_n + K_2\frac{h}{2}), (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1})))\\
&= \delta(T_n + K_2\frac{h}{2})(P_n + K_2\frac{h}{2}) - b(T_n + K_2\frac{h}{2}) + (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1}))\\
n_3 &= W((t_i + \frac{h}{2}), (P_n + K_2\frac{h}{2}), (W_n + K_2\frac{h}{2}), (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1})))\\
&= \omega(W_n + K_2\frac{h}{2})(P_n + K_2\frac{h}{2}) - m(W_n + K_2\frac{h}{2}) + (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1}))\\
k_4 &= P((t_i + h), (P_n + K_3h), (B_n + K_3h), (T_n + K_3h), (W_n + K_3h))\\
&= r(P_n + K_3h)(1 - \frac{(P_n + K_3h)}{K}) - \alpha(B_n + K_3h)(P_n + K_3h)\\
&- \beta(T_n + K_3h)(P_n + K_3h) - \theta(W_n + K_3h)(P_n + K_3h)\\
l_4 &= B((t_i + h), (P_n + K_3h), (B_n + K_3h), u_{j+1})\\
&= \gamma(B_n + K_3h)(P_n + K_3h) - c(B_n + K_3h) + u_{j+1}\\
m_4 &= T((t_i + h), (P_n + K_3h), (T_n + K_3h), u_{j+1})\\
&= \delta(T_n + K_3h)(P_n + K_3h) - b(T_n + K_3h) + u_{j+1}\\
n_4 &= W((t_i + h), (P_n + K_3h), (W_n + K_3h), u_{j+1})\\
&= \omega(W_n + K_3h)(P_n + K_3h) - m(W_n + K_3h) + u_{j+1}
\end{aligned}
$$

Kemudian setelah itu disubstitusikan dengan persamaan (2.14) diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
P_{n+1} &= P_n + \frac{h}{6}((rP(1-\frac{P}{K}) - \alpha BP - \beta TP - \theta WP) + 2(r(P_n + K_1\frac{h}{2})\\
&\quad (1-\frac{(P_n + K_1\frac{h}{2})}{K}) - \alpha(B_n + K_1\frac{h}{2})(P_n + K_1\frac{h}{2}) - \beta(T_n + K_1\frac{h}{2})(P_n + K_1\frac{h}{2})\\
&\quad - \theta(W_n + K_1\frac{h}{2})(P_n + K_1\frac{h}{2})) + 2(r(P_n + K_2\frac{h}{2})(1-\frac{(P_n + K_2\frac{h}{2})}{K})\\
&\quad - \alpha(B_n + K_2\frac{h}{2})(P_n + K_2\frac{h}{2}) - \beta(T_n + K_2\frac{h}{2})(P_n + K_2\frac{h}{2})\\
&\quad - \theta(W_n + K_2\frac{h}{2})(P_n + K_2\frac{h}{2})) + (r(P_n + K_3h)(1-\frac{(P_n + K_3h)}{K})\\
&\quad - \alpha(B_n + K_3h)(P_n + K_3h) - \beta(T_n + K_3h)(P_n + K_3h)\\
&\quad - \theta(W_n + K_3h)(P_n + K_3h)))\\
B_{n+1} &= B_n + \frac{h}{6}((\gamma BP - cB + u_1) + 2(\gamma(B_n + K_1\frac{h}{2})(P_n + K_1\frac{h}{2})\\
&\quad - c(B_n + K_1\frac{h}{2}) + (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1}))) + 2(\gamma(B_n + K_2\frac{h}{2})(P_n + K_2\frac{h}{2})\\
&\quad - c(B_n + K_2\frac{h}{2}) + (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1}))) + (\gamma(B_n + K_3h)(P_n + K_3h)\\
&\quad - c(B_n + K_3h) + u_{j+1}))\\
T_{n+1} &= T_n + \frac{h}{6}((\delta TP - bT + u_2) + 2(\delta(T_n + K_1\frac{h}{2})(P_n + K_1\frac{h}{2})\\
&\quad - b(T_n + K_1\frac{h}{2}) + (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1}))) + 2(\delta(T_n + K_2\frac{h}{2})(P_n + K_2\frac{h}{2})\\
&\quad - b(T_n + K_2\frac{h}{2}) + (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1}))) + (\delta(T_n + K_3h)(P_n + K_3h)\\
&\quad - b(T_n + K_3h) + u_{j+1}))\\
W_{n+1} &= W_n + \frac{h}{6}((\omega WP - mW + u_3) + 2(\omega(W_n + K_1\frac{h}{2})(P_n + K_1\frac{h}{2})\\
&\quad - m(W_n + K_1\frac{h}{2}) + (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1}))) + 2(\omega(W_n + K_2\frac{h}{2})(P_n + K_2\frac{h}{2})\\
&\quad - m(W_n + K_2\frac{h}{2}) + (\frac{1}{2}(u_j + u_{j+1}))) + (\omega(W_n + K_3h)(P_n + K_3h)\\
&\quad - m(W_n + K_3h) + u_{j+1}))
\end{aligned}
$$

setelah itu dari persamaan *co-state* (4.13),(4.14),(4.15), dan (4.16) kemudian disubstitusikan dengan persamaan runge kutta orde 4 *backward* pada persamaan (2.17) sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
k_1 &= P(t_i, \lambda_n, P_n, B_n, T_n, W_n) \\
&= -\lambda_{1,n}(r(1-\frac{1}{K}) - \alpha B - \beta T - \theta W) + \lambda_{2,n}\gamma B + \lambda_{3,n}\delta T + \lambda_{4,n}\omega W \\
l_1 &= B(t_i, \lambda_n, P_n) \\
&= -\lambda_{1,n}\alpha P + \lambda_{2,n}(-c + \gamma P) \\
m_1 &= T(t_i, \lambda_n, P_n) \\
&= -\lambda_{1,n}\beta P + \lambda_{3,n}(-b + \delta P) \\
n_1 &= W(t_i, \lambda_n, P_n) \\
&= -\lambda_{1,n}\theta P + \lambda_{4,n}(-m + \omega P) \\
k_2 &= P((t_i - \frac{h}{2}), (\lambda_n - \frac{h}{2}k_1), \frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}), \frac{1}{2}(B_n + B_{n-1}), \frac{1}{2}(T_n + T_{n-1}), \\
&\frac{1}{2}(W_n + W_{n-1})) \\
&= (-\lambda_{1,n} - \frac{h}{2}k_1)(r(1-\frac{1}{K}) - \alpha\frac{1}{2}(B_n + B_{n-1}) - \beta\frac{1}{2}(T_n + T_{n-1}) - \theta\frac{1}{2}(W_n + W_{n-1})) \\
&+ (\lambda_{2,n})\gamma\frac{1}{2}(B_n + B_{n-1}) + (\lambda_{3,n})\delta\frac{1}{2}(T_n + T_{n-1}) + (\lambda_{4,n})\omega\frac{1}{2}(W_n + W_{n-1}) \\
l_2 &= B((t_i - \frac{h}{2}), (\lambda_n - \frac{h}{2}k_1), (\frac{1}{2}P_n + P_{n-1})) \\
&= (-\lambda_{1,n} - \frac{h}{2}k_1)\alpha\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}) + (\lambda_{2,n} - \frac{h}{2}k_1)(-c + \gamma\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1})) \\
m_2 &= T((t_i - \frac{h}{2}), (\lambda_n - \frac{h}{2}k_1), (\frac{1}{2}P_n + P_{n-1})) \\
&= (-\lambda_{1,n} - \frac{h}{2}k_1)\beta\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}) + (\lambda_{3,n} - \frac{h}{2}k_1)(-b + \delta\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1})) \\
n_2 &= W((t_i - \frac{h}{2}), (\lambda_n - \frac{h}{2}k_1), (\frac{1}{2}P_n + P_{n-1})) \\
&= (-\lambda_{1,n} - \frac{h}{2}k_1)\beta\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}) + (\lambda_{4,n} - \frac{h}{2}k_1)(-m + \omega\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
k_3 &= P((t_i - \frac{h}{2}), (\lambda_n - \frac{h}{2}k_2), \frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}), \frac{1}{2}(B_n + B_{n-1}), \frac{1}{2}(T_n + T_{n-1}), \\
&\frac{1}{2}(W_n + W_{n-1})) \\
&= (-\lambda_{1,n} - \frac{h}{2}k_2)(r(1 - \frac{1}{K}) - \alpha\frac{1}{2}(B_n + B_{n-1}) - \beta\frac{1}{2}(T_n + T_{n-1}) - \theta\frac{1}{2}(W_n + W_{n-1})) \\
&+ (\lambda_{2,n})\gamma\frac{1}{2}(B_n + B_{n-1}) + (\lambda_{3,n})\delta\frac{1}{2}(T_n + T_{n-1}) + (\lambda_{4,n})\omega\frac{1}{2}(W_n + W_{n-1}) \\
l_3 &= B((t_i - \frac{h}{2}), (\lambda_n - \frac{h}{2}k_2), (\frac{1}{2}P_n + P_{n-1})) \\
&= (-\lambda_{1,n} - \frac{h}{2}k_2)\alpha\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}) + (\lambda_{2,n} - \frac{h}{2}k_2)(-c + \gamma\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1})) \\
m_3 &= T((t_i - \frac{h}{2}), (\lambda_n - \frac{h}{2}k_2), (\frac{1}{2}P_n + P_{n-1})) \\
&= (-\lambda_{1,n} - \frac{h}{2}k_2)\beta\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}) + (\lambda_{3,n} - \frac{h}{2}k_2)(-b + \delta\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1})) \\
n_3 &= W((t_i - \frac{h}{2}), (\lambda_n - \frac{h}{2}k_2), (\frac{1}{2}P_n + P_{n-1})) \\
&= (-\lambda_{1,n} - \frac{h}{2}k_2)\beta\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}) + (\lambda_{4,n} - \frac{h}{2}k_2)(-m + \omega\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1})) \\
k_4 &= P((t_i - h), (\lambda_n - hk_3), P_{n-1}, B_{n-1}, T_{n-1}, W_{n-1}) \\
&= (-\lambda_{1,n} - hk_3)(r(1 - \frac{1}{K}) - \alpha B_{n-1} - \beta T_{n-1} - \theta W_{n-1}) \\
l_4 &= B((t_i - h), (\lambda_n - hk_2), (P_{n-1})) \\
&= (-\lambda_{1,n} - hk_3)\alpha P_{n-1}) + (\lambda_{2,n} - hk_3)(-c + \gamma P_{n-1})) \\
m_4 &= T((t_i - h), (\lambda_n - hk_3), (P_{n-1})) \\
&= (-\lambda_{1,n} - hk_3)\beta P_{n-1}) + (\lambda_{3,n} - hk_3)(-b + \delta P_{n-1})) \\
n_4 &= W((t_i - h), (\lambda_n - hk_3), (P_{n-1})) \\
&= (-\lambda_{1,n} - hk_3)\beta P_{n-1}) + (\lambda_{4,n} - hk_3)(-m + \omega P_{n-1}))
\end{aligned}
$$

Kemudian disubstitusikan dengan persamaan (2.14) diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
\lambda_{1,n-1} &= \lambda_{1,n} - \frac{h}{6}((-\lambda_{1,n}(r(1-\frac{1}{K}) - \alpha B - \beta T - \theta W) + \lambda_{2,n}\gamma B + \lambda_{3,n}\delta T + \lambda_{4,n}\omega W) \\
&\quad + 2((-\lambda_{1,n} - \frac{h}{2}k_1)(r(1-\frac{1}{K}) - \alpha\frac{1}{2}(B_n + B_{n-1}) - \beta\frac{1}{2}(T_n + T_{n-1}) \\
&\quad - \theta\frac{1}{2}(W_n + W_{n-1})) + (\lambda_{2,n})\gamma\frac{1}{2}(B_n + B_{n-1}) + (\lambda_{3,n})\delta\frac{1}{2}(T_n + T_{n-1}) \\
&\quad + (\lambda_{4,n})\omega\frac{1}{2}(W_n + W_{n-1})) + 2((-\lambda_{1,n} - \frac{h}{2}k_2)(r(1-\frac{1}{K}) - \alpha\frac{1}{2}(B_n + B_{n-1}) \\
&\quad - \beta\frac{1}{2}(T_n + T_{n-1}) - \theta\frac{1}{2}(W_n + W_{n-1})) + (\lambda_{2,n})\gamma\frac{1}{2}(B_n + B_{n-1}) \\
&\quad + (\lambda_{3,n})\delta\frac{1}{2}(T_n + T_{n-1}) + (\lambda_{4,n})\omega\frac{1}{2}(W_n + W_{n-1})) + ((-\lambda_{1,n} - hk_3)(r(1-\frac{1}{K}) \\
&\quad - \alpha B_{n-1} - \beta T_{n-1} - \theta W_{n-1})))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\lambda_{2,n-1} &= \lambda_{2,n} - \frac{h}{6}((-\lambda_{1,n}\alpha P + \lambda_{2,n}(-c + \gamma P)) + 2((-\lambda_{1,n} - \frac{h}{2}k_1)\alpha\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}) \\
&\quad + (\lambda_{2,n} - \frac{h}{2}k_1)(-c + \gamma\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1})) + 2((-\lambda_{1,n} - \frac{h}{2}k_2)\alpha\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}) \\
&\quad + (\lambda_{2,n} - \frac{h}{2}k_2)(-c + \gamma\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1})) + ((-\lambda_{1,n} - hk_3)\alpha P_{n-1}) + (\lambda_{2,n} - hk_3) \\
&\quad (-c + \gamma P_{n-1}))))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\lambda_{3,n-1} &= \lambda_{3,n} - \frac{h}{6}((-\lambda_{1,n}\beta P + \lambda_{3,n}(-b + \delta P)) + 2((-\lambda_{1,n} - \frac{h}{2}k_1)\beta\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}) \\
&\quad + (\lambda_{3,n} - \frac{h}{2}k_1)(-b + \delta\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}))) + 2((-\lambda_{1,n} - \frac{h}{2}k_2)\beta\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}) \\
&\quad + (\lambda_{3,n} - \frac{h}{2}k_2)(-b + \delta\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}))) + ((-\lambda_{1,n} - hk_3)\beta P_{n-1}) + (\lambda_{3,n} - hk_3) \\
&\quad (-b + \delta P_{n-1}))))
\end{aligned}
$$

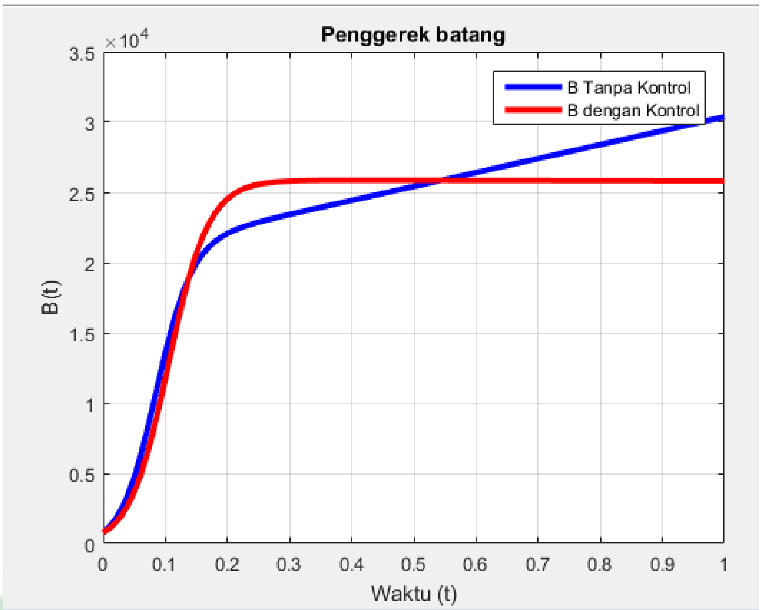
$$
\begin{aligned}
\lambda_{4,n-1} &= \lambda_{4,n} - \frac{h}{6}((-\lambda_{1,n}\theta P + \lambda_{4,n}(-m + \omega P)) + 2((-\lambda_{1,n} - \frac{h}{2}k_1)\beta\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}) \\
&\quad + (\lambda_{4,n} - \frac{h}{2}k_1)(-m + \omega\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}))) + 2((-\lambda_{1,n} - \frac{h}{2}k_2)\beta\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}) \\
&\quad + (\lambda_{4,n} - \frac{h}{2}k_2)(-m + \omega\frac{1}{2}(P_n + P_{n-1}))) + ((-\lambda_{1,n} - hk_3)\beta P_{n-1}) + (\lambda_{4,n} - hk_3) \\
&\quad (-m + \omega P_{n-1}))))
\end{aligned}
$$

Pada tabel 4.1 disajikan nilai parameter yang akan digunakan untuk mencari simulasi numerik.

Tabel 4.1 Nilai Parameter

No.	Variabel / Parameter	Nilai Parameter
1.	K	16,720
2.	P	16,600
3.	B	774
4.	T	865
5.	W	2
6.	ω	0.002
7.	γ	0.002
8.	c	0.003
9.	r	0.0268
10.	α	0.001
11.	β	0.001
12.	θ	0.001
13.	m	0.9
14.	δ	0.001
15.	b	0.2963
16.	$C_{1,2,3}$	569,550

4.4.1. Pertumbuhan Jumlah Penggerek Batang

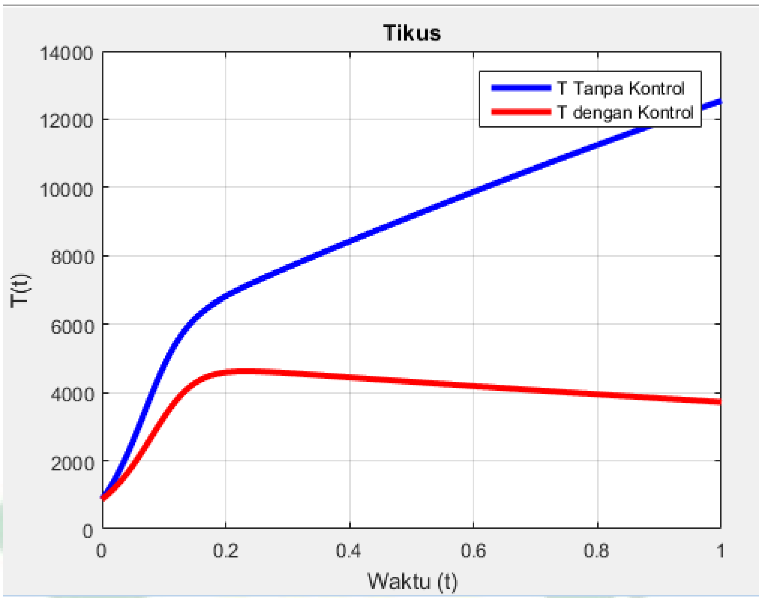


Gambar 4.1 Grafik Jumlah Penggerek Batang pada waktu t

Gambar 1 di atas menunjukkan bervariasinya kondisi jumlah pertumbuhan hama penggerek batang. Ketika tanpa ada pemberian variabel kontrol $U = 0$ pertumbuhan penggerek batang mengalami peningkatan yang pada awalnya bernilai 774 (jutaan ekor) meningkat menjadi 30,380 (jutaan ekor). Hal ini dikarenakan pesatnya jumlah pertumbuhan penggerek batang tanpa adanya mangsa alami, dan tanpa adanya pemberian pestisida sehingga membuat pertumbuhan penggerek batang meningkat.

Ketika pemberian suatu kontrol yaitu $U \neq 0$ pertumbuhan hama penggerek batang Juga mengalami peningkatan karena pestisida yang diberikan pada penggerek batang kurang mempengaruhi pengurangan pertumbuhannya dan kecepatan berkembang biak hama penggerek batang sehingga masih mengalami peningkatan diawal pemberian pestisida dari 774 (jutaan ekor) naik menjadi 25,900 (jutaan ekor) tetapi kemudian pada titik 0.55 secara bertahap mengalami penurunan hingga menjadi sekitar 25,810 (jutaan ekor).

4.4.2. Pertumbuhan Jumlah Tikus

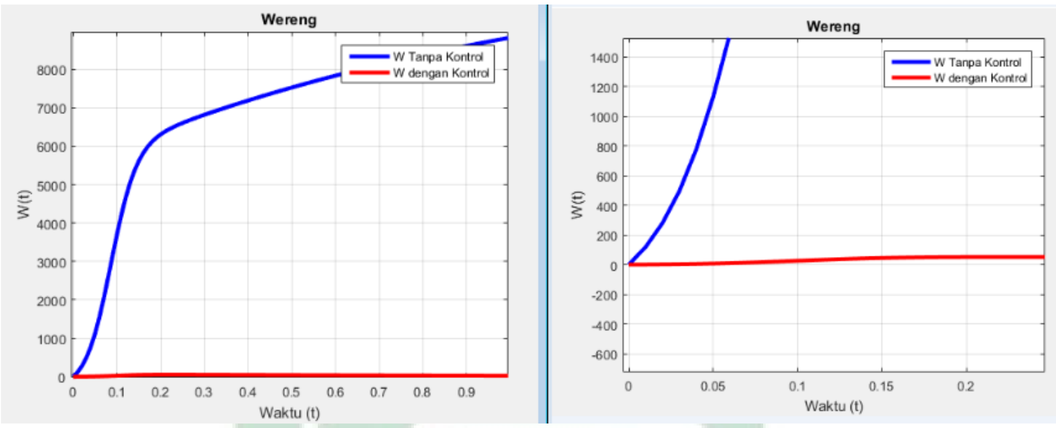


Gambar 4.2 Grafik Jumlah Tikus pada waktu t

Gambar 2 dapat dilihat kondisi jumlah pertumbuhan hama tikus. Ketika tanpa ada pemberian variabel kontrol $U = 0$ pertumbuhan tikus mengalami peningkatan yang pada awalnya bernilai 865 (jutaan ekor) meningkat menjadi 12.480 (jutaan ekor). Hal ini dikarenakan pesatnya jumlah pertumbuhan tikus tanpa adanya mangsa alami, dan tanpa adanya pemberian pestisida sehingga membuat prtumbuhan tikus meningkat pesat.

Ketika pemberian suatu kontrol yaitu $U \neq 0$ pertumbuhan hama tikus Juga mengalami peningkatan karena pestisida yang diberikan pada tikus kurang mempengaruhi pengurangan pertumbuhannya diawal sehingga masih mengalami peningkatan diawal yang dari 865 (jutaan ekor) naik menjadi 4.592 (jutaan ekor) tetapi kemudian secara bertahap mengalami penurunan drastis hingga sekitar 3,731 (jutaan ekor) dan lebih banyak berkurang daripada sebelum dikontrol.

4.4.3. Pertumbuhan Jumlah Wereng

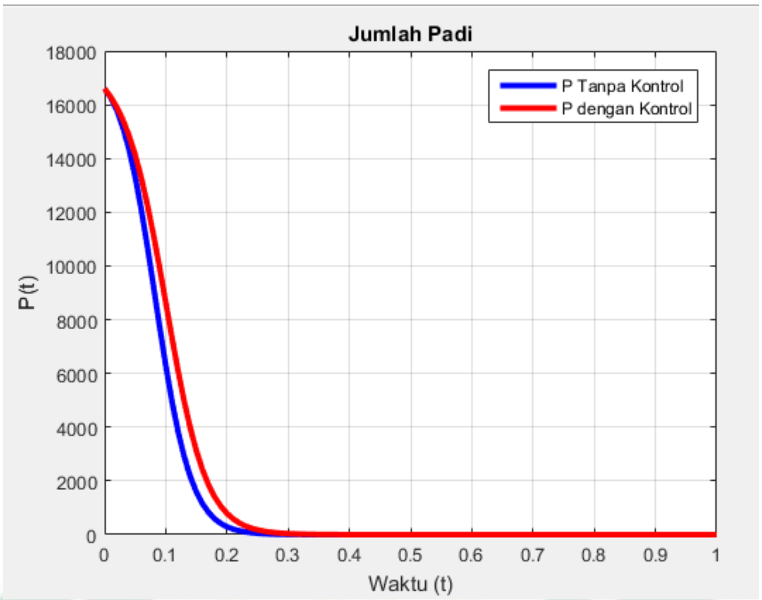


Gambar 4.3 Grafik Jumlah Wereng pada waktu t

Gambar 3 dapat dilihat kondisi jumlah pertumbuhan hama wereng. Ketika tanpa ada pemberian variabel kontrol $U = 0$ pertumbuhan wereng mengalami peningkatan yang pada awalnya bernilai 2 (jutaan ekor) meningkat menjadi 8,804 (jutaan ekor) hampir mendekati 9,000 (jutaan ekor). Hal ini dikarenakan pesatnya jumlah pertumbuhan wereng tanpa adanya mangsa alami, dan tanpa adanya pemberian pestisida, serta sumber makanan yang melimpah sehingga membuat prtumbuhan wereng meningkat pesat.

Ketika pemberian suatu kontrol yaitu $U \neq 0$ pertumbuhan hama wereng Juga mengalami peningkatan tetapi tidak terlalu seknifikan karena pestisida yang diberikan pada wereng sangat mempengaruhi pengurangan pertumbuhannya diawal sehingga masih mengalami peningkatan diawal yang dari 2 (jutaan ekor) naik menjadi 42.66 (jutaan ekor) tetapi kemudian secara bertahap mengalami penurunan drastis hingga menjadi sekitar 27.3 (jutaan ekor) dan lebih banyak berkurang daripada sebelum dikontrol.

4.4.4. Pertumbuhan Jumlah Padi



Gambar 4.4 Grafik Jumlah Padi pada waktu t

Gambar 4 dapat dilihat kondisi jumlah pertumbuhan padi. Ketika tanpa ada pemberian variabel kontrol $U = 0$ pertumbuhan padi mengalami penurunan yang pada awalnya bernilai 16,600 (jutaan rumpun) menurun menjadi 293.7 (jutaan rumpun). Hal ini dikarenakan karena adanya mangsa alami yaitu hama penggerek batang, tikus, dan wereng sehingga jumlahnya berkurang drastis sehingga ketika waktu panen tiba jauh dari yang seharusnya.

Ketika pemberian suatu kontrol yaitu $U \neq 0$ pertumbuhan padi juga mengalami penurunan karena adanya pemangsa alami yaitu hama yang sejalan dengan pertumbuhan hama tersebut. tetapi tidak terlalu seknifikan karena pestisida yang diberikan pada padi sangat mempengaruhi pengurangan perkembang biakan hama diawal sehingga masih mengalami peningkatan diawal tanpa adanya kontrol hanya memenuhi nilai 293.7 (jutaan rumpun) naik menjadi 789.2 (jutaan rumpun) tetapi kemudian secara bertahap mengalami penurunan drastis karena tetap adanya tindakan pemanenan berkala tetapi ketika waktu panen tiba jumlahnya masih lebih baik ketimbang padi tanpa adanya pemberian kontrol optimal.

4.5. Integrasi Keilmuan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah ditunjukkan sebelumnya, jika pemberian kontrol optimal dengan menggunakan prinsip *minimum Pontryagin* dapat bekerja dengan baik pada model *Prey-Predator* secara optimal sesuai dengan apa yang diinginkan. Pemberian kontrol optimal ini merupakan upaya yang dapat dilakukan oleh peneliti dalam mengatasi permasalahan *Prey-Predator*. Allah swt juga telah menjelaskan pentingnya berusaha serta berikhtiar agar menghasilkan sesuatu yang baik. Sebagaimana yang dijelaskan potongan surat az-Zumar ayat 39 berikut ini:

قُلْ يَٰقَوْمِ ٱعْمَلُوا۟ عَلَىٰ مَكَانَتِكُمْ إِنِّى عَٰمِلٌ ۖ فَسَوْفَ تَعْلَمُونَ ﴿٣٩﴾

Katakanlah: "Hai kaumku, bekerjalah sesuai dengan keadaanmu, sesungguhnya aku akan bekerja (pula), maka kelak kamu akan mengetahui".

Pada ayat di atas menjelaskan bahwa segala sesuatu hal yang dikerjakan harus diusahakan dengan makasimal, karena dengan usaha keras yang kita lakukan maka Allah akan memberikan suatu balasan baik yang setimpal dengan apa yang telah kamu usahakan dengan maksimal. Pada penelitian ini yang dimaksud dengan usaha keras adalah dengan melakukan pencegahan atau pengontrolan pada hama tanaman padi sehingga dapat memberikan manfaat yang banyak bagi yang lain. Memberikan manfaat bagi yang lain disebutkan dalam hadis.

عن جابر قال : قال رسول الله صلى الله عليه وسلم : « المُؤْمِنُ يَألَفُ وَيُؤْلَفُ ، وَلاَ خَيْرَ فِيْمَنْ لاَ يَألَفُ ، وَلاَ يُؤْلَفُ، وَخَيْرُ النّاسِ أَنْفَعُهُمْ لِلنّاسِ

Artinya: Orang beriman itu bersikap ramah dan tidak ada kebaikan bagi seorang yang tidak bersikap ramah. Dan sebaik-baik manusia adalah orang yang paling bermanfaat bagi manusia(HR. Jabir).

Hadis di atas menjelaskan, bahwa kita sebagai manusia harus dapat bermanfaat bagi manusia yang lain. Seperti halnya pada penelitian yang dilakukan, peneliti melakukan upaya atau usaha untuk mencegah penyebaran hama tanaman padi sehingga mengurangi terjadinya gagal panen karena serangan hama yang terlalu berlebihan. Selain selalu berusaha yang terbaik untuk mencapai yang diinginkan tawakal kepada Allah pun juga sangat diperlukan karena semua rezeki yang kita dapat merupakan hasil pemberian dari Allah karena sesungguhnya Allah sangat menyukai orang-orang yang bertawakal pada-Nya. Jika disimpulkan pada penilitian kali ini dari mulai latar belakang hingga hasil penelitian terdapat kaidah fikih didalamnya yaitu:

العُسْر سَبَبٌ التَّيْسِيْر

Artinya: Kesulitan sebab datangnya kemudahan

Kaidah fikih di atas dapat dijelaskan bahwa setiap kesulitan yang datang menghampiri selalu ada kemudaan atau jalan keluar dibaliknya. Allah Swt juga memberikan solusi di setiap permasalahan yang ada. Seperti pada permasalahan puasa walaupun puasa hukumnya wajib Allah Swt tidak mewajibkan puasa bagi orang sakit tetapi menqadha di hari yang lain. Kaidah tersebut juga berlaku pada pembelajaran daring di mana walaupun kita menghadapi kesusahan untuk bertatap muka dalam kegiatan belajar mengajar tetapi Allah Swt juga memberikan kemudahan dalam belajar serta menuntut ilmu melalui media-media serta fasilitas dalam kegiatan pembelajaran daring sehingga kegiatan belajarpun terus berlanjut.

Apabila kaidah tersebut dihubungkan dengan penelitian yang dilakukan dapat dimaknai sebagai penyebaran hama yang terjadi yang menyulitkan para petani padi karena dengan adanya hama dapat membuat hasil panen gagal. Sehingga dengan adanya penelitian ini diharapkan dapat memberi kemudahan untuk para orang-orang yang melibatkan dalam bidang pertanian. Kemudahan tersebut juga dapat mengatarkan kita dalam menjalankan perintah Allah dalam membantu sesama manusia karena kita adalah makhluk sosial yakni saling membantu dan saling membutuhkan sama yang lain.

BAB V

PENUTUP

Pada bab ini dapat diambil kesimpulan dari hasil yang diperoleh setelah dilakukan penyelesaian kontrol optimal serta simulasinya pada model Prey-Predator dalam mencegah penyebaran hama tanaman padi. Adapun saran yang diberikan pada penelitian ini agar dapat dilakukan kajian yang lebih mendalam untuk penelitian selanjutnya.

5.1. Kesimpulan

1. Didapatkan penyelesaian kontrol optimal pada model penyebaran Prey-Predator dengan menggunakan tiga variabel kontrol yaitu kontrol pemberian pestisida pada variabel Penggerek batang (B), Tikus (T), dan wereng (W) sebagai berikut.

   - Penyelesaian Kontrol Optimal dengan pemberian pestisida pada populasi Penggerek batang

   $$U_1^* = min(1max(0, \frac{\lambda_2}{-2C_1}))$$

   - Penyelesaian Kontrol Optimal dengan pemberian pestisida pada Tikus

   $$U_2^* = min(1max(0, \frac{\lambda_3}{-2C_2}))$$

   - Penyelesaian Kontrol Optimal dengan pemberian pestisida pada populasi Wereng

   $$U_3^* = min(1max(0, \frac{\lambda_4}{-2C_3}))$$

2. Berdasarkan hasil penelitian diatas menunjukkan bahwa jumlah hama penggerek batang jika pada kondisi tanpa adanya kontrol $U = 0$ jumlahnya perkembangan mencapai 30,380 (jutaan ekor). Sedangkan saat kondisi $U \neq 0$ atau dengan kontrol, petumbuhan hama berkurang sebesar 15.04% atau 4,570 juta ekor. Pada pengendalian hama tikus dengan adanya kontrol, jumlah perkembangan mencapai 29.89% atau 8.749 juta ekor lebih sedikit daripada tanpa kontrol. Pada pengendalian hama wereng, selisih perbedaan jumlah hama antara tanpa kontrol dan dengan kontrol adalah 99.6% atau setara dengan 8,776.7 juta ekor. Hal ini menunjukkan pengendalian hama penggerek batang, tikus, dan wereng berfungsi optimal. Akibat adanya kontrol pada hama tanaman padi, jumlah produksi dapat meningkat hingga 62.7% atau sekitar 495.5 jutaan rumpun lebih banyak daripada tanpa kontrol.

5.2. Saran

setelah dilakukannya penelitian pada skripsi ini,penulis menyarankan untuk pnelitian selanjutnya dapat menggunakan data terbaru di kabupaten Karawang sehingga para pembaca dapat selalu mengikuti perkembangan terbaru. Selanjutnya pada penyelesaian numerik dapat mencoba menggunakan Runge Kutta dengan orde yang lebih tinggi.

DAFTAR PUSTAKA

Anderson, B. D., & Moore, J. B. (2007). *Optimal Control: linear quadratic methods. Courier Corporation*.

Aplin, K. P., & Brown, P. R. (2003). *Field Methods for Rodent Studies in Asia and The Indo-Pacific*. Austalia: Australian Centre for International Agricultural Research.

Baco, D., & Sama, S. (1995). *Integrated pest management on rice in South Sulawesi: Its success and challenges*. In XIII International Plant Protection Congress, the Hague, the Netherlands (pp. 2-7).

Baehaki, S. (2013). *Hama Penggerek Batang Padi dan Teknologi Pengendalian*. IPTEK TANAMAN PANGAN VOL. 8 NO. 1 2013.

Brooks, J. E. (1979). *Commercial Rodent Control*. WHO/VBC.

Candra.V.Donggulo, & Lapanjang, I. M. (2017). *PERTUMBUHAN DAN HASIL TANAMAN PADI (Oryza sativa L) PADA BERBAGAI POLA JAJAR LEGOWO DAN JARAK TANAM*. J. Agroland 24 (1) : 27 - 35, April 2017, 27.

Garnadi, A. D., & SyahrilL, E. (2018). *Pengantar Kontrol Optimum dan Metode Numeriknya dalam SCILAB*.

Gusa, R. F. (2014). *Penerapan Metode Runge-Kutta Orde 4 dalam Analisis Rangkaian RLC*. Jurnal ECOTIPE, Volume 1, No.2, Oktober 2014 , 47.

Haberman, R. (1998). *Mathematical Models Mechanica) Vibrations, Population Dynamics, and Traffic Flow An Introduction to Applied Mathematics*. Society for Industrial and Applied Mathematics.

Hardiyanti, S. A. (2016). *Kontrol Optimal Sistem Perawatan Produksi dengan Memperhatikan Kerusakan Produk dan Tingkat Diskon*. Surabaya: Doctoral dissertation, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Heviyanti, M., & C. M. (2016). *Keanekaragaman Predator Serangga Hama Pada Tanaman Padi Sawah (Oryzae sativa, L.) di Desa Paya Rahat Kecamatan Banda Mulia, Kabupaten Aceh Tamiang*. AGROSAMUDRA, Jurnal Penelitian Vol. 3 No. 2 Jul Des 2016, 28.

Hidayat, R. (2006). *Persamaan Diferensial Parsial*. Jember.

Kartasapoetra, A. G. (1993). *Hama tanaman pangan dan perkebunan*. Jakarta: Bumi Aksara.

Kartono. (2012). *Persamaan Diferensial Biasa: Model Matematika Fenomena Perubahan*. Yogyakarta: GRAHA ILMU.

Kirk, D. E. (1970). *Optimal Control Theory An Introduction*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc.

Meehan, A. P. (1984). *Rats and mice*. Their biology and control. Rentokil Ltd.

Naidu, D. S. (2002). *Optimal Control Systems*. America: CRC Press LLC.

Nurhamiyawan, E. N. (2013). *ANALISIS DINAMIKA MODEL KOMPETISI DUA POPULASI YANG HIDUP BERSAMA DI TITIK KESETIMBANGAN TIDAK TERDEFINISI*. Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster) Volume 02, No. 3 (2013), hal 197 204., 197.

Oktaviani, R., Prihandono, B., & Helmi. (2014). *PENYELESAIAN NUMERIK SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL NON LINEARDENGAN METODE HEUN PADA MODEL LOTKA-VOLTERRA*. Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya (Bimaster), 29-38.

Pamuntjak, R. J. (1990). *Persamaan Diferensial Biasa*. Bandung: ITB.

Perko, L. (2001). *Differential Equations and Dynamical Systems Third Edition*. USA.

Pertanian, D. (2008, April 18). *Departemen Pertanian*. Retrieved Juni 11, 2021, from www.deptan.go.id

Pinandita, S. (2009). *RACANG BANGUN ALAT PENANGKAP HAMA WERENG BERDASARKAN PENGARUH WARNA CAHAYA LED*. Program Studi Teknik Elektro, Fakultas Teknik Universitas Dian Nuswantoro.

Priyambodo, S. (2003). *Pengendalian Hama Tikus Terpadu.*

Rose, G. R. (2015). *Numerical Methods for Solving Optimal Control Problems*. A Thesis Presented for the Master of Science Degree The University of Tennessee, Knoxville.

Ross, S. L. (1984). *DIFFERENTIAL EQUATIONS Third Edition*. john Wiley & Sons, Inc.

Saragih, B. (2001). *PROSPEK AGRIBISNIS 2001 DAN EVALUASI PEMBANGUNAN PERTANIAN 2000.*

Subiono. (2013). *Sistem Linear dan Kontrol Optimal*. Surabaya: Subiono.

Sudarmaji. (2005). *ANALISIS BAHAYA DAN PENGENDALIAN TITIK KRITIS (HAZARD ANALYSIS CRITICAL CONTROL POINT)*. JURNAL KESEHATAN LINGKUNGAN VOL.1, NO.2, JANUARI 2005, 183.

Setiawan, A. (2005). *Mina Padi. Budi Daya Ikan Bersama Padi*. Jakarta.

Suzyanna. (2013). *Interaksi Antara Predator-Prey dengan Faktor Pemanen Prey*. NATURAL-A Journal of Scientific Modeling & Computation, Volume 1 No.1 2013, 58.

Triatmodjo, B. (2002). Metode numerik. Yogyakarta: Beta Offset.

Ismunadji. (1989). Increasing productivity of lowland rice grown on. 205-211.