

**PEMODELAN SEIQR PADA PENYEBARAN COVID-19 DENGAN
PENGARUH KEEFEKTIFAN VAKSIN**

SKRIPSI



**UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A**

Disusun Oleh
SITI AISYATUR ROSIDAH
H02218012

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL
SURABAYA**

2022

PERNYATAAN KEASLIAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini,

Nama : SITI AISYATUR ROSIDAH

NIM : H02218012

Program Studi : Matematika

Angkatan : 2018

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul "PEMODELAN SEIQR PADA PENYEBARAN COVID-19 DENGAN PENGARUH KEEFEKTIFAN VAKSIN". Apabila suatu saat nanti terbukti saya melakukan tindakan plagiat, maka saya bersedia menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian pernyataan keaslian ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 07 Juli 2022

Yang menyatakan,



SITI AISYATUR ROSIDAH
NIM. H02218012

LEMBAR PERSETUJUAN PEMBIMBING

Skripsi oleh

Nama : SITI AISYATUR ROSIDAH

NIM : H02218012

Judul Skripsi : PEMODELAN SEIQR PADA PENYEBARAN COVID-19
DENGAN PENGARUH KEEFEKTIFAN VAKSIN

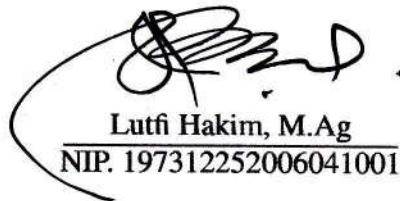
telah diperiksa dan disetujui untuk diujikan.

Pembimbing I



Ahmad Lubab, M.Si
NIP. 198111182009121003

Pembimbing II



Lutfi Hakim, M.Ag
NIP. 197312252006041001

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika
UIN Sunan Ampel Surabaya



Aris Fanani, M.Kom
NIP. 198701272014031002

PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI

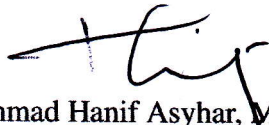
Skripsi oleh

Nama : SITI AISYATUR ROSIDAH
NIM : H02218012
Judul Skripsi : PEMODELAN SEIQR PADA PENYEBARAN COVID-19
DENGAN PENGARUH KEEFEKTIFAN VAKSIN

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji
pada tanggal 07 Juli 2022

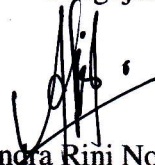
Mengesahkan,
Tim Penguji

Penguji I



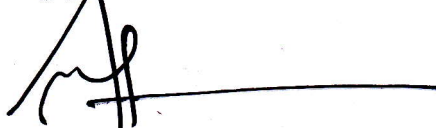
Ahmad Hanif Asyhar, M. Si
NIP. 198601232014031001

Penguji II



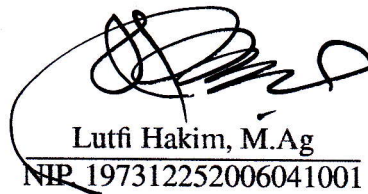
Dian Candra Rini Novitasari, M.Kom
NIP. 198511242014032001

Penguji III



Ahmad Lubab, M.Si
NIP. 198111182009121003

Penguji IV



Lutfi Hakim, M.Ag
NIP. 197312252006041001

Mengetahui,

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Ampel Surabaya



Agung Hamdani, M.Pd
NIP. 196507312000031002



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
PERPUSTAKAAN

Jl. Jend. A. Yani 117 Surabaya 60237 Telp. 031-8431972 Fax.031-8413300
E-Mail: perpus@uinsby.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika UIN Sunan Ampel Surabaya, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : SITI AISYATUR ROSIDAH
NIM : H02218012
Fakultas/Jurusan : SAINTEK / MATEMATIKA
E-mail address : sitiaisyaturrosidah@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah :

Sekripsi Tesis Desertasi Lain-lain (.....)
yang berjudul :

PEMODELAN SEIQR PADA PENYEBARAN COVID-19
DENGAN PENGARUH KEEFEKTIFAN VAKSIN

beserta perangkat yang diperlukan (bila ada). Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (database), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di Internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini yang saya buat dengan sebenarnya.

Surabaya, 09 Juli 2022

Penulis

(SITI AISYATUR ROSIDAH)
nama terang dan tanda tangan

ABSTRAK

PEMODELAN SEIQR PADA PENYEBARAN COVID-19 DENGAN PENGARUH KEEFEKTIFAN VAKSIN

Penyebaran COVID-19 dan strategi pencegahan penularannya melalui karantina dan vaksinasi dapat diprediksi dengan pemodelan matematika epidemiologi model SEIQR. Pemodelan ini bertujuan untuk mengetahui model penyebaran COVID-19 beserta titik kestabilan dari model tersebut. Model penelitian yaitu menggunakan model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin. Populasi dalam model yang digunakan dibagi menjadi lima sub-populasi, diantaranya yaitu: *S-Suspected*, *E-Exposed*, *I-Infected*, *Q-Quarantined*, dan *R-Recovery*. Model yang telah dibentuk dicari kestabilan titik kesetimbangannya dengan kriteria *Routh-Hurwitz*, kemudian disimulasikan menggunakan metode numerik *Runge-Kutta* orde keempat. Penelitian ini menggunakan lima jenis vaksin yang berbeda yaitu Sinovac, AstraZeneca, Sinopharm, Moderna, dan Pfizer, dengan masing-masing nilai keefektifan yaitu 65.3%, 62.1%, 78.02%, 94.1%, dan 95.5%. Hasil analisis kestabilan menunjukkan bahwa apabila menggunakan vaksin dengan efektifitas lebih rendah, seperti Sinovac, AstraZeneca, dan Sinopharm, memperoleh $R_0 > 1$ yaitu 2.0554, 2.245, dan 1.302, dengan kata lain COVID-19 akan terus ada, sedangkan dengan efektifitas vaksin tinggi, seperti Moderna dan Pfizer, menghasilkan $R_0 < 1$ yaitu 0.3495 dan 0.2666, artinya COVID-19 akan menghilang seiring waktu. Berdasarkan penelitian ini diperoleh bahwa COVID-19 dapat menghilang setelah hari ke-61 atau ke-73. Selain itu, semakin tinggi keefektifan vaksin, maka jumlah individu terinfeksi dan individu yang dikarantina semakin rendah, sedangkan jumlah individu yang sembuh semakin tinggi.

Kata kunci: Model Epidemik SEIQR, COVID-19, Efektifitas Vaksin, Kriteria *Routh-Hurwitz*

ABSTRACT

SEIQR MODELING ON THE SPREAD OF COVID-19 WITH THE EFFECT OF VACCINE EFFECTIVENESS

The spread of disease and strategies for preventing transmission through quarantine and vaccination of COVID-19 can be predicted using the SEIQR model which is a epidemic mathematical modeling. This modeling aims to determine the model of the spread of COVID-19 and the stability point of the model. In this study the model uses the SEIQR model with the effect of vaccine effectiveness. The population in the SEIQR model is divided into five sub-populations, namely S-Suspected, E-Exposed, I-Infected, Q-Quarantined, and R-Recovery. Then from the model that has been formed, the stability of each equilibrium point will be sought using the *Routh-Hurwitz* criteria, then simulated using the fourth-order *Runge-Kutta* numerical method. This study used five different types of vaccines, namely Sinovac, AstraZeneca, Sinopharm, Moderna, and Pfizer, with the respective effectiveness values are 65.3%, 62.1%, 78.02%, 94.1%, and 95.5%. The results of the stability analysis show that when using a vaccine with lower effectiveness, such as Sinovac, AstraZeneca, and Sinopharm, the values of R_0 are 2.0554, 2.245, and 1.302, which is $R_0 > 1$, in other words, the COVID-19 disease will continue to exist. While with high vaccine effectiveness, such as Moderna and Pfizer, the value of R_0 is 0.3495 and 0.2666, which is $R_0 < 1$, meaning that COVID-19 will disappear over time. Based on this study, the result obtained is that COVID-19 can disappear after 61 to 73 days. In addition, the higher the vaccine effectiveness, the lower the number of infected and quarantined individuals, while the higher the number of recovered individuals.

Keywords: SEIQR Epidemic Model, COVID-19, Vaccine Effectiveness, *Routh-Hurwitz* Criteria

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN	ii
LEMBAR PERSETUJUAN PEMBIMBING	iii
PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI	iv
LEMBAR PERSETUJUAN PUBLIKASI	v
ABSTRAK	vi
ABSTRACT	vii
DAFTAR ISI	1
DAFTAR TABEL	4
DAFTAR GAMBAR	5
DAFTAR LAMBANG	6
I PENDAHULUAN	7
1.1. Latar Belakang Masalah	7
1.2. Rumusan Masalah	15
1.3. Tujuan	15
1.4. Manfaat	16
1.5. Batasan Masalah	16
1.6. Sistematika Penulisan	17
II TINJAUAN PUSTAKA	19
2.1. Model Penyebaran Penyakit	19
2.1.1. Asumsi dan Variabel Model	20
2.1.2. Model Penyebaran Penyakit SEIQR dengan Pengaruh Vaksin	24
2.2. Linearisasi Persamaan Diferensial	29
2.3. Titik Keseimbangan	31
2.4. Nilai dan Vektor Eigen	33
2.5. Kriteria Kestabilan <i>Routh-Hurwitz</i>	34
2.6. Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)	36

2.7. Metode <i>Runge-Kutta</i> Orde Empat	40
2.8. Integrasi Keislaman	42
2.8.1. Memakan Makanan Halal dan Baik	43
2.8.2. Menjaga Kebersihan Diri dan Lingkungan	44
2.8.3. Menjaga Kesehatan	45
2.8.4. Menghindari Bahaya Penyakit	47
2.8.5. Berusaha Mencari Obat dan Pengobatan	48
2.8.6. Berserah Diri kepada Allah (<i>Ber-tawakkal</i>)	49
III METODE PENELITIAN	51
3.1. Jenis Penelitian	51
3.2. Jenis dan Sumber Data	51
3.3. Kerangka Pemikiran	54
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	58
4.1. Linearisasi	58
4.2. Titik Keseimbangan	59
4.2.1. Titik Keseimbangan Bebas Penyakit	60
4.2.2. Titik Keseimbangan Endemik	61
4.3. Analisis Kestabilan	64
4.4. Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)	74
4.5. Memasukkan Nilai Parameter dan Variabel	78
4.5.1. Titik Keseimbangan	79
4.5.2. Analisis Kestabilan	80
4.5.3. Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)	87
4.6. Simulasi dengan <i>Runge-Kutta</i> Orde Empat	89
4.7. Integrasi Keislaman	95
4.7.1. Peran Pemerintah	95
4.7.2. Peran Masyarakat	97
V PENUTUP	99
5.1. Kesimpulan	99
5.2. Saran	101

A PERHITUNGAN MANUAL MATRIKS JACOBIAN PADA SISTEM PERSAMAAN (2.7)	110
B PERHITUNGAN MANUAL ELIMINASI GAUSS SEGITIGA BAWAH UNTUK P_1	113
C PERHITUNGAN MANUAL ELIMINASI GAUSS SEGITIGA BAWAH UNTUK P_2	116



UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A

DAFTAR TABEL

2.1	Variabel Model SEIQR dengan Pengaruh Keefektifan Vaksin pada Penyebaran COVID-19	21
2.2	Parameter Model SEIQR dengan Pengaruh Keefektifan Vaksin pada Penyebaran COVID-19	22
3.1	Data Nilai Parameter COVID-19	52
4.1	Nilai Awal Variabel dan Nilai Parameter	78
4.3	Hasil Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) dari Titik Keseimbangan Bebas Penyakit	87
4.4	Hasil Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) dari Titik Keseimbangan Endemik	88

UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A

DAFTAR GAMBAR

2.1	Diagram Kompartemen Model SEIQR dengan Pengaruh Keefektifan Vaksin pada Penyebaran COVID-19	24
3.1	Diagram Alir Tahapan Penelitian	54
4.1	Dinamika Perubahan Populasi pada Penyebaran COVID-19 Model SEIQR dengan Pengaruh Keefektifan Vaksin 62,1% (AstraZeneca) .	91
4.2	Perbandingan Dinamika Populasi Individu yang Terpapar dengan Keefektifan Vaksin yang berbeda ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$, dan α_5)	93
4.3	Perbandingan Dinamika Populasi Individu yang Terinfeksi dengan Keefektifan Vaksin yang berbeda ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$, dan α_5)	94

UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A

DAFTAR LAMBANG

- $S(t)$: Banyaknya populasi yang rentan pada waktu t
- $E(t)$: Banyaknya populasi yang terpapar pada waktu t
- $I(t)$: Banyaknya populasi yang sudah terinfeksi pada waktu t
- $Q(t)$: Banyaknya populasi yang dikarantina pada waktu t
- $R(t)$: Banyaknya populasi yang sudah sembuh pada waktu t
- $N(t)$: Total semua individu dalam populasi pada waktu t
- μ : Laju kelahiran dan kematian alami
- β : Laju penularan
- ρ : Laju individu yang terpapar menjadi rentan kembali
- δ : Laju pemulihan
- η : Laju individu dikarantina menjadi sembuh
- τ : Laju individu sembuh menjadi rentan kembali
- θ_1 : Laju individu terpapar akan dikarantina
- θ_2 : Laju individu terinfeksi akan dikarantina
- ϵ_1 : Laju kematian individu terpapar
- ϵ_2 : Laju kematian individu terinfeksi
- ϵ_3 : Laju kematian individu dikarantina
- v : Keefektifan vaksin
- ϕ : Matriks laju infeksi yang masuk kelas terinfeksi
- ψ : Matriks laju infeksi yang keluar kelas terinfeksi
- J : Matriks Jacobian
- λ : Nilai eigen

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Beberapa negara dikejutkan dengan adanya penyakit pernapasan baru yang bahkan telah mewabah di seluruh dunia beberapa tahun belakangan yaitu sejak sekitar akhir tahun 2019 dan awal tahun 2020. *World Health Organization* (WHO) menetapkan penyakit ini disebabkan oleh infeksi SARS-CoV-2 (*severe acute respiratory syndrome coronavirus 2*) sebagai COVID-19 (*coronavirus disease 2019*). Menurut laporan, penyakit tersebut pertama kalinya muncul dari sebuah rumah sakit di Wuhan, China pada 18 hingga 29 Desember 2019 sebagai kasus pneumonia (Zhong et al., 2020).

Penyakit COVID-19 menyebar dengan sangat cepat sehingga penambahan kasus setiap harinya meningkat pesat. Pada awal tahun 2020, kasus penyakit ini menyebar di Hubei kemudian ke beberapa provinsi sekitar Hubei, hingga ke seluruh China dan beberapa negara terutama Asia (Susilo et al., 2020). Konfirmasi pertama kasus COVID-19 di Indonesia sendiri adalah sebanyak 2 kasus pada tanggal 2 Maret 2020. Pada 31 Maret 2020, data mencatat bahwa telah terkonfirmasi 1.528 kasus positif dengan kematian sebanyak 136 dan tingkat kematiannya 8,9% yang mana di Asia Tenggara menjadi tingkat kematian tertinggi. Serta hingga pada 28 Juli 2021 telah tercatat sejumlah 3.239.936 kasus positif dengan 86.835 kematian (Susilo et al., 2020). Berdasarkan data WHO pada 29 Maret 2020, dari seluruh dunia sudah tercatat sebanyak 634.835 kasus yang

dikonfirmasi dengan 33.106 kematian dari lebih dari 190 negara dan wilayah, sehingga COVID-19 dinyatakan sebagai penyakit pandemik.

Besarnya jumlah kasus terkonfirmasi ini disebabkan oleh tingkat penularan virus yang tinggi. Virus SARS-CoV-2 dapat menular antar sesama manusia melalui droplet, kontak langsung, maupun dari benda-benda yang terkontaminasi virus. Gejala utama penyakit ini adalah demam, batuk, bersin-bersin, sakit tenggorokan, kelelahan, dan sekitar setengah dari pasien mengalami kesulitan bernapas. Bahkan ada banyak kasus positif tetapi tidak menunjukkan gejala apapun dan masih dapat menularkan kepada orang lain (Zhong et al., 2020).

Virus SARS-CoV-2 memiliki masa inkubasi adalah sekitar 5 sampai dengan 24 hari. Sebuah penelitian tentang COVID-19 menyatakan bahwa rata-rata masa inkubasi virus dengan interval kepercayaan 95% rata-ratanya adalah 5,2 hari (Li et al., 2020). Terdapat juga hasil penelitian dengan rata-rata masa inkubasi yaitu 5,6 sampai 6,7 hari dengan interval kepercayaan 95% dan persentil ke-95 adalah 12,5 hari (Quesada et al., 2020). Penelitian lain menunjukkan bahwa masa inkubasi dengan interval kepercayaan yang sama memiliki rata-rata yaitu 8,29 hari dan persentil ke-90 dan 99 masing-masing 14,28 dan 20,31 hari (Qin et al., 2020). Sebuah kasus yang tidak biasa juga melaporkan bahwa masa inkubasi virus adalah selama 19 hari (Bai et al., 2020). Bahkan ditemukan juga kasus dengan masa inkubasi selama 38 hari yang memiliki probabilitas rendah (Wang et al., 2021).

Waktu inkubasi yang lama berarti terjadi penyesuaian dalam penyesuaian dan pengendalian. Karena dari penelitian di awal pandemi melaporkan masa inkubasi SARS-CoV-2 kurang lebih yaitu 5 sampai 14 hari, sehingga para ahli menyarankan karantina adalah selama 14 hari untuk mengurangi tingkat penularan. COVID-19 merupakan penyakit jenis baru sehingga pengetahuan

terkait penanganan khusus dan cara pencegahannya masih terbatas. Beberapa obat antivirus dan vaksin juga masih terus dikembangkan oleh banyak ahli di dunia untuk membentuk imunitas terhadap virus dan mencegah transmisi. Sehingga saat ini pencegahan yang direkomendasikan oleh WHO yaitu pemutusan rantai penularan dengan proteksi dasar, deteksi dini, dan juga isolasi atau karantina (Susilo et al., 2020).

Ajaran Islam dalam menghadapi wabah penyakit atau epidemi banyak memberikan himbauan-himbauan yang dituangkan pada ayat al-Qur'an dan al-Hadis. Salah satunya adalah dari hadis riwayat Ibnu Majah yang mana manusia tidak diperbolehkan membahayakan diri sendiri maupun orang lain (Masduki, 2021).

عَنْ أَبِي سَعِيدٍ سَعْدِ بْنِ مَالِكِ بْنِ سِنَانَ الْخُدْرِيِّ رَضِيَ اللَّهُ عَنْهُ أَنَّ رَسُولَ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ قَالَ: (لَا ضَرَرَ وَلَا ضِرَارَ) حَدِيثٌ حَسَنٌ، رَوَاهُ ابْنُ مَاجَةَ، وَالدَّارِقُطْنِيُّ، وَغَيْرُهُمَا مُسْنَدًا. وَرَوَاهُ مَالِكٌ فِي " الْمَوْطَأِ " مُرْسَلًا عَنْ عَمْرِو بْنِ يَحْيَى عَنْ أَبِيهِ عَنِ النَّبِيِّ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ فَأَسْقَطَ أَبُو سَعِيدٍ، وَلَهُ طُرُقٌ يُقْوَى بَعْضُهَا بَعْضًا.

S U R A B A Y A

Terjemah arti: “Dari Abu Said Sa’ad bin Malik bin Sinan Al Khudry ra., bahwa Rasulullah Saw. bersabda: ”Tidak boleh melakukan sesuatu yang berbahaya dan menimbulkan bahaya bagi orang lain.” Hadis hasan diriwayatkan oleh Ibnu Majah, Ad Daruquthni dan lainnya dengan sanad bersambung. Diriwayatkan juga oleh Malik dalam Al Muwatha’ dari Amr bin Yahya dari ayahnya dari Nabi Saw. secara mursal karena menggugurkan (tidak menyebutkan) Abu Sa’id. Hadis ini memiliki beberapa jalan yang saling menguatkan.” (HR. Ibnu Majah)

Berdasarkan hadis tersebut jika dikaitkan dengan adanya wabah COVID-19 yaitu manusia tidak diperbolehkan membahayakan dirinya sendiri seperti bepergian ke tempat yang terjangkau wabah serta tidak boleh membahayakan orang lain seperti menularkan kepada orang lain. Sehingga bagi orang yang terjangkau harus melakukan isolasi diri agar tidak menularkan dan membahayakan orang lain.

Namun manusia tidak dapat menghindari penyakit dan apabila menderita suatu penyakit, manusia tidak boleh hanya berdiam diri, mereka harus berusaha terlebih dahulu sebelum ber-*tawakkal*. Salah satu usaha yang dapat dilakukan manusia adalah dengan mencari obat atau pengobatan. Ada pula hadis yang menjelaskan mengenai anjuran untuk berobat dan adanya obat untuk setiap penyakit. Salah satu hadis tersebut adalah hadis riwayat Abu Dawud berikut (Fuadi and Suharto, 2021):

حَدَّثَنَا مُحَمَّدُ بْنُ عَبَّادَةَ الْوَاسِطِيُّ حَدَّثَنَا يَزِيدُ بْنُ هَارُونَ أَخْبَرَنَا إِسْمَاعِيلُ بْنُ عَيَّاشٍ
عَنْ ثَعْلَبَةَ بْنِ مُسْلِمٍ عَنْ أَبِي عِمْرَانَ الْأَنْصَارِيِّ عَنْ أُمِّ الدَّرْدَاءِ عَنْ أَبِي الدَّرْدَاءِ قَالَ قَالَ
رَسُولُ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ إِنَّ اللَّهَ أَنْزَلَ الدَّاءَ وَالِدَوَاءَ وَجَعَلَ لِكُلِّ دَاءٍ دَوَاءً
فَتَدَاوُوا وَلَا تَدَاوُوا بِحَرَامٍ

Terjemah arti: "Telah menceritakan kepada kami Muhammad bin 'Ubadah Al Wasithi telah menceritakan kepada kami Yazid bin Harun telah mengabarkan kepada kami Isma'il bin 'Ayyasy dari Tsa'labah bin Muslim dari Abu Imran Al Anshari dari Ummu Ad Darda dari Abu Ad Darda ia berkata, "Rasulullah Saw. bersabda: "Sesungguhnya Allah telah menurunkan penyakit dan obat, dan menjadikan bagi setiap penyakit terdapat obatnya, maka berobatlah dan jangan berobat dengan sesuatu yang haram!" (HR. Abu Dawud)

Berdasarkan hadis riwayat Abu Dawud tersebut menerangkan bahwa setiap

penyakit pasti memiliki penawarnya sehingga manusia dianjurkan untuk mencari penawarnya dengan berobat. Hadis tersebut juga menganjurkan manusia agar berobat dengan obat yang halal dan suci.

Untuk mempercepat pemulihan diri, berobat juga harus disertai dengan memakan makanan yang bergizi. Sehingga hadis tersebut bersesuaian dengan QS. Al-Baqarah ayat 172 sampai 173 berikut (Chodir, 2021):

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا كُلُوا مِن طَيِّبَاتِ مَا رَزَقْنَاكُمْ وَاشْكُرُوا لِلَّهِ إِن كُنتُمْ إِيَّاهُ تَعْبُدُونَ
 إِنَّمَا حَرَّمَ عَلَيْكُمُ الْمَيْتَةَ وَالدَّمَ وَلَحْمَ الْخِنْزِيرِ وَمَا أُهْلَ بِهِ لِغَيْرِ اللَّهِ فَمَن اضْطُرَّ
 غَيْرَ بَاغٍ وَلَا عَادٍ فَلَا إِثْمَ عَلَيْهِ إِنَّ اللَّهَ غَفُورٌ رَّحِيمٌ

Terjemah arti: "Wahai orang-orang yang beriman! Makanlah dari rezeki yang baik yang Kami berikan kepada kamu dan bersyukurlah kepada Allah, jika kamu hanya menyembah kepada-Nya. Sesungguhnya Dia hanya mengharamkan atasmu bangkai, darah, daging babi, dan (daging) hewan yang disembelih dengan (menyebut nama) selain Allah. Tetapi barangsiapa terpaksa (memakannya), bukan karena menginginkannya dan tidak (pula) melampaui batas, maka tidak ada dosa baginya. Sungguh, Allah Maha Pengampun, Maha Penyayang." (QS. Al-Baqarah : 172-173)

Ayat tersebut memerintahkan manusia agar memakan sesuatu yang halal baik dari kandungan maupun cara memperolehnya, namun jika benar-benar terpaksa untuk bertahan hidup maka boleh dikonsumsi. Hal ini juga bersesuaian dengan penggunaan vaksin yang berbahan halal dan tidak najis, namun hal tersebut diperbolehkan jika tanpa adanya vaksin dapat mengakibatkan penyakit berat, kecacatan permanen, atau bahkan kematian namun masih belum diketahui vaksin

yang bersih serta halal. Oleh karenanya diperlukan adanya uji klinis dan pengembangan terhadap obat antivirus, vaksin, maupun obat-obatan yang berguna bagi COVID-19 (Chodir, 2021).

Untuk mengetahui pada tingkat karantina maupun tingkat keefektifan vaksin beserta jumlah hari karantina dan ketersediaan vaksin dalam mengatasi penyebaran penyakit COVID-19 dapat dilakukan dengan pemodelan matematika di bidang epidemiologi. Beberapa pemodelan matematika yang sering digunakan dalam matematika epidemiologi adalah model epidemik SIR (*Suspected - Infected - Recovered*) dan (*Suspected - Exposed - Infected - Recovered*) yang juga dapat dikembangkan atau di-modifikasi dengan menambahkan berbagai macam faktor.

Banyak penelitian-penelitian yang menggunakan model epidemik SIR, SEIR, maupun modifikasinya seperti SEI (*Suspected - Exposed - Infected*), SIRS (*Suspected - Infected - Recovered - Suspected*), SEIV (*Suspected - Exposed - Infected - Vaccinated*), SEITR (*Suspected - Exposed - Infected - Treatment - Recovered*), SEIRD (*Suspected - Exposed - Infected - Recovered - Death*), SEIRS (*Suspected - Exposed - Infected - Recovered - Suspected*), dan lainnya dalam memprediksi pola, penyebaran, maupun strategi menangani penyakit. Metode-metode tersebut pernah dilakukan untuk memodelkan berbagai penyakit seperti sifilis, demam berdarah, influenza, tuberculosis, malaria, hepatitis, HIV/AIDS dan lainnya (Putri and Sulaiman, 2017; Resmawan and Nurwan, 2017; Soleh et al., 2017; Mulyani et al., 2018; Elhia et al., 2021).

Adi-Kusumo, dkk. (2020) telah melakukan penelitian mengenai model SIR untuk memprediksi penyebaran COVID-19 tahap awal di Yogyakarta. Model tersebut membagi populasi menjadi 3 kelas yaitu S-*Susceptible* untuk individu

yang rawan terinfeksi, *I-Infected* untuk individu terinfeksi, dan *R-Recovered* untuk individu yang sudah pulih atau sembuh dari penyakit. Dengan menggunakan asumsi total populasi dan data pasien COVID-19 di DIY diperoleh nilai parameter tingkat infeksi adalah 12,25% atau 0,1225 dan tingkat kesembuhan adalah 3,77% atau 0,0377. Dari hasil tersebut diketahui bilangan reproduksi dasar (R_0) adalah 3,25 yang lebih dari 1, sehingga virus COVID-19 adalah wabah penyakit yang mana satu orang dapat menularkan kepada 3-4 orang lain yang sehat. Namun penelitian ini kurang akurat karena dalam COVID-19 terdapat juga kasus dimana seseorang dapat terpapar tetapi belum terinfeksi, sehingga model tersebut dapat ditambah kelas *E-Exposed* (individu yang terpapar) (Adi-Kusumo et al., 2020).

Pada penelitian oleh Carcione, dkk. (2020) mensimulasikan epidemik COVID-19 dengan model SEIR menggunakan beberapa asumsi yang berbeda. Asumsi pertama menggunakan parameter penyakit SARS yang menghasilkan analisis bahwa jumlah kontak mempengaruhi pada berkurangnya intensitas nilai puncak penyebaran namun pergerakan waktunya lebih lambat, sedangkan jumlah individu yang terpapar (*exposed*) tidak mempengaruhi intensitas nilai puncak tetapi mempercepat epidemik. Selain itu, masa inkubasi atau masa infeksi yang lebih lama dapat menunda epidemik. Sedangkan untuk asumsi lain menggunakan data COVID-19 pada Maret 2020 menunjukkan bahwa puncak epidemik terjadi setelah 27 hari dengan jumlah individu yang meninggal tergantung pada bilangan reproduksi dasar (R_0). Dengan asumsi ini memperoleh hasil bahwa masa inkubasi dan infeksi lebih besar atau lama dari kasus pertama, maka tingkat kematian akibat infeksi jauh lebih tinggi, sementara jika lebih banyak individu yang terpapar (*exposed*) menghasilkan masa inkubasi 13 hari dan tingkat kematian yang lebih rendah yaitu 0,6% (Carcione et al., 2020).

Model dapat digunakan untuk memprediksi dan memahami bagaimana penyakit menular menyebar dan bagaimana berbagai faktor dapat mempengaruhi penyebaran. Meskipun prediksinya kurang akurat, namun menurut para ahli, untuk menghentikan penyebaran virus, sangat penting pemberlakuan karantina, *social distancing*, dan penerapan standar kesehatan dan keselamatan yang ketat. Karantina bahkan diterapkan pada abad pertengahan untuk menangani *black death* sebelum ada pengetahuan tentang virus (Carcione et al., 2020).

Model SIR dengan karantina dan vaksinasi sebagai pengaruhnya pernah dilakukan oleh Puspita, Kharis dan Supriyono (2017) untuk memodelkan penyebaran difteri. Dengan model tersebut dihasilkan bahwa jika tingkat vaksinasi (p) semakin tinggi dan individu yang dikarantina (α) semakin banyak, maka bilangan R_0 semakin kecil. Pada $p < 0,884$, $\alpha < 0,049$, dihasilkan $R_0 > 1$ yang berarti penyakit masih belum dapat menghilang karena masih terdapat penyebaran. Sehingga penyakit berangsur-angsur mulai menghilang jika $R_0 < 1$ yaitu pada $p > 0,884$, $\alpha > 0,049$ yang berarti jika tingkat vaksinasi semakin tinggi dan semakin banyak individu yang dikarantina maka populasi akan semakin cepat terbebas dari penyakit dan individu akan cepat sembuh (Puspita et al., 2017).

Selain itu, terdapat juga penelitian terdahulu mengenai pemodelan SEIQR dengan pengaruh vaksinasi yang dilakukan oleh Ghostine, dkk. (2021). Dalam penelitian tersebut memodelkan penyebaran COVID-19 di Arab Saudi dengan menggunakan tujuh sub-populasi yaitu *Suspected* (S), *Exposed* (E), *Infected* (I), *Quarantined* (Q), *Recovered* (R), *Death* (D), dan *Vaccinated* (V). Analisis matematis dilakukan untuk menggambarkan ketidaknegatifan, keterbatasan, kesetimbangan epidemi, keberadaan dan keunikan kesetimbangan endemik, serta bilangan reproduksi dasar dari model. Kemudian metode ensemble Kalman filter

(EnKF) digunakan untuk membatasi model dan parameternya dengan data yang tersedia. Hasil numerik menunjukkan kemampuan model dalam memprediksi perkembangan epidemi jangka pendek hingga dua minggu. (Ghostine et al., 2021).

Dari penjelasan di atas beserta penjabaran kelemahan dan kelebihan dari penelitian sebelumnya, maka untuk skripsi ini penulis mengusung judul yaitu “Pemodelan SEIQR pada COVID-19 dengan Pengaruh Keefektifan Vaksin”.

1.2. Rumusan Masalah

Dengan memperhatikan penjabaran latar belakang di atas dapat disusun rumusan masalah yang diangkat pada penulisan skripsi ini diantaranya:

1. Bagaimana model penyebaran COVID-19 menggunakan model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin?
2. Bagaimana kestabilan dari titik kesetimbangan model penyebaran COVID-19 menggunakan model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin?
3. Bagaimana hasil simulasi model penyebaran COVID-19 menggunakan model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin?

1.3. Tujuan

Dengan memperhatikan penjabaran rumusan masalah di atas, berikut dipaparkan beberapa maksud dan tujuan dari penulisan skripsi yaitu:

1. Mengetahui model penyebaran COVID-19 menggunakan model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin.
2. Mengetahui titik kestabilan dari model penyebaran COVID-19 menggunakan model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin.

3. Mengetahui hasil simulasi model penyebaran COVID-19 menggunakan model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin.

1.4. Manfaat

Berdasarkan pemaparan tujuan di atas, berikut dijabarkan manfaat yang dapat diperoleh dari penulisan skripsi ini yaitu:

1. Bagi penulis, skripsi ini dapat memberikan dan memperdalam pengetahuan mengenai pemodelan penyebaran penyakit terutama model SEIQR.
2. Bagi pembaca, skripsi ini diharapkan bisa dijadikan sebagai bahan studi literatur untuk mengembangkan penelitian ini maupun pengembangan pemodelan penyebaran penyakit dengan model dan penyakit ini atau yang lain.

1.5. Batasan Masalah

Dalam skripsi ini, faktor-faktor yang membatasi pembentukan model penyebaran penyakit dipaparkan sebagai berikut:

1. Data COVID-19 yang digunakan hanya pada wilayah Jawa Timur pada tanggal 1 hingga 31 Juli 2021.
2. Pemodelan ini hanya menganalisis dengan kejadian bulan Juli 2021 tanpa memperhatikan jika terjadi lonjakan kasus setelahnya.
3. Data penelitian menggunakan data populasi penduduk, data total individu terinfeksi, total individu yang berkontak dengan penderita, data total individu dikarantina, data total individu yang sembuh, data total kematian populasi, data total kematian individu yang terinfeksi, data total kematian

individu yang berkontak dengan penderita, data total kematian individu dikarantina, dan data total kematian individu yang sembuh.

1.6. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang baik perlu ditentukan sebagai dasar atau acuan untuk mempermudah penyusunan laporan penelitian dengan menguraikannya menjadi beberapa bab. Berikut dijabarkan sistematika penulisan isi dari laporan penelitian ini.

1. BAB I: PENDAHULUAN

Dalam bab pertama ini akan dibagi menjadi lima sub-bab yang tiap sub-babnya akan menguraikan mengenai latar belakang masalah, ringkasan permasalahan, tujuan dan manfaat penelitian, batas ruang lingkup permasalahan, dan sistematika penulisan.

2. BAB II: TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab kedua ini akan diuraikan studi literatur yang berupa teori dari jurnal, buku, maupun sumber kepustakaan lain dan hasil penelitian-penelitian terdahulu yang sesuai atau berkaitan dengan penelitian ini.

3. BAB III: METODE PENELITIAN

Bab ketiga yaitu metode penelitian akan diuraikan metode pengumpulan atau pengumpulan data, metode penelitian maupun metode analisis data yang akan diaplikasikan dalam penelitian.

4. BAB IV: PEMBAHASAN

Pada bab keempat yaitu pembahasan akan menguraikan mengenai

pembentukan model, kestabilan dari masing-masing titik kesetimbangan, proses numerik dan simulasi, beserta analisis dari hasil penelitian.

5. BAB V: PENUTUP

Bab terakhir adalah penutup yang akan menguraikan kesimpulan dari rumusan masalah yang telah disusun yang mana kesimpulan tersebut diperoleh dari hasil penelitian. Bab ini juga menjabarkan saran untuk penelitian selanjutnya sehingga dapat memperbaiki kelemahan, menyempurnakan dan mengembangkan penelitian ini.



UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Model Penyebaran Penyakit

Model epidemik dalam matematika epidemiologi yang digunakan untuk menganalisis dinamika penyebaran penyakit menular menggunakan konsep model kompartemen. Model kompartemen membagi populasi menjadi beberapa kelas (sub-populasi) yang mana kelas-kelas tersebut memiliki kompartemen masing-masing dan mewakili tahap yang berbeda. Contohnya pada model epidemi SIR yang mana kelas S mewakili individu yang masih di tahap rentan, kelas I mewakili individu yang telah terinfeksi, serta kelas R mewakili individu terinfeksi yang telah sembuh dari penyakit (Putra, 2016).

Model epidemik dirumuskan dengan mendeskripsikan hubungan masing-masing kompartemen dengan asumsi tentang sifat dan laju waktu perpindahan dari satu kompartemen ke kompartemen lainnya. Laju perpindahan antar kompartemen dinyatakan secara matematis sebagai turunan terhadap waktu dari nilai kompartemen, dan kemudian dirumuskan dalam bentuk persamaan diferensial (Brauer and Castillo-Chavez, 2012).

Model kompartemen dasar untuk menggambarkan penularan penyakit menular pertama kali dikembangkan oleh Kermack dan McKendrick pada 1927 (Putra, 2016). Model epidemik Kermack-McKendrick membagi populasi menjadi tiga kompartemen, yaitu *Susceptible* (S) untuk individu yang rentan, *Infectious* (I) untuk individu yang terinfeksi dan dapat menularkan penyakit ke individu rentan,

dan *Recovered* (R) untuk individu yang telah sembuh dari penyakit. Model tersebut menggunakan prinsip *mass action incidence* (βN), yang mana laju penyebaran tergantung pada jumlah populasi. Selain itu dalam model tersebut tidak ada populasi yang masuk atau keluar dari sistem dan tidak ada kematian akibat penyakit (Brauer and Castillo-Chavez, 2012).

Model epidemik SEIQR akan diaplikasikan sebagai model dasar dalam penelitian ini, yang mana total populasi (N) dibagi menjadi lima sub-populasi yaitu *S-Suspected* yang mewakili individu rentan, *E-Exposed* mewakilkan individu terpapar tetapi belum tentu terinfeksi, *I-Infected* mewakilkan individu yang sudah terinfeksi, *Q-Quarantined* mewakili individu yang dikarantina, dan *R-Recovered* mewakilkan individu yang sudah sembuh.

2.1.1. Asumsi dan Variabel Model

Asumsi yang digunakan dalam model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin pada penyebaran COVID-19 diantaranya yaitu:

1. Total populasi diasumsikan selalu sama, jumlah populasi dianggap konstan atau tetap, atau dapat dikatakan laju kelahiran dan kematian adalah sama.
2. Semua individu dalam populasi dapat meninggal.
3. COVID-19 dapat menimbulkan kematian, sehingga kematian alami dan kematian akibat COVID-19 berbeda.
4. Semua individu dalam populasi diasumsikan memiliki peluang yang sama untuk tertular.
5. COVID-19 dapat menular dari individu yang terinfeksi melalui kontak secara langsung.

6. Individu yang terpapar menjadi terinfeksi jika hasil tes menyatakan positif dan kembali menjadi rentan jika hasil tes menyatakan negatif.
7. Individu yang terpapar dan terinfeksi dapat memasuki proses karantina baik mandiri maupun di rumah sakit.
8. Individu yang dikarantina dapat meliputi individu yang dikarantina akibat terpapar COVID-19, akibat terinfeksi COVID-19, maupun akibat melakukan perjalanan luar negeri.
9. Semua individu yang dikarantina dapat pulih.
10. Vaksinasi diberikan kepada semua individu yang rentan.
11. Individu yang sudah sembuh belum tentu memiliki kekebalan terhadap COVID-19 sehingga individu yang sudah sembuh dapat rentan kembali.

Variabel dan parameter yang digunakan dalam pemodelan penyebaran COVID-19 menggunakan model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin disajikan pada tabel-tabel berikut:

Tabel 2.1 Variabel Model SEIQR dengan Pengaruh Keefektifan Vaksin pada Penyebaran COVID-19

Variabel	Keterangan	Satuan	Syarat
$S(t)$	Individu yang rentan terinfeksi	Individu	$S(t) \geq 0$
$E(t)$	Individu yang terpapar tetapi belum tentu terinfeksi	Individu	$E(t) \geq 0$
$I(t)$	Individu yang terinfeksi	Individu	$I(t) \geq 0$
$Q(t)$	Individu yang dikarantina	Individu	$Q(t) \geq 0$
$R(t)$	Individu yang sembuh	Individu	$R(t) \geq 0$

$N(t)$	Total seluruh individu dalam populasi	Individu	$N(t) \geq 0$
--------	---------------------------------------	----------	---------------

Tabel 2.2 Parameter Model SEIQR dengan Pengaruh Keefektifan Vaksin pada Penyebaran COVID-19

Parameter	Keterangan	Satuan	Syarat
μ	Laju kelahiran dan kematian alami	$individu \cdot (hari)^{-1}$	$\mu \geq 0$
β	Laju penularan	$(individu \times hari)^{-1}$	$\beta \geq 0$
ρ	Laju individu terpapar menjadi rentan kembali	$(hari)^{-1}$	$\rho \geq 0$
γ	Laju individu terpapar menjadi terinfeksi	$(hari)^{-1}$	$\gamma \geq 0$
δ	Laju pemulihan individu terinfeksi	$(hari)^{-1}$	$\delta \geq 0$
η	Laju pemulihan individu dikarantina	$(hari)^{-1}$	$\eta \geq 0$
τ	Laju individu sembuh menjadi rentan kembali	$(hari)^{-1}$	$\tau \geq 0$
θ_1	Laju individu terpapar akan dikarantina	$(hari)^{-1}$	$\theta_1 \geq 0$
θ_2	Laju individu terinfeksi akan dikarantina	$(hari)^{-1}$	$\theta_2 \geq 0$
ϵ_1	Laju kematian individu terpapar	$individu \cdot (hari)^{-1}$	$\epsilon_1 \geq 0$

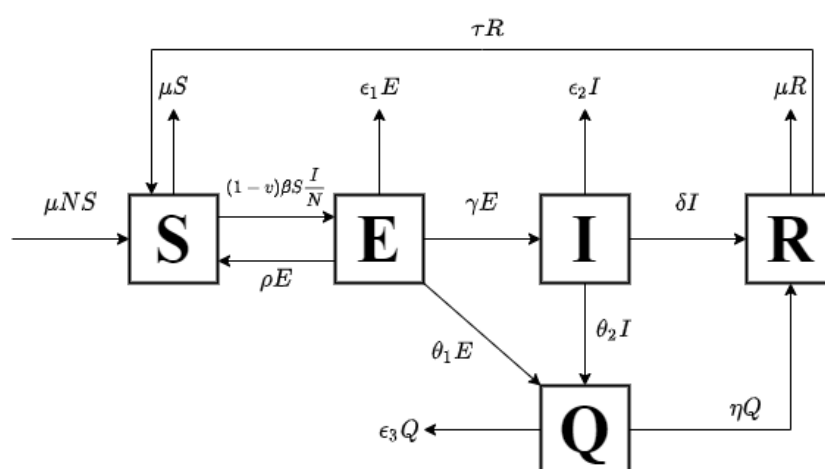
ϵ_2	Laju kematian individu terinfeksi	$individu \cdot (hari)^{-1}$	$\epsilon_2 \geq 0$
ϵ_3	Laju kematian individu dikarantina	$individu \cdot (hari)^{-1}$	$\epsilon_3 \geq 0$
v	Keefektifan vaksin	% (<i>persen</i>)	$0 \leq v \leq 1$

Parameter-parameter dapat diperoleh nilai-nilainya dengan menggunakan rumus berikut (Hasanah, 2019; Nangi et al., 2019):

$$\begin{aligned}
 \mu &= \text{mortalitas} = \frac{\text{banyak kematian}}{\text{populasi}} \times 10^n \\
 \beta &= \frac{1}{\text{proporsi individu rentan} \times \text{masa pemulihan}} \\
 \rho &= \frac{1}{\text{hari rata - rata keluar hasil tes}} \\
 \gamma &= \frac{1}{\text{masa inkubasi}} \\
 \delta &= \frac{1}{\text{masa pemulihan individu terinfeksi}} \\
 \eta &= \frac{1}{\text{masa pemulihan individu dikarantina}} \\
 \tau &= \frac{1}{\text{masa individu sembuh rentan kembali}} \\
 \theta_1 &= \frac{1}{\text{hari rata - rata keluar hasil tes}} \\
 \theta_2 &= \frac{1}{\text{hari rata - rata keluar hasil tes}} \\
 \epsilon_1 &= \frac{\text{kematian individu terpapar}}{\text{total kematian}} \\
 \epsilon_2 &= \frac{\text{kematian individu terinfeksi}}{\text{total kematian}} \\
 \epsilon_3 &= \frac{\text{kematian individu dikarantina}}{\text{total kematian}} \\
 v &= \text{keefektifan vaksin}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

2.1.2. Model Penyebaran Penyakit SEIQR dengan Pengaruh Vaksin

Model SEIQR lalu dimodifikasi dengan memasukkan pengaruh keefektifan vaksin yang disimbolkan v dan dapat bernilai 0 sampai dengan 1 dan individu yang sembuh dapat rentan kembali dengan menggunakan dasar model yang dibentuk oleh Fosu et al. (2020). Adapun diagram kompartemen model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin adalah sebagai berikut:



Gambar 2.1 Diagram Kompartemen Model SEIQR dengan Pengaruh Keefektifan Vaksin pada Penyebaran COVID-19

Berdasarkan diagram kompartemen tersebut, modifikasi persamaan model SEIQR dengan memperhatikan asumsi-asumsi dan faktor tambahan yang mempengaruhi yaitu sebagai berikut:

1. Perubahan keadaan kompartemen (sub-populasi) *S-Susceptible* atau individu yang rentan.

Faktor yang mempengaruhi perubahan keadaan baik penambahan maupun pengurangan individu dalam sub-populasi S yaitu.

- (a) Penambahan individu dalam sub-populasi S dipengaruhi oleh laju kelahiran yang disimbolkan μ , laju individu yang sembuh menjadi

rentan kembali yang disimbolkan τ , dan laju individu yang terpapar tapi tidak jadi terinfeksi ρ .

- (b) Pengurangan individu dalam sub-populasi S dipengaruhi oleh laju penularan yang disimbolkan β dan laju kematian individu rentan yang disimbolkan dengan μ . Karena penularan dapat terjadi apabila individu yang sudah terinfeksi berkontak secara langsung dengan individu yang rentan sehingga parameter laju penularan dikalikan dengan $S \frac{I}{N}$. Dan karena semua individu yang rentan divaksin, maka juga dikalikan vaksin yang tidak bereaksi. Ketidakefektifan vaksin dapat ditentukan melalui efektifitas vaksin yaitu $1 - v$.

Sehingga dapat dituliskan persamaan model untuk kompartemen S adalah.

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - (1 - v)\beta S \frac{I}{N} - \mu S + \rho E + \tau R \quad (2.2)$$

2. Perubahan keadaan kompartemen (sub-populasi) *E-Exposed* atau individu yang terinfeksi kemudian dikarantina.

Faktor yang mempengaruhi perubahan keadaan baik penambahan maupun pengurangan individu dalam sub-populasi E yaitu.

- (a) Penambahan individu dalam sub-populasi E dipengaruhi oleh laju penularan yang disimbolkan β .
- (b) Pengurangan individu dalam sub-populasi E dipengaruhi oleh laju individu yang terpapar menjadi terinfeksi yang disimbolkan γ , laju individu yang terpapar tapi tidak jadi terinfeksi ρ , laju individu terpapar yang dikarantina disimbolkan dengan θ_1 , dan laju kematian individu terpapar yang disimbolkan dengan ϵ_1 .

Sehingga dapat dituliskan persamaan model untuk kompartemen E adalah.

$$\frac{dE}{dt} = (1 - v)\beta S \frac{I}{N} - \rho E - \gamma E - \epsilon_1 E - \theta_1 E \quad (2.3)$$

3. Perubahan keadaan kompartemen (sub-populasi) I -*Infected* atau individu yang terinfeksi kemudian dikarantina.

Faktor yang mempengaruhi perubahan keadaan baik penambahan maupun pengurangan individu dalam sub-populasi I yaitu.

- (a) Penambahan individu dalam sub-populasi I dipengaruhi oleh laju individu yang terpapar menjadi terinfeksi yang disimbolkan γ .
- (b) Pengurangan individu dalam sub-populasi I dipengaruhi oleh laju individu yang terinfeksi menjadi sembuh disimbolkan dengan δ , laju individu rentan yang dikarantina disimbolkan dengan θ_2 dan laju kematian individu terinfeksi yang disimbolkan dengan ϵ_2 .

Sehingga dapat dituliskan persamaan model untuk kompartemen I adalah.

$$\frac{dI}{dt} = \gamma E - \delta I - \epsilon_2 I - \theta_2 I \quad (2.4)$$

4. Perubahan keadaan kompartemen (sub-populasi) Q -*Quarantined* atau individu yang terinfeksi kemudian dikarantina.

Faktor yang mempengaruhi perubahan keadaan baik penambahan maupun pengurangan individu dalam sub-populasi Q yaitu.

- (a) Penambahan individu dalam sub-populasi Q dipengaruhi oleh laju individu yang terpapar kemudian dikarantina disimbolkan dengan θ_1 , laju individu yang terinfeksi kemudian dikarantina disimbolkan dengan θ_2 .

- (b) Pengurangan individu dalam sub-populasi Q dipengaruhi oleh laju individu yang dikarantina menjadi sembuh disimbolkan dengan η dan laju kematian individu yang dikarantina disimbolkan dengan ϵ_3 .

Sehingga dapat dituliskan persamaan model untuk kompartemen Q adalah.

$$\frac{dQ}{dt} = \theta_1 E + \theta_2 I - \eta Q - \epsilon_3 Q \quad (2.5)$$

5. Perubahan keadaan kompartemen (sub-populasi) R -*Recovery* atau individu yang sudah sembuh setelah modifikasi.

Faktor yang mempengaruhi perubahan keadaan baik penambahan maupun pengurangan individu dalam sub-populasi R yaitu.

- (a) Penambahan individu dalam sub-populasi R dipengaruhi oleh laju individu yang terinfeksi menjadi sembuh disimbolkan dengan δ dan laju individu yang yang dikarantina menjadi sembuh disimbolkan dengan η .
- (b) Pengurangan individu dalam sub-populasi R dipengaruhi oleh laju kematian alami individu sembuh yang disimbolkan dengan μ dan laju individu yang sembuh menjadi rentan kembali yang disimbolkan τ .

Sehingga dapat dituliskan persamaan model untuk kompartemen R adalah.

$$\frac{dR}{dt} = \delta I + \eta Q - \mu R - \tau R \quad (2.6)$$

Dapat dirangkum bahwa dari diagram kompartemen Gambar (2.1) dapat dibentuk sistem persamaan model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin pada COVID-19 yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= \mu N - (1-v)\beta S \frac{I}{N} - \mu S + \rho E + \tau R \\
\frac{dE}{dt} &= (1-v)\beta S \frac{I}{N} - (\rho + \gamma + \epsilon_1 + \theta_1)E \\
\frac{dI}{dt} &= \gamma E - (\delta + \epsilon_2 + \theta_2)I \\
\frac{dQ}{dt} &= \theta_1 E + \theta_2 I - (\eta + \epsilon_3)Q \\
\frac{dR}{dt} &= \delta I + \eta Q - (\mu + \tau)R
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Dengan keterangan yaitu,

$S(t)$ = Banyaknya populasi yang rentan

$E(t)$ = Banyaknya populasi yang terpapar tetapi belum terinfeksi

$I(t)$ = Banyaknya populasi yang sudah terinfeksi

$Q(t)$ = Banyaknya populasi yang dikarantina

$R(t)$ = Banyaknya populasi yang sudah sembuh

μ = Laju kelahiran dan kematian alami

β = Laju penularan

ρ = Laju individu yang terpapar menjadi rentan kembali

δ = Laju pemulihan

η = Laju individu dikarantina menjadi sembuh

τ = Laju individu sembuh menjadi rentan kembali

θ_1 = Laju individu terpapar akan dikarantina

θ_2 = Laju individu terinfeksi akan dikarantina

ϵ_1 = Laju kematian individu terpapar

ϵ_2 = Laju kematian individu terinfeksi

ϵ_3 = Laju kematian individu dikarantina

v = Keefektifan vaksin ($0 \leq v \leq 1$)

2.2. Linearisasi Persamaan Diferensial

Linearisasi merupakan proses transformasi persamaan non-linear menjadi persamaan linear dengan pendekatan untuk membantu pemahaman persamaan diferensial non-linear. Persamaan sistem yang tidak bergantung pada waktu disebut dengan sistem *autonomous* non-linear (Halimah, 2018).

Berikut merupakan contoh fungsi *autonomous* non-linear dengan h_1 dan h_2 non-linear (Halimah, 2018).

$$\begin{aligned}\frac{dp(t)}{dt} &= h_1(p, q) \\ \frac{dq(t)}{dt} &= h_2(p, q)\end{aligned}\tag{2.8}$$

Proses linearisasi dengan mencari pendekatan terhadap titik kesetimbangan (p^*, q^*) pada sistem persamaan linear dengan deret Taylor untuk menghilangkan suku yang non-linear, persamaan deret Taylor dari Persamaan (2.8) adalah sebagai berikut (Halimah, 2018):

$$\begin{aligned}\frac{dp}{dt} &= h_1(p^*, q^*) + \frac{dh_1}{dp}(p^*, q^*)(p - p^*) + \frac{dh_1}{dq}(p^*, q^*)(q - q^*) \\ \frac{dq}{dt} &= h_2(p^*, q^*) + \frac{dh_2}{dp}(p^*, q^*)(p - p^*) + \frac{dh_2}{dq}(p^*, q^*)(q - q^*)\end{aligned}\tag{2.9}$$

Sistem dalam keadaan setimbang jika $h_1(p^*, q^*) = 0$ dan $h_2(p^*, q^*) = 0$, sehingga persamaan (2.9) dapat dituliskan (Halimah, 2018):

$$\begin{aligned}\frac{dp}{dt} &= \frac{dh_1}{dp}(p^*, q^*)(p - p^*) + \frac{dh_1}{dq}(p^*, q^*)(q - q^*) \\ \frac{dq}{dt} &= \frac{dh_2}{dp}(p^*, q^*)(p - p^*) + \frac{dh_2}{dq}(p^*, q^*)(q - q^*)\end{aligned}\tag{2.10}$$

Persamaan (2.10) adalah persamaan linear yang memiliki koefisien matriks yaitu (Afifah, 2015):

$$J = \begin{bmatrix} \frac{dh_1}{dp}(p^*, q^*) & \frac{dh_1}{dq}(p^*, q^*) \\ \frac{dh_2}{dp}(p^*, q^*) & \frac{dh_2}{dq}(p^*, q^*) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Matriks pada Persamaan (2.11) adalah matriks Jacobian dari sistem persamaan (2.10) pada titik kesetimbangan (p^*, q^*) , dengan (Affah, 2015):

$$\begin{bmatrix} \frac{dp}{dt} \\ \frac{dq}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dh_1}{dp}(p^*, q^*) & \frac{dh_1}{dq}(p^*, q^*) \\ \frac{dh_2}{dp}(p^*, q^*) & \frac{dh_2}{dq}(p^*, q^*) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (p - p^*) \\ (q - q^*) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Jika diasumsikan titik kesetimbangan $(p^*, q^*) \neq 0$, maka dapat dimisalkan $(p - p^*) = u$ dan $(q - q^*) = v$, sehingga $\frac{dp}{dt} = \frac{du}{dt}$ dan $\frac{dq}{dt} = \frac{dv}{dt}$. Persamaan (2.12) dapat ditulis dengan (Adiningsih, 2018):

$$\begin{bmatrix} \frac{du}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dh_1}{dp}(p^*, q^*) & \frac{dh_1}{dq}(p^*, q^*) \\ \frac{dh_2}{dp}(p^*, q^*) & \frac{dh_2}{dq}(p^*, q^*) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Sedemikian sehingga sistem persamaan linear pada titik kesetimbangan (p^*, q^*) adalah (Adiningsih, 2018):

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dh_1}{dp} & \frac{dh_1}{dq} \\ \frac{dh_2}{dp} & \frac{dh_2}{dq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Untuk memperjelas penjelasan tersebut, dapat dilihat contoh berikut: Linearisasi dari model sederhana SEIR yang memiliki bentuk sistem persamaan non-linear pada Persamaan (2.15) dengan deret Taylor dapat dilakukan menggunakan matriks Jacobian.

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= \mu N - \beta SI - \mu S \\
 \frac{dE}{dt} &= \beta SI - (\gamma + \mu)E \\
 \frac{dI}{dt} &= \gamma E - (\eta + \mu)I \\
 \frac{dR}{dt} &= \eta I - \mu R
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

Matriks Jacobi dari sistem persamaan tersebut yaitu:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{S} \\ \dot{E} \\ \dot{I} \\ \dot{R} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{dS(t)}{dS} & \frac{dS(t)}{dE} & \frac{dS(t)}{dI} & \frac{dS(t)}{dR} \\ \frac{dE(t)}{dS} & \frac{dE(t)}{dE} & \frac{dE(t)}{dI} & \frac{dE(t)}{dR} \\ \frac{dI(t)}{dS} & \frac{dI(t)}{dE} & \frac{dI(t)}{dI} & \frac{dI(t)}{dR} \\ \frac{dR(t)}{dS} & \frac{dR(t)}{dE} & \frac{dR(t)}{dI} & \frac{dR(t)}{dR} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -\beta \frac{I}{N} - \mu & 0 & -\beta \frac{S}{N} & 0 \\ \beta \frac{I}{N} & -(\gamma + \mu) & \beta \frac{S}{N} & 0 \\ 0 & \gamma & -(\eta + \mu) & 0 \\ 0 & 0 & \eta & -\mu \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

2.3. Titik Kesetimbangan

Sistem persamaan model penyebaran penyakit adalah salah satu sistem dinamik yaitu suatu permasalahan nyata yang dimodelkan dalam bentuk matematis dengan persamaan diferensial yang memuat variabel-variabel yang saling mempengaruhi. Nilai variabel-variabel tersebut yang berubah-ubah menyebabkan kestabilan dari titik kesetimbangan juga berubah. Titik kesetimbangan merupakan titik ketika dimana sistem tidak berubah terhadap waktu t (Sidik et al., 2017). Perhatikan sistem persamaan diferensial berikut:

$$\frac{dx_1}{dt} = h_1(x_1, x_2, \dots, x_n, t)$$

$$\begin{aligned}\frac{dx_2}{dt} &= h_2(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= h_n(x_1, x_2, \dots, x_n, t)\end{aligned}$$

Sistem persamaan tersebut merupakan fungsi umum dari x_n dan waktu t , agar sistem tersebut tidak bergantung pada waktu atau sistem *autonomous* dapat disederhanakan sebagai berikut (Sidik et al., 2017):

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= h_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= h_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= h_n(x_1, x_2, \dots, x_n)\end{aligned}\tag{2.16}$$

Karena titik dikatakan setimbang jika tidak terjadi perubahan dalam sistem atau $\frac{dx_n}{dt} = 0$ (Alydrus, 2015). Sehingga dapat dikatakan, Persamaan (2.16) memiliki titik kesetimbangan pada titik (\bar{x}_0, \bar{y}_0) jika (Sidik et al., 2017):

$$\begin{aligned}h_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ h_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ &\vdots \\ h_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0\end{aligned}\tag{2.17}$$

Karena turunan dari konstanta adalah nol (0), maka diperoleh bahwa Persamaan (2.16) memiliki penyelesaian kesetimbangan untuk semua t yang berupa fungsi konstan adalah sebagai berikut (Alydrus, 2015):

$$x(t) \equiv \bar{x}_0 \text{ dan } y(t) \equiv \bar{y}_0 \quad (2.18)$$

2.4. Nilai dan Vektor Eigen

Apabila terdapat Z yang mana merupakan matriks dengan ukuran $n \times n$, maka vektor eigen dari Z adalah suatu vektor tidak nol x di dalam \mathbb{R}^n , jika berlaku (Nurfitriana et al., 2019):

$$Zx = \lambda x \quad (2.19)$$

Dimana λ melambangkan nilai eigen sedangkan x melambangkan vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen (λ). Untuk mencari nilai eigen dari matriks Z dapat mengaplikasikan persamaan:

$$\begin{aligned} Zx - \lambda x &= 0 \\ (Z - \lambda I)x &= 0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

Dengan I melambangkan matriks identitas. Maka Persamaan (2.20) mempunyai penyelesaian tidak nol jika dan hanya jika Persamaan (2.20) memiliki determinan adalah sama dengan nol yang dapat dituliskan:

$$\det(Z - \lambda I) = 0 \quad (2.21)$$

Sehingga Persamaan (2.21) memiliki persamaan karakteristik yang bisa dituliskan sebagai berikut:

$$\det(Z - \lambda I) = \lambda^k + p_1\lambda^{k-1} + p_2\lambda^{k-2} + \dots + p_k = 0 \quad (2.22)$$

2.5. Kriteria Kestabilan *Routh-Hurwitz*

Salah satu cara dalam penentuan kestabilan titik adalah dengan *Routh-Hurwitz*. Apabila diberikan persamaan karakteristik orde ke- k sebagai berikut:

$$Q(\lambda) = p_0\lambda^k + p_1\lambda^{k-1} + p_2\lambda^{k-2} + \dots + p_{k-1}\lambda + p_k \quad (2.23)$$

Dengan $p_0 = 1$ dan $k = 1, 2, \dots, n$ adalah sebuah konstanta real.

Kriteria *Routh-Hurwitz* dapat mempermudah dalam mengetahui ketabilan sistem yang memiliki orde tinggi sehingga memiliki akar dari persamaan karakteristik banyak dan akan sulit dalam penentuan akar-akarnya. *Routh-Hurwitz* efektif karena tanpa menyelesaikan persamaan polynomial orde ke- k , sudah dapat mengetahui adanya akar-akar yang tidak stabil (Ndii, 2018).

Kriteria kestabilan *Hurwitz* lebih menekankan pada determinan matriks *Hurwitz* yang dapat didefinisikan sebagai berikut (Gradshteyn and Ryzhik, 2014):

$$H_1 = \begin{bmatrix} p_1 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} p_1 & p_0 \\ p_3 & p_2 \end{bmatrix}$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} p_1 & p_0 & 0 \\ p_3 & p_2 & p_1 \\ p_5 & p_4 & p_3 \end{bmatrix}$$

$$H_k = \begin{bmatrix} p_1 & p_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ p_3 & p_2 & p_1 & p_0 & \cdots & 0 & 0 \\ p_5 & p_4 & p_3 & p_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ p_{2k-1} & p_{2k-2} & p_{2k-3} & p_{2k-4} & \cdots & p_{k+1} & p_k \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Persamaan (2.23) seluruh akarnya memiliki nilai negatif atau memiliki bagian real negatif jika dan hanya jika semua matriks *Hurwitz* memiliki determinan yang bernilai positif atau apabila $\det H_k > 0$ dengan $k = 1, 2, 3, \dots, n$ (Ndi, 2018).

Kemudian membentuk koefisien-koefisien dari persamaan karakteristik menggunakan kriteria kestabilan *Routh* ke dalam bentuk tabel *Routh* yaitu sebagai berikut (Subiono, 2013):

λ^k	p_0	p_2	p_4	p_6	\cdots
λ^{k-1}	p_1	p_3	p_5	p_7	\cdots
λ^{k-2}	q_1	q_2	q_3	q_4	\cdots
λ^{k-3}	r_1	r_2	r_3	r_4	\cdots
\vdots	\vdots				
λ^2	s_1	s_3			
λ^1	t_1				
λ^0	u_1				

Koefisien dari baris pertama dan kedua mengikuti koefisien persamaan karakteristik, sedangkan koefisien lain diperoleh dengan pola sebagai berikut:

$$q_1 = -\frac{1}{p_1} (p_0 p_3 - p_1 p_2) = \frac{p_1 p_2 - p_0 p_3}{p_1}$$

$$q_2 = -\frac{1}{p_1} (p_0 p_5 - p_1 p_4) = \frac{p_1 p_4 - p_0 p_5}{p_1}$$

$$r_1 = -\frac{1}{q_1} (p_1 q_2 - q_1 p_3) = \frac{q_1 p_3 - p_1 q_2}{q_1}$$

$$r_2 = -\frac{1}{q_1} (p_1 q_3 - q_1 p_5) = \frac{q_1 p_5 - p_1 q_3}{q_1}$$

Hubungan antara kriteria *Routh* dan *Hurwitz* adalah sebagai berikut:

$$q_1 = \frac{p_1 p_2 - p_0 p_3}{p_1} = \frac{|H_2|}{|H_1|},$$

$$r_1 = \frac{q_1 p_3 - p_1 q_2}{q_1} = \frac{|H_3|}{|H_2|}, \dots$$

Jadi diperoleh kesimpulan dari kestabilan dengan *Routh–Hurwitz* dengan Persamaan (2.23) memiliki nilai negatif atau memiliki bagian real negatif apabila pada kolom pertama tabel *Routh* seluruh koefisiennya memiliki nilai positif, sehingga apabila terdapat satu atau lebih koefisien bernilai negatif, maka sistem dikatakan tidak stabil. Banyaknya perubahan tanda (dari negatif ke positif maupun sebaliknya) pada kolom pertama tabel *Routh* adalah sama dengan banyaknya akar-akar positif atau yang memiliki bagian real bernilai positif dari persamaan karakteristik (Subiono, 2013).

2.6. Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Dengan adanya individu yang terinfeksi masuk ke dalam populasi individu yang rentan terinfeksi sehingga menyebabkan individu yang rentan terinfeksi tersebut dapat secara langsung terinfeksi oleh individu lain yang sudah terinfeksi. Rata-rata dari jumlah individu yang baru terinfeksi tersebut dapat dinyatakan dalam suatu bilangan yaitu bilangan reproduksi dasar atau disimbolkan R_0 (Resmawan and Nurwan, 2017). R_0 dapat diperoleh dengan metode matriks *next*

generation dari sub-populasi yang mengandung individu terinfeksi. Langkah pertama adalah melakukan linierisasi pada persamaan sub-populasi dari individu terinfeksi yang dapat dinyatakan dalam rumus berikut (Fauzia, 2021):

$$\dot{x} = (F - W) x \quad (2.25)$$

Dimana $F = \frac{\partial \phi_i}{\partial u_j}$ dan $W = \frac{\partial \psi_i}{\partial u_j}$, dengan F dan W masing-masing adalah matriks Jacobian dari ϕ dan ψ terhadap u yang mana adalah matriks yang beranggotakan sub-populasi yang masih tergolong kelas terinfeksi.

F merupakan matriks dari laju infeksi baru di kelas i disebabkan oleh individu terinfeksi pada kelas j , W merupakan matriks dari laju perpindahan (baik masuk maupun keluar) individu pada kelas i (Oktafiani et al., 2013). ϕ merupakan matriks dari laju infeksi yang menambah kelas terinfeksi, ψ adalah matriks dari laju infeksi yang mengurangi kelas terinfeksi.

Matriks *next generation* dapat dinyatakan dalam persamaan sebagai berikut:

$$K = FW^{-1} \quad (2.26)$$

Karena W^{-1} melambangkan rata-rata waktu hidup dari individu dalam kelas j , maka K melambangkan nilai harapan individu terinfeksi baru pada kelas i yang disebabkan oleh individu terinfeksi yang masuk ke dalam kelas k . Bilangan reproduksi R_0 merupakan nilai eigen dominan atau positif terbesar ($\rho(K)$) dari matriks K dapat dinyatakan dalam persamaan berikut (Oktafiani et al., 2013):

$$R_0 = \rho(K) \quad (2.27)$$

Berdasarkan matriks K kemudian dibentuk persamaan karakteristik untuk

menentukan nilai eigen dari matriks K yaitu sebagai berikut (Resmawan and Nurwan, 2017):

$$\det (K - \lambda I) = 0 \quad (2.28)$$

Sehingga dari matriks K diperoleh nilai eigen dengan nilai positif terbesar adalah sebagai berikut:

$$R_0 = \max_i (\lambda_i), i = 1, 2, \dots \quad (2.29)$$

Kemungkinan kondisi yang dapat muncul dari bilangan reproduksi adalah sebagai berikut (Fauzia, 2021; Resmawan and Nurwan, 2017):

1. Apabila $R_0 < 1$, maka total individu terinfeksi akan menurun atau berkurang sehingga seiring waktu penyakit akan menghilang. Pada kondisi ini sistem membentuk kesetimbangan bebas penyakit yang stabil.
2. Apabila $R_0 > 1$, maka total individu terinfeksi akan meningkat atau bertambah sehingga penyakit mewabah atau menjadi endemik. Pada kondisi ini sistem membentuk kestabilan bebas penyakit. Pada kondisi ini sistem membentuk kesetimbangan bebas penyakit yang tidak stabil.

Untuk memperjelas penjelasan tersebut, dapat dilihat contoh berikut: Berdasarkan model pada Persamaan (2.15) dapat ditentukan bilangan reproduksi dasar (R_0) dengan matriks *next generation*. Pada sistem ini yang termasuk kelas terinfeksi ialah individu pada kelas terpapar (E), dan teinfeksi (I). Sehingga

$$u = \begin{bmatrix} E(t) \\ I(t) \end{bmatrix}, \quad \phi = \begin{bmatrix} \beta S \frac{I}{N} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \psi = \begin{bmatrix} xE \\ -\gamma E + yI \end{bmatrix}$$

Kemudian dengan membentuk matriks Jacobian dari ϕ dan ψ , maka matriks F dan V diperoleh sebagai berikut:

$$F = \begin{bmatrix} \frac{d\phi_1}{dE} & \frac{d\phi_1}{dI} \\ \frac{d\phi_2}{dE} & \frac{d\phi_2}{dI} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \beta \frac{S}{N} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} \frac{d\psi_1}{dE} & \frac{d\psi_1}{dI} \\ \frac{d\psi_2}{dE} & \frac{d\psi_2}{dI} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 0 \\ -\gamma & y \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh:

$$K = FW^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \beta \frac{S}{N} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{x} & 0 \\ \frac{\gamma}{xy} & \frac{1}{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\beta\gamma S}{xyN} & \frac{\beta S}{yN} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Kemudian diperoleh,

$$|K - \lambda I| = 0$$

$$\left| \begin{bmatrix} \frac{\beta\gamma S}{xyN} & \frac{\beta S}{yN} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\beta\gamma S}{xyN} - \lambda & \frac{\beta S}{yN} \\ 0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\left(\frac{\beta\gamma S}{xyN} - \lambda \right) (-\lambda) = 0$$

$$\lambda_1 = 0$$

$$\lambda_2 = \frac{\beta\gamma S}{xyN}$$

Sehingga didapat bilangan reproduksi dasar $R_0 = \frac{\beta\gamma S}{xyN}$.

2.7. Metode *Runge-Kutta* Orde Empat

Persamaan diferensial tidak selalu mudah atau dapat dikerjakan secara analitik sehingga dapat dikerjakan dengan mencari solusi yang mendekati nilai solusi eksaknya atau solusi numeriknya dengan menggunakan metode numerik. Metode yang sering digunakan untuk mengerjakan permasalahan PD linear maupun non-linear salah satunya adalah metode numerik *Runge-Kutta* yang merupakan cara lain dari metode deret *Taylor*, namun mampu memberikan akurasi yang lebih besar. Selain itu juga tidak membutuhkan turunan yang lebih tinggi dari fungsi yang dicari (Triatmodjo, 2002).

Runge-Kutta orde empat mempunyai nilai akurasi yang lebih tinggi atau merupakan metode paling teliti daripada metode *Runge-Kutta* orde yang lebih rendah sehingga sering digunakan untuk mengerjakan permasalahan dalam bentuk persamaan diferensial. Metode *Runge-Kutta* orde empat juga tergolong cukup mudah diprogram, lebih stabil, serta galat pemotongan dan galat pembulatangannya lebih rendah. Bentuk dari *Runge-Kutta* orde empat dapat dituliskan seperti pada persamaan berikut (Munir, 2015):

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6} (p_1 + 2p_2 + 2p_3 + p_4) \quad (2.30)$$

Dengan

$$\begin{aligned} p_1 &= f(x_n, y_n) \\ p_2 &= f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{p_1}{2}\right) \\ p_3 &= f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{p_2}{2}\right) \\ p_4 &= f(x_n + h, y_n + p_3) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Untuk memperjelas penjelasan tersebut, dapat dilihat contoh berikut:
Berdasarkan Persamaan (2.15) dapat diintegrasikan numerik dengan metode *Runge-Kutta* sebagai berikut:

$$S_{n+1} = S_n + \frac{h}{6} (p_{1S} + 2p_{2S} + 2p_{3S} + p_{4S}) \quad (2.32)$$

$$E_{n+1} = E_n + \frac{h}{6} (p_{1E} + 2p_{2E} + 2p_{3E} + p_{4E}) \quad (2.33)$$

$$I_{n+1} = I_n + \frac{h}{6} (p_{1I} + 2p_{2I} + 2p_{3I} + p_{4I}) \quad (2.34)$$

$$R_{n+1} = R_n + \frac{h}{6} (p_{1R} + 2p_{2R} + 2p_{3R} + p_{4R}) \quad (2.35)$$

Dengan,

$$\begin{aligned} p_{1S} &= \mu N - \beta S_n I_n - \mu S_n \\ p_{1E} &= \beta S_n I_n - (\gamma + \mu) E_n \\ p_{1I} &= \gamma E_n - (\eta + \mu) I_n \\ p_{1R} &= \eta I_n - \mu R_n \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} p_{2S} &= \mu N - \beta \left(S_n + \frac{p_{1S}}{2} \right) \left(I_n + \frac{p_{1I}}{2} \right) - \mu \left(S_n + \frac{p_{1S}}{2} \right) \\ p_{2E} &= \beta \left(S_n + \frac{p_{1S}}{2} \right) \left(I_n + \frac{p_{1I}}{2} \right) - (\gamma + \mu) \left(E_n + \frac{p_{1E}}{2} \right) \\ p_{2I} &= \gamma \left(E_n + \frac{p_{1E}}{2} \right) - (\eta + \mu) \left(I_n + \frac{p_{1I}}{2} \right) \\ p_{2R} &= \eta \left(I_n + \frac{p_{1I}}{2} \right) - \mu \left(R_n + \frac{p_{1R}}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned}
p_{3S} &= \mu N - \beta \left(S_n + \frac{p_{2S}}{2} \right) \left(I_n + \frac{p_{2I}}{2} \right) - \mu \left(S_n + \frac{p_{2S}}{2} \right) \\
p_{3E} &= \beta \left(S_n + \frac{p_{2S}}{2} \right) \left(I_n + \frac{p_{2I}}{2} \right) - (\gamma + \mu) \left(E_n + \frac{p_{2E}}{2} \right) \\
p_{3I} &= \gamma \left(E_n + \frac{p_{2E}}{2} \right) - (\eta + \mu) \left(I_n + \frac{p_{2I}}{2} \right) \\
p_{3R} &= \eta \left(I_n + \frac{p_{2I}}{2} \right) - \mu \left(R_n + \frac{p_{2R}}{2} \right)
\end{aligned} \tag{2.38}$$

$$\begin{aligned}
p_{4S} &= \mu N - \beta (S_n + p_{3S}) (I_n + p_{3I}) - \mu (S_n + p_{3S}) \\
p_{4E} &= \beta (S_n + p_{3S}) (I_n + p_{3I}) - (\gamma + \mu) (E_n + p_{3E}) \\
p_{4I} &= \gamma (E_n + p_{3E}) - (\eta + \mu) (I_n + p_{3I}) \\
p_{4R} &= \eta (I_n + p_{3I}) - \mu (R_n + p_{3R})
\end{aligned} \tag{2.39}$$

2.8. Integrasi Keislaman

Penyebaran COVID-19 berdasarkan kasus pertama diidentifikasi bermula dari salah satu pasar makanan laut Hunan di Wuhan, China yang menjual hewan hidup atau yang baru disembelih (Lake, 2020). Menurut laporan WHO, kemungkinan besar inang alami dari virus SARS-CoV-2 adalah kelelawar dan menginfeksi manusia melalui inang perantara seperti hewan peliharaan, hewan liar, maupun hewan liar yang dijinakkan yang belum dapat diidentifikasi secara pasti (WHO, 2021). Munculnya COVID-19 dapat dikatakan akibat dari perilaku memakan makanan mentah dan tidak higienis yang menyalahi aturan atau syariat Islam mengenai makanan dan menjaga kebersihan.

Padahal Allah memerintahkan untuk selalu memakan makanan yang halal dan baik, juga menjaga kebersihan diri maupun lingkungan demi menjaga kesehatan dan kehygienisan makanan yang dikonsumsi. Selain itu menjaga imunitas dan kesehatan juga tidak kalah penting seperti dengan menjaga pola

makan, olahraga, serta istirahat cukup. Bahkan untuk menghindarkan manusia dari bahaya atau qadar Allah, manusia diperbolehkan untuk menghindari wilayah yang terjangkit wabah penyakit juga menyarankan untuk selalu bersabar dan berikhtiar mencari obat (Karo, 2020).

Menteri Kesehatan Indonesia juga telah mengeluarkan pedoman untuk mencegah dan mengendalikan penyebaran COVID-19 sejak situasi penyebarannya hampir mencakup seluruh wilayah provinsi di Indonesia. Pedoman tersebut berisi anjuran diantaranya yaitu jaga jarak (*physical distancing*), isolasi atau karantina, selalu menjaga kebersihan terutama tangan, etika batuk atau bersin, memakai masker, membatasi aktivitas di luar rumah, dan mempertimbangkan Pembatasan Sosial Berskala Besar (PSBB), serta melakukan vaksinasi setelah pengembangan vaksin untuk COVID-19 (Menteri Kesehatan Republik Indonesia, 2020).

Selaras dengan anjuran pemerintah, berikut merupakan beberapa hal yang dapat dilakukan dalam menyikapi pandemi COVID-19 yang sesuai dengan perintah Allah maupun sunnah Rasulullah yang diantaranya adalah memakan makanan halal, menjaga kebersihan diri dan lingkungan, menjaga kesehatan, menghindari bahaya penyakit, *ikhtiyar* berobat, dan ber-*tawakkal* (Saenong et al., 2020).

2.8.1. Memakan Makanan Halal dan Baik

Saat masa pandemi, menjaga kekebalan tubuh merupakan hal yang sangat penting karena dapat melindungi tubuh dari virus dan penyakit. Salah satu caranya adalah dengan memakan makanan halal dan baik. Ayat al-Qur'an yang membahas mengenai anjuran memakan makanan halal salah satunya adalah pada QS. An-Nahl ayat 114 dan QS. Al-Baqarah ayat 168 (Husna, 2020).

فَكُلُوا مِمَّا رَزَقَكُمُ اللَّهُ حَلَالًا طَيِّبًا وَاشْكُرُوا نِعْمَتَ اللَّهِ إِنَّ كُنتُمْ لِيَآئِهِ تَعْبُدُونَ ﴿١١٤﴾

Terjemah arti: "Maka makanlah yang halal lagi baik dari rezeki yang telah diberikan Allah kepadamu, dan syukurilah nikmat Allah, jika kamu hanya kepada-Nya saja menyembah." (QS. An-Nahl : 114)

يَا أَيُّهَا النَّاسُ كُلُوا مِمَّا فِي الْأَرْضِ حَلَالًا طَيِّبًا وَلَا تَتَّبِعُوا خُطُوَاتِ الشَّيْطَانِ إِنَّهُ لَكُمْ

عَدُوٌّ مُّبِينٌ ﴿١١٤﴾

Terjemah arti: "Hai sekalian manusia, makanlah yang halal lagi baik dari apa yang terdapat di bumi, dan janganlah kamu mengikuti langkah-langkah syaitan, karena sesungguhnya syaitan itu adalah musuh yang nyata bagimu." (QS. Al-Baqarah : 168)

Ayat-ayat tersebut menjelaskan bahwa Allah Swt., menganjurkan manusia agar mengonsumsi makanan dan minuman yang halal, baik, tidak kotor, sehat, dan bermanfaat bagi tubuh manusia (Husna, 2020). Sehubungan dengan pemaparan penyebab COVID-19 dan penjelasan ayat-ayat al-Qur'an di atas, dapat dikatakan bahwa karena manusia-manusia serakah yang memakan makanan yang tidak halal dan tidak baik, maka Allah menurunkan virus SARS-CoV-2 yang menyerang kesehatan dan membahayakan nyawa manusia. Oleh karena itu, manusia jangan lagi mengonsumsi makanan yang tidak halal dan tidak baik. Islam juga melalui ayat al-Qur'an telah memberi panduan agar manusia memakan makanan yang halal dan baik agar tidak terjangkit penyakit (Husna, 2020).

2.8.2. Menjaga Kebersihan Diri dan Lingkungan

Ketika periode mewabahnya COVID-19, menjaga kebersihan sangat dianjurkan seperti menghindari kontak fisik dengan manusia lain, selalu mencuci tangan menggunakan sabun dan air mengalir untuk menjaga kebersihan tangan,

menerapkan etika bersin dan batuk, serta memakai masker jika bepergian keluar rumah (Karo, 2020). Berikut merupakan salah satu hadis yang membahas mengenai kebersihan diri dan lingkungan:

لَا تَقُمْ فِيهِ أَبَدًا الْمَسْجِدُ أُسَسَ عَلَى التَّقْوَى مِنْ أَوَّلِ يَوْمٍ أَحَقُّ أَنْ تَقُومَ فِيهِ قُلِّ فِيهِ
رِجَالٌ يُحِبُّونَ أَنْ يَتَطَهَّرُوا وَاللَّهُ يُحِبُّ الْمُطَهَّرِينَ ﴿٨﴾

Terjemah arti: "Janganlah engkau melaksanakan shalat dalam masjid itu selama-lamanya. Sungguh, masjid yang didirikan atas dasar takwa, sejak hari pertama adalah lebih pantas engkau melaksanakan shalat di dalamnya. Di dalamnya ada orang-orang yang ingin membersihkan diri. Allah menyukai orang-orang yang bersih." (QS. At-Taubah : 108)

Berdasarkan hadis tersebut dapat diketahui bahwa Allah Swt. menyukai orang-orang yang bersih, baik bersih jasmani, rohani, maupun lingkungannya. Oleh karena itu manusia dianjurkan untuk membersihkan baik diri, jiwa, maupun lingkungannya. Dengan menjaga kebersihan diri dan lingkungan dapat membentuk manusia dengan pola hidup bersih dan sehat yang dapat menghindarkan manusia dari penyakit.

2.8.3. Menjaga Kesehatan

Allah Swt. juga memerintahkan manusia untuk senantiasa menjaga kesehatan karena dengan menjaga kesehatan dapat meningkatkan kekebalan tubuh agar tidak mudah terpapar penyakit sehingga dapat mengurangi penyebaran COVID-19. Anjuran Allah agar manusia menjaga kesehatan adalah seperti dalam hadis riwayat Muslim berikut:

حَدَّثَنَا أَبُو بَكْرِ بْنُ أَبِي شَيْبَةَ وَابْنُ نُمَيْرٍ قَالَا حَدَّثَنَا عَبْدُ اللَّهِ بْنُ إِدْرِيسَ عَنْ رَبِيعَةَ
 بْنِ عَثْمَانَ عَنْ مُحَمَّدِ بْنِ يَحْيَى بْنِ حَبَّانَ عَنِ الْأَعْرَجِ عَنْ أَبِي هُرَيْرَةَ قَالَ قَالَ
 رَسُولُ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ الْمُؤْمِنُ الْقَوِيُّ خَيْرٌ وَأَحَبُّ إِلَى اللَّهِ مِنَ الْمُؤْمِنِ
 الضَّعِيفِ وَفِي كُلِّ خَيْرٍ احْرِصْ عَلَى مَا يَنْفَعُكَ وَاسْتَعِزْ بِاللَّهِ وَلَا تَعَجْزْ وَإِنْ
 أَصَابَكَ شَيْءٌ فَلَا تَقُلْ لَوْ أَنِّي فَعَلْتُ كَذَا وَكَذَا وَلَكِنْ قُلْ قَدَرُ اللَّهِ وَمَا شَاءَ
 فَعَلَ فَإِنَّ لَوْ تَفْتَحُ عَمَلَ الشَّيْطَانِ

Terjemah arti: "Telah menceritakan kepada kami Abu Bakr bin Abu Syaibah dan Ibnu Numair mereka berdua berkata: telah menceritakan kepada kami 'Abdullah bin Idris dari Rabi'ah bin 'Utsman dari Muhammad bin Yahya bin Habban dari Al A'raj dari Abu Hurairah dia berkata: "Rasulullah Saw. bersabda: 'Orang mukmin yang kuat lebih baik dan lebih dicintai oleh Allah Swt. daripada orang mukmin yang lemah. Pada masing-masing memang terdapat kebaikan. Capailah dengan sungguh-sungguh apa yang berguna bagimu, mohonlah pertolongan kepada Allah dan janganlah kamu menjadi orang yang lemah. Apabila kamu tertimpa suatu kemalangan, maka janganlah kamu mengatakan: 'Seandainya tadi saya berbuat begini dan begitu, niscaya tidak akan menjadi begini dan begitu'. Tetapi katakanlah: 'Ini sudah takdir Allah dan apa yang dikehendaki-Nya pasti akan dilaksanakan-Nya. Karena sesungguhnya ungkapan kata 'law' (seandainya) akan membukakan jalan bagi godaan setan.'" (HR. Muslim)

Hadis tersebut menjelaskan bahwa ajaran Islam mengajarkan agar manusia membentuk pribadi yang kuat baik secara jasmani maupun rohani. Apabila dikaitkan dengan COVID-19, untuk mencegah penularan virus dapat dilakukan

dengan membentuk pola hidup sehat dengan olahraga, memakan makanan dan minuman yang bergizi seimbang, dan istirahat cukup untuk meningkatkan daya tahan tubuh (Karo, 2020). Selain kesehatan fisik, kesehatan mental juga penting karena sakit secara mental salah satunya stres dapat menyebabkan menurunnya sistem imun sehingga dapat tubuh mudah terserang penyakit. (Pebrianti and Armina, 2021).

2.8.4. Menghindari Bahaya Penyakit

Terdapat hadis yang menceritakan mengenai cara Umar bin Khattab ra. ketika menghadapi wabah *Tha'un* di kota Syam. Hadis tersebut adalah sebagai berikut (Hakim, 2018):

حَدَّثَنَا عَبْدُ اللَّهِ بْنُ مَسْلَمَةَ عَنْ مَالِكٍ عَنْ ابْنِ شِهَابٍ عَنْ عَبْدِ اللَّهِ بْنِ عَامِرٍ بْنِ رَبِيعَةَ أَنَّ عُمَرَ بْنَ الْخَطَّابِ رَضِيَ اللَّهُ عَنْهُ خَرَجَ إِلَى الشَّامِ فَلَمَّا جَاءَ بِسَرْعٍ بَلَغَهُ أَنَّ الْوَبَاءَ وَقَعَ بِالشَّامِ فَأَخْبَرَهُ عَبْدُ الرَّحْمَنِ بْنُ عَوْفٍ أَنَّ رَسُولَ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ قَالَ: (إِذَا سَمِعْتُمْ بِهِ بِأَرْضٍ فَلَا تَقْدُمُوا عَلَيْهِ وَإِذَا وَقَعَ بِأَرْضٍ وَأَنْتُمْ بِهَا فَلَا تَخْرُجُوا فِرَارًا مِنْهُ) فَرَجَعَ عُمَرُ مِنْ سَرْعٍ وَعَنْ ابْنِ شِهَابٍ عَنْ سَالِمِ بْنِ عَبْدِ اللَّهِ أَنَّ عُمَرَ إِنَّمَا انْصَرَفَ مِنْ حَدِيثِ عَبْدِ الرَّحْمَنِ.

Terjemah arti: "Telah menceritakan kepada kami Abdullah bin Maslamah dari Malik dari Ibnu Syihab dari Abdullah bin Amir bin Rabi'ah, Umar bin Khattab ra. berangkat ke Syam. Ketika dia sampai di suatu kota yang bernama Saragh, dia mendengar berita bahwa wabah sedang menimpa Syam. Maka Abdurrahman bin Auf mengabarinya, bahwa Rasulullah Saw. bersabda: "Jika kalian mendengar wabah berada di suatu kawasan, janganlah kalian datang kesana,

dan jika terjadi di suatu kawasan yang kalian diami, jangan kalian meninggalkannya.” Spontan Umar meninggalkan kota Saragh. Dan dari Ibnu Syihab dari Salim bin Abdullah, bahwasanya Umar pulang karena hadits Abdurrahman ini.” (HR. Bukhari)

Sesuai dengan hadis tersebut, apabila meniru tindakan Umar bin Khattab ra. untuk kasus COVID-19, maka cara terbaik dalam pencegahan penularan adalah dengan melakukan isolasi atau karantina diri. Hal ini dikarenakan *madharat* yang lebih besar apabila keluar dan beraktivitas normal di ruang terbuka dapat menyebarkan penyakit kepada orang lain atau rentan tertular. Ketika isolasi juga dapat dibarengi dengan *ikhtiar* agar diri sendiri dan masyarakat dapat terbebas dari COVID-19 (Saomi and Muvid, 2020).

2.8.5. Berusaha Mencari Obat dan Pengobatan

Situasi dan kondisi saat pandemi sangat merugikan manusia dan tidak akan berubah jika tidak ada upaya pencegahan dan pengendalian. Mencari obat dan pengobatan merupakan salah satu usaha dalam mengubah keadaan pandemi menjadi normal kembali. Hadis yang memuat *ikhtiyar* berobat adalah seperti pada hadis riwayat Muslim berikut (Fuadi and Suharto, 2021):

حَدَّثَنَا هَارُونُ بْنُ مَعْرُوفٍ وَأَبُو الظَّاهِرِ وَأَحْمَدُ بْنُ عِيسَى قَالُوا حَدَّثَنَا ابْنُ وَهْبٍ أَخْبَرَنِي عَمْرُو وَهُوَ ابْنُ الْحَارِثِ عَنْ عَبْدِ رَبِّهِ بْنِ سَعِيدٍ عَنْ أَبِي الزُّبَيْرِ عَنْ جَابِرٍ عَنْ رَسُولِ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ أَنَّهُ قَالَ لِكُلِّ دَاءٍ دَوَاءٌ فَإِذَا أُصِيبَ دَوَاءُ الدَّاءِ بَرَأَ بِإِذْنِ اللَّهِ عَزَّ وَجَلَّ

Terjemah arti: ”Telah menceritakan kepada kami Harun bin Ma’ruf dan Abu Ath Thahir serta Ahmad bin ’Isa mereka berkata: Telah menceritakan kepada

kami Ibnu Wahb: Telah mengabarkan kepadaku 'Amru yaitu Ibnu Al Harits dari 'Abdu Rabbih bin Sa'id dari Abu Az Zubair dari Jabir dari Rasulullah Saw., beliau bersabda: "Setiap penyakit ada obatnya. Apabila ditemukan obat yang tepat untuk suatu penyakit, maka akan sembuhlah penyakit itu dengan izin Allah." (HR. Muslim)

Dari hadis tersebut dapat disimpulkan bahwa Allah menciptakan penyakit pasti juga menciptakan obat penyembuhnya. Sehingga manusia perlu berusaha atau ber-*ikhtiar* mencari obat untuk menyembuhkan penyakitnya. Salah satu bentuk *ikhtiar* dalam menghambat penyebaran dan menyembuhkan COVID-19 adalah dengan menjalankan protokol kesehatan dan vaksinasi. Vaksin untuk COVID-19 dapat meningkatkan kekebalan tubuh sehingga diharapkan dapat membentuk *herd immunity* yang mana tiap-tiap individu telah kebal tidak dapat menularkan atau ditulari virus. Sehingga masyarakat dapat menjalani kehidupan normal seperti sebelum merebaknya COVID-19 (Fuadi and Suharto, 2021).

2.8.6. Berserah Diri kepada Allah (Ber-tawakkal)

Manusia hanya dapat berdo'a, berusaha, dan berserah diri (*tawakkal*) kepada Allah karena hanya Allah yang berhak mengatur dan memutuskan seluruh alam semesta termasuk kesehatan serta hidup dan mati manusia. Perintah *tawakkal* terkandung dalam Firman Allah sebagai berikut (Sumiyati, 2019):

وَاللَّهُ غَيْبُ السَّمَوَاتِ وَالْأَرْضِ وَإِلَيْهِ يُرْجَعُ الْأَمْرُ كُلُّهُ فَاعْبُدْهُ وَتَوَكَّلْ عَلَيْهِ وَمَا رَبُّكَ بِغَافِلٍ عَمَّا تَعْمَلُونَ ﴿١١٣﴾

Terjemah arti: "Dan milik Allah meliputi rahasia langit dan bumi dan kepada-Nya segala urusan dikembalikan. Maka sembahlah Dia dan bertawakallah

kepada-Nya. Dan Tuhanmu tidak akan lengah terhadap apa yang kamu kerjakan.”
(QS. Huud : 123)

Ayat tersebut menjelaskan bahwa Allah tidak pernah lalai terhadap semua perbuatan manusia dan masing-masing makhluk akan mendapat balasan atas amal dan perbuatannya. Oleh karena itu manusia harus beribadah kepada-Nya dan ber-*tawakkal* atau menyerahkan seluruh urusan kepada Allah, serta yakin kepada-Nya, karena Allah yang mencukupi kebutuhan manusia di dunia dan di akhirat.

Ajaran Islam tidak menganjurkan manusia ber-*tawakkal* tanpa melakukan usaha, tetapi mengajarkan bahwa tidak ada harapan yang dapat tercapai jika tidak berusaha dan apabila hasil tidak sesuai kehendak dan tidak dapat diubah lagi, maka tidak perlu larut dalam kesedihan. Sehingga dapat dikatakan bahwa *tawakkal* berarti berusaha semaksimal mungkin dan kemudian menyerahkan hasil usahanya kepada Allah Swt. serta mempercayai bahwa dibalik segala keputusan Allah pasti ada hikmahnya.

UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1. Jenis Penelitian

Penelitian kuantitatif merupakan jenis penelitian yang akan digunakan dalam penelitian ini karena penelitian ini bertujuan untuk menyelesaikan permasalahan melalui pengumpulan, pengolahan, serta analisis dan penyajian data. Data yang dikumpulkan berupa data numerik atau berbentuk angka yang akan diolah, dianalisis, dan disajikan dengan menggunakan teori-teori yang sudah ada dan juga dengan metode matematika.

3.2. Jenis dan Sumber Data

Dalam penelitian ini jenis data yang akan digunakan yaitu data sekunder yang diperoleh dari publikasi pemerintah maupun jurnal penelitian lain. Data-data yang diperoleh dari publikasi pemerintah yang merupakan data kependudukan dan data COVID-19 di Jawa Timur diantaranya adalah sebagai berikut (BPS Jawa Timur, 2021; Jatim Tanggap Covid, 2021):

1. Data populasi penduduk Jawa Timur pada akhir semester I tahun 2021 yaitu sebanyak 40,994,615 jiwa.
2. Data banyak individu yang berkontak dengan penderita COVID-19 pada bulan Juli 2021 adalah sebanyak 489,297 jiwa.
3. Data banyak individu yang suspek dan probabel pada bulan Juli 2021 adalah sebanyak 14,614 jiwa.

4. Data banyak individu terinfeksi COVID-19 pada bulan Juli 2021 adalah sebanyak 135,388 jiwa.
5. Data banyak individu terinfeksi yang dikarantina pada bulan Juli 2021 adalah sebanyak 46,362 jiwa.
6. Data banyak individu suspek dan probabel yang dikarantina pada bulan Juli 2021 adalah sebanyak 13,276 jiwa.
7. Data banyak individu yang sembuh dari COVID-19 pada bulan Juli 2021 adalah sebanyak 81,289 jiwa.
8. Data banyak kematian individu yang terinfeksi pada bulan Juli 2021 adalah sebanyak 7,874 jiwa.
9. Data banyak kematian individu yang suspek dan probabel pada bulan Juli 2021 adalah sebanyak 317 jiwa.
10. Data banyak kematian individu yang dikarantina pada bulan Juli 2021 adalah sebanyak 2,408 jiwa.

Sedangkan data dari jurnal penelitian lain yaitu data nilai-nilai parameter berdasarkan virus SARS adalah sebagai berikut:

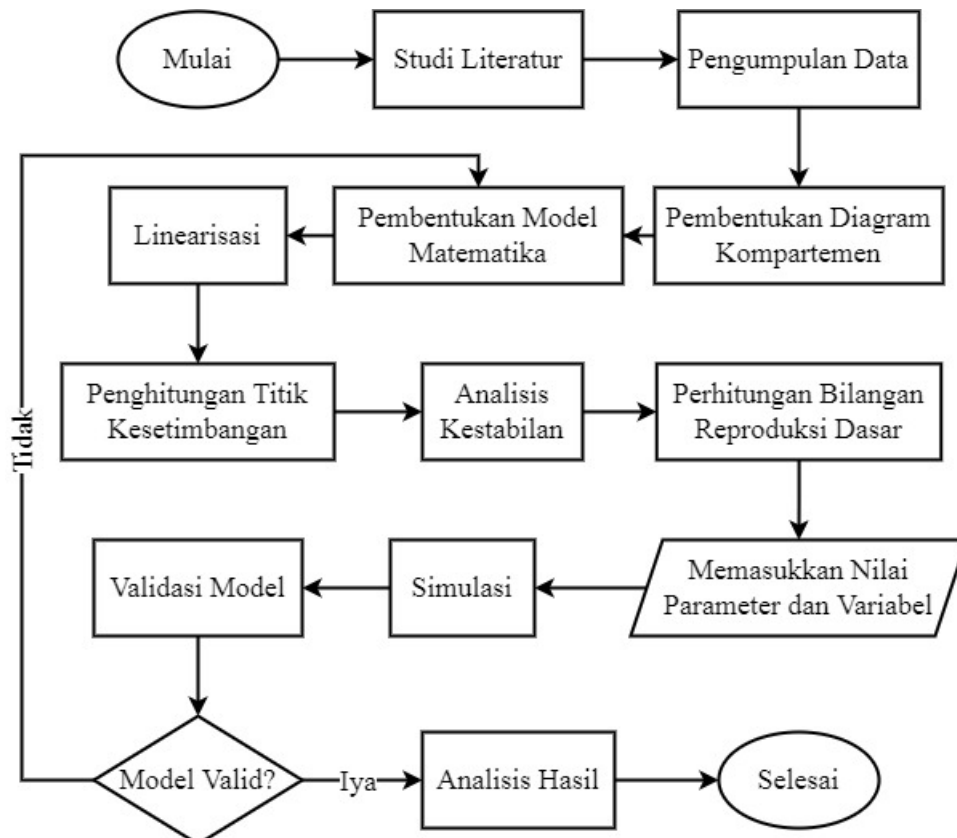
Tabel 3.1 Data Nilai Parameter COVID-19

Parameter	Keterangan	Nilai	Sumber
μ	Laju kelahiran dan kematian	2.23×10^{-3}	(BPS Jawa Timur, 2021)
β	Laju penularan	1.78×10^{-9}	(Jatim Tanggap Covid, 2021)

ρ	Laju individu terpapar menjadi rentan kembali	$\frac{1}{5} = 0.2$	(WHO, 2022)
γ	Laju individu terpapar menjadi terinfeksi	$\frac{1}{5.02} = 0.1972$	(Ghostine et al., 2021)
η	Laju individu dikarantina menjadi sembuh	$\frac{1}{10} = 0.1$	(WHO, 2022)
τ	Laju individu sembuh menjadi rentan kembali	$\frac{1}{90} = 0.0111$	(WHO, 2022)
θ_1	Laju individu terpapar kemudian dikarantina	$\frac{1}{5} = 0.2$	(WHO, 2022)
θ_2	Laju individu terinfeksi kemudian dikarantina	$\frac{1}{5} = 0.2$	(WHO, 2022)
ϵ_1	Laju kematian individu terpapar	$\frac{317}{91.364} = 0.0035$	(Jatim Tanggap Covid, 2021)
ϵ_2	Laju kematian individu terinfeksi	$\frac{7.874}{91.364} = 0.086$	(Jatim Tanggap Covid, 2021)
ϵ_3	Laju kematian individu dikarantina	$\frac{2.408}{91.364} = 0.0264$	(LaporCovid-19, 2021)
δ	Laju pemulihan	$\frac{1}{14} = 0.0714$	(Ghostine et al., 2021)
v	Keefektifan vaksin: Sinovac AstraZeneca Sinopharm Moderna Pfizer	65.3% 62.1% 78.02% 94.1% 95.5%	(BPOM, 2021d) (BPOM, 2021a) (BPOM, 2021e) (BPOM, 2021c) (BPOM, 2021b)

3.3. Kerangka Pemikiran

Agar terarah dan terstruktur dengan baik, maka beberapa tahapan untuk menganalisis data dapat disajikan pada diagram alir berikut:



Gambar 3.1 Diagram Alir Tahapan Penelitian

Berdasarkan Gambar di atas, maka langkah-langkah dalam penelitian ini dapat dijabarkan sebagai berikut:

1. **Studi Literatur:** Studi literatur mengenai COVID-19 dan model SEIQR beserta berbagai pengembangannya melalui buku atau jurnal penelitian terdahulu yang dilakukan untuk membantu dalam pembentukan batasan dan asumsi-asumsi yang akan digunakan pada model matematika.
2. **Pengumpulan Data:** Data sesuai dengan model dan asumsi-asumsi yang

dibentuk diperoleh dari web dan jurnal-jurnal terdahulu yaitu oleh Ghostine et al. (2021) dan oleh Annas et al. (2020). Data yang digunakan untuk nilai variabel dan beberapa parameter adalah data populasi penduduk, data total individu terinfeksi, total individu yang berkontak dengan penderita, data total individu dikarantina, data total individu yang sembuh, data total kematian populasi, data total kematian individu yang terinfeksi, data total kematian individu yang berkontak dengan penderita, data total kematian individu dikarantina, dan data total kematian individu yang sembuh dari COVID-19 di Jawa Timur mulai tanggal 1 Juli 2021 hingga 31 Juli 2021 yang diperoleh melalui akses website (Jatim Tanggap Covid, 2021). Sedangkan data kematian individu dikarantina diperoleh dari (LaporCovid-19, 2021) dan data populasi dan kematian di Jawa Timur diperoleh melalui akses website (BPS Jawa Timur, 2021).

- 3. Pembentukan Model SEIQR dengan Keefektifan Vaksin pada Penyebaran COVID-19:** Pembentukan model dilakukan dengan terlebih dahulu membuat permisalan yang sesuai dengan model SEIQR dan berhubungan dengan keadaan penyebaran COVID-19 di Jawa Timur dan karakteristik COVID-19 dengan pengaruh karantina dan keefektifan vaksin. Setelah itu membentuk diagram kompartemen dari hubungan antar sub-populasi berdasarkan asumsi yang terbentuk. Diagram kompartemen dari model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin digambarkan pada Gambar (2.1). Kemudian model matematika dibuat dan disusun dalam bentuk sistem persamaan diferensial non-linear, yang mana sistem persamaan non-linear dari model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin dituliskan pada Persamaan (2.7).

4. **Linearisasi:** Masing-masing model matematika yang berbentuk sistem persamaan diferensial non-linear harus diubah menjadi bentuk sistem persamaan diferensial linear terlebih dahulu dengan linearisasi menggunakan matriks Jacobian. Linearisasi sistem dapat mengikuti langkah dari Persamaan (2.8) hingga diperoleh sistem persamaan linear dalam bentuk Persamaan (2.14).
5. **Perhitungan Titik Keseimbangan:** Titik keseimbangan endemik dan bebas penyakit dapat dicari dengan membuat ruas kiri sama dengan 0. Titik keseimbangan endemik diperoleh apabila $E = I = Q = 0$, sedangkan titik keseimbangan bebas penyakit diperoleh apabila $E \neq I \neq Q \neq 0$. Untuk menentukan masing-masing titik keseimbangan dapat dengan membuat ruas kanan dari Persamaan (2.16) sama dengan 0 atau seperti pada Persamaan (2.17).
6. **Analisis Kestabilan dari Titik Keseimbangan:** Analisis kestabilan dari tiap-tiap titik keseimbangan dapat diketahui melalui nilai eigen pada matriks Jacobian yang dapat didapatkan dari persamaan karakteristiknya. Kriteria *Routh-Hurwitz* digunakan untuk menentukan kestabilan. Analisis kestabilan dari masing-masing titik keseimbangan dapat diperoleh dengan menemukan nilai eigen dari hasil linearisasi sistem menggunakan langkah dari Persamaan (2.20) hingga diperoleh persamaan karakteristik berbentuk seperti pada Persamaan (2.22). Kemudian dari persamaan karakteristik tersebut dicari syarat terpenuhi kestabilan dengan menggunakan kriteria *Routh-Hurwitz*.
7. **Simulasi:** Simulasi dijalankan dengan menerapkan metode numerik *Runge-Kutta* orde empat untuk memperoleh penyelesaian numerik dan untuk

mengetahui dari tiap-tiap sub-populasi bagaimana pola penyebarannya berdasarkan model dengan mensubstitusi nilai-nilai parameter. Persamaan (2.7) disimulasikan menggunakan metode numerik *Runge-Kutta* orde empat dalam bentuk persamaan seperti pada Persamaan (2.30). Simulasi dilakukan dengan memasukkan juga nilai parameter dan variabel dan menggunakan beberapa nilai keefektifan vaksin yang berbeda-beda.

8. **Analisis Hasil:** Analisis hasil dilakukan dengan membandingkan hasil simulasi dari sub-populasi terpapar dan sub-populasi yang terinfeksi berdasarkan model SEIQR dengan pengaruh beberapa varian vaksin yang memiliki keefektifan yang berbeda-beda untuk mengetahui pada titik berapa COVID-19 berhenti menyebar.



UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Linearisasi

Linearisasi sistem persamaan (2.7) dengan deret Taylor dapat dilakukan menggunakan matriks Jacobian. Matriks Jacobi dari sistem persamaan (2.7) yaitu:

$$\begin{bmatrix} \dot{S} \\ \dot{E} \\ \dot{I} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{S(t)}{dS} & \frac{S(t)}{dE} & \frac{S(t)}{dI} & \frac{S(t)}{dQ} & \frac{S(t)}{dR} \\ \frac{E(t)}{dS} & \frac{E(t)}{dE} & \frac{E(t)}{dI} & \frac{E(t)}{dQ} & \frac{E(t)}{dR} \\ \frac{I(t)}{dS} & \frac{I(t)}{dE} & \frac{I(t)}{dI} & \frac{I(t)}{dQ} & \frac{I(t)}{dR} \\ \frac{Q(t)}{dS} & \frac{Q(t)}{dE} & \frac{Q(t)}{dI} & \frac{Q(t)}{dQ} & \frac{Q(t)}{dR} \\ \frac{R(t)}{dS} & \frac{R(t)}{dE} & \frac{R(t)}{dI} & \frac{R(t)}{dQ} & \frac{R(t)}{dR} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Menghitung nilai setiap elemen dari matriks Jacobi tersebut setelah mensubstitusi persamaan pada sistem persamaan (2.7) ke dalam matriks. Dengan menggunakan matriks Jacobian pada Persamaan (4.1), maka hasil linearisasi dari sistem persamaan (2.7) yaitu:

$$\begin{bmatrix} \dot{S} \\ \dot{E} \\ \dot{I} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(1-v)\beta\frac{I}{N} - \mu & \rho & -(1-v)\beta\frac{S}{N} & 0 & \tau \\ (1-v)\beta\frac{I}{N} & -(\rho + \gamma + \epsilon_1 + \theta_1) & (1-v)\beta\frac{S}{N} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & -(\delta + \epsilon_2 + \theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & \theta_1 & \theta_2 & -(\eta + \epsilon_3) & 0 \\ 0 & 0 & \delta & \eta & -(\mu + \tau) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Berdasarkan bentuk matriks Jacobi pada Persamaan (4.2) dapat dianalisis kestabilan sistemnya.

4.2. Titik Kesetimbangan

Model Penyebaran COVID-19 berbentuk sistem persamaan diferensial yang mana untuk mengetahui keadaan setimbang (tidak terjadi perubahan jumlah sub-populasi) dilakukan dengan menyamakan ruas kanan dari Persamaan (2.7) dengan nol (0). Atau dapat dikatakan titik kesetimbangan dapat diperoleh apabila $\frac{S(t)}{dt} = \frac{E(t)}{dt} = \frac{I(t)}{dt} = \frac{Q(t)}{dt} = \frac{R(t)}{dt} = 0$. Sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= \mu N - (1-v)\beta S \frac{I}{N} - \mu S + \rho E + \tau R = 0 \\
 \frac{dE}{dt} &= (1-v)\beta S \frac{I}{N} - (\rho + \gamma + \epsilon_1 + \theta_1)E = 0 \\
 \frac{dI}{dt} &= \gamma E - (\delta + \epsilon_2 + \theta_2)I = 0 \\
 \frac{dQ}{dt} &= \theta_1 E + \theta_2 I - (\eta + \epsilon_3)Q = 0 \\
 \frac{dR}{dt} &= \delta I + \eta Q - (\mu + \tau)R = 0
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Dengan permisalan,

$$w = \rho + \gamma + \epsilon_1 + \theta_1$$

$$x = \delta + \epsilon_2 + \theta_2$$

$$y = \eta + \epsilon_3$$

$$z = \mu + \tau$$

Maka,

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - (1-v)\beta S \frac{I}{N} - \mu S + \rho E + \tau R = 0 \tag{4.4}$$

$$\frac{dE}{dt} = (1-v)\beta S \frac{I}{N} - wE = 0 \tag{4.5}$$

$$\frac{dI}{dt} = \gamma E - xI = 0 \tag{4.6}$$

$$\frac{dQ}{dt} = \theta_1 E + \theta_2 I - yQ = 0 \tag{4.7}$$

$$\frac{dR}{dt} = \delta I + \eta Q - zR = 0 \quad (4.8)$$

4.2.1. Titik Keseimbangan Bebas Penyakit

Titik keseimbangan bebas penyakit merupakan kasus apabila tidak ada penyebaran infeksi yang terjadi dalam sistem sehingga tidak ada penyakit yang mewabah. Sehingga dalam kasus COVID-19 menggunakan model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin tidak ada individu yang terpapar, terinfeksi, dan dikarantina, atau dengan kata lain $E = I = Q = 0$. Titik keseimbangan bebas penyakit $P_1 = (S^*, E^*, I^*, Q^*, R^*)$ adalah sebagai berikut:

Dari Persamaan (4.8), disubstitusikan $I^* = 0$ dan $Q^* = 0$, maka,

$$\begin{aligned} \delta I^* + \eta Q^* - zR^* &= 0 \\ \delta(0) + \eta(0) - zR^* &= 0 \\ -zR^* &= 0 \\ R^* &= 0 \end{aligned}$$

Dari Persamaan (4.4), disubstitusikan $E^* = 0$, $I^* = 0$, dan $R^* = 0$, maka,

$$\mu N - (1 - v)\beta S^* \frac{I^*}{N} - \mu S^* + \rho E^* + \tau R^* = 0$$

$$\mu N - (1 - v)\beta S^* \frac{0}{N} - \mu S^* + \rho(0) + \tau(0) = 0$$

$$\mu N - \mu S^* = 0$$

$$\mu S^* = \mu N$$

$$S^* = N$$

Sehingga diperoleh titik kesetimbangan satu (bebas penyakit) yaitu $P_1 = (S^*, E^*, I^*, Q^*, R^*) = (N, 0, 0, 0, 0)$.

4.2.2. Titik Kesetimbangan Endemik

Titik kesetimbangan endemik merupakan kasus apabila terdapat penyebaran infeksi yang dapat menularkan penyakit terjadi dalam sistem sehingga penyakit menetap atau mewabah. Sehingga pada kasus COVID-19 menggunakan model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin terdapat individu yang terpapar, terinfeksi, dan dikarantina dalam sistem, atau dengan kata lain $E \neq I \neq Q \neq 0$. Titik kesetimbangan endemik $P_2 = (S^*, E^*, I^*, Q^*, R^*)$ adalah sebagai berikut:

Dari Persamaan (4.6) diperoleh:

$$\begin{aligned}\gamma E^* - x I^* &= 0 \\ \gamma E^* &= x I^* \\ E^* &= \frac{x I^*}{\gamma}\end{aligned}\tag{4.9}$$

Substitusikan Persamaan (4.9) ke Persamaan (4.5).

$$\begin{aligned}(1-v)\beta S^* \frac{I^*}{N} - w E^* &= 0 \\ (1-v)\beta S^* \frac{I^*}{N} - w \left(\frac{x I^*}{\gamma}\right) &= 0 \\ I^* \left((1-v)\beta \frac{S^*}{N} - \frac{wx}{\gamma}\right) &= 0 \\ I^* = 0 \vee (1-v)\beta \frac{S^*}{N} - \frac{wx}{\gamma} &= 0 \\ (1-v)\beta \frac{S^*}{N} &= \frac{wx}{\gamma} \\ S^* &= \frac{wxN}{(1-v)\beta\gamma}\end{aligned}\tag{4.10}$$

Substitusikan Persamaan (4.9) ke Persamaan (4.7).

$$\begin{aligned}
\theta_1 E^* + \theta_2 I^* - yQ^* &= 0 \\
\theta_1 \left(\frac{xI^*}{\gamma} \right) + \theta_2 I^* - yQ^* &= 0 \\
I^* \left(\frac{\theta_1 x}{\gamma} + \theta_2 \right) - yQ^* &= 0 \\
yQ^* &= I^* \left(\frac{\theta_1 x}{\gamma} + \theta_2 \right) \\
Q^* &= I^* \left(\frac{\theta_1 x + \theta_2 \gamma}{\gamma y} \right)
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Substitusikan Persamaan (4.11) ke Persamaan (4.8).

$$\begin{aligned}
\delta I^* + \eta Q^* - zR^* &= 0 \\
\delta I^* + \eta \left(I^* \left(\frac{\theta_1 x + \theta_2 \gamma}{\gamma y} \right) \right) - zR^* &= 0 \\
I^* \left(\delta + \eta \left(\frac{\theta_1 x + \theta_2 \gamma}{\gamma y} \right) \right) - zR^* &= 0 \\
zR^* &= I^* \left(\delta + \eta \left(\frac{\theta_1 x + \theta_2 \gamma}{\gamma y} \right) \right) \\
zR^* &= I^* \left(\frac{\delta \gamma y + \eta (\theta_1 x + \theta_2 \gamma)}{\gamma y} \right) \\
R^* &= I^* \left(\frac{\delta \gamma y + \eta (\theta_1 x + \theta_2 \gamma)}{\gamma y z} \right)
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Substitusikan Persamaan (4.9), Persamaan (4.10), dan Persamaan (4.12) ke Persamaan (4.4).

$$\begin{aligned}
\mu N - (1 - v)\beta S^* \frac{I^*}{N} - \mu S^* + \rho E^* + \tau R^* &= 0 \\
\mu N - (1 - v)\beta \left(\frac{wxN}{(1 - v)\beta \gamma} \right) \frac{I^*}{N} - \mu \left(\frac{wxN}{(1 - v)\beta \gamma} \right) + \rho \left(\frac{xI^*}{\gamma} \right) \\
+ \tau \left(I^* \left(\frac{\delta \gamma y + \eta (\theta_1 x + \theta_2 \gamma)}{\gamma y z} \right) \right) &= 0 \\
\mu N - \frac{wxI^*}{\gamma} - \frac{\mu wxN}{(1 - v)\beta \gamma} + \frac{\rho xI^*}{\gamma} + I^* \left(\frac{\tau \gamma y z + \delta \gamma y + \eta (\theta_1 x + \theta_2 \gamma)}{\gamma y z} \right) &= 0 \\
\frac{wxI^*}{\gamma} - \frac{\rho xI^*}{\gamma} - I^* \left(\frac{\tau \gamma y z + \delta \gamma y + \eta (\theta_1 x + \theta_2 \gamma)}{\gamma y z} \right) &= \mu N - \frac{\mu wxN}{(1 - v)\beta \gamma}
\end{aligned}$$

$$I^* \left(\frac{yz(wx - \rho x) - \tau\gamma yz - \delta\gamma y - \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)}{\gamma yz} \right) = \frac{(1-v)\beta\gamma\mu N - \mu wx N}{(1-v)\beta\gamma}$$

$$I^* = \left(\frac{(1-v)\beta\gamma\mu N - \mu wx N}{(1-v)\beta} \right) \left(\frac{yz}{yz(wx - \rho x) - \tau\gamma yz - \delta\gamma y - \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)} \right) \quad (4.13)$$

Substitusikan Persamaan (4.13) ke Persamaan (4.9).

$$\begin{aligned} E^* &= \frac{xI^*}{\gamma} \\ E^* &= \frac{x}{\gamma} \left(\frac{(1-v)\beta\gamma\mu N - \mu wx N}{(1-v)\beta} \right) \left(\frac{yz}{yz(wx - \rho x) - \tau\gamma yz - \delta\gamma y - \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)} \right) \\ E^* &= \left(\frac{(1-v)\beta\gamma\mu N - \mu wx N}{(1-v)\beta\gamma} \right) \left(\frac{xyz}{yz(wx - \rho x) - \tau\gamma yz - \delta\gamma y - \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)} \right) \end{aligned} \quad (4.14)$$

Substitusikan Persamaan (4.13) ke Persamaan (4.11).

$$\begin{aligned} Q^* &= I^* \left(\frac{\theta_1 x + \theta_2 \gamma}{\gamma y} \right) \\ Q^* &= \left(\frac{(1-v)\beta\gamma\mu N - \mu wx N}{(1-v)\beta} \right) \left(\frac{yz}{yz(wx - \rho x) - \tau\gamma yz - \delta\gamma y - \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)} \right) \\ &\quad \left(\frac{\theta_1 x + \theta_2 \gamma}{\gamma y} \right) \\ Q^* &= \left(\frac{(1-v)\beta\gamma\mu N - \mu wx N}{(1-v)\beta\gamma} \right) \left(\frac{z(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)}{yz(wx - \rho x) - \tau\gamma yz - \delta\gamma y - \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)} \right) \end{aligned} \quad (4.15)$$

Substitusikan Persamaan (4.13) ke Persamaan (4.12).

$$\begin{aligned} R^* &= I^* \left(\frac{\delta\gamma y + \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)}{\gamma yz} \right) \\ R^* &= \left(\frac{(1-v)\beta\gamma\mu N - \mu wx N}{(1-v)\beta} \right) \left(\frac{yz}{yz(wx - \rho x) - \tau\gamma yz - \delta\gamma y - \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)} \right) \\ &\quad \left(\frac{\delta\gamma y + \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)}{\gamma yz} \right) \\ R^* &= \left(\frac{(1-v)\beta\gamma\mu N - \mu wx N}{(1-v)\beta\gamma} \right) \left(\frac{\delta\gamma y + \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)}{yz(wx - \rho x) - \tau\gamma yz - \delta\gamma y - \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)} \right) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Sehingga diperoleh titik kesetimbangan dua (endemik) yaitu

$$P_2 = (S^*, E^*, I^*, Q^*, R^*) = \left(\frac{wxN}{(1-v)\beta\gamma}, \left(\frac{(1-v)\beta\gamma\mu N - \mu wxN}{(1-v)\beta\gamma} \right) \right. \\ \left. \left(\frac{xyz}{yz(wx-\rho x) - \tau\gamma yz - \delta\gamma y - \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)} \right), \left(\frac{(1-v)\beta\gamma\mu N - \mu wxN}{(1-v)\beta} \right) \right. \\ \left(\frac{yz}{yz(wx-\rho x) - \tau\gamma yz - \delta\gamma y - \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)} \right), \left(\frac{(1-v)\beta\gamma\mu N - \mu wxN}{(1-v)\beta\gamma} \right) \\ \left(\frac{z(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)}{yz(wx-\rho x) - \tau\gamma yz - \delta\gamma y - \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)} \right), \left(\frac{(1-v)\beta\gamma\mu N - \mu wxN}{(1-v)\beta\gamma} \right) \\ \left. \left(\frac{\delta\gamma y + \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)}{yz(wx-\rho x) - \tau\gamma yz - \delta\gamma y - \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)} \right) \right)$$

4.3. Analisis Kestabilan

Menentukan titik kestabilan dari masing-masing titik tetap dengan mencari nilai eigen dari matriks hasil linearisasi dengan mensubstitusikan terlebih dahulu nilai-nilai parameter dan S, E, I, Q, R dengan S^*, E^*, I^*, Q^*, R^* . Pada Persamaan (4.1) jika mensubstitusi S, E, I, Q, R dengan S^*, E^*, I^*, Q^*, R^* , maka persamaannya menjadi:

$$\begin{bmatrix} \dot{S} \\ \dot{E} \\ \dot{I} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(1-v)\beta\frac{I^*}{N} - \mu & \rho & -(1-v)\beta\frac{S^*}{N} & 0 & \tau \\ (1-v)\beta\frac{I^*}{N} & -(\rho + \gamma + \epsilon_1 + \theta_1) & (1-v)\beta\frac{S^*}{N} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & -(\delta + \epsilon_2 + \theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & \theta_1 & \theta_2 & -(\eta + \epsilon_3) & 0 \\ 0 & 0 & \delta & \eta & -(\mu + \tau) \end{bmatrix}$$

Dengan permisalan,

$$w = \rho + \gamma + \epsilon_1 + \theta_1$$

$$x = \delta + \epsilon_2 + \theta_2$$

$$y = \eta + \epsilon_3$$

$$z = \mu + \tau$$

Maka persamaannya menjadi:

$$\begin{bmatrix} \dot{S} \\ \dot{E} \\ \dot{I} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(1-v)\beta\frac{I^*}{N} - \mu & \rho & -(1-v)\beta\frac{S^*}{N} & 0 & \tau \\ (1-v)\beta\frac{I^*}{N} & -w & (1-v)\beta\frac{S^*}{N} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & -x & 0 & 0 \\ 0 & \theta_1 & \theta_2 & -y & 0 \\ 0 & 0 & \delta & \eta & -z \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Kemudian menghitung nilai eigen dari masing-masing titik tetap.

1. Jika titik kesetimbangan satu (bebas penyakit) $P_1 = (S^*, E^*, I^*, Q^*, R^*) = (N, 0, 0, 0, 0)$ disubstitusikan ke Persamaan (4.17), maka,

$$\begin{bmatrix} \dot{S} \\ \dot{E} \\ \dot{I} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(1-v)\beta\frac{I^*}{N} - \mu & \rho & -(1-v)\beta\frac{S^*}{N} & 0 & \tau \\ (1-v)\beta\frac{I^*}{N} & -w & (1-v)\beta\frac{S^*}{N} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & -x & 0 & 0 \\ 0 & \theta_1 & \theta_2 & -y & 0 \\ 0 & 0 & \delta & \eta & -z \end{bmatrix}$$

$$J(P_1) = \begin{bmatrix} -(1-v)\beta\frac{0}{N} - \mu & \rho & -(1-v)\beta\frac{N}{N} & 0 & \tau \\ (1-v)\beta\frac{0}{N} & -w & (1-v)\beta\frac{N}{N} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & -x & 0 & 0 \\ 0 & \theta_1 & \theta_2 & -y & 0 \\ 0 & 0 & \delta & \eta & -z \end{bmatrix}$$

$$J(P_1) = \begin{bmatrix} -\mu & \rho & -(1-v)\beta & 0 & \tau \\ 0 & -w & (1-v)\beta & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & -x & 0 & 0 \\ 0 & \theta_1 & \theta_2 & -y & 0 \\ 0 & 0 & \delta & \eta & -z \end{bmatrix}$$

Nilai eigen dan vektor eigen untuk titik kesetimbangan P_1 .

$$|J(P_1) - \lambda I| = 0$$

$$\begin{vmatrix} -\mu - \lambda & \rho & -(1-v)\beta & 0 & \tau \\ 0 & -w - \lambda & (1-v)\beta & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & -x - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \theta_1 & \theta_2 & -y - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \delta & \eta & -z - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

Dengan menggunakan eliminasi Gauss segitiga bawah, maka diperoleh hasil determinan.

$$\begin{aligned} (-\mu - \lambda)(-w - \lambda) \left(\frac{(1-v)\beta\gamma - (\lambda+w)(\lambda+x)}{\lambda+w} \right) (-y - \lambda)(-z - \lambda) &= 0 \\ (-\mu - \lambda) (-(1-v)\beta\gamma - (\lambda+w)(\lambda+x)) (-y - \lambda)(-z - \lambda) &= 0 \\ (-\mu - \lambda) (-(1-v)\beta\gamma + (\lambda+w)(\lambda+x)) (-y - \lambda)(-z - \lambda) &= 0 \end{aligned}$$

Diperoleh salah satu nilai eigennya yaitu:

$$\lambda_1 = -\mu$$

Diperhatikan persamaan berikut:

$$\begin{aligned} &(-(1-v)\beta\gamma + (\lambda+w)(\lambda+x)) (-y - \lambda)(-z - \lambda) = 0 \\ &(-\beta\gamma + \beta\gamma v + \lambda^2 + \lambda w + \lambda x + wx) (-y - \lambda)(-z - \lambda) = 0 \\ &\left(-\lambda^3 - \lambda^2(w+x+y) - \lambda(wx + wy + xy + \beta\gamma v - \beta\gamma) \right. \\ &\quad \left. + \beta\gamma y - \beta\gamma v y - wxy \right) (-z - \lambda) = 0 \\ &\lambda^4 + \lambda^3(w+x+y+z) + \lambda^2(wx + wy + wz + xy + xz + yz + \beta\gamma v) \end{aligned}$$

$$-\beta\gamma) + \lambda(wxy + wxz + wyz + xyz + \beta\gamma vy + \beta\gamma vz - \beta\gamma y - \beta\gamma z)$$

$$-\beta\gamma yz + \beta\gamma vyz + wxyz = 0$$

Dengan menggunakan persamaan karakteristik *Routh-Hurwitz* $p_0\lambda^4 + p_1\lambda^3 + p_2\lambda^2 + p_3\lambda + p_4 = 0$. Maka diketahui:

$$p_0 = 1$$

$$p_1 = w + x + y + z$$

$$p_2 = wx + wy + wz + xy + xz + yz + \beta\gamma v - \beta\gamma$$

$$p_3 = wxy + wxz + wyz + xyz + \beta\gamma vy + \beta\gamma vz - \beta\gamma y - \beta\gamma z$$

$$p_4 = -\beta\gamma yz + \beta\gamma vyz + wxyz$$

Dapat dibentuk menjadi tabel *Routh* sebagai berikut:

λ^4	p_0	p_2	p_4
λ^3	p_1	p_3	0
λ^2	q_1	q_2	0
λ^1	r_1	0	
λ^0	s_1		

Dengan

$$q_1 = -\frac{p_0 p_3 - p_2 p_1}{p_1} = \frac{p_2 p_1 - p_0 p_3}{p_1}$$

$$q_2 = -\frac{-p_4 p_3}{p_3} = \frac{p_4 p_3}{p_3}$$

$$r_1 = -\frac{p_1 q_2 - p_3 q_1}{q_1} = \frac{p_3 q_1 - p_1 q_2}{q_1} \quad (4.18)$$

$$s_1 = -\frac{-q_2 r_1}{r_1} = \frac{q_2 r_1}{r_1}$$

Titik kesetimbangan bebas penyakit akan stabil jika dan hanya jika $R_0 < 1$ dan juga apabila nilai eigen dari akar-akar bagian real dari persamaan karakteristik bernilai negatif. Sehingga titik kesetimbangan bebas penyakit akan stabil apabila memenuhi tiga kondisi berikut:

- (a) $p_0, p_1, p_2, p_3, p_4 > 0$
- (b) $p_2 p_1 - p_0 p_3 > 0$
- (c) $p_3 q_1 - p_1 q_2 > 0$
- (d) $q_2 r_1 > 0$

2. Jika titik kesetimbangan dua (endemik) $P_2 = (S^*, E^*, I^*, Q^*, R^*)$ disubstitusikan ke Persamaan (4.17), maka,

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{S} \\ \dot{E} \\ \dot{I} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -(1-v)\beta\frac{I^*}{N} - \mu & \rho & -(1-v)\beta\frac{S^*}{N} & 0 & \tau \\ (1-v)\beta\frac{I^*}{N} & -w & (1-v)\beta\frac{S^*}{N} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & -x & 0 & 0 \\ 0 & \theta_1 & \theta_2 & -y & 0 \\ 0 & 0 & \delta & \eta & -z \end{bmatrix} \\
 J(P_2) &= \begin{bmatrix} -(1-v)\beta\frac{I^*}{N} - \mu & \rho & -(1-v)\beta\frac{S^*}{N} & 0 & \tau \\ (1-v)\beta\frac{I^*}{N} & -w & (1-v)\beta\frac{S^*}{N} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & -x & 0 & 0 \\ 0 & \theta_1 & \theta_2 & -y & 0 \\ 0 & 0 & \delta & \eta & -z \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Dengan permisalan,

$$A = -(1-v)\beta\frac{I^*}{N} - \mu \qquad F = \theta_1 \qquad K = \delta$$

$$\begin{array}{lll}
 B = (1 - v)\beta\frac{I^*}{N} & G = -(1 - v)\beta\frac{S^*}{N} & L = -y \\
 C = \rho & H = (1 - v)\beta\frac{S^*}{N} & M = \eta \\
 D = -w & Y = -x & N = \tau \\
 X = \gamma & Z = \theta_2 & O = -z
 \end{array}$$

Sehingga,

$$J(P_2) = \begin{bmatrix} A & C & G & 0 & N \\ B & D & H & 0 & 0 \\ 0 & X & Y & 0 & 0 \\ 0 & F & Z & L & 0 \\ 0 & 0 & K & M & O \end{bmatrix}$$

Nilai eigen dan vektor eigen untuk titik kesetimbangan P_2 .

$$|J(P_2) - \lambda I| = 0$$

$$\begin{vmatrix} A - \lambda & C & G & 0 & N \\ B & D - \lambda & H & 0 & 0 \\ 0 & X & Y - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & F & Z & L - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & K & M & O - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

Dengan menggunakan eliminasi Gauss segitiga bawah, maka diperoleh hasil determinan.

$$(A - \lambda) \left(\frac{-BC + (A - \lambda)(D - \lambda)}{A - \lambda} \right) \left(\frac{(BC - (A - \lambda)(D - \lambda))(Y - \lambda) + X(-BG + H(A - \lambda))}{BC - (A - \lambda)(D - \lambda)} \right)$$

$$\begin{aligned}
& (L - \lambda) \left(\frac{\left((O - \lambda)(BC - (A - \lambda)(D - \lambda)(Y - \lambda) + X(-BG + H(A - \lambda))) \right. \right.}{\left. \left. (BC - (A - \lambda)(D - \lambda))(Y - \lambda) + X(-BG + H(A - \lambda))(L - \lambda) \right) \right) = 0 \\
& - \left((O - \lambda) \left((BC - (A - \lambda)(D - \lambda))(Y - \lambda) + X(-BG + H(A - \lambda)) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + KBNX \right) (L - \lambda) - M((Y - \lambda)(-BFN) + ZBNX) \right) = 0 \\
& - \left((O - \lambda) \left((BC - AD + A\lambda + D\lambda - \lambda^2)(Y - \lambda) - XBG + XHA \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - XH\lambda \right) + KBNX \right) (L - \lambda) - M(-YBFN + BFN\lambda + ZBNX) = 0 \\
& - \left((O - \lambda) (YBC - YAD + YA\lambda + YD\lambda - Y\lambda^2 - BC\lambda + AD\lambda - A\lambda^2 \right. \\
& \quad \left. - D\lambda^2 + \lambda^3 - XBG + XHA - XH\lambda) + KBNX \right) (L - \lambda) + MYBFN \\
& \quad \quad \quad - MBFN\lambda - MZBNX = 0 \\
& - (YBCO - YADO + YAO\lambda + YDO\lambda - YO\lambda^2 - BCO\lambda + ADO\lambda \\
& \quad - AO\lambda^2 - DO\lambda^2 + O\lambda^3 - XBG\lambda + XHA\lambda - XHO\lambda - YBC\lambda \\
& \quad + YAD\lambda - YA\lambda^2 - YD\lambda^2 + Y\lambda^3 + BC\lambda^2 - AD\lambda^2 + A\lambda^3 + D\lambda^3 - \lambda^4 \\
& \quad + XBG\lambda - XHA\lambda + XH\lambda^2 + KBNX) (L - \lambda) + MYBFN \\
& \quad \quad \quad - MBFN\lambda - MZBNX = 0 \\
& - (YBCOL - YADOL + YAOL\lambda + YDOL\lambda - YOL\lambda^2 - BCOL\lambda \\
& \quad + ADOL\lambda - AOL\lambda^2 - DOL\lambda^2 + OL\lambda^3 - XBGOL + XHAOL \\
& \quad - XHOL\lambda - YBCL\lambda + YADL\lambda - YAL\lambda^2 - YDL\lambda^2 + YL\lambda^3 \\
& \quad + BCL\lambda^2 - ADL\lambda^2 + AL\lambda^3 + DL\lambda^3 - L\lambda^4 + XBG\lambda - XHAL\lambda \\
& \quad + XHL\lambda^2 + KBNXL - YBCO\lambda + YADO\lambda - YAO\lambda^2 \\
& \quad - YDO\lambda^2 + YO\lambda^3 + BCO\lambda^2 - ADO\lambda^2 + AO\lambda^3 + DO\lambda^3 - O\lambda^4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +XBGOL - XHAOL + XHOL^2 + YBC\lambda^2 - YAD\lambda^2 + YA\lambda^3 \\
& +YD\lambda^3 - Y\lambda^4 - BC\lambda^3 + AD\lambda^3 - A\lambda^4 - D\lambda^4 + \lambda^5 - XBG\lambda^2 \\
& +XHA\lambda^2 - XH\lambda^3 - KBNX\lambda + MYBFN - MBFN\lambda - MZBNX) = 0 \\
& YBCOL - YADOL + YAOL\lambda + YDOL\lambda - YOL\lambda^2 - BCOL\lambda \\
& +ADOL\lambda - AOL\lambda^2 - DOL\lambda^2 + OL\lambda^3 - XBGOL + XHAOL \\
& -XHOL\lambda - YBCL\lambda + YADL\lambda - YAL\lambda^2 - YDL\lambda^2 + YL\lambda^3 \\
& +BCL\lambda^2 - ADL\lambda^2 + AL\lambda^3 + DL\lambda^3 - L\lambda^4 + XBGL\lambda - XHAL\lambda \\
& +XHL\lambda^2 + KBNXL - YBCO\lambda + YADO\lambda - YAO\lambda^2 \\
& -YDO\lambda^2 + YO\lambda^3 + BCO\lambda^2 - ADO\lambda^2 + AO\lambda^3 + DO\lambda^3 - O\lambda^4 \\
& +XBGOL - XHAOL + XHOL^2 + YBC\lambda^2 - YAD\lambda^2 + YA\lambda^3 \\
& +YD\lambda^3 - Y\lambda^4 - BC\lambda^3 + AD\lambda^3 - A\lambda^4 - D\lambda^4 + \lambda^5 - XBG\lambda^2 \\
& +XHA\lambda^2 - XH\lambda^3 - KBNX\lambda + MYBFN - MBFN\lambda - MZBNX = 0 \\
& \lambda^5 - A\lambda^4 - D\lambda^4 - L\lambda^4 - O\lambda^4 - Y\lambda^4 - BC\lambda^3 + AD\lambda^3 + AL\lambda^3 \\
& +DL\lambda^3 + AO\lambda^3 + DO\lambda^3 + OL\lambda^3 + YA\lambda^3 + YD\lambda^3 + YL\lambda^3 + YO\lambda^3 \\
& -XH\lambda^3 + BCL\lambda^2 - ADL\lambda^2 + BCO\lambda^2 - ADO\lambda^2 - AOL\lambda^2 \\
& -DOL\lambda^2 + YBC\lambda^2 - YAD\lambda^2 - YAL\lambda^2 - YDL\lambda^2 - YAO\lambda^2 - YDO\lambda^2 \\
& -YOL\lambda^2 - XBG\lambda^2 + XHA\lambda^2 + XHL\lambda^2 + XHOL^2 - BFMN\lambda \\
& -BCOL\lambda + ADOL\lambda - YBCL\lambda + YADL\lambda - YBCO\lambda + YADO\lambda \\
& +YAOL\lambda + YDOL\lambda + XBGL\lambda - XHAL\lambda - KBNX\lambda + XBGOL \\
& -XHAOL - XHOL\lambda + BFMNY + YBCOL - YADOL \\
& +KBNXL - BZMNX - XBGOL + XHAOL = 0 \\
& \lambda^5 + \lambda^4(-A - D - L - O - Y) + \lambda^3(-BC + AD + AL + DL + AO \\
& +DO + OL + YA + YD + YL + YO - XH) + \lambda^2(BCL - ADL + BCO
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -ADO - AOL - DOL + YBC - YAD - YAL - YDL - YAO - YDO \\
& \quad -YOL - XBG + XHA + XHL + XHO) + \lambda(-BFMN - BCOL \\
& +ADOL - YBCL + YADL - YBCO + YADO + Y AOL + YDOL \\
& \quad +XBGL - XHAL - KBNX + XBGO - XHAO - XHOL) \\
& \quad + (BFMNY + YBCOL - YADOL + KBNXL - BZMNX \\
& \quad \quad - XBGOL + XHAOL) = 0
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan persamaan karakteristik *Routh-Hurwitz* $p_0\lambda^5 + p_1\lambda^4 + p_2\lambda^3 + p_3\lambda^2 + p_4\lambda + p_5 = 0$. Maka diketahui:

$$p_0 = 1$$

$$p_1 = -A - D - L - O - Y$$

$$\begin{aligned}
p_2 = & -BC + AD + AL + DL + AO + DO + OL + YA + YD + YL + YO \\
& - XH
\end{aligned}$$

$$p_3 = BCL - ADL + BCO - ADO - AOL - DOL + YBC - YAD$$

$$\begin{aligned}
& - YAL - YDL - YAO - YDO - YOL - XBG + XHA + XHL \\
& + XHO
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_4 = & -BFMN - BCOL + ADOL - YBCL + YADL - YBCO + YADO \\
& + Y AOL + YDOL + XBGL - XHAL - KBNX + XBGO \\
& - XHAO - XHOL
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_5 = & BFMNY + YBCOL - YADOL + KBNXL - BZMNX - XBGOL \\
& + XHAOL
\end{aligned}$$

Dengan,

$$\begin{array}{lll}
 A = -(1-v)\beta\frac{I^*}{N} - \mu & F = \theta_1 & K = \delta \\
 B = (1-v)\beta\frac{I^*}{N} & G = -(1-v)\beta\frac{S^*}{N} & L = -y \\
 C = \rho & H = (1-v)\beta\frac{S^*}{N} & M = \eta \\
 D = -w & Y = -x & N = \tau \\
 X = \gamma & Z = \theta_2 & O = -z
 \end{array}$$

Dapat dibentuk menjadi tabel *Routh* sebagai berikut:

λ^5	p_0	p_2	p_4
λ^4	p_1	p_3	p_5
λ^3	q_1	q_2	0
λ^2	r_1	r_2	0
λ^1	s_1	0	
λ^0	t_1		

Dengan

$$\begin{aligned}
 q_1 &= -\frac{p_0p_3 - p_2p_1}{p_1} = \frac{p_2p_1 - p_0p_3}{p_1} \\
 q_2 &= -\frac{p_2p_5 - p_4p_3}{p_3} = \frac{p_4p_3 - p_2p_5}{p_3} \\
 r_1 &= -\frac{p_1q_2 - p_3q_1}{q_1} = \frac{p_3q_1 - p_1q_2}{q_1} \\
 r_2 &= -\frac{-p_5q_2}{q_2} = \frac{p_5q_2}{q_2} \\
 s_1 &= -\frac{q_1r_2 - q_2r_1}{r_1} = \frac{q_2r_1 - q_1r_2}{r_1} \\
 t_1 &= -\frac{-r_2s_1}{s_1} = \frac{r_2s_1}{s_1}
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

Titik kesetimbangan endemik akan stabil jika dan hanya jika $R_0 > 1$ dan juga apabila nilai eigen dari akar-akar bagian real dari persamaan

karakteristik bernilai negatif. Sehingga titik kesetimbangan endemik akan stabil apabila memenuhi lima kondisi berikut:

$$(a) \quad p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 > 0$$

$$(b) \quad p_2 p_1 - p_0 p_3 > 0$$

$$(c) \quad p_3 q_1 - p_1 q_2 > 0$$

$$(d) \quad q_2 r_1 - q_1 r_2 > 0$$

$$(e) \quad r_2 s_1 > 0$$

4.4. Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Perhitungan bilangan reproduksi dasar (R_0) dilakukan dengan menggunakan metode matriks *next generation* dari sistem persamaan model yang telah terbentuk seperti pada sistem persamaan (2.7). Pada sistem ini yang termasuk kelas terinfeksi ialah individu pada kelas terpapar (E), terinfeksi (I), dan dikarantina (Q). Sehingga diperoleh:

$$u = \begin{bmatrix} E(t) \\ I(t) \\ Q(t) \end{bmatrix}$$

Sehingga diketahui laju infeksi yang menambah kelas terinfeksi (ϕ) dan laju infeksi yang mengurangi kelas terinfeksi (ψ) adalah sebagai berikut:

$$\phi = \begin{bmatrix} (1-v)\beta S \frac{I}{N} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \psi = \begin{bmatrix} wE \\ -\gamma E + xI \\ -\theta_1 E - \theta_2 I + yQ \end{bmatrix}$$

Kemudian dapat diperoleh matriks F dan V yang dibentuk melalui matriks

Jacobian dari ϕ dan ψ terhadap u sebagai berikut:

$$F = \begin{bmatrix} \frac{d\phi_1}{du_1} & \frac{d\phi_1}{du_2} & \frac{d\phi_1}{du_3} \\ \frac{d\phi_2}{du_1} & \frac{d\phi_2}{du_2} & \frac{d\phi_2}{du_3} \\ \frac{d\phi_3}{du_1} & \frac{d\phi_3}{du_2} & \frac{d\phi_3}{du_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d\phi_1}{dE} & \frac{d\phi_1}{dI} & \frac{d\phi_1}{dQ} \\ \frac{d\phi_2}{dE} & \frac{d\phi_2}{dI} & \frac{d\phi_2}{dQ} \\ \frac{d\phi_3}{dE} & \frac{d\phi_3}{dI} & \frac{d\phi_3}{dQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & (1-v)\beta\frac{S}{N} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} \frac{d\psi_1}{du_1} & \frac{d\psi_1}{du_2} & \frac{d\psi_1}{du_3} \\ \frac{d\psi_2}{du_1} & \frac{d\psi_2}{du_2} & \frac{d\psi_2}{du_3} \\ \frac{d\psi_3}{du_1} & \frac{d\psi_3}{du_2} & \frac{d\psi_3}{du_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d\psi_1}{dE} & \frac{d\psi_1}{dI} & \frac{d\psi_1}{dQ} \\ \frac{d\psi_2}{dE} & \frac{d\psi_2}{dI} & \frac{d\psi_2}{dQ} \\ \frac{d\psi_3}{dE} & \frac{d\psi_3}{dI} & \frac{d\psi_3}{dQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w & 0 & 0 \\ -\gamma & x & 0 \\ -\theta_1 & -\theta_2 & y \end{bmatrix}$$

Untuk memperoleh matriks *next generation* perlu mencari determinan dan adjoin dari matriks W sebagai berikut:

$$\det(W) = \begin{vmatrix} w & 0 & 0 \\ -\gamma & x & 0 \\ -\theta_1 & -\theta_2 & y \end{vmatrix} = wxy$$

$$\text{adj}(W) = \begin{pmatrix} K_{1,1} & K_{2,1} & K_{3,1} \\ K_{1,2} & K_{2,2} & K_{3,2} \\ K_{1,3} & K_{2,3} & K_{3,3} \end{pmatrix}$$

Dengan,

$$K_{1,1} = (-1)^{(1+1)} \begin{vmatrix} x & 0 \\ -\theta_2 & y \end{vmatrix} = (-1)^2 \cdot (xy + 0) = xy$$

$$K_{1,2} = (-1)^{(1+2)} \begin{vmatrix} -\gamma & 0 \\ -\theta_1 & y \end{vmatrix} = (-1)^3 \cdot (-\gamma y - 0) = \gamma y$$

$$K_{1,3} = (-1)^{(1+3)} \begin{vmatrix} -\gamma & x \\ -\theta_1 & -\theta_2 \end{vmatrix} = (-1)^4 \cdot (-\gamma(-\theta_2) - x(-\theta_1)) = \gamma\theta_2 + \theta_1 x$$

$$\begin{aligned}
 K_{2,1} &= (-1)^{(2+1)} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -\theta_2 & y \end{vmatrix} = (-1)^3 \cdot (0 + 0) = 0 \\
 K_{2,2} &= (-1)^{(2+2)} \begin{vmatrix} w & 0 \\ -\theta_1 & y \end{vmatrix} = (-1)^4 \cdot (wy - 0) = wy \\
 K_{2,3} &= (-1)^{(2+3)} \begin{vmatrix} w & 0 \\ -\theta_1 & -\theta_2 \end{vmatrix} = (-1)^5 \cdot (w(-\theta_2) - 0) = \theta_2 w \\
 K_{3,1} &= (-1)^{(3+1)} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ x & 0 \end{vmatrix} = (-1)^4 \cdot (0 - 0) = 0 \\
 K_{3,2} &= (-1)^{(3+2)} \begin{vmatrix} w & 0 \\ -\gamma & 0 \end{vmatrix} = (-1)^5 \cdot (0 + 0) = 0 \\
 K_{3,3} &= (-1)^{(3+3)} \begin{vmatrix} w & 0 \\ -\gamma & x \end{vmatrix} = (-1)^6 \cdot (wx + 0) = wx
 \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh adjoin dari W adalah

$$\text{adj}(W) = \begin{pmatrix} xy & 0 & 0 \\ \gamma y & wy & 0 \\ \gamma \theta_2 + \theta_1 x & \theta_2 w & wx \end{pmatrix}$$

Kemudian matriks *next generation* di dapat dengan

$$\begin{aligned}
 K &= FW^{-1} \\
 &= F \frac{1}{\det(W)} \text{adj}(W) \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & (1-v)\beta \frac{S}{N} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \frac{1}{wxy} \begin{pmatrix} xy & 0 & 0 \\ \gamma y & wy & 0 \\ \gamma \theta_2 + \theta_1 x & \theta_2 w & wx \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} 0 & (1-v)\beta\frac{S}{N} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{w} & 0 & 0 \\ \frac{\gamma}{wx} & \frac{1}{x} & 0 \\ \frac{\gamma\theta_2 + \theta_1 x}{wxy} & \frac{\theta_2}{xy} & \frac{1}{y} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{(1-v)\beta\gamma S}{wxN} & \frac{(1-v)\beta S}{xN} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Bilangan reproduksi dasar (R_0) diperoleh dari nilai eigen dominan *next generation*. Sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned}
&|K - \lambda I| = 0 \\
&\left| \begin{bmatrix} \frac{(1-v)\beta\gamma S}{wxN} & \frac{(1-v)\beta S}{xN} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \right| = 0 \\
&\left| \begin{array}{ccc} \frac{(1-v)\beta\gamma S}{wxN} - \lambda & \frac{(1-v)\beta S}{xN} & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{array} \right| = 0 \\
&\left(\frac{(1-v)\beta\gamma S}{wxN} - \lambda \right) (-\lambda) (-\lambda) = 0 \\
&\lambda_{1,2} = 0 \quad \lambda_3 = \frac{(1-v)\beta\gamma S}{wxN}
\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh bilangan reproduksi dasar

$$R_0 = \frac{(1-v)\beta\gamma S}{wxN} \quad (4.20)$$

4.5. Memasukkan Nilai Parameter dan Variabel

Berdasarkan data dapat dituliskan nilai-nilai awal dari masing-masing variabel adalah:

$$N = 40,994,615$$

$$E(0) = 489,297 + 14,614 = 503,911$$

$$I(0) = 135,388$$

$$Q(0) = 46,362 + 13,276 = 59,638$$

$$R(0) = 81,289$$

$$S(0) = N - (E(0) + I(0) + Q(0) + R(0)) = 40,214,389$$

Sehingga nilai awal variabel dan nilai parameter dapat disajikan pada Tabel (4.1) berikut ini:

Tabel 4.1 Nilai Awal Variabel dan Nilai Parameter

Variabel/ Parameter	Nilai	Variabel/ Parameter	Nilai	Variabel/ Parameter	Nilai
$S(0)$	40,214,389	γ	0.1972	δ	0.0714
$E(0)$	503,911	η	0.1000	v_1	0.6530
$I(0)$	135,388	τ	0.0111	v_2	0.6210
$Q(0)$	59,638	θ_1	0.2000	v_3	0.7802
$R(0)$	81,289	θ_2	0.2000	v_4	0.9410
μ	2.23×10^{-3}	ϵ_1	0.0035	v_5	0.9550
β	1.78×10^{-9}	ϵ_2	0.0860		
ρ	0.2000	ϵ_3	0.0264		

Dengan berdasarkan nilai-nilai tersebut, akan dihitung titik kesetimbangannya, analisis kestabilan dari masing-masing titik kesetimbangan, serta bilangan reproduksi dasarnya.

4.5.1. Titik Kesetimbangan

1. Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit (P_1).

Diketahui persamaan titik kesetimbangan satu (bebas penyakit) adalah $P_1 = (N, 0, 0, 0, 0)$. Titik kesetimbangan bebas penyakit setelah disubstitusi nilainya yaitu:

$$P_1 = (40994615, 0, 0, 0, 0) \quad (4.21)$$

2. Titik Kesetimbangan Endemik (P_2).

Karena terdapat lima nilai variabel (v) yang berbeda, maka akan diperoleh lima titik kesetimbangan endemik yang berbeda juga. Diketahui persamaan

$$P_2 = \left(\frac{wxN}{(1-v)\beta\gamma}, \left(\frac{(1-v)\beta\gamma\mu N - \mu wxN}{(1-v)\beta\gamma} \right) \left(\frac{xyz}{yz(wx - \rho x) - \tau\gamma yz - \delta\gamma y - \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)} \right), \left(\frac{(1-v)\beta\gamma\mu N - \mu wxN}{(1-v)\beta\gamma} \right) \left(\frac{yz}{yz(wx - \rho x) - \tau\gamma yz - \delta\gamma y - \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)} \right), \left(\frac{(1-v)\beta\gamma\mu N - \mu wxN}{(1-v)\beta\gamma} \right) \left(\frac{z(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)}{yz(wx - \rho x) - \tau\gamma yz - \delta\gamma y - \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)} \right), \left(\frac{(1-v)\beta\gamma\mu N - \mu wxN}{(1-v)\beta\gamma} \right) \left(\frac{\delta\gamma y + \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)}{yz(wx - \rho x) - \tau\gamma yz - \delta\gamma y - \eta(\theta_1 x + \theta_2 \gamma)} \right) \right).$$

Titik kesetimbangan endemik setelah disubstitusi nilainya diantaranya yaitu:

$$P_{2,1} = (216383333.013, 18642.043, 10285.985, 45772.196, 398472.533)$$

$$P_{2,2} = (198113500.147, 16700.145, 9214.518, 45772.196, 356964.581)$$

$$P_{2,3} = (341606080.781, 31951.952, 17629.896, 78452.292, 682971.024)$$

$$\begin{aligned}
 P_{2,4} &= (1272627399.248, 130910.082, 72231.304, 321426.244, 2798195.011) \\
 P_{2,5} &= (1668555923.459, 172993.271, 95451.24, 424753.973, 3697720.613)
 \end{aligned}
 \tag{4.22}$$

4.5.2. Analisis Kestabilan

1. Titik Keseimbangan Bebas Penyakit (P_1).

Karena rumus pada Persamaan (4.18) tidak terdapat variabel, maka nilai dari titik keseimbangan pada Persamaan (4.21) tidak perlu disubstitusikan ke sistem persamaan (4.18). Sehingga diperoleh,

(a) Dengan Vaksin Sinovac ($v = 0.653$).

$$\begin{aligned}
 p_0 &= 1 & p_3 &= 0.03 \\
 p_1 &= 1.0978 & p_4 &= 0.3 \times 10^{-3} \\
 p_2 &= 0.3096
 \end{aligned}$$

Maka,

$$\begin{aligned}
 q_1 &= 0.3 & r_1 &= 0.008 \\
 q_2 &= 0.8 \times 10^{-5} & s_1 &= 0.6 \times 10^{-7}
 \end{aligned}$$

Dari nilai-nilai tersebut diketahui bahwa $p_0, p_1, p_2, p_3, p_4 > 0$ dan $q_1, q_2, r_1, s_1 > 0$ yang mana telah memenuhi syarat stabil titik keseimbangan. Sehingga titik keseimbangan bebas penyakit menggunakan vaksin Sinovac adalah stabil.

(b) Dengan Vaksin AstraZeneca ($v = 0.621$).

$$\begin{aligned} p_0 &= 1 & p_3 &= 0.03 \\ p_1 &= 1.0978 & p_4 &= 0.3 \times 10^{-3} \\ p_2 &= 0.3058 \end{aligned}$$

Maka,

$$\begin{aligned} q_1 &= 0.3 & r_1 &= 0.008 \\ q_2 &= 0.7 \times 10^{-5} & s_1 &= 0.6 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

Dari nilai-nilai tersebut diketahui bahwa $p_0, p_1, p_2, p_3, p_4 > 0$ dan $q_1, q_2, r_1, s_1 > 0$ yang mana telah memenuhi syarat stabil titik kesetimbangan. Sehingga titik kesetimbangan bebas penyakit menggunakan vaksin AstraZeneca adalah stabil.

(c) Dengan Vaksin Sinopharm ($v = 0.7802$).

$$\begin{aligned} p_0 &= 1 & p_3 &= 0.03 \\ p_1 &= 1.0978 & p_4 &= 0.3 \times 10^{-3} \\ p_2 &= 0.3245 \end{aligned}$$

Maka,

$$\begin{aligned} q_1 &= 0.3 & r_1 &= 0.009 \\ q_2 &= 0.9 \times 10^{-5} & s_1 &= 0.8 \times 10^{-7} \end{aligned}$$

Dari nilai-nilai tersebut diketahui bahwa $p_0, p_1, p_2, p_3, p_4 > 0$ dan $q_1, q_2, r_1, s_1 > 0$ yang mana telah memenuhi syarat stabil titik kesetimbangan. Sehingga titik kesetimbangan bebas penyakit menggunakan vaksin Sinopharm adalah stabil.

(d) Dengan Vaksin Moderna ($v = 0.941$).

Maka,

$$\begin{array}{ll}
 p_0 = 1 & p_3 = 0.03 \\
 p_1 = 1.0978 & p_4 = 0.4 \times 10^{-3} \\
 p_2 = 0.3433 & \\
 q_1 = 0.3 & r_1 = 0.01 \\
 q_2 = 0.1 \times 10^{-4} & s_1 = 0.1 \times 10^{-6}
 \end{array}$$

Dari nilai-nilai tersebut diketahui bahwa $p_0, p_1, p_2, p_3, p_4 > 0$ dan $q_1, q_2, r_1, s_1 > 0$ yang mana telah memenuhi syarat stabil titik kesetimbangan. Sehingga titik kesetimbangan bebas penyakit menggunakan vaksin Moderna adalah stabil.

(e) Dengan Vaksin Pfizer ($v = 0.955$).

$$\begin{array}{ll}
 p_0 = 1 & p_3 = 0.03 \\
 p_1 = 1.0978 & p_4 = 0.4 \times 10^{-3} \\
 p_2 = 0.3450 &
 \end{array}$$

Maka,

$$\begin{aligned} q_1 &= 0.3 & r_1 &= 0.01 \\ q_2 &= 0.1 \times 10^{-4} & s_1 &= 0.1 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

Dari nilai-nilai tersebut diketahui bahwa $p_0, p_1, p_2, p_3, p_4 > 0$ dan $q_1, q_2, r_1, s_1 > 0$ yang mana telah memenuhi syarat stabil titik kesetimbangan. Sehingga titik kesetimbangan bebas penyakit menggunakan vaksin Pfizer adalah stabil.

Dari pembahasan tersebut dapat diketahui bahwa titik kestabilan bebas penyakit dengan lima jenis vaksin tersebut adalah stabil. Sehingga dapat dikatakan bahwa COVID-19 semakin menurun dan seiring waktu akan menghilang.

2. Titik Kesetimbangan Endemik (P_2).

Nilai dari titik kesetimbangan pada Persamaan (4.22) disubstitusikan ke sistem persamaan (4.19). Sehingga diperoleh,

(a) Dengan Vaksin Sinovac ($v = 0.653$).

$$\begin{aligned} p_0 &= 1 & p_3 &= 0.0019 \\ p_1 &= 1.1002 & p_4 &= 0.6 \times 10^{-5} \\ p_2 &= 0.1381 & p_5 &= 0.9 \times 10^{-8} \end{aligned}$$

Maka,

$$q_1 = 0.15 \qquad r_2 = 0.9 \times 10^{-16}$$

$$\begin{aligned}
 q_2 &= 0.1 \times 10^{-7} & s_1 &= 0.3 \times 10^{-11} \\
 r_1 &= 0.3 \times 10^{-3} & t_1 &= 0.2 \times 10^{-27}
 \end{aligned}$$

Dari nilai-nilai tersebut diketahui bahwa $p_0, p_1, p_2, p_3, p_4 > 0$ dan $q_1, q_2, r_1, s_1 > 0$ yang mana telah memenuhi syarat stabil titik kesetimbangan. Sehingga titik kesetimbangan endemik menggunakan vaksin Sinovac adalah stabil.

(b) Dengan Vaksin AstraZeneca ($v = 0.621$).

$$\begin{aligned}
 p_0 &= 1 & p_3 &= -112474447.8654 \\
 p_1 &= 338935.2068 & p_4 &= -1575936.8943 \\
 p_2 &= -792591304.6535 & p_5 &= -2945.8312
 \end{aligned}$$

Maka,

$$\begin{aligned}
 q_1 &= -2.6864 \times 10^{14} & r_2 &= -5.1528 \times 10^{17} \\
 q_2 &= 1.7492 \times 10^{14} & s_1 &= 5.2746 \times 10^{36} \\
 r_1 &= 3.0156 \times 10^{22} & t_1 &= -2.7179 \times 10^{54}
 \end{aligned}$$

Dari nilai-nilai tersebut diketahui bahwa $p_0, p_1 > 0$ dan $q_2, r_1, s_1 > 0$ sedangkan $p_2, p_3, p_4 < 0$ dan $q_1, r_2, t_1 < 0$ yang mana tidak memenuhi syarat stabil titik kesetimbangan. Sehingga titik kesetimbangan endemik menggunakan vaksin AstraZeneca adalah tidak stabil.

(c) Dengan Vaksin Sinopharm ($v = 0.7802$).

$$\begin{aligned} p_0 &= 1 & p_3 &= -112465130.5528 \\ p_1 &= 376081.6776 & p_4 &= -1575160.1648 \\ p_2 &= -792557953.4371 & p_5 &= -2942.1753 \end{aligned}$$

Maka,

$$\begin{aligned} q_1 &= -2.9807 \times 10^{14} & r_2 &= -5.1435 \times 10^{17} \\ q_2 &= 1.7482 \times 10^{14} & s_1 &= 5.8486 \times 10^{36} \\ r_1 &= 3.3456 \times 10^{22} & t_1 &= -3.0082 \times 10^{54} \end{aligned}$$

Dari nilai-nilai tersebut diketahui bahwa $p_0, p_1 > 0$ dan $q_2, r_1, s_1 > 0$ sedangkan $p_2, p_3, p_4 < 0$ dan $q_1, r_2, t_1 < 0$ yang mana tidak memenuhi syarat stabil titik kesetimbangan. Sehingga titik kesetimbangan endemik menggunakan vaksin Sinopharm adalah tidak stabil.

(d) Dengan Vaksin Moderna ($v = 0.941$).

$$\begin{aligned} p_0 &= 1 & p_3 &= -112455719.6778 \\ p_1 &= 413601.4795 & p_4 &= -1574375.6297 \\ p_2 &= -792524267.0330 & p_5 &= -2938.4825 \end{aligned}$$

Maka,

$$\begin{aligned} q_1 &= -3.2779 \times 10^{14} & r_2 &= -5.1341 \times 10^{17} \\ q_2 &= 1.7472 \times 10^{14} & s_1 &= 6.4276 \times 10^{36} \end{aligned}$$

$$r_1 = 3.6789 \times 10^{22} \quad t_1 = -3.3 \times 10^{54}$$

Dari nilai-nilai tersebut diketahui bahwa $p_0, p_1 > 0$ dan $q_2, r_1, s_1 > 0$ sedangkan $p_2, p_3, p_4 < 0$ dan $q_1, r_2, t_1 < 0$ yang mana tidak memenuhi syarat stabil titik kesetimbangan. Sehingga titik kesetimbangan endemik menggunakan vaksin Moderna adalah tidak stabil.

(e) Dengan Vaksin Pfizer ($v = 0.955$).

$$\begin{aligned} p_0 &= 1 & p_3 &= -112454900.3028 \\ p_1 &= 416868.1282 & p_4 &= -1574307.3196 \\ p_2 &= -792521334.1380 & p_5 &= -2938.1610 \end{aligned}$$

Maka,

$$\begin{aligned} q_1 &= -3.3038 \times 10^{14} & r_2 &= -5.1333 \times 10^{17} \\ q_2 &= 1.7471 \times 10^{14} & s_1 &= 6.478 \times 10^{36} \\ r_1 &= 3.708 \times 10^{22} & t_1 &= -3.3253 \times 10^{54} \end{aligned}$$

Dari nilai-nilai tersebut diketahui bahwa $p_0, p_1 > 0$ dan $q_2, r_1, s_1 > 0$ sedangkan $p_2, p_3, p_4 < 0$ dan $q_1, r_2, t_1 < 0$ yang mana tidak memenuhi syarat stabil titik kesetimbangan. Sehingga titik kesetimbangan endemik menggunakan vaksin Moderna adalah tidak stabil.

Dari pembahasan tersebut dapat diketahui bahwa semakin besar nilai keefektifan vaksinnnya, maka titik kestabilan endemik semakin tidak stabil. Sehingga dapat dikatakan bahwa semakin besar nilai keefektifan vaksin,

maka COVID-19 semakin menurun dan seiring waktu akan menghilang.

4.5.3. Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Nilai-nilai parameter dan variabel disubstitusikan ke persamaan (4.20).

Sehingga diperoleh,

1. Titik Keseimbangan Bebas Penyakit (P_1).

Nilai variabel yang disubstitusikan adalah dari persamaan (4.21), maka bilangan reproduksi dasar (R_0) yang dihasilkan dapat ditunjukkan pada tabel berikut:

Tabel 4.3 Hasil Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) dari Titik Keseimbangan Bebas Penyakit

Vaksin	R_0
Sinovac ($v = 0.653$)	0.6×10^{-9}
AstraZeneca ($v = 0.621$)	0.6×10^{-9}
Sinopharm ($v = 0.7802$)	0.4×10^{-9}
Moderna ($v = 0.941$)	0.9×10^{-10}
Pfizer ($v = 0.955$)	0.7×10^{-10}

Berdasarkan tabel tersebut dapat diketahui bahwa nilai R_0 dari setiap vaksin dengan keefektifan yang berbeda adalah < 1 ($R_0 < 1$), sehingga titik keseimbangan bebas penyakit adalah stabil. Maka dapat dikatakan bahwa seiring berjalannya waktu penyakit akan menghilang.

2. Titik Keseimbangan Endemik (P_2).

Nilai variabel yang disubstitusikan adalah dari persamaan (4.22), maka bilangan reproduksi dasar (R_0) yang dihasilkan dapat ditunjukkan pada tabel berikut:

Tabel 4.4 Hasil Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) dari Titik Kesetimbangan Endemik

Vaksin	R_0
Sinovac ($v = 0.653$)	2.0554
AstraZeneca ($v = 0.621$)	2.2450
Sinopharm ($v = 0.7802$)	1.3020
Moderna ($v = 0.941$)	0.3495
Pfizer ($v = 0.955$)	0.2666

Berdasarkan tabel tersebut dapat diketahui bahwa nilai R_0 dari vaksin dengan keefektifan 65,3%, 62,1%, dan 78,02% adalah lebih dari 1 ($R_0 > 1$), sehingga titik kesetimbangan endemik adalah stabil. Maka dapat dikatakan bahwa penyakit menjadi endemik dan populasi terinfeksi akan semakin meningkat. Sedangkan untuk nilai R_0 dari vaksin dengan keefektifan 94,1% dan 95,5% adalah kurang dari 1 ($R_0 < 1$), sehingga titik kesetimbangan endemik adalah tidak stabil. Maka dapat dikatakan bahwa penyakit akan menghilang seiring berjalannya waktu.

Nilai R_0 juga dapat diartikan bahwa dengan vaksin Sinovac (65,3%) atau vaksin AstraZeneca (62,1%), satu orang yang terinfeksi COVID-19 dapat menularkan kepada 2 hingga 3 orang lain yang sehat. Jika dengan vaksin Sinopharm (62,1%) satu orang yang terinfeksi COVID-19 dapat menularkan kepada 1 hingga 2 orang yang sehat. Sedangkan apabila dengan vaksin Moderna (94,1%) atau vaksin Pfizer (95,5%) maka satu orang yang terinfeksi dapat menularkan kepada 1 orang sehat atau bahkan tidak menularkan COVID-19.

4.6. Simulasi dengan *Runge-Kutta* Orde Empat

Pada sub-bab ini akan dibahas mengenai penyelesaian secara numerik dari model penyebaran COVID-19 yang bentuk sistem persamaannya ditunjukkan pada sistem persamaan (2.7) menggunakan metode numerik *Runge-Kutta* orde empat. Nilai awal dari masing-masing variabel dan parameter ditunjukkan pada Tabel (4.1).

Sistem persamaan (2.7) jika dibentuk menjadi skema numerik *Runge-Kutta* maka dapat dituliskan menjadi:

$$S_{n+1} = S_n + \frac{h}{6} (p_{1S} + 2p_{2S} + 2p_{3S} + p_{4S}) \quad (4.23)$$

$$E_{n+1} = E_n + \frac{h}{6} (p_{1E} + 2p_{2E} + 2p_{3E} + p_{4E}) \quad (4.24)$$

$$I_{n+1} = I_n + \frac{h}{6} (p_{1I} + 2p_{2I} + 2p_{3I} + p_{4I}) \quad (4.25)$$

$$Q_{n+1} = Q_n + \frac{h}{6} (p_{1Q} + 2p_{2Q} + 2p_{3Q} + p_{4Q}) \quad (4.26)$$

$$R_{n+1} = R_n + \frac{h}{6} (p_{1R} + 2p_{2R} + 2p_{3R} + p_{4R}) \quad (4.27)$$

Dengan,

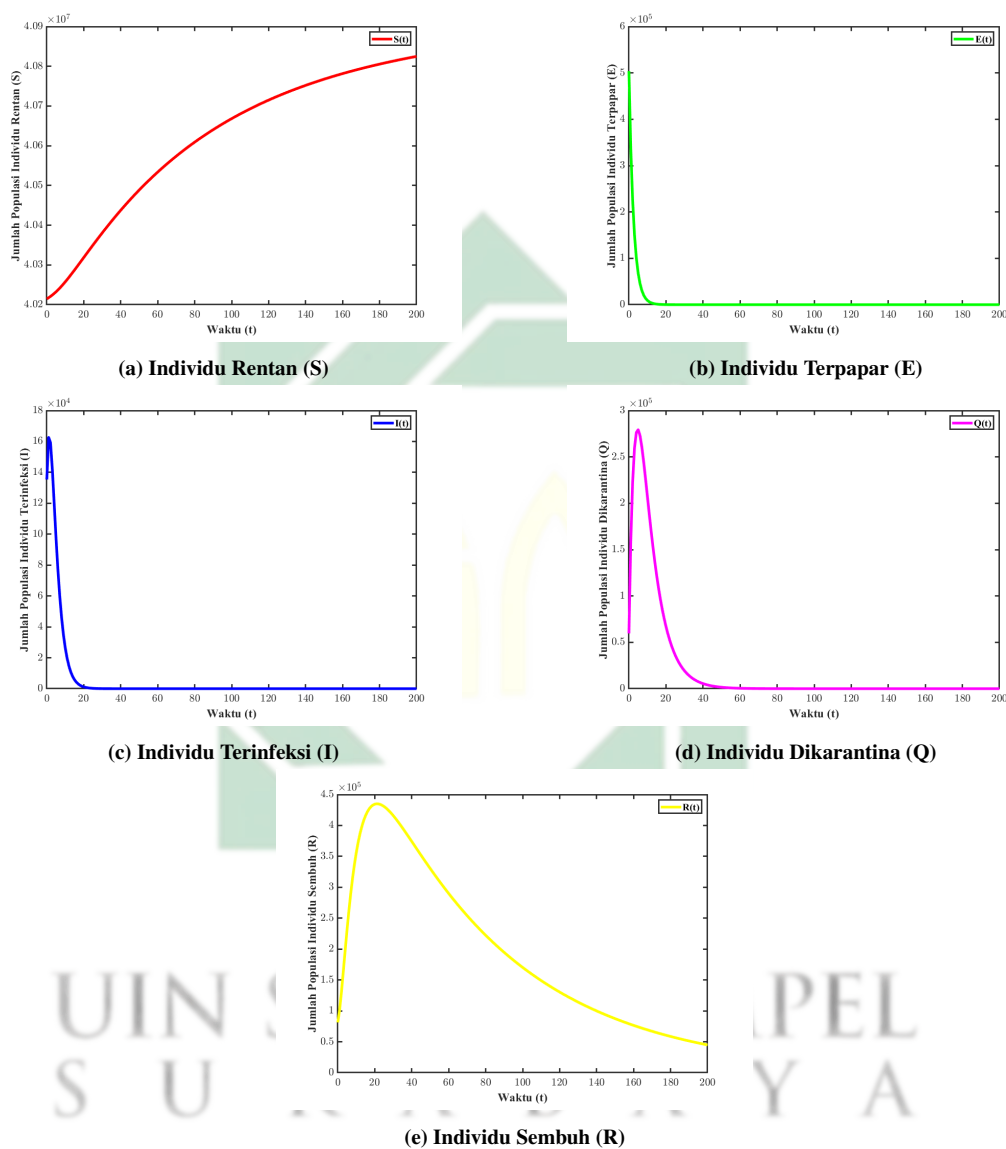
$$\begin{aligned} p_{1S} &= \mu N - (1-v)\beta S_n \frac{I_n}{N} - \mu S_n + \rho E_n + \tau R_n \\ p_{1E} &= (1-v)\beta S_n \frac{I_n}{N} - (\rho + \gamma + \epsilon_1 + \theta_1) E_n \\ p_{1I} &= \gamma E_n - (\delta + \epsilon_2 + \theta_2) I_n \\ p_{1Q} &= \theta_1 E_n + \theta_2 I_n - (\eta + \epsilon_3) Q_n \\ p_{1R} &= \delta I_n + \eta Q_n - (\mu + \tau) R_n \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned}
p_{2S} &= \mu N - (1-v)\beta \left(S_n + \frac{p_{1S}}{2} \right) \frac{\left(I_n + \frac{p_{1I}}{2} \right)}{N} - \mu \left(S_n + \frac{p_{1S}}{2} \right) + \rho \left(E_n + \frac{p_{1E}}{2} \right) \\
&\quad + \tau \left(R_n + \frac{p_{1R}}{2} \right) \\
p_{2E} &= (1-v)\beta \left(S_n + \frac{p_{1S}}{2} \right) \frac{\left(I_n + \frac{p_{1I}}{2} \right)}{N} - (\rho + \gamma + \epsilon_1 + \theta_1) \left(E_n + \frac{p_{1E}}{2} \right) \\
p_{2I} &= \gamma \left(E_n + \frac{p_{1E}}{2} \right) - (\delta + \epsilon_2 + \theta_2) \left(I_n + \frac{p_{1I}}{2} \right) \\
p_{2Q} &= \theta_1 \left(E_n + \frac{p_{1E}}{2} \right) + \theta_2 \left(I_n + \frac{p_{1I}}{2} \right) - (\eta + \epsilon_3) \left(Q_n + \frac{p_{1Q}}{2} \right) \\
p_{2R} &= \delta \left(I_n + \frac{p_{1I}}{2} \right) + \eta \left(Q_n + \frac{p_{1Q}}{2} \right) - (\mu + \tau) \left(R_n + \frac{p_{1R}}{2} \right)
\end{aligned} \tag{4.29}$$

$$\begin{aligned}
p_{3S} &= \mu N - (1-v)\beta \left(S_n + \frac{p_{2S}}{2} \right) \frac{\left(I_n + \frac{p_{2I}}{2} \right)}{N} - \mu \left(S_n + \frac{p_{2S}}{2} \right) + \rho \left(E_n + \frac{p_{2E}}{2} \right) \\
&\quad + \tau \left(R_n + \frac{p_{2R}}{2} \right) \\
p_{3E} &= (1-v)\beta \left(S_n + \frac{p_{2S}}{2} \right) \frac{\left(I_n + \frac{p_{2I}}{2} \right)}{N} - (\rho + \gamma + \epsilon_1 + \theta_1) \left(E_n + \frac{p_{2E}}{2} \right) \\
p_{3I} &= \gamma \left(E_n + \frac{p_{2E}}{2} \right) - (\delta + \epsilon_2 + \theta_2) \left(I_n + \frac{p_{2I}}{2} \right) \\
p_{3Q} &= \theta_1 \left(E_n + \frac{p_{2E}}{2} \right) + \theta_2 \left(I_n + \frac{p_{2I}}{2} \right) - (\eta + \epsilon_3) \left(Q_n + \frac{p_{2Q}}{2} \right) \\
p_{3R} &= \delta \left(I_n + \frac{p_{2I}}{2} \right) + \eta \left(Q_n + \frac{p_{2Q}}{2} \right) - (\mu + \tau) \left(R_n + \frac{p_{2R}}{2} \right)
\end{aligned} \tag{4.30}$$

$$\begin{aligned}
p_{4S} &= \mu N - (1-v)\beta \left(S_n + p_{3S} \right) \frac{\left(I_n + p_{3I} \right)}{N} - \mu \left(S_n + p_{3S} \right) + \rho \left(E_n + p_{3E} \right) \\
&\quad + \tau \left(R_n + p_{3R} \right) \\
p_{4E} &= (1-v)\beta \left(S_n + p_{3S} \right) \frac{\left(I_n + p_{3I} \right)}{N} - (\rho + \gamma + \epsilon_1 + \theta_1) \left(E_n + p_{3E} \right) \\
p_{4I} &= \gamma \left(E_n + p_{3E} \right) - (\delta + \epsilon_2 + \theta_2) \left(I_n + p_{3I} \right) \\
p_{4Q} &= \theta_1 \left(E_n + p_{3E} \right) + \theta_2 \left(I_n + p_{3I} \right) - (\eta + \epsilon_3) \left(Q_n + p_{3Q} \right) \\
p_{4R} &= \delta \left(I_n + p_{3I} \right) + \eta \left(Q_n + p_{3Q} \right) - (\mu + \tau) \left(R_n + p_{3R} \right)
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Persamaan (4.27) disimulasikan dengan bantuan *software* MATLAB 2020 sehingga menghasilkan grafik sebagai berikut:



Gambar 4.1 Dinamika Perubahan Populasi pada Penyebaran COVID-19 Model SEIQR dengan Pengaruh Keefektifan Vaksin 62,1% (AstraZeneca)

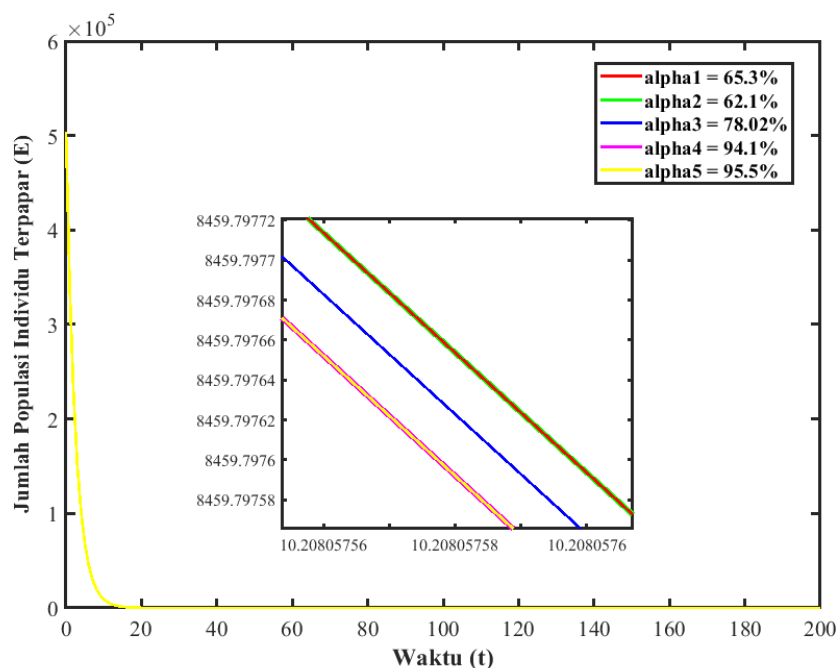
Berdasarkan Gambar (4.1a) jumlah individu dari sub-populasi rentan COVID-19 mengalami peningkatan karena adanya penambahan individu dari kelahiran dan dari sub-populasi terpapar menjadi rentan kembali, serta dari sub-populasi yang sudah sembuh dari COVID-19 (R) sehingga jumlah individu

pada sub-populasi rentan COVID-19 terus bertambah hingga pada hari ke-200 diketahui jumlah sub-populasi rentan adalah 40,823,971 jiwa. Pada Gambar (4.1b) dapat diketahui bahwa sub-populasi yang terpapar COVID-19 mengalami peningkatan jumlah dan kemudian menurun menuju nol yang disebabkan oleh kematian alami dan individu yang berpindah ke sub-populasi dikarantina dan terinfeksi.

Sedangkan dari Gambar (4.1c) dapat dilihat bahwa sub-populasi yang terinfeksi COVID-19 juga mengalami kenaikan yang kemudian menurun menuju nol karena kematian alami dan individu yang berpindah ke sub-populasi dikarantina dan sembuh dari COVID-19. Jika dilihat pada Gambar (4.1d), jumlah individu yang dikarantina mengalami kenaikan dan kemudian menurun menuju nilai nol dikarenakan adanya kematian alami dan individu yang berpindah ke sub-populasi sembuh.

Dan berdasarkan Gambar (4.1e), jumlah individu pada sub-populasi sembuh mengalami peningkatan hingga titik kesetimbangannya yang diakibatkan oleh transfer masuk dari sub-populasi terinfeksi dan dikarantina. Setelah meningkat hingga mencapai titik kesetimbangan, sub-populasi sembuh mengalami penurunan jumlah karena kematian alami dan karena individu yang sembuh dapat rentan kembali (transfer dari sub-populasi sembuh ke sub-populasi rentan).

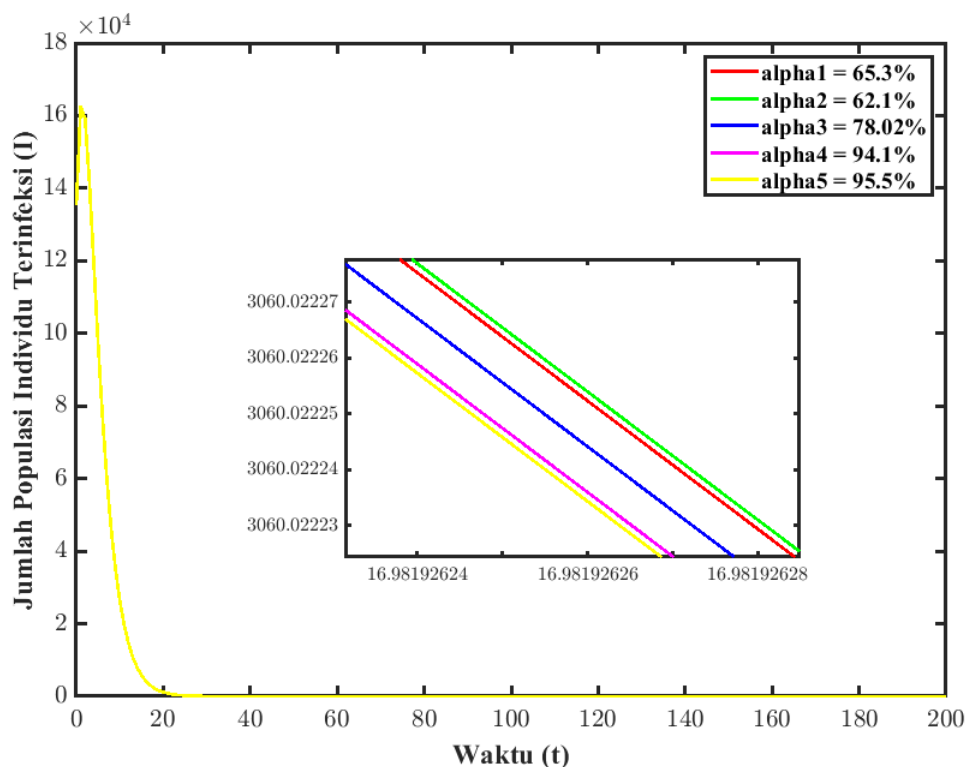
Hasil perbandingan individu yang terpapar (E) dengan menggunakan pengaruh lima keefektifan vaksin yang berbeda dapat disajikan pada Gambar (4.2) berikut:



Gambar 4.2 Perbandingan Dinamika Populasi Individu yang Terpapar dengan Keefektifan Vaksin yang berbeda (α_1 , α_2 , α_3 , α_4 , dan α_5)

Berdasarkan grafik pada Gambar (4.2) diketahui bahwa setelah mencapai titik kesetimbangannya, semakin tinggi tingkat keefektifan vaksin, maka jumlah individu yang terpapar semakin rendah. Jumlah populasi yang terinfeksi mencapai titik kesetimbangan pada hari ke-0 dengan individu terinfeksi adalah sekitar 503.911 individu dan kemudian menurun semakin mendekati nol, dan jika diasumsikan dengan menggunakan 5 digit angka dibelakang koma, maka jumlah individu yang terpapar COVID-19 tidak ada lagi dalam populasi pada hari ke-61 (sekitar 2 bulan) atau setelah tanggal 30 September 2021.

Hasil perbandingan individu yang terinfeksi (I) dengan menggunakan pengaruh lima keefektifan vaksin yang berbeda dapat disajikan pada Gambar (4.3) berikut:



Gambar 4.3 Perbandingan Dinamika Populasi Individu yang Terinfeksi dengan Keefektifan Vaksin yang berbeda (α_1 , α_2 , α_3 , α_4 , dan α_5)

Berdasarkan grafik pada Gambar (4.3) diketahui bahwa setelah mencapai titik kesetimbangannya, semakin tinggi tingkat keefektifan vaksin, maka jumlah orang yang terinfeksi semakin rendah. Jumlah populasi yang terinfeksi mencapai titik kesetimbangan pada hari ke-1 dengan banyak individu terinfeksi adalah sekitar 162.622 individu dan kemudian menurun semakin mendekati nol, dan jika diasumsikan dengan menggunakan 5 digit angka dibelakang koma, maka jumlah individu yang terinfeksi COVID-19 tidak ada lagi dalam populasi setelah hari ke-73 (sekitar 2 bulan) atau setelah tanggal 12 Oktober 2021.

4.7. Integrasi Keislaman

Pandemi COVID-19 menjadi persoalan dunia termasuk Indonesia yang mengguncang setiap sektor kehidupan masyarakat. Masyarakat dan pemerintah tentunya ingin segera menyelesaikan persoalan bangsa ini, sehingga perlu adanya kerja sama berbagai pihak dalam mencegah dan menanggulangi bencana COVID-19 agar tercipta keseimbangan. Demi mewujudkan kerja sama yang dapat lebih mempermudah dan lebih terarah, solidaritas antara pemerintah dan masyarakat harus ditingkatkan dengan melaksanakan perannya masing-masing. Berikut merupakan peran pemerintah dan masyarakat dalam kehidupan berbangsa:

4.7.1. Peran Pemerintah

Dalam menghadapi krisis pandemi COVID-19 seperti saat ini, peran para pemimpin adalah yang paling penting karena mereka yang memiliki kekuasaan untuk mengatur, mengendalikan keadaan, dan mempengaruhi individu yang lain. Sehingga keputusan yang diambil oleh pemimpin tidak boleh sembarangan dan harus tepat sasaran. Salah satu dasar dalam pengambilan keputusan adalah pada salah satu firman-Nya yaitu QS. Shaad ayat 26 yang berbunyi: (Raihan, 2016)

يٰدَاوُدْ اِنَّا جَعَلْنَاكَ خَلِيفَةً فِي الْاَرْضِ فَاحْكُم بَيْنَ النَّاسِ بِالْحَقِّ وَلَا تَتَّبِعِ الْهَوٰى
فَيُضِلَّكَ عَنْ سَبِيْلِ اللّٰهِ اِنَّ الَّذِيْنَ يَضِلُّوْنَ عَنْ سَبِيْلِ اللّٰهِ لَهُمْ عَذَابٌ شَدِيْدٌۢ بِمَا
كُنتُمْ تَعْمَلُوْنَ ﴿٢٦﴾

Terjemah arti: ”Wahai Dawud! Sesungguhnya engkau Kami jadikan khalifah (penguasa) di bumi, maka berilah keputusan (perkara) di antara manusia dengan adil dan janganlah engkau mengikuti hawa nafsu, karena akan

menyesatkan engkau dari jalan Allah. Sungguh, orang-orang yang sesat dari jalan Allah akan mendapat azab yang berat, karena mereka melupakan hari perhitungan.” (QS. Shaad : 26)

Dalam membuat keputusan, pemimpin harus berpedoman pada al-Qur’an dan al-Hadis. Selain itu juga harus memperhatikan keadilan serta tidak mengikuti hawa nafsu dan mengabaikan petunjuk dari Allah agar tidak tersesat dan menjauh dari kebenaran. Ayat ini juga menunjukkan bahwa pemimpin haruslah adil, amanah, dan lebih mendahulukan kepentingan umum daripada kepentingan pribadi.

Apabila diterapkan dalam kasus krisis pandemi COVID-19, maka pemerintah dapat membuat keputusan berdasarkan pengalaman seperti saat terjadi wabah flu babi, flu burung, SARS, MERS (*Middle East Respiratory Syndrome*), maupun wabah lainnya. Dapat juga berdasarkan wewenang dari WHO serta juga dapat berdasar pada penelitian mengenai COVID-19 seperti penelitian ini.

Sedangkan wewenang memutuskan merupakan hak pemimpin, namun keputusan dapat bersifat diktator jika pemimpin tidak melakukan musyawarah dalam mengambil keputusan. Perintah musyawarah dalam pengambilan keputusan tertuang dalam QS. Asy-Syura ayat 38 sebagai berikut (Bay, 2011):

وَالَّذِينَ اسْتَجَابُوا لِرَبِّهِمْ وَأَقَامُوا الصَّلَاةَ وَأَمْرُهُمْ شُورَىٰ بَيْنَهُمْ وَمِمَّا رَزَقْنَاهُمْ يُنْفِقُونَ ﴿٣٨﴾

Terjemah arti: ”dan (bagi) orang-orang yang menerima (mematuhi) seruan Tuhan dan melaksanakan salat, sedang urusan mereka (diputuskan) dengan musyawarah antara mereka, dan mereka menginfakkan sebagian dari rezeki yang Kami berikan kepada mereka,” (QS. Asy-Syura : 38)

Dalam ayat tersebut menerangkan bahwa Allah Swt. memberikan

kenikmatan ukhrawi (kenikmatan surga yang kekal) kepada orang yang mematuhi semua yang diperintahkan oleh Allah Swt. melalui para Rasul maupun para pemimpin serta kepada orang yang merundingkan semua permasalahan duniawi dan tidak mementingkan pendapat pribadi dalam musyawarah.

4.7.2. Peran Masyarakat

Dalam kehidupan bermasyarakat, selain ada pemimpin juga ada yang dipimpin atau pengikut yang mana harus taat kepada pemimpin. Perintah untuk taat kepada pemimpin juga disebutkan dalam firman Allah Swt. QS. An-Nisa ayat 59 yang berbunyi (Bay, 2011).

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا أَطِيعُوا اللَّهَ وَأَطِيعُوا الرَّسُولَ وَأُولِي الْأَمْرِ مِنْكُمْ فَإِنْ تَنَازَعْتُمْ فِي شَيْءٍ فَرُدُّوهُ إِلَى اللَّهِ وَالرَّسُولِ إِنْ كُنْتُمْ تُؤْمِنُونَ بِاللَّهِ وَالْيَوْمِ الْآخِرِ ذَلِكَ خَيْرٌ وَأَحْسَنُ تَأْوِيلًا ﴿٥٩﴾

Terjemah arti: "Wahai orang-orang yang beriman! Taatilah Allah dan taatilah Rasul (Nabi Saw.), dan Ulil Amri (pemegang kekuasaan) di antara kamu. Kemudian, jika kamu berbeda pendapat tentang sesuatu, maka kembalikanlah kepada Allah (al-Qur'an) dan Rasul (sunnahnya), jika kamu beriman kepada Allah dan hari kemudian. Yang demikian itu lebih utama (bagimu) dan lebih baik akibatnya." (QS. An-Nisa : 59)

Pelajaran yang dapat diambil dari ayat tersebut adalah umat manusia wajib taat aturan hukum yang secara hirarki paling utama adalah taat pada hukum Allah Swt. kemudian pada Rasul dan kemudian kepada para pemimpin dari pemerintah maupun ulama. Selain itu ayat tersebut mewajibkan manusia untuk merujuk kepada al-Qur'an dan hadis apabila ada perbedaan pendapat.

Meskipun perintah pemimpin harus ditaati, tetapi apabila perintahnya mengarahkan pada jalan maksiat dan menyimpang dari ajaran Allah, maka tidak ada kewajiban untuk menaatinya. Hal tersebut sesuai dengan hadis yang diriwayatkan oleh Muslim yaitu (Bay, 2011).

حَدَّثَنَا قُتَيْبَةُ حَدَّثَنَا اللَّيْثُ عَنْ عَبْدِ اللَّهِ بْنِ عُمَرَ عَنْ نَافِعٍ عَنْ ابْنِ عُمَرَ قَالَ قَالَ رَسُولُ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ: (السَّمْعُ وَالطَّاعَةُ عَلَى الْمَرْءِ الْمُسْلِمِ فِيمَا أَحَبَّ وَكَرِهَ مَا لَمْ يُؤْمَرْ بِمَعْصِيَةٍ فَإِنْ أُمِرَ بِمَعْصِيَةٍ فَلَا سَمْعَ عَلَيْهِ وَلَا طَاعَةَ).

Terjemah arti: "Telah menceritakan kepada kami Qutaibah berkata, telah menceritakan kepada kami Al-Laits dari Ubaidullah bin Umar dari Nafi' dari Ibnu Umar ia berkata, "Rasulullah Saw. bersabda: "Hendaklah seorang muslim mendengar dan taat, baik dalam perkara yang disukai atau dibencinya selama tidak diperintahkan dalam kemaksiatan. Jika diperintahkan untuk melakukan kemaksiatan, maka tidak boleh mendengar dan taat." (HR. Tirmidzi)

Ayat tersebut mengajarkan bahwa meskipun seseorang tidak suka dan benci sekalipun kepada pemimpinnya, orang tersebut tetap harus menaati aturannya selama tidak mengantarkan pada kemaksiatan dan tidak menyalahi aturan Allah dan Rasul-Nya. Apabila ada yang tidak disukai dari pemimpinnya lebih baik bersabar dan menasihati tetapi jika tidak mampu maka dapat mendoakannya, serta tidak mengumbar aib dan menghina pemimpinnya.

BAB V

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil yang didapatkan dari hasil dan pembahasan mengenai penyebaran COVID-19 dengan model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin yang telah dipaparkan sebelumnya, maka dapat ditarik kesimpulan, diantaranya yaitu:

1. Penyebaran COVID-19 menggunakan model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin diperoleh persamaan model yaitu:

$$\dot{S} = \mu N - (1 - v)\beta S \frac{I}{N} - \mu S + \rho E + \tau R$$

$$\dot{E} = (1 - v)\beta S \frac{I}{N} - (\rho + \gamma + \epsilon_1 + \theta_1)E$$

$$\dot{I} = \gamma E - (\delta + \epsilon_2 + \theta_2)I$$

$$\dot{Q} = \theta_1 E + \theta_2 I - (\eta + \epsilon_3)Q$$

$$\dot{R} = \delta I + \eta Q - (\mu + \tau)R$$

2. Hasil analisis kestabilan diperoleh dengan titik kesetimbangan endemik

$$P_{2,1} = (216383333.013, 18642.043, 10285.985, 45772.196, 398472.533)$$

$$P_{2,2} = (198113500.147, 16700.145, 9214.518, 45772.196, 356964.581)$$

$$P_{2,3} = (341606080.781, 31951.952, 17629.896, 78452.292, 682971.024)$$

$$P_{2,4} = (1272627399.248, 130910.082, 72231.304, 321426.244, 2798195.011)$$

$$P_{2,5} = (1668555923.459, 172993.271, 95451.24, 424753.973, 3697720.613)$$

dihasilkan R_0 masing-masing yaitu untuk vaksin Sinovac ($v = 0.653$) dengan $P_{2,1}$ menghasilkan $R_0 = 2.0554 > 1$, vaksin AstraZeneca ($v = 0.621$) dengan $P_{2,2}$ menghasilkan $R_0 = 2.245 > 1$, vaksin Sinopharm ($v = 0.7802$) dengan $P_{2,3}$ menghasilkan $R_0 = 1.302 > 1$, vaksin Moderna ($v = 0.941$) dengan $P_{2,4}$ menghasilkan $R_0 = 0.3495 < 1$, dan vaksin Pfizer ($v = 0.955$) dengan $P_{2,1}$ menghasilkan $R_0 = 0.2666 < 1$ yang berarti bahwa dengan menggunakan keefektifan vaksin lebih rendah seperti vaksin Sinovac, AstraZeneca, atau Sinopharm, COVID-19 akan tetap ada dan individu terinfeksi juga akan terus ada. Sedangkan dengan keefektifan vaksin tinggi seperti vaksin Moderna atau Pfizer, maka COVID-19 akan menghilang seiring waktu. Dengan artian bahwa semakin besar nilai keefektifan vaksinnya, maka titik kestabilan endemik semakin tidak stabil.

3. Dinamika populasi berdasarkan hasil simulasi diperoleh hasil bahwa tidak ada lagi individu yang terpapar COVID-19 dalam populasi pada sekitar hari ke-61 atau setelah tanggal 30 September 2021 dan tidak ada lagi individu yang terinfeksi COVID-19 dalam populasi setelah hari ke-73 atau setelah tanggal 12 Oktober 2021. Selain itu, diketahui juga apabila semakin tinggi keefektifan vaksin, maka jumlah individu terpapar dan individu yang terinfeksi semakin rendah, sedangkan jumlah individu yang sembuh semakin tinggi.

5.2. Saran

Setelah membahas penyebaran COVID-19 menggunakan model SEIQR dengan pengaruh keefektifan vaksin dalam penelitian ini, penulis memberikan beberapa saran pengembangan tulisan ini untuk penelitian berikutnya, diantaranya yaitu:

1. Model SEIQR pada penelitian ini dapat dikembangkan dengan menggunakan asumsi apabila populasi tidak konstan atau tidak tetap.
2. Model SEIQR pada penelitian ini dapat dikembangkan dengan menambahkan pengaruh lain seperti vaksin lain atau dengan beberapa dosis vaksin (ko-vaksin), pengaruh beberapa jenis karantina seperti karantina mandiri, terpusat, maupun karantina setelah melakukan perjalanan luar negeri (ko-karantina), pengaruh individu yang terinfeksi bergejala dan tanpa gejala (ko-infeksi), pengaruh pengobatan atau treatment, pengaruh penggunaan masker, atau dengan menggunakan pengaruh faktor-faktor lainnya sehingga dapat menggambarkan keadaan COVID-19 dengan lebih jelas dan sesuai kenyataan yang ada di lingkungan.
3. Analisis kestabilan pada penelitian ini dapat dikembangkan dengan melakukan analisis kestabilan menggunakan metode lain seperti menggunakan *Lyapunov* sehingga dapat dilakukan perbandingan metode apa yang lebih baik atau sesuai.
4. Simulasi pada penelitian ini dapat dikembangkan dengan menggunakan metode numerik lain untuk simulasi seperti dengan *Runge-Kutta* orde lebih tinggi, metode *Euler*, metode beda hingga, atau dengan metode numerik lainnya.

5. Nilai parameter penelitian dapat dikembangkan dengan memperolehnya melalui metode estimasi parameter dari data *time series* agar dapat menggambarkan lebih tepat dinamika populasi yang sesungguhnya di lingkungan.
6. Penelitian ini dapat dikembangkan dengan menambahkan analisis kestabilan global dan kontrol optimal. Beberapa metode kontrol optimal yang dapat digunakan yaitu metode Prinsip Maksimum Pontryagin (PMP), metode *Linear Quadratic Regulator* (LQR), atau metode kontrol optimal lain.
7. Penelitian ini juga dapat dikembangkan dengan menggunakan studi kasus lain, baik dari data maupun penyakit yang berbeda dengan penelitian ini.



UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A

DAFTAR PUSTAKA

- Adi-Kusumo, F., Susyanto, N., Endrayanto, I., and Meliala, A. (2020). Model Berbasis SIR dalam Prediksi Awal Penyebaran COVID-19 di Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY). *Jurnal Matematika Thales*, 2(1).
- Adiningsih, N. E. (2018). Analisis Dinamik Sistem Persamaan Diferensial Predator-prey Tiga Spesies.
- Afifah, L. I. (2015). Analisis Kestabilan Model Prey-predator dengan Pemanenan Konstan pada Ikan Prey.
- Alydrus, M. R. (2015). Analisis Dinamik Model Predator Prey Leslie-Gower dengan Fungsi Respon Sokol-Howell.
- Annas, S., Pratama, M. I., Rifandi, M., Sanusi, W., and Side, S. (2020). Stability Analysis and Numerical Simulation of SEIR Model for Pandemic COVID-19 Spread in Indonesia. *Chaos, Solitons and Fractals*, 139:110072.
- Bai, Y., Yao, L., Wei, T., Tian, F., Jin, D.-Y., Chen, L., and Wang, M. (2020). Presumed Asymptomatic Carrier Transmission of COVID-19. *Jama*, 323(14):1406–1407.
- Bay, K. (2011). Pengertian Ulil Amri dalam Al-Qur'an dan Implementasinya dalam Masyarakat Muslim. *Jurnal Ushuluddin*, 17(1):115–129.
- BPOM (2021a). Badan POM Terbitkan Emergency Use Authorization Vaksin AstraZeneca.

- BPOM (2021b). Badan POM Terbitkan EUA Comirnaty (Vaksin COVID-19 Pfizer) Sebagai Vaksin Kedua Platform mRNA.
- BPOM (2021c). Badan POM Terbitkan EUA Moderna COVID-19 Vaccine Sebagai Vaksin Pertama dari Platform mRNA.
- BPOM (2021d). Badan POM Terbitkan EUA, Vaksin CoronaVac Sinovac Siap Disuntikkan.
- BPOM (2021e). Penuhi Cakupan Jumlah Penduduk Indonesia, Badan POM Terbitkan EUA Vaksin COVID-19 Produksi Sinopharm.
- BPS Jawa Timur (2021). BPS Provinsi Jawa Timur.
- Brauer, F. and Castillo-Chavez, C. (2012). *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*, volume 2. Springer, New York, second edi edition.
- Carcione, J. M., Santos, J. E., Bagaini, C., and Ba, J. (2020). A Simulation of a COVID-19 Epidemic Based on a Deterministic SEIR Model. *Frontiers in public health*, 8:230.
- Chodir, F. (2021). Kehalalan Vaksin Berunsur Babi:(Studi Vaksin Covid-19 Astrazeneka). *Jurnal Kajian Hukum Islam*, 8(1):61–81.
- Domingo, J. L. (2021). What We Know and What We Need to Know About the Origin of SARS-CoV-2. *Environmental Research*, 200:111785.
- Elhia, M., Balatif, O., Boujallal, L., and Rachik, M. (2021). Optimal Control Problem for a Tuberculosis Model with Multiple Infectious Compartments and Time Delays. *An International Journal of Optimization and Control: Theories and Applications (IJOCTA)*, 11(1):75–91.

- Fauzia, L. A. (2021). Analisis Pemodelan Matematika Penularan COVID-19 dengan Tindakan Rawat Inap di Rumah Sakit. *Mathunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 09(01).
- Fosu, G. O., Opong, J. M., and Appati, J. K. (2020). Construction of Compartmental Models for COVID-19 with Quarantine, Lockdown and Vaccine Interventions. *SSRN Electronic Journal*.
- Fuadi, A. and Suharto, T. (2021). Vaksinasi Sebagai Penanggulangan Pandemi Covid-19 Perspektif Fiqh Islam. *El-Ghiroh: Jurnal Studi Keislaman*, 19(1):33–46.
- Ghostine, R., Gharamti, M., Hassrouny, S., and Hoteit, I. (2021). An Extended SEIR Model with Vaccination for Forecasting the COVID-19 Pandemic in Saudi Arabia Using an Ensemble Kalman Filter. *Mathematics*, 9(6):636.
- Gradshteyn, I. S. and Ryzhik, I. M. (2014). *Table of Integrals, Series, and Products*. Elsevier Science, San Diego, 6th editio edition.
- Hakim, H. (2018). Epidemi Dalam Alquran (Suatu Kajian Tafsir Maudhu'i Dengan Corak Ilmi). *Kordinat: Jurnal Komunikasi antar Perguruan Tinggi Agama Islam*, 17(1):113–128.
- Halimah, S. (2018). Analisis Kestabilan Model Matematika pada Pembentukan Sel Darah Putih dengan Perlambatan.
- Hasanah, R. A. (2019). *Pemodelan SEIV Penyebaran Penyakit Hepatitis B*. PhD thesis, UIN Sunan Ampel Surabaya.
- Husna, F. (2020). Virus Corona Dampak dari Makanan yang tidak Halal. *SALAM: Jurnal Sosial dan Budaya Syar-i*, 7(6).

Jatim Tanggap Covid (2021). *Jatim Tanggap Covid-19*.

Karo, M. B. (2020). Perilaku Hidup Bersih dan Sehat (PHBS) Strategi Pencegahan Penyebaran Virus COVID-19. In *Prosiding Seminar Nasional Hardiknas*, volume 1, pages 1–4.

Lake, M. A. (2020). What We Know So Far: COVID-19 Current Clinical Knowledge and Research. *Clinical Medicine*, 20(2):124.

LaporCovid-19 (2021). *Statistik Kematian Isolasi Mandiri dan Di Luar RS*.

Li, Q., Guan, X., Wu, P., Wang, X., Zhou, L., Tong, Y., Ren, R., Leung, K. S. M., Lau, E. H. Y., and Wong, J. Y. (2020). Early Transmission Dynamics in Wuhan, China, of Novel Coronavirus–Infected Pneumonia. *New England journal of medicine*, 382(13):1199–1207.

Masduki, A. (2021). *Arba'in Nawawi: Kumpulan 40 Hadits Utama Imam An-Nawawi Dengan Maknanya*. Sinar Wawasan.

Menteri Kesehatan Republik Indonesia (2020). Keputusan Menteri Kesehatan Republik Indonesia Nomor HK.01.07/MENKES/413/2020 tentang Pedoman Pencegahan dan Pengendalian Coronavirus Disease 2019 (COVID-19).

Muliyani, N., Ratianingsih, R., and Nacong, N. (2018). Analisis Kestabilan Model Matematika Penyebaran Penyakit Sifilis pada Manusia. *Jurnal Ilmiah Matematika Dan Terapan*, 15(1):1–10.

Munir, R. (2015). *Metode Numerik, Revisi Keempat*. Informatika, Bandung.

Nangi, M. G., Yanti, F., and Lestari, S. A. (2019). *Dasar Epidemiologi*. Deepublish.

- Ndii, M. Z. (2018). *Pemodelan Matematika Dinamika Populasi Dan Penyebaran Penyakit Teori, Aplikasi, Dan Numerik*. Deepublish, Yogyakarta.
- Nurfitriana, Kiftiah, M., and Yudhi (2019). Analisis Kestabilan Model Penyebaran Penyakit Hepatitis A dengan Vaksinasi dan Sanitasi. *BIMASTER*, 8(2).
- Oktafiani, L. D., Kusnanto, A., and Jaharuddin, J. (2013). Bilangan Reproduksi Dasar Model West Nile Virus Menggunakan Matriks Next Generation. *Journal of Mathematics and Its Applications*, 12(1):63–78.
- Pebrianti, D. K. and Armina (2021). Pentingnya Menjaga Kesehatan Jiwa saat Pandemi Covid 19. *Jurnal Abdimas Kesehatan (JAK)*, 3(2).
- Puspita, G., Kharis, M., and Supriyono, S. (2017). Pemodelan Matematika Pada Penyebaran Penyakit Difteri Dengan Pengaruh Karantina Dan Vaksinasi. *Unnes Journal of Mathematics*, 6(1):25–35.
- Putra, R. T. (2016). Kestabilan Model Epidemi SEIR dengan Matriks Hurwitz. *Jurnal Ilmiah Poli Rekayasa*, 11(2):74–82.
- Putri, D. P. and Sulaiman, H. (2017). Model Matematika Terhadap Penyebaran Virus Avian Influenza Tipe-H5N1 pada Populasi Manusia. *Euclid*, 3(2).
- Qin, J., You, C., Lin, Q., Hu, T., Yu, S., and Zhou, X.-H. (2020). Estimation of Incubation Period Distribution of COVID-19 Using Disease Onset Forward Time: A Novel Cross-sectional and Forward Follow-up Study. *Science advances*, 6(33).
- Quesada, J. A., López-Pineda, A., Gil-Guillén, V. F., Arriero-Marín, J. M., Gutiérrez, F., and Carratala-Munuera, C. (2020). Incubation Period of COVID-

- 19: A Systematic Review and Meta-analysis. *Revista Clínica Española (English Edition)*.
- Raihan (2016). Pengambilan Keputusan dalam Kepemimpinan Manajemen Dakwah. *Jurnal Al-Bayan: Media Kajian dan Pengembangan Ilmu Dakwah*, 22(2).
- Resmawan, R. and Nurwan, N. (2017). Konstruksi Bilangan Reproduksi Dasar pada Model Epidemik SEIRS-SEI Penyebaran Malaria dengan Vaksinasi dan Pengobatan. *Jurnal Matematika Integratif*, 13(2):105–114.
- Saenong, F. F., Zuhri, S., Hasan, H., Mas'ud Halimin, M., Lodji, A. M., Nawawi, Z., Abidin, A., Kuba, S., Iskandar, N., Adnan, R., Tandos, C., and Nurhayati, H. (2020). *Fikih Pandemi: Beribadah di Masa Wabah*. NUO Publishing, Jakarta.
- Saomi, M. R. and Muvid, M. B. (2020). *Islam dan Corona: Upaya Mengkaji Covid-19 dengan Pendekatan Islam*. Goresan Pena.
- Sidik, A. M. A., Toaha, S., and Kasbawati (2017). Kestabilan Model Mangsa Pemangsa dengan Fungsi Respon Holling Tipe III dan Penyakit pada Pemangsa Super.
- Soleh, M., Fatmasari, D., and Muhajir, M. N. (2017). Model Matematika Penyebaran Penyakit HIV/AIDS dengan Terapi pada Populasi Terbuka. *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, 3(1):20–28.
- Subiono (2013). *Sistem Linear dan Kontrol Optimal*. Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, 2.1.1 edition.
- Sumiyati (2019). *Konsep Tawakkal Perspektif Al-Qur'an: Kajian M. Quraish Shihab dalam Tafsir Al-Misbah*. PhD thesis, UIN Mataram.

Susilo, A., Rumende, C. M., Pitoyo, C. W., Santoso, W. D., Yulianti, M., Herikurniawan, H., and Yuniastuti, E. (2020). Coronavirus Disease 2019: Review of Current Literatures. *Jurnal penyakit dalam Indonesia*, 7(1):45–64.

Triatmodjo, B. (2002). *Metode Numerik : Dilengkapi dengan Program Komputer*. Beta Offset, Yogyakarta.

Wang, Y., Wang, Q., Wang, K., Song, C., Guo, Z., and Hu, W. (2021). A Case of COVID-19 with an Ultralong Incubation Period. *Infection Control and Hospital Epidemiology*, 42(2):242–243.

WHO (2021). Origins of the SARS-CoV-2 Virus.

WHO (2022). COVID-19 Quarantine and Isolation — CDC.

Zhong, J., Tang, J., Ye, C., and Dong, L. (2020). The Immunology of COVID-19: Is Immune Modulation an Option for Treatment? *The Lancet Rheumatology*, 2(7):428–436.

UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A