

## **BAB II**

### **LANDASAN TEORI**

#### **A. Konsep dalam Matematika**

Otak tidak semata-mata berkaitan dengan logika matematika, namun bersentuhan dengan aspek lainnya yang kompleks. Otak juga tidak selalu berkaitan dengan logika yang menuntun pemahaman seseorang, sebab otak juga mengarahkan seseorang untuk melakukan kesalahan. Untuk memahami proses yang terjadi di dalam otak ketika anak berhadapan dengan konsep, maka perlu ditelusuri proses kognitif yang terjadi di dalamnya seperti diuraikan oleh Tall & Vinner (1981:151) berikut.

Banyak konsep yang digunakan seseorang tidak didefinisikan secara formal. Konsep seperti ini dipelajari melalui pengalaman, namun digunakannya dalam konteks yang tepat. Nantinya, konsep ini dicermati maknanya dan ditafsirkan melalui sebuah definisi. Proses ini biasanya dilakukan dengan jalan memberi simbol atau nama pada konsep, sehingga memungkinkan untuk dikomunikasikan dan membantu dalam proses manipulasi mental. Namun, keseluruhan struktur kognitif yang mewarnai makna konsep jauh lebih besar dibandingkan dengan simbol yang mewakilinya. Struktur kognitif ini juga melebihi gambaran mental, yang berupa gambar simbolis atau yang lainnya. Selama proses mental untuk mengingat kembali dan memanipulasi sebuah

konsep, banyak proses yang terlibat di dalamnya, secara sadar atau tidak mempengaruhi makna dan penggunaan konsep.

Lebih lanjut Tall & Vinner menggunakan istilah gambaran konsep (*concept image*) untuk menggambarkan struktur kognitif yang berkaitan dengan konsep. Gambaran konsep melibatkan keseluruhan gambaran mental, sifat dan proses yang terkait dengan konsep. Gambaran konsep dibangun selama bertahun-tahun melalui pengalaman bersentuhan dengan konsep. Gambaran konsep akan berubah ketika seseorang mendapat stimulus baru atau mengalami kedewasaan.

Sebagai contoh, konsep pengurangan biasanya dijumpai anak pertama kali ketika melakukan perhitungan yang melibatkan bilangan bulat positif. Pada tahap ini, anak melihat pengurangan suatu bilangan sebagai berkurangnya bilangan itu. Pengamatan anak seperti ini merupakan bagian dari gambaran konsepnya dan dapat menimbulkan masalah pada saat anak dihadapkan pada pengurangan bilangan bulat negatif. Dengan demikian, semua proses mental yang berkaitan dengan suatu konsep, seharusnya dicakup di dalam gambaran konsep.

Sering kali gambaran konsep berkembang tidak koheren sepanjang waktu. Otak tidak bekerja seperti itu. Input sensorik membangkitkan jalur syaraf tertentu dan menghambat jalur-jalur yang lain. Dengan cara ini, stimulus yang berbeda dapat mengaktifkan bagian-bagian berbeda dari gambaran konsep. Anak dalam mengerjakan problem matematika sering kali

menggunakan proses yang berbeda dengan konteks. Anak juga melakukan kesalahan yang berbeda tergantung pada konteks problem yang dihadapinya.

Definisi konsep merupakan kata-kata yang digunakan untuk menjelaskan konsep (Tall & Vinner,1981:152). Definisi konsep dapat berupa pemahaman pribadi seorang anak terhadap sebuah konsep. Pemahaman itu selanjutnya digunakan untuk menjelaskan tentang gambaran konsep yang diperolehnya. Dalam hal ini, definisi konsep pribadi seorang anak dapat berbeda dengan definisi konsep formal dalam matematika. Definisi konsep formal itulah selanjutnya menjadi sebuah definisi konsep yang diterima komunitas matematika secara umum. Itulah proses kognitif yang terjadi pada otak ketika bersentuhan dengan konsep.

Konsep menurut Goodwin (2006:4) merupakan unsur terkecil dan mendasar dari proses berpikir. Belajar matematika tidak lain adalah belajar konsep dan struktur matematika (Baroody et al. 2007:119). Oleh karenanya, tujuan penting pembelajaran matematika adalah membantu anak memahami konsep, bukan hanya sekedar mengingat fakta, prosedur dan algoritma yang terpisah-pisah (Santrock, 2008:351). Untuk memecahkan masalah dalam matematika, seorang anak harus mengetahui aturan-aturan yang relevan, dan aturan-aturan itu didasarkan pada konsep-konsep yang diperolehnya.

Konsep dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia didefinisikan sebagai ide atau pengertian yang diabstrakkan dari peristiwa konkret (Depdiknas, 2008:

802). Konsep juga dipandang sebagai ide abstrak yang dapat digunakan untuk menggolongkan atau mengklasifikasikan sekumpulan objek (Soedjadi, 2000). Secara khusus, Sfard (1991:3) memberikan pengertian konsep matematika sebagai konstruk teoretis dari suatu ide matematika.

Pengertian pertama masih bersifat umum, karena konsep dilihat sebagai hasil abstraksi dari objek yang konkret. Padahal, objek matematika semuanya objek abstrak. Dalam konteks inilah, tampaknya dua pengertian terakhir yang relevan. Artinya, konsep berkaitan dengan konstruk teoretik ide-ide matematika yang dapat digunakan untuk mengklasifikasikan sekumpulan objek. Variabel merupakan salah satu contoh konsep dalam matematika. Dengan adanya konsep variabel, dapat dibedakan mana yang merupakan variabel dan yang bukan variabel.

Setiap konsep dibentuk oleh suatu jaringan pernyataan deklaratif sederhana yang disebut proposisi. Proposisi ini mencerminkan *body of knowledge* yang dimiliki anak tentang konsep itu. Selanjutnya, konsep ini digunakan anak untuk membedakan atau membuat hubungan dengan konsep lainnya membentuk pengetahuan yang lebih kompleks.

### **1. Pentingnya Konsep**

Uraian sebelumnya menunjukkan bahwa konsep merupakan dasar berpikir dalam matematika. Dengan konsep, anak dapat mengembangkan kemampuan penalaran matematika. Konsep juga sebagai pilar dalam pemecahan masalah. Dengan demikian, memahami dan menguasai konsep

merupakan hal penting bagi anak dalam belajar matematika. Artinya, bila anak tidak memahami konsep matematika, mereka akan kesulitan ketika dihadapkan pada problem matematika yang menuntut penalaran atau problem non-rutin.

Contoh berikut memberikan ilustrasi bagaimana seorang anak bernama Andri yang tampak memiliki penguasaan suatu materi, namun karena tidak menguasai konsep secara baik, Andri mengalami kesulitan memecahkan problem aljabar non-rutin. Walaupun Andri telah mengalami pembelajaran aljabar selama lebih setahun sejak di kelas VII, Andri masih kesulitan menghadapi problem tersebut. Problem non-rutin merupakan problem yang diberikan kepadanya berbeda dengan contoh yang diberikan oleh guru. Contoh ini dimodifikasi dari Saul (2008:64).

Andri adalah seorang siswa kelas VIII suatu SMP di Yogyakarta yang memiliki kemampuan pada level rata-rata. Ia dapat menyelesaikan persamaan linear seperti  $2x - 3 = 17$  dengan cara mengganti  $x$  suatu bilangan tertentu. Ia mencoba mengganti  $x$  dengan bilangan 4, dan mencoba mengganti ke persamaan sehingga didapat  $2 \times 4 - 3 = 5$ . Ternyata hasilnya terlalu kecil, karena yang dibutuhkan 17. Ia juga mencoba bilangan 30, ternyata didapatkan hasil lebih dari 17 karena  $2 \times 30 - 3 = 57$ . Andri terus mencoba mengganti  $x$  dengan beberapa bilangan, sampai akhirnya didapatkan penyelesaian persamaan linear tersebut. Akan tetapi, dengan cara yang sama Andri tidak mampu menyelesaikan persamaan  $2,3x + 3,02 = 17,83$ . Bahkan untuk persamaan  $3x - 3 = 17$  ia juga tidak mampu menyelesaikannya. Namun, bila diberikan suatu

bilangan, ia dapat menyatakan bahwa bilangan itu merupakan penyelesaian persamaan atau bukan.

Bila mencermati kasus Andri, sangat mungkin banyak anak mirip dengannya. Andri mengetahui bagaimana mengganti variabel  $x$ . Ia juga mengetahui bahwa persamaan  $2x - 3 = 11$  menjadi pernyataan yang bernilai benar bila  $x$  diganti 7 dan menjadi pernyataan yang bernilai salah bila  $x$  diganti 5. Andri mengetahui hal ini karena ia menggunakan pola pikir aritmetika untuk menggeneralisasikan pernyataan bahwa hasil dari  $x$  mengambil nilai tertentu. Andri juga mempunyai intuisi bagus berkaitan dengan fungsi, dalam hal ini fungsi  $f(x) = 2x - 3$ . Ia mengetahui bahwa nilai  $f(x)$  akan bertambah bila nilai  $x$  bertambah. Bila  $x$  terletak di antara 10 dan 20 maka  $f(x)$  akan memiliki nilai antara 17 dan 37.

Berdasarkan ilustrasi di atas, Andri memiliki intuisi yang bagus tentang variabel dan fungsi, akan tetapi belum menjangkau *roh* aljabar. Pemahaman Andri tentang fungsi, seperti  $f(x) = 2x - 3$  lebih dekat ke kemampuan analitis bukan kemampuan aljabar (Saul, 2008:65). Artinya, Andri tidak memiliki konsep yang cukup dalam menyelesaikan persamaan dan ia hanya terampil dalam menyelesaikan persamaan-persamaan aljabar. Melihat kasus yang dialami Andri, maka betapa pentingnya penguasaan konsep bagi anak dalam belajar matematika.

Kasus di atas disebabkan karena lemahnya pemahaman konsep, dalam konteks ini konsep aljabar. Kondisi demikian sebagai dampak dari proses

pembelajaran yang hanya menekankan pada latihan (*drill*) tanpa diimbangi dengan penanaman konsep yang memadai. Akibatnya, anak cenderung menggunakan pengetahuan prosedurnya ketika dihadapkan dengan suatu problem aljabar. Padahal jenis pemahaman ini hanya mendorong kemampuan mengingat (*memory*) semata, dan anak yang berhasil dalam hal ini adalah mereka yang dapat mengingat secara detail prosedur-prosedur dalam urutan yang benar. Kecenderungan ini membawa dampak bila urutan prosedur pada soal diubah atau dimodifikasi, anak akan mengalami kegagalan menyelesaikannya.

## **2. Tingkat Pencapaian Pemahaman Konsep**

Anak dalam memahami konsep berkembang melalui serangkaian tingkatan. Tingkatan-tingkatan itu mulai dari sekedar mampu menunjukkan contoh sebuah konsep hingga mampu sepenuhnya menjelaskan sifat konsep. Anak tidak mencapai pemahaman konsep pada tingkat yang sama (Dahar, 2011:69).

Klausmeier (1977) memiliki hipotesis bahwa ada empat tingkat pencapaian pemahaman konsep. Keempat tingkat itu muncul dalam urutan yang invarian. Anak sampai pada pemahaman konsep tertinggi dengan kecepatan berbeda-beda dan ada anak yang tidak pernah mencapai tingkat pemahaman konsep tertinggi. Empat tingkat pemahaman konsep menurut Klausmeier adalah tingkat konkret, tingkat identitas, tingkat klasifikasi dan tingkat formal.

Seorang anak telah mencapai tingkat pemahaman konkret apabila anak telah mengenal suatu objek yang dihadapinya. Umumnya anak yang awal di kelas VII SMP, masih berada pada tingkatan ini. Untuk mencapai pemahaman konsep tingkat konkret, anak harus dapat membedakan objek itu dari stimulus-stimulus yang ada di lingkungannya. Selanjutnya, anak harus menyajikan objek itu sebagai suatu gambaran mental dan menyimpan gambaran mental itu dalam memorinya.

Pada tingkat identitas, seorang anak harus dapat membuat generalisasi terhadap dua atau lebih bentuk yang identik dari objek yang sama berdasarkan anggota kelas yang sama. Tahapan ini ditandai dengan kemampuan membuat generalisasi dari perbedaan-perbedaan suatu objek.

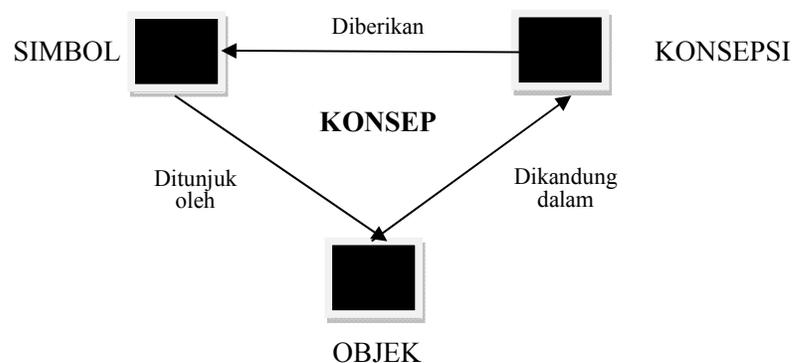
Pada tingkat klasifikasi, anak mengenal persamaan (*ekivalence*) dari dua contoh konsep yang berbeda yang berasal dari kelas sama. Walaupun anak belum mampu menentukan kata yang tepat sehingga dapat mewakili konsep itu, mereka sudah dapat mengklasifikasikan contoh dan non contoh konsep, walaupun contoh dan non contoh itu memiliki banyak kesamaan sifat.

Untuk mencapai pemahaman konsep tingkat formal, anak harus mampu menentukan karakteristik yang membatasi konsep. Dengan kata lain, anak dikatakan telah berada pada tingkat pemahaman konsep formal apabila anak itu dapat memberi nama konsep, mendefinisikan konsep beserta sifat-sifatnya, menyebutkan ciri yang membatasi, dan memberikan contoh dan non contoh secara verbal.

Konsep-konsep aljabar bersifat abstrak. Agar anak mampu mempelajari dan memahaminya dengan baik, maka guru dalam membelajarkannya harus mampu menyesuaikan dengan kondisi psikologis anak. Sebab, sebagian besar anak belum mencapai pemahaman konsep tingkat formal. Bila itu tidak dilakukan, maka sangat mungkin anak akan kesulitan memahami dan mempelajari aljabar.

### 3. Unsur-unsur Konsep

Zetterberg menguraikan tiga komponen yang membentuk konsep, yakni: simbol, objek dan konsepsi (Ihalauw, 2008:27). Ihalauw menggambarkan hubungan ketiga unsur konsep seperti diperlihatkan oleh Gambar 1. Walaupun pengkategorian tersebut tidak diperuntukkan secara khusus pada matematika, namun dapat juga diaplikasikan ke dalam konteks matematika.



Gambar 1: Hubungan Ketiga Unsur Konsep

Unsur pertama konsep adalah simbol. Setiap disiplin ilmu memiliki simbol tersendiri. Dalam matematika terlihat dengan jelas banyak simbol yang

digunakan, baik simbol berupa angka, huruf ataupun rangkaian angka dan huruf. Rangkaian simbol dalam matematika membentuk model matematika. Model matematika dapat berupa persamaan, pertidaksamaan atau yang lainnya. Model matematika  $ax + b = 0$ ,  $ax^2 + bx + c = 0$  merupakan dua contoh simbol dari konsep persamaan.

Objek merupakan unsur kedua dari konsep. Objek yang dipelajari pada matematika merupakan sesuatu yang abstrak, sering juga disebut objek mental. Objek-objek itu merupakan objek pikiran. Objek dasar itu berupa fakta, operasi dan prinsip (Begle, 1979:6 -7). Fakta berupa konvensi-konvensi yang diungkap dengan simbol tertentu. Operasi berupa pengerjaan hitung, pengerjaan aljabar, dan pengerjaan matematika yang lain. Prinsip dapat berupa fakta, konsep yang dikaitkan oleh suatu relasi ataupun operasi. Secara sederhana dapat dikatakan bahwa prinsip adalah hubungan antara berbagai objek dasar matematika. Dengan demikian, prinsip merupakan objek matematika yang kompleks. Dalam kaitannya dengan objek konsep, maka materi-materi persamaan, pertidaksamaan atau yang lainnya merupakan objek dari konsep.

Unsur ketiga konsep adalah konsepsi. Seorang anak yang berusaha memahami suatu konsep melalui membaca atau mendengarkan penjelasan dari guru, mereka akan memiliki pemahaman tentang konsep, dinamakan konsepsi. Dalam kamus Bahasa Indonesia, konsepsi dimaknai sebagai pengertian, pendapat atau paham (Depdiknas, 2008:802). Sfard (1991:3) mendefinisikan

konsepsi sebagai bentuk representasi internal tentang konsep, yang dimiliki seorang anak atau menjadi unsur dari jaringan pengetahuan seorang anak.

Kedua pengertian tersebut menunjukkan bahwa konsepsi merupakan pemahaman anak tentang suatu konsep, bersifat subjektif atau personal, serta akan menjadi bagian jaringan pengetahuan anak. Dengan demikian, sangat dimungkinkan terbentuknya konsepsi pada diri setiap anak tergantung pada keluasan jaringan informasi yang dimilikinya.

## **B. Teori Terbentuknya Konsepsi Matematika**

### **1. Teori Reifikasi**

Menurut Sfard (1991:4) konsep-konsep matematika berkaitan dengan dua macam konsepsi, yakni konsepsi operasional dan struktural. Konsepsi operasional merupakan konsepsi yang mengandung makna proses, algoritma atau kegiatan. Sementara itu, konsepsi struktural merupakan konsepsi yang menggambarkan suatu konsep sebagai suatu yang statis, yang terdapat pada suatu tempat dan di suatu saat.

Dalam proses pembentukan konsepsi, terjadinya konsepsi operasional mendahului terjadinya konsepsi struktural. Terbentuknya konsepsi struktural melalui proses yang panjang dan sering kali sulit (Suryanto, 1997:87-88). Berdasarkan kedua jenis konsepsi tersebut, Sfard (1991:18) membagi proses pembentukan konsepsi pada diri anak melalui serangkaian tahapan, yakni

interiorisasi (*interiorization*), kondensasi (*condensation*), dan reifikasi (*reification*).

Interiorisasi merupakan suatu tahapan di mana anak melakukan operasi terhadap objek-objek matematika pada tahapan yang rendah (Sfard, 1991:18). Suatu proses dikatakan telah terinteriorisasi bila anak melakukan operasi tanpa berpikir selama melakukan proses operasi tersebut. Sebagai contoh, dalam menyelesaikan persamaan satu variabel, bila seorang anak dapat menemukan penyelesaian persamaan, maka dapat dikatakan bahwa konsep tersebut telah terinteriorisasi pada diri anak. Mengapa? Karena pada kasus ini, sebenarnya anak telah mengingat proses yang diperlukan guna menyelesaikan persamaan. Namun, tanpa mengingat proses yang seharusnya dilakukan, anak sudah bisa menyelesaikan persamaan yang dimaksud.

Kondensasi adalah suatu kondisi di mana proses yang kompleks telah terbentuk pada diri anak. Sfard (1991:19) menggambarkan tahapan kondensasi sebagai tahapan yang ditandai dengan munculnya konsepsi baru. Anak dianggap telah sampai pada tahapan ini bilamana konsepsi baru benar-benar menyatu dalam proses penyelesaian masalah. Pada tahapan ini, anak mampu mengombinasikan proses, membuat perbandingan dan generalisasi. Hal terpenting pada tahapan ini adalah meningkatnya kemampuan anak dalam menyajikan konsep secara berbeda.

Tahapan terakhir adalah reifikasi. Reifikasi merupakan suatu tahapan di mana anak dapat menerima konsep matematika sebagai suatu objek yang

lengkap beserta karakteristik yang dimilikinya. Konsep yang telah ter-reifikasi dapat disimpan dan dikaitkan dengan kategori-kategori yang dimilikinya. Karakteristik dari kategori tersebut juga dapat dibandingkan dengan yang lain. Sfard (1991:31) berpendapat bahwa reifikasi merupakan tahapan paling sulit bagi anak untuk mencapainya. Ia menjelaskan bahwa:

*In order to see function as an object, one must try to manipulate it as a whole; there is no reason to turn process into object unless we have some higher-level processes performed on this simpler process. But here is a vicious circle: on one hand, without an attempt at the higher level interiorization, the reification will not occur; on the other hand, existence of objects on which the higher level processes are performed seem indispensable for the interiorization-without such objects the processes must be appear quite meaningless. In other word: the lower reification and higher level interiorization are pre-requisites for each other.*

Pernyataan tersebut mengisyaratkan bahwa umumnya anak telah memiliki objek-objek abstrak pada tahapan di bawahnya, sebelum mereka mulai melakukan pemrosesan objek tersebut pada tahapan yang lebih tinggi. Untuk memahami suatu hirarki, suatu tahapan tidak akan bisa dicapai, bila semua tahapan sebelumnya belum dilakukan.

## **2. Teori APOS**

Proses terbentuknya konsepsi objek matematika pada diri anak juga dapat digambarkan sebagai hasil dari suatu rangkaian *Action-Process-Object-Schema (APOS)*. *APOS* adalah sebuah teori konstruktivis tentang bagaimana seorang anak belajar suatu konsep matematika. Teori *APOS* didasarkan pada

hipotesis tentang hakekat pengetahuan matematis (*mathematical knowledge*) dan bagaimana pengetahuan tersebut berkembang (Suryadi, 2008:2). Pandangan teoritik ini dikemukakan oleh Dubinsky pada 2001, yakni pengetahuan matematis seorang anak pada hakekatnya merupakan kecenderungan yang dimilikinya untuk merespon situasi masalah matematis yang dihadapi melalui refleksi atas masalah itu.

Refleksi itu dilakukan melalui konsepsi aksi, proses, dan objek matematis serta mengorganisasikan hal tersebut dalam skema yang dapat digunakan memecahkan masalah yang dihadapinya. Istilah-istilah aksi (*action*), proses (*process*), objek (*object*), dan skema (*schema*) pada hakekatnya merupakan suatu konstruksi mental seorang anak dalam upaya memahami sebuah konsep matematik. Objek yang telah tersimpan dalam memori seorang anak sebagai pengetahuan akan diproses bila terjadi aksi yang diakibatkan adanya stimulus tertentu.

Menurut teori ini, ketika seorang anak berusaha memahami suatu konsep matematika maka prosesnya dimulai dari suatu aksi mental terhadap konsep matematika. Selanjutnya dilakukan pengkonstruksian suatu skema tentang konsep matematika tertentu yang tercakup dalam masalah yang diberikan. Cooley et al. (2007:372) menguraikan keempat proses terjadinya konsepsi di atas dan diuraikan sebagai berikut.

Konsepsi aksi adalah suatu transformasi objek-objek matematika berdasarkan pada sebuah algoritma tertentu untuk memperoleh objek

matematika lainnya. Hal itu dialami anak pada saat menghadapi suatu problem matematika serta berusaha menghubungkannya dengan pengetahuan yang telah dimiliki sebelumnya. Seorang anak dikatakan mengalami suatu aksi, apabila anak itu memfokuskan proses mentalnya pada upaya untuk memahami suatu konsep yang diberikan. Seorang anak yang memiliki pemahaman lebih mendalam tentang suatu konsep, mungkin akan melakukan aksi yang lebih baik atau dapat juga fokus perhatiannya keluar dari konsep yang diberikan.

Konsepsi proses merupakan transformasi internal tentang suatu objek. Seorang anak dikatakan berada pada konsepsi proses, apabila berpikrinya terbatas pada ide matematik yang dihadapi, ditandai dengan munculnya kemampuan untuk membicarakan (*to describe*) atau melakukan refleksi atas konsep matematika tersebut. Proses-proses baru dapat dikonstruksi dari proses lainnya melalui suatu koordinasi serta pengaitan antar proses.

Untuk mengonstruksi sebuah konsepsi objek, seorang anak perlu berkaca pada aksi yang diterapkan pada suatu proses tertentu dan menjadi sadar tentang proses sebagai suatu totalitas. Seorang anak dikatakan telah memiliki sebuah konsepsi objek tentang konsep matematika apabila mereka telah mampu memperlakukan konsep itu sebagai sebuah objek kognitif yang mencakup kemampuan untuk melakukan aksi atas objek tersebut serta memberikan penjelasan tentang sifat-sifatnya. Selain itu, anak tersebut juga telah mampu melakukan penguraian kembali (*de-encapsulate*) suatu objek menjadi proses

sebagaimana asalnya pada saat sifat-sifat dari objek yang dimaksud akan digunakan.

Suatu skema matematika merupakan kumpulan dari konsepsi aksi, proses, dan objek serta skema yang telah terkonstruksi sebelumnya, sehingga membentuk struktur matematika yang diperlukan untuk memecahkan suatu problem matematika. Skema ini selanjutnya berkembang menjadi relasi baru antara konsepsi aksi, proses, dan objek yang baru dengan konsepsi sebelumnya serta skema lainnya yang terkonstruksi.

Kedua teori pembentukan konsepsi matematika di atas, bila dicermati tampak ada perbedaan. Misalkan, tahap pertama yang disebut Sfard sebagai “proses interiorisasi” merupakan tahap kedua dari teori APOS dari Dubinsky. Namun secara umum, kedua teori memiliki kesamaan. Mereka memulainya dengan *aksi* pada objek yang telah diketahui (objek fisik maupun mental), dilatihkan menjadi prosedur rutin langkah demi langkah, dan hal tersebut dipandang sebagai proses. Selanjutnya, hal itu dianggap sebagai entitas yang dapat digunakan pada level yang lebih tinggi untuk memberikan siklus berikutnya dalam pembentukan konsepsi (Pegg & Tall, 2010:180).

Kedua teori juga menekankan bahwa proses pembentukan konsepsi matematika pada diri anak. Anak akan melakukan pemrosesan objek-objek matematika pada tahapan di bawahnya, sebelum melakukan pemrosesan objek tersebut pada tahapan yang lebih tinggi. Artinya, pembentukan konsepsi matematika berlangsung secara hirarkis yakni suatu tahapan tertentu tidak akan

bisa dicapai, bila semua tahapan sebelumnya tidak dilalui secara sempurna. Bila ada tahapan tertentu tidak dilaluinya, maka sering kali timbul salah konsepsi pada diri anak dalam memahami konsep-konsep matematika.

### **C. Salah Konsepsi (*Misconception*)**

Russel & O'dwyer (2009:414) menyebutkan salah konsepsi muncul ketika anak gagal menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya. Salah konsepsi terjadi bila anak salah menerapkan strategi pengetahuan yang dipelajari sebelumnya untuk menyelesaikan permasalahan baru. Oleh karena itu, bagian ini pembahasannya dimulai dengan pengertian salah konsepsi dan berbagai jenis kesalahan lain. Hal itu disebabkan pengertian-pengertian di atas sangat penting dan mendasari penelitian ini.

Salah konsepsi berbeda dengan berbagai bentuk kesalahan seperti kesalahan mekanis, kesalahan non-mekanis dan kesalahan komputasi. Kesalahan mekanis merupakan kesalahan yang disebabkan oleh kondisi ketika memecahkan soal matematika, sedangkan kesalahan non-mekanis merupakan kesalahan yang diakibatkan lemahnya penguasaan pengetahuan dan keterampilan matematik (Suryanto, 2001:169). Kesalahan komputasi merupakan kesalahan yang disebabkan oleh lemahnya kontrol kesadaran, kehilangan minat, kurangnya penguasaan fakta-fakta dasar, penggunaan prosedur yang tidak benar, dan penggunaan kaidah yang tidak relevan (Suryanto, 2001:170).

Young & O'Shea (1981:156) secara khusus membedakan antara salah konsepsi dengan kesalahan (yang diterjemahkan dari kata *errors*) dan salah algoritma (*faulty algorithms*). Menurut mereka, kesalahan merupakan jawaban salah dari suatu problem yang diberikan, disebabkan karena ceroboh, lupa, belum pernah diajarkan materi yang diujikan atau faktor penyebab lainnya. Salah algoritma merupakan ketidaksempurnaan langkah atau prosedur sehingga menghasilkan jawaban salah. Sementara itu, salah konsepsi merupakan pemahaman anak yang salah sehingga menyebabkan pola kesalahan sistematis. Xiaobao Li (2006:23) menambahkan, salah konsepsi merupakan uraian jawaban anak tentang konsep tertentu yang berbeda dengan konsep yang diajarkan guru, bersifat stabil dan kuat.

Berdasarkan uraian di atas, maka salah konsepsi memiliki beberapa sifat: (1) struktur kognitifnya stabil dan kuat; (2) konsepsinya berbeda dengan guru atau para ahli; dan (3) mempengaruhi secara mendasar bagaimana anak memahami sifat dan karakteristik materi. Dengan demikian, salah konsepsi mempengaruhi secara mendasar bagaimana anak memahami konsep tertentu, sehingga menyebabkan terjadinya bentuk kesalahan lainnya.

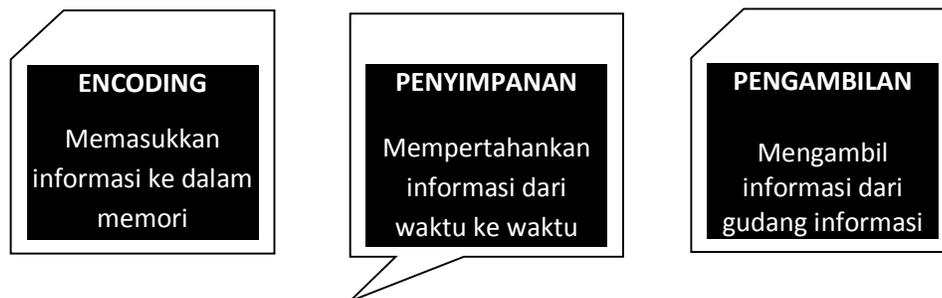
Terjadinya salah konsepsi dipengaruhi oleh banyak hal. Salah satunya disebabkan sangat kompleksnya konsep-konsep matematika. Kompleksitas konsep matematika itu, sering kali dalam penyajiannya tanpa diimbangi dengan cara penyampaian yang baik oleh guru. Artinya, ketika menyampaikan konsep matematika, guru kurang memperhatikan tingkat perkembangan psikologis

anak. Dengan demikian, terjadi celah antara keinginan guru dengan fakta kemampuan anak dalam memahami konsep matematika.

Peristiwa terjadinya salah konsepsi dapat dijelaskan melalui beberapa teori. Dua di antaranya teori pemrosesan informasi (*information processing*) dan teori Piaget. Kedua teori itu disajikan secara ringkas pada bagian berikut.

### 1. Teori Pemrosesan Informasi

Teori ini menekankan pada proses memori dan proses berpikir (*thinking*). Para psikolog mempelajari bagaimana informasi disimpan dalam memori, dipertahankan atau disimpan setelah disandikan (*encoded*), ditemukan kembali untuk tujuan tertentu. Ketiga proses itu digambarkan oleh Santrock (2008:313) seperti pada Gambar 2.



Gambar 2: Pemrosesan Informasi dalam Memori

Informasi baru yang ditangkap panca indera masuk ke dalam memori jangka pendek yang memiliki kapasitas terbatas, di mana informasi dipertahankan sekitar 30 detik (Gagne, 1973:110). Informasi ini dapat hilang, kecuali informasi itu diulangi atau diproses lebih lanjut untuk diteruskan ke memori jangka panjang. Informasi yang diteruskan ke memori jangka panjang

berinteraksi dengan informasi yang telah tersimpan di memori. Pengetahuan sebelumnya sangat mempengaruhi cara menyandikan, membuat informasi dan mengambil informasi (Santrock, 2008:325).

Setelah anak menyandikan atau menyimpan informasi dan merepresentasikannya dalam memori, mereka mungkin mampu mengambil kembali beberapa informasi. Namun, mereka juga melupakan beberapa di antaranya. Interaksi antara informasi baru dengan informasi lama ini dapat memperluas jaringan yang sudah ada atau membentuk jaringan yang lebih kecil dan terisolasi.

Dalam konteks pembelajaran aljabar, informasi baru tersebut diartikan sebagai konsep aljabar yang baru diterima anak ketika mereka mengikuti kegiatan proses belajar mengajar di kelas. Selanjutnya, konsep ini bertindak sebagai stimulus, sehingga perlu direspon dengan cara melakukan interaksi dengan konsep yang tersimpan pada memori jangka panjang. Hasil interaksi ini membentuk konsepsi yang tersimpan pada memori jangka panjang.

Oleh karena konsep aljabar merupakan hal yang baru bagi siswa kelas VII SMP, maka sangat dimungkinkan pada memori jangka panjang mereka tersedia jaringan konsep aljabar yang sangat sederhana. Jaringan konsep ini menyebabkan keterbatasan siswa menyediakan konsep aljabar pada struktur kognitif tempat konsep baru dikaitkan. Keterbatasan ini berpotensi membentuk jaringan konsep yang berbeda dengan jaringan konsep yang diberikan oleh guru sehingga berpotensi menyebabkan salah konsepsi pada siswa.

## 2. Teori Piaget

Menurut teori ini, dalam memahami dan menyerap informasi baru di benaknya, anak menggunakan skema (*scheme*). Skema merupakan kerangka atau konsep yang telah ada dalam pikiran anak yang digunakan untuk mengorganisasikan dan menginterpretasikan informasi itu. Skema bisa merentang mulai dari yang sederhana sampai skema yang kompleks (Santrock, 2008:46). Skema berupa struktur kognitif yang digunakan anak untuk menyesuaikan dengan lingkungan dan mengorganisasikannya. Dengan demikian, penguasaan terhadap suatu skema baru mengindikasikan adanya perubahan di dalam struktur mental anak.

Dalam konteks ini, Piaget mengemukakan suatu pandangan perlunya adaptasi. Adaptasi berkaitan dengan penyesuaian skema yang sudah dimiliki anak ketika berinteraksi dengan lingkungan. Adaptasi terdiri atas dua proses yang berlawanan namun tidak dapat dipisahkan, yakni asimilasi dan akomodasi (Byrnes, 2008:17). Kedua peristiwa itu terjadi secara bersamaan. Asimilasi terjadi ketika anak memasukkan pengetahuan baru ke dalam pengetahuan yang sudah ada. Sebaliknya, akomodasi terjadi ketika anak menyesuaikan diri pada informasi baru. Artinya, anak menyesuaikan skema mereka dengan informasi yang baru diterimanya.

Pada saat asimilasi dan akomodasi bekerja sama untuk menghasilkan perubahan kognitif, terjadi gerakan kuat antara keadaan *ekuilibrium* dan *disekuilibrium* kognitif. *Ekuilibrium* adalah suatu mekanisme yang dikemu-

kakan Piaget untuk menjelaskan bagaimana anak bergerak dari satu tahap pemikiran yang satu ke tahap pemikiran berikutnya. Pergeseran ini terjadi saat anak mengalami konflik kognitif atau *disekuilibrium* dalam memahami konsep baru. Dalam kondisi semacam ini, peristiwa salah konsepsi dapat terjadi, karena terjadi proses penyesuaian struktur konsep dalam struktur kognitif anak yang belum tentu benar.

#### **D. Transisi dari Aritmetika ke Aljabar**

Di sekolah dasar, anak mempelajari aritmetika. Dalam aritmetika dikenal dua operasi *biner* (operasi antara dua bilangan) dasar beserta inversnya: penjumlahan dan pengurangan serta perkalian dan pembagian. Dalam suatu operasi hitung, penjumlahan dan pengurangan dilakukan sesuai urutan bilangan yang dioperasikan. Dikatakan bahwa penjumlahan dan pengurangan “sama kuat.” Demikian pula, perkalian dan pembagian juga “sama kuat,” namun perkalian dan pembagian harus didahulukan atau “lebih kuat” dibandingkan penjumlahan maupun pengurangan.

Selain itu, perpangkatan dan penarikan akar merupakan operasi bilangan terhadap dirinya sendiri (operasi *unar*). Dalam melakukan perhitungan dengan operasi hitung campuran, perpangkatan dan penarikan akar memiliki kekuatan yang sama pula, dan merupakan operasi yang lebih kuat dibandingkan keempat operasi yang disebut sebelumnya.

Selain keenam operasi yang telah disebut, “sepasang tanda kurung” merupakan lambang yang mengingatkan bahwa operasi yang ada di dalamnya harus dilakukan terlebih dahulu, mendahului keenam operasi yang disebutkan di atas. Jika terdapat lebih sepasang tanda kurung, maka yang dioperasikan terlebih dahulu adalah pasangan terdalamnya. Itulah, kesepakatan-kesepakatan (konvensi) yang sering kali dijumpai pada saat guru mengajar aritmetika atau berhitung di sekolah dasar.

Penguasaan tentang kesepakatan-kesepakatan itu merupakan bekal awal anak begitu memasuki jenjang pendidikan di SMP, yaitu masa transisi dari belajar aritmetika ke aljabar (Krismato, 2008:8). Pada aritmetika bilangan disimbolkan dengan angka, sedangkan pada aljabar bilangan disimbolkan dengan angka dan huruf atau simbol lainnya. Menurut Stacey (2009:5), anak yang awal dalam belajar aljabar perlu untuk memahami transisi ini.

Sewaktu anak berada pada masa transisi dari aritmetika ke aljabar ini, mereka akan mengalami kekegetan berpikir. Transisi ini diyakini Warren (2003:125) melibatkan perpindahan dari pengetahuan yang diperlukan untuk memecahkan persamaan aritmetika (operasi yang melibatkan angka atau bilangan) ke pengetahuan yang diperlukan untuk memecahkan persamaan aljabar (operasi yang melibatkan variabel). Transisi dari aritmetika ke aljabar juga membawa perubahan wujud objek kajian dari bilangan ke variabel, persamaan dan sebagainya.

Menurut Kieran (2004:140-141), paling tidak ada lima penyesuaian yang dibutuhkan selama masa transisi ini: (1) fokus pada relasi dan tidak semata-mata pada perhitungan jawaban numerik; (2) fokus pada operasi seperti invers/lawan dan ide terkait, baik yang sedang dikerjakan maupun tidak; (3) fokus pada permasalahan yang disajikan atau dikerjakan; (4) fokus pada bilangan dan huruf/variabel dari pada hanya sekedar pada bilangan semata; dan (5) fokus pada makna tanda “sama dengan.” Dengan berpedoman pada kelima hal di atas, maka anak akan dapat melewati masa transisi itu secara aman.

Saat transisi ini merupakan saat yang sulit bagi anak. Bahkan mereka yang menguasai aritmetikapun, kondisi itu juga masih dirasa sulit karena mereka membutuhkan penyesuaian. Oleh karena itu, ketika anak membangun konsepsi aljabar, seringkali konsepsi itu berbeda dengan konsepsi yang dimiliki guru. Dalam kondisi demikian, rawan terjadi salah konsepsi di kalangan anak. Penyebabnya, konsepsi anak tentang aljabar masih sangat sederhana dibandingkan dengan konsepsi yang dituntut oleh guru.

#### **E. Beberapa Penelitian terkait Salah Konsepsi dalam Aljabar**

Berdasarkan kajian berbagai literatur, permasalahan anak ketika memahami dan mempelajari aljabar, yang berakibat terjadinya salah konsepsi dapat dikategorikan menjadi 4 kelompok. Keempatnya adalah: (1) salah konsepsi dalam memahami variabel; (2) salah konsepsi memahami makna tanda sama dengan atau “=” dan persamaan; (3) salah konsepsi dalam

menyederhanakan bentuk aljabar (*expression*); dan (4) salah konsepsi dalam memahami kesamaan.

### **1. Salah Konsepsi dalam Memahami Variabel**

Variabel memainkan peran penting dalam pembelajaran aljabar. Namun, sering kali siswa mengalami kesalahan di dalam mengonstruksi makna simbol variabel (Yetkin, 2003:5-7). Menurut Malisani & Spagnolo (2009:20), konsep variabel merupakan konsep yang kompleks, karena sering kali konsep variabel memiliki makna berbeda bila berada pada konteks berbeda. Variabel biasanya dinyatakan dalam bentuk simbol tertentu.

Salah konsepsi dalam memahami dan mengonstruksi makna simbol variabel terjadi bila yang ditunjuk oleh simbol dengan simbolnya terjadi hubungan yang tidak tepat. Sebagai contoh, simbol  $\frac{a}{b}$  dapat merujuk pada hubungan antara dua kuantitas “perbandingan atau rasio” pada bilangan rasional. Namun, simbol tersebut juga dapat digunakan untuk merujuk kepada operasi.

Untuk memahami simbol, siswa perlu mempelajari makna simbol yang tergantung kepada konteks masalah yang diberikan. Oleh karena itu, para siswa harus disediakan beragam benda-benda yang cocok untuk menggambarkan simbol dan mereka juga harus menyadari bahwa makna simbol tersebut dapat berbeda pada konteks yang berbeda. Sering pula terjadi salah konsepsi dalam menginterpretasikan simbol karena kurangnya pemahaman siswa atas

kesepakatan-kesepakatan atau konvensi (Krismanto, 2008:13). Misalnya,  $5 + 5 = 2 \times 5 = 10$ , tetapi mengapa  $p + p$  hanya ditulis  $2p$ , tidak selalu ditulis  $2 \times p$ . Jika  $34$  berarti  $30 + 4$ , mengapa  $3p$  mempunyai makna lain?

Salah konsepsi pada simbol, mungkin juga disebabkan karena anak tidak memahami simbol sebagai sebuah label. Clement (1982) menemukan bahwa di kalangan mahasiswa juga masih banyak yang mengalami salah konsepsi dalam menggunakan pernyataan aljabar untuk memodelkan permasalahan. Ketika ia memberikan problem berikut ke mahasiswa: “Sebuah universitas memiliki mahasiswa sebanyak 6 kali banyaknya professor. Bila  $M$  menunjukkan banyaknya mahasiswa dan  $P$  menunjukkan banyaknya professor, maka tulislah persamaan yang mengaitkan hubungan antara  $M$  dan  $P$ !” Clement menemukan sebanyak 37% mahasiswa tahun pertama jurusan teknik mesin dan 57% mahasiswa jurusan sosial sains menjawabnya  $6M = P$ . Padahal jawaban seharusnya adalah  $M = 6P$ . Salah konsepsi semacam ini akibat ketidakpahaman mahasiswa memahami variabel sebagai label. Jadi, beberapa mahasiswa tidak memahami bahwa  $M$  mewakili “mahasiswa” dan  $P$  mewakili “professor.”

Salah konsepsi lainnya terkait variabel adalah adanya anggapan bahwa lambang berbeda selalu memiliki makna yang berbeda (Stephens, 2005). Sebagai contoh, banyak anak berpikir  $h + m + n = h + p + n$  tidak pernah bernilai benar karena dalam pikiran mereka nilai  $m$  selalu berbeda dengan  $n$ . Padahal, dalam kasus tertentu  $m$  dapat mengambil nilai yang sama dengan  $n$ .

## **2. Salah Konsepsi dalam Memahami Makna Tanda “Sama dengan”**

Berbagai penelitian telah dilakukan untuk mengkaji salah konsepsi anak dalam memahami tanda “sama dengan.” Umumnya mereka memiliki kesimpulan sama bahwa kebanyakan anak salah memahami tanda “sama dengan” dilihat sebagai penanda jawaban atau hasil dari operasi matematika (Falkner et al., 1999; Rittle-Johnson & Alibali, 1999). Penelitian lain juga menunjukkan bahwa pemahaman anak tentang berbagai macam penggunaan tanda “sama dengan” lemah dan terbatas (Wagner & Kieran, 1989).

Temuan Falkner et al. (1999) juga menegaskan bahwa anak salah dalam memahami konsep “sama dengan” ketika anak kelas VII diminta mengisi titik-titik pada kesamaan “ $8 + 4 = \dots + 5$ .” Mereka umumnya mengalami kesalahan ketika mengisinya dengan bilangan 12 atau 17. Jawaban ini secara tegas menunjukkan bahwa anak memiliki pemahaman yang parsial tentang kesamaan dan tanda “sama dengan.”

Pemahaman yang benar tentang tanda “sama dengan” merupakan dasar dalam pembelajaran aljabar karena hal itu akan mempengaruhi dan mendasari konsep lainnya, seperti persamaan. McNeil and Alibali (2005) menemukan bahwa kemampuan anak dalam mengoperasikan tanda “sama dengan” sangatlah erat kaitannya dengan kemampuan mereka dalam menyelesaikan persamaan.

Kieran (1992:398-399) menyatakan bahwa salah satu persyaratan yang diperlukan untuk menginterpretasikan persamaan adalah konsep simetris dan

transitif, yang merujuk pada ekivalensi ruas kiri-kanan tanda “sama dengan.” Bagi anak yang awal mempelajari aljabar, biasanya dalam pikiran mereka sekedar mengoperasikan bilangan yang ada pada masing-masing ruas tanpa memahami simbol ekivalensi ruas kiri dan kanan. Mereka berpikir bahwa ruas kanan merupakan jawab dari kesamaan seperti pada kasus  $4 + 3 = 7$ . Bagi anak yang sudah berpengalaman dalam belajar aljabar, mereka melihat tanda “sama dengan” sebagai sebuah simbol pemisah ruas kiri dan kanan serta tidak hanya sekedar tanda ekivalensi antara ruas kiri dan kanan. Kieran juga berpendapat, walaupun anak telah menerima pembelajaran yang benar tentang tanda “sama dengan,” mereka masih mungkin memiliki salah konsepsi dalam memahami tanda “sama dengan.”

Lebih lanjut Kieran menemukan bahwa salah konsepsi terkait dengan tanda “sama dengan” juga masih muncul di tingkat mahasiswa. Pemahaman mahasiswa masih lemah dalam memaknai tanda “sama dengan,” walaupun mereka berhasil menyelesaikan berbagai jenis persamaan linear.

### **3. Salah Konsepsi dalam Menyederhanakan Bentuk Aljabar**

Simbol, baik berupa angka maupun huruf melambangkan suatu bilangan. Bilangan dapat dikenai operasi: penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, perpangkatan maupun penarikan akar. Oleh karena itu, lambang operasi hitung dapat dikenakan pada konstanta maupun variabel.

Semua konstanta dan variabel atau gabungannya menyatakan suatu bentuk aljabar. Seperti halnya bilangan, bentuk aljabar dapat juga dilakukan penjumlahan, pengurangan, perkalian, maupun pembagian. Dengan penjumlahan muncul pengertian suku-suku, sedangkan melalui perkalian muncul pengertian faktor yang merupakan unsur dari perkalian tersebut (Krismanto, 2008:15).

Beberapa penelitian telah mendokumentasikan salah konsepsi anak dalam menyederhanakan bentuk aljabar (Kieran, 1992:398). Salah satu contoh, salah konsepsi yang seringkali dialami anak dalam menyederhanakan bentuk aljabar  $39x - 4$  menjadi  $35x$  atau menyederhanakan bentuk  $2yz - 2y$  menjadi  $z$ . Salah konsepsi lainnya adalah menata urutan dalam penyederhanaan bentuk aljabar. Anak yang awal dalam belajar aljabar masih belum melakukan kesalahan ketika diminta menyederhanakan  $2a + a + 15$  menjadi  $3a + 15$ . Akan tetapi mereka mulai bingung ketika diminta menyederhanakan bentuk  $a + a + a \times 2$ , dan banyak di antara mereka menyederhanakan menjadi  $3a \times 2$ .

#### **4. Salah Konsepsi dalam Memahami Kesamaan**

Di sekolah dasar, anak diajar hal-hal berkaitan dengan lambang kesamaan. Pada waktu mempelajari konsep aljabar, anak mentransfer pemahamannya tentang lambang kesamaan dan menginterpretasikannya sebagai penghubung antara dua ruas suatu persamaan. Misalnya, anak yang mengalami salah konsepsi tentang kesamaan akan kesulitan dengan pernyataan

seperti  $7 = 3 + 4$  atau  $5 = 5$ , karena kesamaan ini tidak melibatkan problem pada ruas kiri dan jawaban di ruas kanan.

Anak yang mengalami salah konsepsi semacam ini cenderung mengalami kesulitan dengan ide menambah atau mengurangi besaran yang sama pada kedua ruas sebuah persamaan. Norton & Cooper (tt., 198) berpendapat bahwa kesulitan dalam kesamaan akan mempengaruhi anak dalam menyelesaikan persamaan.

#### **F. Tes Diagnostik**

Kata “diagnosis” berasal dari bahasa Yunani, dari kata “*diagignóskein*.” Secara harfiah, kata itu menurut Rupp et al. (2010:1) memiliki makna: untuk mengetahui secara tepat (*to know precisely*), untuk memutuskan (*to decide*), dan untuk sependapat (*to agree upon*). Yang & Embretson (2007:124) mengartikan diagnosis ke dalam tiga aspek: deskripsi tentang karakteristik sesuatu atau fenomena, mengidentifikasi sifat dari sesuatu atau penyebab dari fenomena, dan keputusan atau kesimpulan yang dibuat melalui deskripsi atau analisis. Berdasarkan dua pengertian itu, diagnosis berarti suatu tindakan menganalisis suatu permasalahan, mengidentifikasi penyebabnya secara tepat untuk tujuan pengambilan keputusan, dan hasil keputusan tersebut dilaporkan dalam bentuk deskriptif.

Diagnosis juga dipengaruhi oleh pemikiran seorang evaluator sekaligus filosof bernama Schriren (Gierl et al., 2007:243). Schriren berpendapat bahwa:

*The process of determining the nature of an affliction, of putative symptom of disorder, or poor performance, and/or the report resulting from the process. This may or may not happen to involve identification of the cause of the condition, but it always involves classifying the condition in terms of an accepted typology of afflictions or malfunctions, hence the terms it uses are evaluative. Diagnosis is not a primary type of evaluation; it presupposes that a true evaluation-such as the annual check-up has already occurred, and has led to the conclusion that something is wrong. The task of diagnosis is classificatory.*

Ada tiga aspek yang dapat dicatat dari pernyataan Scriven di atas.

*Pertama*, diagnosis mencakup proses menentukan sifat kemampuan (*performance*) seorang anak dan melaporkan dari proses itu. Dengan cara sama, tes diagnostik digambarkan sebagai suatu proses di mana hasil tes memberikan informasi tentang kemampuan kognitif peserta tes dan hasil evaluasi tersebut dilaporkan. Pendekatan ini dalam konteks pengujian menekankan interaksi antara proses mental dan strategi yang digunakan peserta tes dalam menjawab item. Kesimpulan skor tes dalam tes diagnostik harus mudah dipahami dan bermanfaat dalam mengevaluasi kemampuan peserta tes, karena item dirancang untuk mengukur kemampuan, proses dan strategi yang digunakan peserta tes.

*Kedua*, proses diagnosis harus memungkinkan untuk mengklasifikasikan kemampuan kognitif peserta tes dengan menggunakan sistem pelaporan yang mudah diterima. Untuk itu, hasil tes diagnostik harus mampu mendeskripsikan pola pikir peserta tes dengan menggunakan bahasa yang mudah dipahami. Selain itu, hasil tes diagnostik juga harus memberikan informasi tentang

kendala-kendala yang dialami peserta tes dalam menyelesaikan item yang dapat dilaporkan kepada siswa, guru, orang tua, dan seluruh komponen stakeholder.

*Ketiga*, diagnosis merupakan bagian dari suatu proses pembelajaran yang lebih besar, dengan tujuan utama mengidentifikasi permasalahan pembelajaran dan membantu mengatasi permasalahan pembelajaran. Tes diagnostik yang efektif harus terintegrasi dengan baik dalam lingkungan pembelajaran, dan dikembangkan untuk membantu guru memahami bagaimana siswa berpikir dan menyelesaikan masalah. Dengan demikian, skor yang didapatkan dari tes diagnostik harus dipandang sebagai sumber informasi yang dapat dipadu dengan sumber informasi lain tentang peserta tes (seperti tugas-tugas rumah, tes sehari-hari atau yang lainnya) untuk membuat keputusan pembelajaran.

Depdiknas (2007:2) memaknai tes diagnostik sebagai tes yang dapat digunakan untuk mengetahui kelemahan dan kekuatan siswa. Dengan demikian, hasil tes dapat digunakan sebagai dasar memberikan tindak lanjut berupa perlakuan yang tepat dan sesuai dengan kelemahan yang dimiliki siswa. Mengacu dua pengertian terakhir, maka tes diagnostik memiliki dua fungsi utama, yaitu: mengidentifikasi masalah atau kesalahan yang dialami siswa dan merencanakan tindak lanjut berupa upaya-upaya pemecahan sesuai masalah atau kesalahan yang telah teridentifikasi.

## 1. Karakteristik Tes Diagnostik

Tes diagnostik memiliki beberapa karakteristik: (a) dirancang untuk mendeteksi kelemahan belajar siswa, karena itu format dan respons yang dijangkau harus didesain memiliki fungsi diagnostik; (b) dikembangkan berdasarkan analisis terhadap sumber-sumber kesalahan yang mungkin menjadi penyebab munculnya masalah siswa; (c) menggunakan soal-soal bentuk *constructed response* (bentuk uraian atau jawaban singkat), sehingga mampu menangkap informasi secara lengkap. Dalam kondisi tertentu dapat menggunakan bentuk *selected response* (misalnya bentuk pilihan ganda), namun harus disertakan penjelasan mengapa peserta tes memilih jawaban tertentu. Dengan demikian, dapat meminimalisir jawaban terkaan dan dapat ditentukan tipe kesalahan atau masalahnya; dan (d) disertai rancangan tindak lanjut yang sesuai dengan kesulitan yang teridentifikasi (Depdiknas, 2007:3).

Menurut Corter (1995:305-306), tes diagnostik memiliki karakteristik berbeda dengan tes prestasi belajar. Tes diagnostik dirancang untuk menilai penguasaan dan kemampuan siswa secara spesifik. Sementara itu, sub-sub kemampuan yang harus dikuasai siswa bersifat diskret, yakni menguasai seluruhnya atau tidak menguasai sama sekali. Namun, tes diagnostik dapat juga digunakan untuk menilai prestasi siswa.

Hasil tes diagnostik dapat digunakan untuk melakukan intervensi yang efektif kepada siswa secara individual atau kelas, dalam upaya mengevaluasi proses pembelajaran. Tes diagnostik tidak hanya memberikan informasi berupa

angka sebagai indikator kemampuan siswa, namun juga mendeskripsikan penguasaan siswa pada sub kemampuan tertentu.

Lebih lanjut diuraikan beberapa karakteristik dari tes diagnostik yang membedakan dengan tes prestasi belajar. Karakteristik-karakteristik itu adalah terdapat saling keterkaitan antar sub kemampuan, seperti sub kemampuan B tidak dapat dikuasai dengan baik sebelum menguasai sub kemampuan A, atau prosedur Y tidak dapat digunakan menyelesaikan masalah sebelum prosedur X diaplikasikan secara lengkap. Tabel 1 merangkum beberapa karakteristik yang membedakan tes diagnostik dengan tes prestasi belajar.

Tabel 1  
Karakteristik Tes Diagnostik dan Tes Prestasi

No.	Tes Diagnostik	Tes Prestasi Belajar
1.	Mengukur atribut yang sangat spesifik	Mengukur kemampuan yang sangat luas
2.	Level kemampuan bersifat diskret, seperti “menguasai semuanya atau tidak menguasai sama sekali.”	Level kemampuan diasumsikan berubah-ubah secara kontinyu.
3.	Terdapat saling ketergantungan secara logis antar sub kemampuan	-
4.	Skor per item dan skor tes kurang diperlukan	Skor per item dan skor tes sangat penting dan diperhatikan

Gorin (2007:174) menambahkan bahwa tes diagnostik harus dapat mengestimasi kemampuan seorang peserta tes. Informasi spesifik harus didapatkan dari jawaban siswa sehingga dapat mengidentifikasi kelemahan atau ketidakkonsistenan pola pikir mereka. Dengan demikian, dapat memberikan potret yang utuh tentang kemampuan siswa. Artinya, informasi harus

didapatkan berdasarkan jawaban yang diberikan siswa. Tes diagnostik juga harus mampu membedakan antara kemampuan yang telah dikuasai seorang siswa dan kemampuan yang masih harus dipelajari.

Berbagai pendapat di atas, menandakan bahwa tes diagnostik memiliki beberapa karakteristik berikut. *Pertama*, tes diagnostik tidak hanya memberikan informasi berupa angka sebagai indikator kemampuan siswa, namun juga mendeskripsikan penguasaan siswa pada sub kemampuan tertentu. Dengan demikian, tes diagnostik juga harus mampu membedakan antara kemampuan yang telah dikuasai oleh seorang siswa dan kemampuan yang masih harus dipelajari. *Kedua*, tes diagnostik harus mampu memberikan informasi spesifik berdasarkan jawaban yang didapatkan dari siswa, sehingga dapat diidentifikasi kelemahan atau ketidakkonsistenan pola pikirnya. Dengan demikian, dapat memberikan potret yang utuh tentang kemampuan siswa. Artinya, informasi harus didapatkan berdasarkan jawaban yang diberikan siswa. Informasi tersebut, dalam tes diagnostik disajikan dalam bentuk umpan balik (*feedback*).

## **2. Umpan Balik Hasil Tes Diagnostik**

Umpan balik, menurut Karpinski (2010:29-30) merupakan bentuk komunikasi antara guru dan siswa, dengan maksud memberikan informasi tentang kemampuan siswa. Ia mengaitkan umpan balik dengan penilaian formatif, dan mengidentifikasi beberapa hal penting berikut: (a) semua

penilaian formatif menggunakan umpan balik sebagai bentuk komunikasi atau interaksi antara guru dan siswa; (b) keberhasilan interaksi tersebut memiliki dampak langsung pada proses pembelajaran; dan (c) umpan balik akan efektif bila dilakukan secara objektif bukan subjektif.

Robert & Gierl (2010:26) menaruh perhatian khusus terhadap umpan balik dalam konteks tes diagnostik. Menurut mereka, umpan balik seharusnya berisi deskripsi kemampuan dan konsep-konsep yang telah dipelajari siswa. Informasi tersebut secara mendasar berbeda dengan informasi yang lazimnya dilaporkan pada tes prestasi belajar biasa (seperti banyaknya skor yang benar). Hal terpenting, guru harus melaporkan dan menyajikan informasi dari hasil tes diagnostik. Oleh karena itu, tantangan dalam membuat laporan hasil tes diagnostik terletak pada bagaimana mengintegrasikan informasi itu secara substantif dan teknik penyajian sehingga sesuai dengan kaidah psikologis.

Standar pendidikan dan pengujian psikologi Amerika terdiri dari asosiasi peneliti pendidikan (*American Educational Research Association*), asosiasi psikolog (*American Psychological Association*), dan *National Council on Measurement Education*, pada 1999 membuat rambu-rambu dalam melaporkan hasil tes diagnostik. Rambu-rambu itu adalah ketika informasi hasil tes disampaikan ke siswa, guru, orang tua, klien, atau media, maka penanggung jawab program pengujian harus memberikan interpretasi yang tepat. Interpretasi harus dideskripsikan secara sederhana, berupa berapa kisaran skor tes, berapa rata-rata skor, dan bagaimana skor itu digunakan.

Robert & Gierl (2010:28) berpendapat bahwa laporan hasil tes, melibatkan komunikasi informasi data kuantitatif seperti skor tes dan kesalahan pengukuran. Jenis informasi tersebut dapat disajikan secara naratif atau visual dengan menggunakan tabel atau grafik. Penelitian yang dilakukan oleh Goodman & Hambleton (2004) menemukan sejumlah kelemahan dalam membuat laporan hasil tes diagnostik dari siswa yang disajikan dalam bentuk narasi, angka dan grafik. Mereka mengidentifikasi sejumlah kelemahan berikut: (1) laporan yang dibuat terlalu banyak informasi, namun mengabaikan pentingnya sekumpulan informasi tertentu seperti tujuan tes dan informasi tentang cara menggunakan hasil tes; (2) informasi tentang kecermatan (*precision*) skor tes tidak disajikan; (3) masih banyak menggunakan istilah-istilah statistik; (4) kata-kata kunci tidak selalu didefinisikan, sehingga mengundang interpretasi yang tidak tepat; dan (5) adanya keinginan melaporkan sejumlah besar informasi pada ruang yang sangat terbatas sehingga memberikan dampak pada rendahnya keterbacaan atau menimbulkan kesulitan dalam membaca laporan itu.

Sementara itu, penyajian laporan hasil tes berupa umpan balik dapat dilakukan dengan berbagai cara, satu di antaranya dapat dilakukan dengan bantuan komputer. Ada beberapa keuntungan menggunakan komputer dalam pembuatan umpan balik. *Pertama*, dengan komputer pengolahan hasil dapat dilakukan dengan cepat, begitu pula penyajian informasi hasil pengujian. Penyekoran juga dapat dilakukan secara otomatis. *Kedua*, dengan komputer

kemampuan tampilan umpan balik dapat dibuat lebih baik. Teks, gambar, atau grafik dapat ditampilkan dengan baik. Walaupun *paper and pencil test* dapat juga menampilkan teks, gambar atau grafik, namun masih kurang interaktif dan menarik dibandingkan dengan komputer (Parshall, 2010:224). Dapat juga ditambahkan animasi, gerakan atau hal-hal lainnya yang dapat memperindah tampilan umpan balik yang akan disajikan atau dilaporkan. *Ketiga*, profil diagnostik peserta tes secara mudah dapat dikonstruksi (McGlohen & Chang, 2008:808).

Dengan memperhatikan berbagai keuntungan penggunaan komputer di atas, maka penelitian ini menggunakan komputer untuk menyajikan umpan balik. Penggunaan komputer itu diwujudkan dalam bentuk *computer based testing* (CBT). Tentu saja, penyajian umpan balik yang disajikan melalui komputer juga akan mempertimbangkan kaidah-kaidah yang disarankan oleh para ahli. Dengan demikian, umpan balik yang dihasilkan penelitian ini dapat diterima dengan cepat oleh siswa maupun guru, serta mudah dipahaminya.

#### **G. Bentuk Tes Diagnostik**

Hal penting terkait dengan pengembangan tes diagnostik adalah bagaimana bentuk tes itu dibuat sehingga efektif diimplementasikan di lapangan. Bentuk tes yang dikonstruksi untuk tujuan diagnostik dapat berupa tes uraian atau pertanyaan terbuka (*open-ended*), tes kecepatan (*speed test*) yang mengukur lamanya menjawab serta bentuk pilihan ganda (*multiple choice*).

Menurut Kato (2009:16), bentuk pilihan ganda lebih tepat digunakan dalam konteks diagnostik bila tes ini digunakan dalam skala yang lebih luas.

Memang diakui bentuk pilihan ganda umumnya hanya mampu mengukur tingkat kognitif rendah (seperti kemampuan mengingat fakta saja). Penyebabnya adalah dalam mengkonstruksi item pilihan ganda tanpa mempertimbangkan aspek alasan anak ketika mereka memilih jawaban yang salah atau pengecoh (Briggs et al., 2006:34). Penggunaan item pilihan ganda sebenarnya juga mendapatkan banyak kritik karena tidak mampu mengukur proses penalaran anak dan bahkan memfasilitasi mereka melakukan terkaan dalam menjawab.

Namun, menurut Osterlind (1998:163) bentuk item pilihan ganda memiliki potensi membuka proses berpikir tingkat tinggi dan dapat memberikan informasi diagnostik bila item itu dikonstruksi secara hati-hati. Oleh karena itu, perlu dibuat berbeda antar pengecoh pada item pilihan ganda. Dengan demikian, pengecoh yang dibuat dapat memberikan informasi dan kesimpulan tentang apa yang dikuasai dan belum dikuasai anak. Ciofalo & Wylie (2006) menyatakan bahwa pengecoh pada item diagnostik seharusnya tidak hanya memberikan informasi tentang pemahaman anak yang kurang pada suatu materi tertentu. Namun, pengecoh juga harus mampu memberikan informasi khusus tentang apa yang tidak dipahami anak atau salah konsepsi yang mungkin mereka lakukan. Jadi, pengecoh harus dibuat dengan mengacu pada kesalahan yang umumnya dilakukan anak.

Bentuk pilihan ganda dapat dibuat seperti itu dan memiliki kelebihan karena fleksibilitasnya dalam mengakomodasi lebih banyak materi serta hasil tes lebih valid (Osterlind, 1998). Bentuk pilihan ganda juga lebih menghemat waktu dan biaya dalam proses pengadministrasian dan penskoran, serta memiliki tingkat objektivitas maupun reliabilitasnya yang lebih tinggi dibandingkan dengan bentuk uraian (Briggs et al., 2006). Dengan pertimbangan tersebut, maka bentuk tes diagnostik yang dikembangkan dalam penelitian berupa pilihan ganda. Penggunaan bentuk item pilihan ganda dalam konteks model DINA, juga telah dilakukan oleh de la Torre (2009) diberi nama MC-DINA atau "*Multiple Choice DINA*."

#### **H. Model Diagnostik *Latent Class***

Kajian-kajian mutakhir mengelompokkan berbagai pandangan tentang psikologi belajar dalam suatu kontinum, mulai dari teori empiris yang berlandaskan psikologi behavioristik hingga teori rasionalis yang berdasarkan psikologi kognitif. Empirisme menekankan pada pengaruh eksternal yaitu pengalaman anak dan bukan faktor-faktor internal sebagai faktor utama pendorong belajar. Empirisme juga lebih mendasarkan pada perilaku yang dapat diobservasi, seperti guru memberi pujian, teguran, senyum, marah dan anak mengganggu teman lainnya (Santrock, 2008:284). Teori ini berasumsi bahwa suatu perilaku dapat dijelaskan dari jenis stimulus yang diberikan (*stimulus response bond*). Oleh karena itu, untuk memunculkan suatu perilaku

yang diinginkan secara konsisten yang disebut kebiasaan (*habit formation*), diperlukan adanya suatu proses pengkondisian (*conditioning*) (Marhaeni, 2005:15).

Sebagai reaksi terhadap teori behavioris muncul teori rasionalis yang berdasarkan psikologi kognitif. Teori rasionalis mengatakan bahwa manusia memiliki kapasitas atau kemampuan internal (*innate capacity*). Menurut teori ini, pikiran, perasaan dan motivasi merupakan hal penting dalam proses pembelajaran, walaupun kesemuanya tidak dapat diamati. Proses mental seperti pemahaman anak tentang konsep atau konsepsi, perasaan senang terhadap guru dan motivasi anak akan mengontrol perilaku dan hasil belajarnya (Santrok, 2008:266). Penekanan kognitif seperti ini akhirnya menjadi basis bagi banyak pendekatan dalam pembelajaran dewasa ini.

Deskripsi pada paragraph terakhir menunjukkan bahwa ada dua variabel yang terlibat ketika berada dalam wilayah psikologi kognitif yakni variabel manifes dan variabel laten. Sesuai dengan namanya “manifes” berarti variabel ini keberadaannya dapat diketahui secara kasat mata (tampak), dan besaran kuantitatifnya dapat diketahui secara langsung, seperti skor hasil tes. Variabel kedua adalah variabel laten yakni variabel yang nilai kuantitatifnya tidak dapat dilihat secara kasat mata (Jahja Umar, 2011:281), seperti pemahaman anak atau motivasinya. Dalam konteks pengukuran, variabel inilah yang sebenarnya diukur atau dicari.

Pada 1950, Lazarsfeld mengenalkan suatu model yang mengaitkan variabel manifes dan variabel laten (Goodman, 2002:27). Pengelompokkan kemampuan seseorang yang melibatkan variabel laten inilah disebut *latent class*. *Latent class* merupakan hasil pengelompokkan atau pemartisian sebuah populasi yang heterogen ke dalam sejumlah sub populasi yang homogen. Menurut Croon (2002:137), masing-masing anak memiliki satu dari *latent class* itu, dan anak yang memiliki kelas sama akan memiliki karakteristik yang mirip dalam merespon variabel manifes.

Prinsip penting yang mendasari model *latent class* adalah *local independence*. Artinya, anggota *latent class* dan jawaban seorang peserta tes pada suatu item bersifat independen secara statistik. Asumsi ini penting untuk menjamin homogenitas peserta tes dalam satu kelas. Dengan demikian, anggota *latent class* dianggap ekuivalen kemampuannya dalam menjawab suatu item.

Saat ini beragam model probabilistik *latent class* telah dikembangkan untuk tujuan diagnostik. Menurut Bolt (1999:18), model probabilistik *latent class* secara garis besar diklasifikasikan dalam dua kelompok: model *latent class* diskret dan model *latent class* kombinasi diskret dan kontinyu. Oleh karena itu, sub bagian ini akan menguraikan kedua model *latent class* tersebut, dengan pembahasan lebih difokuskan pada model *latent class* kedua.

## 1. Model *Latent Class* Diskret

Model *latent class* diskret mampu menyajikan secara langsung status peserta tes ke dalam menguasai (*mastery*) atau tidak menguasai (*non mastery*) (Bolt, 1999:8). Representasi secara diskret tentang penguasaan seorang peserta tes tersebut sejalan dengan saran para ahli psikologi kognitif. Oleh karena itu, dalam perspektif penguasaan (*mastery*), item-item dalam tes diagnostik perlu disusun dalam urutan yang hierarkis, di mana menguasai materi yang satu merupakan prasyarat untuk menguasai materi selanjutnya.

Model *latent class* diskret dipelopori oleh Tatsuoka, dengan teorinya yang dikenal dengan teori matriks Q. Berdasarkan teori matriks Q, Tatsuoka mengembangkan sebuah model *rule space*. Bolt (1999:18-22) menyebutkan bahwa ada dua model yang termasuk dalam kelompok ini. Kedua model itu adalah: (a) model kemampuan biner (*binary skill model*) yang dikembangkan oleh Haertel; dan (b) model Hybrid dikembangkan oleh Yamamoto. Kedua model juga memiliki kaidah yang hampir sama dengan model *rule space*, karena keduanya mengacu pada matriks Q semata. Oleh karena itu, pembahasan pada sub bagian ini difokuskan pada model *rule space*.

Model *rule space* dikembangkan untuk mengurangi kesulitan yang muncul akibat pengklasifikasian proses kognitif seseorang yang tidak dapat diobservasi (*unobservable*). Caranya dengan membuat hubungan antara item dengan atribut yang diukur (Kim, 2004:20) dalam bentuk matriks. Secara

prinsip, ada dua bagian dari model *rule space* yaitu teori matriks Q dan *rule space*.

Teori matriks Q berupaya menentukan proses kognitif yang terjadi (tak dapat diamati), dan mengubahnya ke dalam bentuk pola jawaban berupa skor (dapat diamati). Hal itu dilakukan dengan membuat hubungan antara item dengan atribut. Atribut-atribut tersebut bisa dikuasai atau tidak dikuasai oleh anak, dan menurut Tatsuoka (1995) digambarkan oleh sebuah vektor atribut.

Bagian kedua model *rule space* adalah pengklasifikasian ruang (*space*), yang dinamakan *rule space*. Ruang tersebut didesain untuk membuat kategorisasi jawaban anak ke dalam satu dari proses kognitif yang telah ditetapkan pada matriks Q. Sebuah “*rule space*” memuat sekumpulan jawaban anak. Jawaban itu dikaitkan dengan proses kognitif tertentu. Penggunaan vektor atribut “menguasai” atau “tidak menguasai” (dikode secara dikotomi), merupakan prosedur untuk mengklasifikasikan anak tersebut (Kim, 2004:21).

Matriks Q yang terbentuk, dianggap sebagai “pola respon ideal.” Pola respon ideal didapat melalui kombinasi hipotetik tertentu “menguasai atau tidak menguasai” atribut. Selanjutnya, pola respon anak dan pola respon ideal dibandingkan untuk melihat ada tidaknya perbedaan. Perbedaan antara dua respon ini digunakan sebagai dasar mengklasifikasikan anak (Kim, 2004:21). Bila seorang anak telah menguasai seluruh atribut pada item tertentu, maka anak itu dianggap mampu menjawab item yang bersangkutan secara benar.

Sebaliknya, bila seorang anak yang tidak menguasai sebagian dari atribut yang dipersyaratkan, maka anak tersebut diasumsikan menjawab salah suatu item.

Walaupun model *rule space* menjadi dasar bagi teori-teori diagnosis *latent class*, namun model *rule space* kurang dapat diterima secara meluas. Dalam dunia praktis, anak tidak mungkin berperilaku secara tepat sesuai dengan teori yang tercermin dalam matrik Q. Oleh karena itu, menurut DiBello et al. (1995:366) model *rule space* belum mampu menghasilkan cara praktis dalam memodelkan dan mengukur aspek kognitif anak.

Bolt (1999:26) juga mencatat beberapa kelemahan model *latent class* diskret. Kelemahan itu tidak hanya tertuju pada model *rule space* semata, namun juga berlaku pada model kemampuan biner (*binary skill model*) dan model Hybrid. *Pertama*, walaupun model *latent class* diskret sangat menarik dalam menyajikan kemampuan yang dimodelkan dalam bentuk diskret, namun masih memerlukan estimasi banyak parameter (bila diberikan sejumlah besar kelas atau kelompok). Artinya, model *latent class* diskret tidak praktis untuk menyajikan kemampuan secara diskret. Bolt memberi contoh, pada analisis *rule space* dari Tatsuoka untuk tes *Scholastic Achievement Test* (SAT), 14 atribut yang didefinisikan menghasilkan 16,384 *latent class* yang berkorespondensi dengan pola menguasai atau tidak menguasai. Di pihak lain, menggunakan jumlah kelas yang lebih sedikit berdampak pada heterogenitas di dalam kelas, sehingga kurang tepat bila dianggap sebagai diskret. *Kedua*, bila model *latent class* tepat untuk algoritma yang sederhana, maka model tersebut kurang tepat

untuk kemampuan yang kompleks, yakni kemampuan yang memerlukan pengintegrasian sejumlah pengetahuan dan melibatkan kemampuan berpikir tingkat tinggi. Dengan adanya sejumlah kelemahan model *latent class* diskret di atas, maka dikembangkan model *latent class* yang berupaya memadukan dengan *latent class* kontinyu.

## **2. Model *Latent Class* Kombinasi Diskret dan Kontinyu**

Setelah mencermati kelemahan yang ada pada model *latent class* diskret murni, para ahli psikometri berupaya mengatasinya dengan memanfaatkan komputer untuk kegiatan simulasi. Simulasi digunakan untuk mengestimasi parameter (parameter item maupun parameter peserta tes). Beberapa model yang termasuk kelompok ini, di antaranya *unified model* dan metode ruang kompetensi (*competency space methods*) (Bolt, 1999:27). Model lain yang memiliki kesamaan karakteristik dengan kedua model tersebut adalah model non-kompensatori dan model kompensatori (Henson et al., 2009:196). Kesamaan karakteristik yang dimaksud adalah penggunaan *software* komputer untuk mengestimasi parameter.

### **a. *Unified Model***

Model ini berupaya menyajikan kemampuan seseorang sebagai kombinasi antara variabel-variabel yang dapat dijelaskan secara diskret maupun kontinyu. Model ini juga memasukan parameter untuk menentukan pola jawaban yang diberikan oleh anak yang tidak konsisten dengan pola jawaban

ideal, yang tercermin dalam matriks Q (DiBello et al., 1995). Model ini memiliki beberapa perbedaan dengan model sebelumnya, yaitu: (1) kemampuannya menjelaskan mengapa pola jawaban peserta tes menyimpang dari pola jawaban ideal; (2) penyimpangan dari pola jawaban ideal mungkin tidak acak, dan melibatkan suatu variabel tambahan yang kontinu; dan (3) peserta tes diklasifikasikan ke dalam *latent class* (didefinisikan melalui atribut yang dikuasainya) dan kemampuan residual yang kontinu dinamakan *eta* ( $\eta$ ). Kemampuan ini digunakan untuk merepresentasikan kemampuan peserta tes berkaitan dengan komponen yang tidak termasuk dalam matriks Q.

*Unified model* berupaya menjembatani aspek psikometri dan kognitif, karena model ini berupaya menggabungkan model struktural laten di mana setiap peserta tes dikelompokkan melalui vektor atribut laten diskret dan kemampuan laten residual yang kontinu. Jadi, *unified model* menjembatani antara pengetahuan kognitif yang diskret dan kemampuan berpikir tingkat tinggi yang kontinu.

#### **b. Model Ruang Kompetensi**

Model ruang kompetensi (*competency space approach*) telah membedakan antara komponen kemampuan yang berkorespondensi dengan penguasaan atribut dan kemampuan yang berkorespondensi dengan unsur-unsur lain. Sebagai contoh, proses berpikir tingkat tinggi seperti kreativitas, mungkin sangat tepat bila dimodelkan secara kontinu.

Menurut Samejima (1995:395) perkembangan intelektual seseorang, semakin lama akan mencapai kematangan dan mulai menggunakan proses berpikir tingkat tinggi. Pada konteks ini, tidak hanya penguasaan atribut yang dipentingkan, namun menempatkan kemampuan dan atribut secara bersama-sama merupakan hal yang lebih penting. Dengan demikian, bila membahas proses mental tingkat tinggi, kurang bermakna bila hanya mengaitkannya dengan atribut semata-mata (walaupun komponen atribut diperlukan dalam proses berpikir tingkat tinggi).

Pendekatan ini memandang atribut sebagai sesuatu yang harus dikuasai dalam berbagai tingkatan (Chipman et al.,1995:13). Atribut berkaitan dengan kemampuan kognitif yang kompleks, memerlukan kombinasi unsur-unsur kemampuan kognitif yang tidak sederhana.

Dalam praktiknya, kedua model (*unified model* dan model ruang kompetensi) kurang berkembang. Hal itu disebabkan dukungan *software* komputer untuk kegiatan simulasi yang minim. Kalaupun ada, sintak dari program terlalu rumit sehingga membuat orang malas mengembangkan model ini. Oleh karena itu, sejak awal 2000-an dikembangkan berbagai *software* komputer guna membantu kegiatan simulasi, seperti program MPlus, R maupun Ox. Keberadaan *software* tersebut telah mendorong derasnya kajian terhadap model *latent class* kompensatori dan non-kompensatori.

### c. Model Non-kompensatori

Model non-kompensatori (*non compensatory model*) merupakan sebuah model di mana hubungan bersyarat antara sebarang atribut dengan jawaban anak pada suatu item bergantung kepada atribut yang telah dikuasainya. Artinya, bila seorang anak memiliki kemampuan yang lebih pada sebuah atribut, maka kemampuan itu tidak dapat digunakan untuk menggantikan kemampuan yang rendah pada atribut lain agar mampu menjawab item dengan benar (Wang, 2009:26). Dengan kata lain, menurut Henson et al. (2009:192) penguasaan terhadap atribut tertentu tidak dapat digunakan untuk menggantikan atribut lain. Agar anak dapat menyelesaikan suatu item dengan benar, mereka harus menguasai seluruh atribut.

Model non-kompensatori merupakan model yang paling populer dalam kelompok *latent class* ini. Alasannya, penerapan model ini sangat cocok dengan sifat kognitif terutama kemampuan interaksinya pada tugas-tugas penilaian pendidikan. Rupp et al. (2010:115) memberikan contoh beberapa model yang termasuk dalam kelompok ini, yaitu: model DINA, model NIDA dan model NC-RUM. Oleh karena itu, sub bagian ini akan menguraikan secara ringkas kedua model (DINA dan NIDA). Kedua model diuraikan karena memiliki banyak kesamaan, sedangkan model NC-RUM tidak dibahas karena karakteristiknya sangat berbeda dengan kedua model.

## 1) Model DINA

DINA berasal dari kata *Deterministic-Input, Noisy “And” gate*. *Deterministic input* merujuk pada jawaban laten (*latent response*), disimbolkan dengan  $\eta$ , menggambarkan jawaban seorang anak pada suatu item (salah atau benar) tergantung pada penguasaannya terhadap atribut yang diukur (Rupp et al., 2010). Artinya, bila seorang anak menguasai seluruh atribut, maka  $\eta$  akan bernilai 1, sebaliknya bila seorang anak tidak menguasai sebagian atribut maka  $\eta$  akan bernilai 0. Sebagai contoh, untuk menyelesaikan item  $1\frac{1}{2} - \frac{4}{8} + \frac{3}{4}$  dengan benar ( $\eta = 1$ ), anak harus menguasai empat kemampuan dasar (atribut) berikut: (A<sub>1</sub>) melakukan operasi hitung campuran bilangan bulat; (A<sub>2</sub>) menyederhanakan pecahan; (A<sub>3</sub>) menjumlahkan dan mengurangkan pecahan berpenyebut sama; serta (A<sub>4</sub>) menjumlahkan dan mengurangkan pecahan berpenyebut tidak sama. Bila anak tidak menguasai satu dari empat atribut, maka anak diasumsikan menjawab salah pada item yang diberikan ( $\eta = 0$ ). Namun, menurut Ying Liu et al. (2009) dan de la Torre et al. (2010) menguasai semua atribut tidak menjamin seorang anak dapat menjawab item dengan benar. Sebaliknya, tidak menguasai sebagian atribut tidak selalu menyebabkan jawaban mereka salah.

Komponen “noisy” pada model DINA berkaitan dengan parameter *slip* dan *guessing*. *Slip* dan *guessing* merupakan parameter item. *Slip* terjadi ketika pada suatu item tertentu seorang anak yang menguasai semua atribut gagal

menjawab benar (Ying Liu et al., 2009). Sebaliknya, *guessing* terjadi ketika diberikan sebuah item, seorang anak yang tidak menguasai sebagian atribut dapat menebak dan menjawab dengan benar item yang bersangkutan (de la Torre, 2008; de la Torre & Karelitz, 2009).

Komponen “And” *gate* pada model DINA merujuk proses penentuan jawaban benar pada suatu item, memerlukan penguasaan terhadap seluruh atribut (de la Torre, 2008). Artinya, agar seorang anak dapat menjawab benar suatu item maka anak harus menguasai seluruh atribut pada item tersebut. Kembali pada contoh sebelumnya, maka pola penguasaan terhadap keempat atribut ( $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , dan  $A_4$ ) dapat diilustrasikan seperti Tabel 2.

Tabel 2  
Kombinasi Pola Penguasaan pada 4 Atribut

Pola ( <i>Latent class</i> )	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
1.	0	0	0	0
2.	0	0	0	1
3.	0	0	1	0
4.	0	0	1	1
5.	0	1	0	0
6.	0	1	0	1
7.	0	1	1	0
8.	0	1	1	1
9.	1	0	0	0
10.	1	0	0	1
11.	1	0	1	0
12.	1	0	1	1
13.	1	1	0	0
14.	1	1	0	1
15.	1	1	1	0
16.	1	1	1	1

Berdasarkan Tabel 2, jawaban benar seorang anak pada item  $1\frac{1}{2} - \frac{4}{8} + \frac{3}{4}$ , hanya terjadi pada pola (*latent class*) 16. Pada pola ini, semua atribut dikuasai oleh anak ditandai dengan pola 1 1 1 1. Sementara itu, pada 15 pola lainnya anak tidak menguasai 3 atribut, 2 atribut, 1 atribut bahkan semua atribut dan pada model DINA, jawaban anak seperti ini diasumsikan salah.

## 2) Model NIDA

Model NIDA (*noisy-input, deterministic*, dan “AND” *gate*) merupakan model non-kompensatori yang memiliki kemiripan dengan model DINA. Bila pada model DINA parameter diestimasi pada level item, maka pada model NIDA diestimasi pada level atribut. Artinya, model akan memberikan satu parameter *slip* dan satu parameter *guessing* untuk setiap atribut. Oleh karena itu, pada model NIDA banyaknya parameter model akan bertambah seiring dengan bertambah banyaknya atribut, namun tidak dipengaruhi oleh banyaknya item (Rupp et al., 2010:120).

Untuk menggunakan model NIDA, diperlukan tiga unsur mendasar. Ketiganya adalah: (1) parameter *slip* dan parameter *guessing*, yang keduanya didefinisikan pada level atribut; (2) indikator penguasaan atribut, juga didefinisikan pada level atribut; dan (3) variabel jawaban laten, untuk atribut tertentu, pada item ke-*i* dan *latent class c*.

Salah satu kelebihan model NIDA adalah kemampuannya dalam membedakan antara anak yang memiliki kelemahan pada atribut yang berbeda.

Model NIDA juga lebih rinci dalam menjelaskan jawaban seorang anak dibandingkan model DINA. Namun, dalam praktiknya penerapan model NIDA lebih sulit dibandingkan dengan model DINA. Penentuan parameter *slip* dan parameter *guessing* pada level atribut sering kali tidak mudah.

#### **d. Model Kompensatori**

Suatu model dikatakan model kompensatori (*compensatory model*) apabila penguasaan anak terhadap suatu atribut dapat digunakan untuk menggantikan atribut lain yang tidak dikuasainya (Rupp et al., 2010:318). Dengan kata lain, anak (responden) yang memiliki kemampuan lebih pada sebuah atribut memungkinkan untuk digunakan mengganti kemampuan yang lemah pada atribut lain. Anak (responden) yang menguasai semua atribut memiliki peluang yang sama menjawab benar dengan anak (responden) lainnya yang hanya menguasai sebagian atribut (Wang, 2009:26).

Model kompensatori sangat tepat diterapkan untuk kalangan psikolog dan medis, sebab pada bidang ini kegiatan diagnosis biasanya dilakukan berdasarkan beberapa gejala yang muncul pada perilaku atau penyakit tertentu. Artinya, tidak munculnya gejala tertentu dapat diganti dengan munculnya gejala lain. Beberapa model yang termasuk dalam kelompok ini di antaranya: model DINO (*deterministic input noisy or*), model NIDO (*noisy input deterministic or*), dan model C-RUM. Sub bagian ini akan menguraikan secara ringkas dua model pertama, yang dikutip dari Rupp et al. (2010:131-141).

### 1) Model DINO

Model DINO (*deterministic input, noisy, "or" gate*) merupakan model kompensatori yang memiliki kemiripan dengan model DINA. Seperti halnya model DINA, parameter *slip* dan *guessing* juga diestimasi pada level item. Agar dapat memahami dengan mudah perbedaan model DINO dengan DINA, berikut diberikan ilustrasi contoh item berupa kuesioner yang disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3  
Contoh Kuesioner untuk Model DINO

No.	Item	Atribut			
		1	2	3	4
1.	Saya merahasiakan pengalaman taruhan/judi saya	1	0	0	0
2.	Saya mendapatkan masalah untuk membiayai taruhan/judi saya.	0	1	1	0
3.	Saya telah menggunakan uang saya untuk taruhan/judi yang seharusnya untuk keperluan lain.	0	0	0	1
4.	Saya harus kerja cukup lama guna mendapatkan uang untuk judi	0	1	1	1

Keempat item di atas berkaitan dengan 4 atribut berikut.

Atribut 1: Responden bohong pada keluarga atau teman untuk menutupi besarnya taruhan/judi yang dilakukannya.

Atribut 2: Responden merasa telah melanggar hukum untuk membiayai taruhan/judinya.

Atribut 3: Responden kehilangan relasi dengan orang lain akibat taruhan/judinya.

Atribut 4: Responden dibantu atau ditolong orang lain untuk menanggulangi masalah keuangannya karena disebabkan taruhan/ judinya.

Pada item 2 (“Saya mendapatkan masalah untuk membiayai taruhan/judi saya”) memerlukan dukungan atribut 2 (“Responden rela melanggar hukum untuk membiayai taruhan/judinya”) dan atribut 3 (“responden kehilangan relasi dengan orang lain karena taruhan/judinya”). Tidak seperti model DINA, model DINO hanya memerlukan hadirnya satu atribut agar responden memiliki peluang tinggi menjawab positif item 2.

Pada contoh di atas, tampaknya responden akan menjawab positif item 2 jika mereka merasa telah melanggar hukum untuk membiayai taruhan/judinya, membelanjakan uang untuk taruhan/judi yang sebenarnya uang itu untuk keperluan lain atau responden melakukan keduanya. Pada model DINO, hal itu bukan masalah adanya kombinasi atribut-atribut di atas karena responden memiliki peluang tinggi menjawab positif suatu item untuk kasus lainnya.

## **2) Model NIDO**

Pada model DINO telah dijelaskan kegunaannya ketika item hanya memerlukan hadirnya satu atribut dari beberapa atribut yang ada agar responden menjawab positif suatu item. Namun demikian, model DINO juga memiliki kelemahan karena tidak mampu membedakan dengan baik responden yang memiliki perbedaan atribut ketika menjawab sebuah item. Seperti halnya model NIDA yang lebih rinci dibandingkan dengan model DINA, model NIDO juga memiliki kemampuan membedakan responden yang memiliki perbedaan atribut dibandingkan model DINO.

Model NIDO (*noisy input, deterministic-“or” gate*) merupakan model kompensatori yang analog dengan model NIDA. Pada model NIDO, perilaku menjawab juga dimodelkan pada level atribut. Untuk membangun model NIDO, diperlukan dua komponen. Komponen pertama adalah parameter intercept (*intercept parameter*) dan komponen kedua parameter slope (*slope parameter*), keduanya didefinisikan pada level atribut. Dengan demikian, model NIDO mengestimasi satu parameter *intercept* dan satu parameter *slope* untuk masing-masing atribut yang nilainya ditetapkan antar item.

Berdasarkan uraian model *latent class* (kompensatori maupun non-kompensatori) sebelumnya, model DINA tampaknya paling banyak diminati. Hal ini ditandai dengan banyaknya kajian terhadap model ini berupa artikel konseptual dan hasil penelitian yang dipublikasikan di berbagai jurnal, penelitian untuk tugas akhir S-3 (disertasi), dan berbagai monograf. Publikasi di jurnal seperti yang dilakukan oleh Rupp & Templin (2008), de la Torre & Douglas (2008), de la Torre & Karelitz (2009), de la Torre & Lee (2010), de la Torre, Yuan Hong & Deng (2010). Penelitian disertasi seperti dilakukan oleh van Schrader (2006) dan Zhang (2006)), dan monograf seperti dilaporkan oleh Anozie & Junker (2007) dan von Davier (2011).

Karakteristik model DINA yang sangat sederhana sehingga mudah diaplikasikan itulah yang sering kali menjadi alasan banyak penulis/peneliti memilih model DINA. Namun, dibalik karakteristik model DINA yang sangat

sederhana, model ini mampu memberikan kecocokan (fit) yang baik. Alasan lain adalah ketersediaan program komputer untuk simulasi data (baik yang gratis maupun komersil) merupakan alasan diminatinya model ini.

## **I. Penggunaan Model DINA untuk Mengembangkan Tes**

Ada dua hal mendasar yang perlu diperhatikan ketika menyusun item tes diagnostik dengan menggunakan model DINA. Kedua hal tersebut adalah perlunya dirumuskannya atribut dan matriks Q. Selanjutnya, kedua topik tersebut akan dibahas secara rinci pada sub bagian berikut.

### **1. Atribut**

Variabel laten sering kali disebut dengan istilah yang berbeda, seperti karakteristik latent (*latent characteristic*), *latent trait* atau atribut. Masing-masing istilah memiliki makna yang berbeda. Istilah karakteristik laten merujuk pada komponen pikiran atau mental yang tak dapat diamati (*unobserved*), yang direpresentasikan dengan variabel laten. Istilah *latent trait* merujuk pada komponen pikiran atau mental yang diyakini stabil sepanjang waktu, dan berbeda dengan *latent state* yang berubah sewaktu-waktu. Sementara itu, istilah atribut mungkin paling sering digunakan dalam dunia pengukuran, khususnya dalam konteks diagnostik. Istilah ini memiliki sejarah panjang dan banyak digunakan dalam kajian analisis faktor. Istilah atribut sering kali dimaknai sama dengan karakteristik laten atau *latent trait* (Rupp et al., 2010:49).

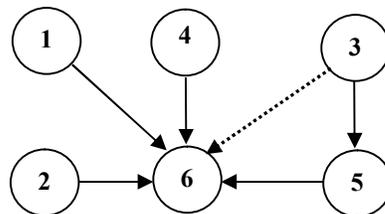
Atribut didefinisikan sebagai prosedur, kemampuan atau proses yang dimiliki anak agar dapat menyelesaikan suatu item (Gierl, 2007:327; Gierl et al., 2009:294). Rupp et al. (2010:315) mendefinisikan atribut sebagai karakteristik laten dari peserta tes atau responden. Dari dua definisi tersebut, maka atribut adalah kompetensi yang harus dimiliki anak untuk menyelesaikan suatu item.

Atribut lazimnya bersifat hirarkis. Sifat hirarkis ini menggambarkan prasyarat atau ketergantungan secara langsung antar atribut. Artinya, atribut yang berada pada level rendah lebih mudah atau sederhana sifatnya dibandingkan dengan atribut pada level di atasnya (Gierl, 2007:328). Pernyataan terakhir relevan dengan sifat urutan atau hierarki materi matematika. Menurut Begle (1979:66), untuk mempelajari materi matematika, anak harus mempelajari secara ketat dari yang paling mudah dan meningkat ke sulit. Dengan demikian, akan didapatkan urutan materi yang harus dipelajari dari yang paling sederhana sampai yang paling kompleks. Materi matematika A dikatakan lebih mudah/sederhana dibandingkan dengan materi matematika B jika: (a) mempelajari materi A membuat mudah mempelajari materi B, atau (b) materi B tidak dapat dipelajari tanpa mempelajari materi A terlebih dahulu.

Agar didapatkan urutan materi seperti diuraikan di atas, maka perlu dilakukan pemetaan terhadap sejumlah materi. Dalam konteks aljabar untuk kelas VII, pengkajian terhadap sejumlah kompetensi yang tertuang dalam

Standar Isi (kurikulum) sangatlah penting dilakukan. Pengkajian tersebut tidak hanya tertuju pada materi aljabar untuk kelas VII semata, namun perlu juga menelaah materi-materi pada level bawah (aritmetika di sekolah dasar). Dengan demikian, akan didapatkan urutan materi yang tersusun secara hierarkis.

Sebagai ilustrasi, agar anak mampu menyederhanakan bentuk aljabar yang memiliki suku-suku sejenis maka dibutuhkan kemampuan-kemampuan berikut: (1) menggunakan sifat distributif perkalian terhadap pengurangan; (2) mengalikan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif; (3) melakukan operasi hitung campuran pada bilangan bulat; (4) memahami suku-suku sejenis pada bentuk aljabar; dan (5) melakukan operasi hitung: tambah, kurang, kali, dan bagi pada bentuk aljabar. Kelima kemampuan tersebut merupakan prasyarat penting agar anak mampu menyederhanakan bentuk aljabar yang memiliki suku-suku sejenis. Dengan kata lain, 5 kompetensi tersebut selanjutnya dapat dikatakan sebagai atribut. Keterkaitan antar kemampuan tersebut dapat digambarkan seperti pada Gambar 3.



Gambar 3: Contoh Hubungan antar Kemampuan (Atribut)

Bila atribut telah teridentifikasi, maka atribut tersebut sangat penting dan bermanfaat dalam mendesain item tes (Gierl, et al., 2009:294). Pada model

DINA, atribut tersebut merupakan salah satu komponen penting untuk menyusun matriks Q. Atribut sebagai unsur kolom pada matriks Q, sedangkan unsur baris ditempati oleh item.

## 2. Matriks Q

Matriks Q merupakan suatu matriks dengan  $m$  baris dan  $n$  kolom yang unsur-unsur di dalamnya terdiri atas bilangan 0 dan 1 (bilangan biner). Dengan demikian, matriks Q memiliki ordo  $m \times n$  atau ditulis menjadi  $Q_{m \times n}$ . Baris pada matriks Q tersusun atas item dan kolom pada matriks Q terdiri atas sejumlah atribut yang diukur oleh item.

Unsur ke- $ij$  pada matriks Q ( $q_{ij}$ ) akan bernilai 1 jika atribut ke- $j$  diperlukan untuk menjawab item ke- $i$ . Sebaliknya, unsur ke- $ij$  pada matriks Q akan bernilai 0 jika atribut ke- $j$  tidak menjadi prasyarat untuk menjawab item ke- $i$ . Leighton et al. (2004) menyebutkan bahwa matriks Q memainkan peranan penting dalam model DINA, karena dijadikan sebagai dasar mengembangkan tes yakni sebagai kisi-kisi atau spesifikasi dalam konstruksi tes. Oleh karena itu, tes diagnostik yang dikembangkan dengan model DINA sangat perlu untuk mengkonstruksi matriks Q dengan serius. Item tes diagnostik juga harus dibuat berdasarkan atribut-atribut yang telah ditetapkan pada matriks Q.

Di bawah ini disajikan sebuah contoh matriks Q berordo  $5 \times 4$ . Pada matriks Q yang dicontohkan (dikutip dari Kim, 2004:22), atribut 1 dan atribut 2 harus dikuasai anak agar dapat menyelesaikan item 2 dengan benar. Dengan demikian, item 2 mengukur atribut 1 dan atribut 2, yang kesemuanya harus

dikuasai anak. Item 1 hanya mengukur atribut 1, sedangkan item 4 mengukur atribut 1, atribut 2 dan atribut 3. Sementara itu, item 5 membutuhkan keberadaan semua atribut agar peserta tes dapat menjawab benar item ini.

$$Q_{5 \times 4} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Dalam konteks praktis, berikut disajikan sebuah contoh bagaimana mengembangkan matriks Q berdasarkan atribut pada tes diagnostik untuk aritmetika dasar. Ada empat atribut yang hendak diukur, yaitu: mampu melakukan operasi hitung penjumlahan ( $A_1$ ); mampu melakukan operasi hitung pengurangan ( $A_2$ ); mampu melakukan operasi hitung perkalian ( $A_3$ ); dan mampu melakukan operasi hitung pembagian ( $A_4$ ) (Rupp et al., 2010:115-116). Lima item disusun dengan mengacu pada keempat atribut di atas, yaitu: (a)  $8 + 2 = \dots$ ; (b)  $2 + 3 - 1 = \dots$ ; (c)  $5 \times 3 + 4 = \dots$ ; (d)  $9 - 4 : 2 = \dots$ ; dan (e)  $5 \times 3 + 12 : 4 - 7 = \dots$ .

Item 1 memerlukan penguasaan terhadap atribut 1 ( $A_1$ ); item 2 memerlukan penguasaan terhadap atribut 1 ( $A_1$ ) dan atribut 2 ( $A_2$ ); item 3 memerlukan penguasaan terhadap atribut 1 ( $A_1$ ) dan atribut 3 ( $A_3$ ); item 4 memerlukan penguasaan terhadap atribut 2 ( $A_2$ ) dan atribut 4 ( $A_4$ ); serta item 5 memerlukan penguasaan semua atribut. Dengan demikian, matriks Q yang diturunkan dari 5 item dan 4 atribut tersebut adalah:

$$Q_{5 \times 4} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

## J. Kajian Penelitian yang Relevan

Sudah banyak penelitian dilakukan untuk mengkaji salah konsepsi dan jenis kesalahan anak dalam matematika beserta cara mendiagnosanya, baik berupa laporan penelitian, artikel ilmiah yang dipublikasikan di jurnal maupun buku. Pada bagian ini, karya-karya akademis itu diklasifikasikan ke dalam empat kelompok besar: (1) penelitian yang memfokuskan pada kesulitan anak (berbentuk kesalahan maupun salah konsepsi) dalam mempelajari aljabar, (2) penelitian yang memfokuskan pada kegiatan diagnosa kesulitan aljabar, (3) penelitian yang fokus pada model DINA, dan (4) penelitian yang memiliki kaitan penggunaan komputer untuk meningkatkan kualitas penilaian.

### 1. Penelitian yang Relevan dengan Kesulitan Anak dalam Aljabar

Kelompok ini memiliki perhatian dan fokus yang beragam. Ada yang menaruh perhatian pada jenis kesalahan dan salah konsepsi yang dilakukan anak pada variabel, persamaan, memahami makna tanda “sama dengan,” fungsi, pertidaksamaan, menyederhanakan bentuk aljabar, dan soal cerita terkait aljabar.

Para peneliti yang fokus pada kesalahan dan salah konsepsi terkait dengan variabel di antaranya Küchemann (1978), Clements (1982), MacGregor & Stacey (1997), Stephens (2005), dan Malisani & Spagnolo (2009). Pada umumnya mereka sepakat bahwa salah konsepsi anak dalam hal variabel terjadi ketika anak sulit menafsirkan huruf yang mewakili variabel, anak sulit memahami kesepakatan-kesepakatan (konvensi) yang digunakan, sulit memahami lambang variabel, dan anak menganggap simbol yang berbeda selalu dianggap memiliki nilai yang berbeda.

Blanko & Garrote (2007) dalam penelitiannya mengkaji kesulitan mahasiswa tahun pertama universitas pendidikan di Spanyol dalam mempelajari pertidaksamaan menemukan dua hal mendasar. *Pertama*, mahasiswa cenderung melakukan kesalahan disebabkan karena kelemahan pada konsep yang dimilikinya sewaktu belajar aritmetika. *Kedua*, akibat lemahnya pemahaman tentang konsep aritmetika, mereka juga gagal dalam melakukan prosedur-prosedur aljabar. Sebagai contoh, ketika mahasiswa dihadapkan pada pertidaksamaan:  $5 - 3(2-x) > 4 - 3(1-x)$  mereka membuat kesalahan dalam menggunakan tanda kurung, tanda kurang dari dan lebih dari, sifat distributif serta dalam mengoperasikan bilangan bulat. Walaupun ada yang menemukan jawaban seperti  $0 > 2$  atau  $-1 < 1$ , mereka mengalami kesulitan menafsirkan, apa sebenarnya jawab dari pertidaksamaan yang dimaksud.

Penelitian tentang kesalahan dan salah konsepsi pada aljabar, khususnya terkait dengan tanda “sama dengan” dan variabel dilakukan oleh Asquith et al.

(2007). Penelitian ini membandingkan prediksi guru matematika SMP tentang cara berpikir anak dalam mengerjakan tugas. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa pandangan relasional tentang tanda “sama dengan” sangatlah penting ketika anak sedang mengerjakan persamaan. Hal itu diperlukan untuk memahami transformasi yang sangat diperlukan dalam menyelesaikan persamaan sehingga terjadi hubungan yang ekuivalen. Rangkaian kesamaan seperti  $5 + 7 = 12 + 5 = 17 + \dots$  seringkali dilakukan anak. Bahkan guru juga sering menggunakannya sebagai alat untuk mengingat, walaupun sebenarnya merupakan penggunaan tanda “=” yang tidak tepat.

Xiaobao Li (2006) mengeksplorasi kemungkinan kegagalan anak dalam mempelajari konsep dasar aljabar seperti variabel, persamaan dan fungsi. Ada dua area yang dibidik penelitian ini, (a) mengkaji perbedaan prosedur-prosedur siswa dalam hal kesalahan (*error*), salah prosedur (*bugs*) dan salah konsepsi pada variabel, persamaan dan fungsi, dan (b) mengkaji secara konseptual dasar-dasar terjadinya kesalahan. Hasil penelitian ini menunjukkan: (a) sebagian anak memiliki kesalahan yang hampir sama, ketika mereka dihadapkan pada permasalahan  $8+4 = \dots+ 5$ . Anak memiliki salah konsepsi ketika menginterpretasikan makna  $8 + 4$ , karena pernyataan “ $8+4$ ” dianggap sebagai pernyataan aljabar yang menunjukkan suatu penjumlahan dua bilangan yang sama dengan 12 atau dapat dianggap juga sebagai penjumlahan antara bilangan 4 dan 8 yang hasil operasinya 12. Dalam menyelesaikan kesamaan di atas, diperlukan pemahaman tentang ruas kiri dan ruas kanan sebagai suatu

objek yang dibandingkan proses komputasinya. Dengan kata lain, kesalahan anak dalam hal  $8 + 4 = \dots + 5$  seharusnya bukan disebabkan oleh salah konsepsi berkaitan dengan tanda “=” akan tetapi kesulitan memahami “8+4” sebagai objek. Pemahaman tentang pernyataan aljabar sebagai sebuah objek dan hukum distributif merupakan kunci untuk memahami persamaan, (b) salah konsepsi tentang fungsi lebih disebabkan karena anak hanya mempertimbangkan variabel terikat tanpa memperhatikan variabel bebas. Sebagai contoh, bila diberikan permasalahan seperti “Seorang anak mengerek bendera,” anak hanya mempertimbangkan perubahan ketinggian bendera tanpa memperhatikan perubahan waktu.

Zakaria et al. (2010) melakukan penelitian di Malaysia untuk menganalisis kesalahan siswa dalam mempelajari persamaan kuadrat dengan fokus pada sub topik faktorisasi, rumus kuadrat dan melengkapkan kuadrat. Penelitian ini menghasilkan temuan: (1) kesalahan yang seringkali dilakukan anak dalam faktorisasi di antaranya dalam transformasi dan keterampilan proses. Jenis kesalahan dalam hal transformasi terjadi selama proses komputasi. Pada komputasi, siswa melakukan kesalahan pada saat mengoperasikan tanda positif dan negatif ketika menguraikan pernyataan aljabar. Kesalahan juga terjadi ketika mereka mengganti nilai yang memiliki tanda negatif. (2) Dalam melengkapkan kuadrat, siswa menunjukkan kecenderungan melakukan kesalahan dalam hal kemampuan transformatif dan kemampuan proses. Kesalahan seperti ini terjadi karena anak gagal memahami dan mendeskripsikan

apa yang diperlukan atau dipersyaratkan oleh soal. Akibatnya, banyak anak tidak mampu menggunakan metode melengkapkan kuadrat ini. (3) Pada kasus penggunaan rumus kuadrat, anak memiliki problem dalam komputasi dan menerapkan formulanya. Sebagai contoh, anak mengalami kesulitan dalam mengoperasikan penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Di samping itu, anak juga mengalami kesulitan dalam mengganti tanda positif dan negatif. Walaupun masih terdapat beberapa kesalahan yang dilakukan anak dalam menerapkan formula ini, namun banyaknya anak yang mengalami kesalahan terkait dengan hal ini cukup kecil.

Dalam pandangan penulis, karya-karya penelitian di atas belum dapat digunakan untuk mengungkap salah konsepsi anak SMP selama belajar aljabar. Domain wilayah penelitian apabila dicermati seluruhnya di luar Indonesia, tidak bisa dengan gegabah digeneralisir ke siswa di Indonesia. Artinya, salah konsepsi yang digambarkan oleh penelitian-penelitian di atas, belum tentu terjadi dan dilakukan oleh siswa SMP di Indonesia. Perbedaan kultur, sarana prasarana, lingkungan kelas, kualitas guru, jenis buku yang digunakan akan sangat mempengaruhinya. Bahkan sangat mungkin, kondisi salah konsepsi yang dilakukan oleh para siswa SMP di Indonesia lebih kompleks dan serius tidak seperti halnya yang digambarkan oleh penelitian-penelitian di atas.

## **2. Penelitian Terkait Kegiatan Diagnosis Kemampuan Anak dalam Matematika**

Penelitian untuk mendiagnosis kemampuan anak dalam aljabar juga telah menghasilkan banyak karya tertulis, baik artikel jurnal maupun dokumen monograf berupa disertasi. Sejumlah perspektif teoretik juga telah digunakan untuk mengkaji dan mendiagnosis kemampuan anak serta telah menghasilkan sejumlah kesimpulan. Beberapa penelitian terkait hal ini dipaparkan berikut.

Somerset (1996) melakukan penelitian untuk mendiagnosis kemampuan siswa SMP dalam hal bilangan dasar. Penelitian dilakukan di 16 SMP yang tersebar di empat propinsi: Jawa Timur, Kalimantan Tengah, Sulawesi Selatan, dan Sumatera Selatan, dengan melibatkan 975 siswa, terdiri atas 507 siswa kelas I dan 468 siswa kelas III. Soal atau item dibuat dalam bentuk jawaban bebas (*free-response format*), sehingga mendorong siswa untuk menampilkan hasil pekerjaannya dan dapat dilihat alur pikirnya. Dengan demikian, dapat digunakan untuk mengidentifikasi sumber-sumber kesalahan yang muncul. Materi tes terdiri atas 3 sub kemampuan dasar terkait bilangan, yakni: (1) nilai bilangan (*number values*) satuan ukuran (*metric units*), (2) operasi bilangan, dan (3) masalah kontekstual terkait bilangan (*number problems*). Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa beragam kesalahan secara sistematis muncul dari analisis jawaban anak. Kebanyakan kesalahan itu sudah sering dilaporkan oleh berbagai buku matematika, tidak secara khusus terjadi pada siswa SMP di Indonesia. Kesalahan yang muncul utamanya disebabkan oleh pemahaman

yang salah tentang konsep bilangan. Namun, sayangnya sebagian besar guru matematika tidak menyadari kesalahan itu, sehingga tidak memberikan bantuan remedi sesuai yang mereka butuhkan.

Suryanto (2001) melakukan penelitian untuk mendiagnosis kesulitan siswa SLTP dalam aljabar, dengan jalan mengeksplorasi jenis kesalahan yang dilakukan oleh siswa ketika dihadapkan pada soal matematika. Penelitian dilakukan pada siswa-siswi kelas 3 SMP di empat propinsi yang melibatkan 482 siswa, dan menghasilkan beberapa temuan menarik. *Pertama*, kesulitan konseptual dan kesulitan komputasi, bercampur kecerobohan merupakan faktor-faktor yang menyebabkan kesalahan. *Kedua*, beberapa konsep atau istilah aljabar yang masih belum dipahami oleh sebagian besar siswa di antaranya kesamaan antara bilangan-bilangan, perkalian bilangan-bilangan asli, dan penggunaan simbol '<'. *Ketiga*, terdapat beberapa kesulitan komputasi dalam aritmetika/aljabar terutama ketika anak melakukan perkalian bilangan, hasil perkalian dua bilangan, berhitung dengan fakta dasar bilangan, operasi hitung pada bilangan bulat, algoritma pemecahan pertidaksamaan, dan penggunaan simbol '='. Keempat, kecerobohan yang dilakukan anak diduga ikut menyebabkan kesalahan yakni kecerobohan dalam membaca soal, berhitung dengan bilangan asli, dan menggunakan simbol '='.

Fei Ye (2005) dari Ohio State University, USA juga melakukan penelitian untuk mendiagnostik pelaksanaan pembelajaran matematika pokok bahasan pola (*pattern*) aljabar. Kerangka teoritis yang digunakan penelitian ini

*evidence-centered design (ECD)* atau desain yang berfokus pada bukti. Dalam kerangka ECD, kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah pola aljabar didefinisikan, pola siswa dalam menyelesaikan masalah dimodelkan, tugas-tugas relevan dikonstruksi, bukti-bukti jawaban siswa didapat dan kesimpulan tentang struktur serta proses pengetahuan siswa dibuat.

Russel et al. (2009) dari Boston College, Massachusetts USA juga menaruh perhatian dalam hal ini dengan melakukan penelitian untuk menguji kemampuan siswa di dalam aljabar. Untuk tujuan tersebut, mereka mengembangkan instrumen tes diagnostik berbentuk pilihan ganda yang mengukur salah konsepsi variabel sebanyak 12 item, mengukur salah konsepsi kesamaan dengan 10 item, dan mengukur salah konsepsi cara menggambar grafik sebanyak 12 item. Pada masing-masing salah konsepsi, penelitian ini memberikan hasil sebagai berikut: salah konsepsi terkait variabel sebanyak 14%, salah konsepsi terkait cara menggambar grafik sebesar 12%, dan salah konsepsi terkait kesamaan sebanyak 11%. Sementara itu, persentase siswa yang diidentifikasi karena melakukan satu, dua atau tiga salah konsepsi berturut-turut adalah 19%, 6%, dan 1%.

Fauzan (2010) melakukan penelitian diagnostik melibatkan 407 siswa SMAN 1 Masbagik Lombok Timur Nusa Tenggara Barat (NTB). Ia berupaya mengembangkan tes diagnostik kesulitan belajar matematika berbentuk uraian dan pilihan ganda untuk mencapai dua sasaran. *Pertama*, menemukan cara penggunaan data hasil penilaian melalui tes diagnostik dan melakukan analisis

melalui umpan balik agar dapat membantu kualitas pembelajaran matematika SMA. *Kedua*, menyusun cara pelaporan hasil tes diagnostik.

Awal Isgiyanto (2011) juga melakukan penelitian diagnostik, dengan tujuan mencari informasi diagnostik dari kesalahan anak pada Ujian Nasional (UN) matematika pada kategori isi, proses maupun keterampilan. Subjek penelitian ini adalah seluruh peserta UN matematika SMP di wilayah Kabupaten Bantul, Daerah Istimewa Yogyakarta tahun pelajaran 2007/2008. Penelitian ini menghasilkan beberapa temuan menarik, yaitu: (1) kesalahan menjawab butir soal dibedakan menjadi jenis kesalahan konsep, kesalahan interpretasi bahasa, kesalahan prosedur, dan kesalahan berhitung. Jenis kesalahan tertinggi pada bilangan, aljabar, geometri dan pengukuran adalah kesalahan konsep, dan jenis kesalahan tertinggi pada statistika dan peluang adalah kesalahan interpretasi bahasa, (2) penyebab utama kesalahan konsep adalah tidak dirumuskannya suatu konsep secara betul, penyebab utama kesalahan interpretasi bahasa adalah tidak menginterpretasikan notasi, simbol, grafik, tabel, atau gambar ke dalam bahasa matematika dengan benar, penyebab kesalahan utama prosedur adalah tidak diterapkannya algoritma dengan tepat dan benar, dan penyebab kesalahan utama kesalahan berhitung adalah tidak menerapkan operasi hitung atau operasi bentuk aljabar dengan tepat, dan (3) ketidaktuntasan atribut isi, proses, dan keterampilan yang tertinggi pada geometri dan pengukuran.

Karya-karya penelitian tentang diagnostik di atas, bagaimanapun juga, belum ada yang fokus perhatiannya secara eksplisit, *indeepth* dan komprehensif pada salah konsepsi belajar aljabar. Selain itu, model diagnostik yang digunakan juga masih berbasis pada teori tes klasik (CTT) dan teori respon butir (IRT). Untuk itulah, penelitian-penelitian di atas telah mengilhami penulis mengkonstruksi tes diagnostik aljabar yang lebih komprehensif, mulai kegiatan konstruksi tes hingga analisisnya dengan menggunakan model *latent class*.

### **3. Penelitian yang Relevan dengan Model DINA**

Penelitian pertama dilakukan oleh von Scradler (2006). Penelitian ini menguji kelayakan dan kegunaan dua model asesmen (model DINA dan sRUM) melalui studi simulasi dan data riil. Studi simulasi dilakukan dengan menggunakan metode *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC), sedangkan data riil diperoleh dari tes prestasi ITED (*Iowa Tests of Educational Development*). Tes ITED tersebut berbentuk tes pilihan ganda terstandar yang dikenakan pada anak yang masuk kelas IX sampai dengan kelas XII. Tujuan pemberian tes ITED untuk memberikan informasi kepada guru dan sekolah guna memperbaiki pembelajaran. Hal penting dari penelitian ini, hasil analisis data riil diuji kecocokannya (*fit*) dengan hasil simulasi data dengan dua cara: menguji karakteristik klasifikasi kemampuan (*assessing characteristics of the skill classification*) dan membandingkan model yang diprediksi dengan data sebenarnya (*comparing model predicted to observed value*).

Penelitian berikutnya dilakukan oleh Zhang (2006) dalam disertasinya berjudul “*Detecting differential item functioning using the DINA model.*” Ada tiga hal yang hendak dicapai penelitian ini, yakni mendefinisikan DIF dari perspektif model diagnostik, mengidentifikasi DIF yang terjadi dalam konteks diagnostik ke dalam desain simulasi data, dan membandingkan kriteria-kriteria yang sesuai untuk prosedur DIF (tradisional) ke dalam kondisi variabel guna mendeteksi DIF baru (seperti pola penguasaan atribut atau profil skor peserta tes yang berasal dari model DINA). Pelajaran penting dari penelitian ini adalah dalam studi simulasi terdapat empat variabel yang dimanipulasi. Keempat variabel itu di antaranya: dua ukuran sampel (400 dan 800 peserta tes untuk masing-masing kelompok), lima jenis DIF dikenalkan melalui manipulasi parameter item pada model DINA, dua level DIF dengan melibatkan sebanyak 25 item tes (DIF moderat dan tinggi), dan pengenalan tiga korelasi untuk kedua kelompok (rendah, sedang dan tinggi).

Penelitian berikutnya dilakukan Anozie & Junker (2007) pada siswa SMP distrik Worcester Massachusetts. Penelitian ini menguji penggunaan model DINA untuk mendiagnosis bagaimana siswa mempelajari komponen pengetahuan (seperti kemampuan, sekumpulan pengetahuan dan atribut kognitif lainnya), apa yang telah didapatkan oleh siswa dan pengetahuan apa yang masih perlu mereka pelajari. Untuk mencapai tujuan tersebut, penelitian ini dilengkapi dengan *feature-feature* praktis sistem tutorial. Model transfer berbeda juga digunakan serta menggunakan jenis ujian MCAS pada skala dengan

menggunakan teori respon butir (IRT) unidimensi. Desain tes MCAS dikembangkan dengan mengacu pada serangkaian 5 rumpun matematika (bilangan dan operasinya, aljabar dan geometri, pengukuran, analisis data dan peluang).

Kelompok penelitian berikutnya mencoba mengimplementasikan model DINA, namun hanya sebatas pada studi simulasi. Penelitian itu di antaranya dilakukan oleh: (1) de la Torre & Douglas (2008) tentang: “*Model evaluation and multiple strategies incognitive diagnosis: An analysis of fraction subtraction data,*” (2) de la Torre & Karelitz (2009) berjudul: “*Impact of diagnosticity on the adequacy of models for cognitive diagnosis under a linear attribute structure: Simulation study,*” (3) de la Torre & Lee (2010) tentang “*A note on the invariance of the DINA model parameter,*” dan (4) de la Torre, Hong, & Deng (2010) berjudul “*Factors affecting the item parameter estimation and classification accuracy of the DINA model.*”

#### **4. Penelitian Terkait Pemanfaatan Komputer untuk Meningkatkan Kualitas Penilaian**

Lowry (2005) dalam penelitiannya mengembangkan *computer Aided Assessment* (CAA). Penggunaan CAA secara nyata dapat menimbulkan dampak positif pada pengalaman belajar siswa. Sistem CAA mendapat beberapa keuntungan sebagai berikut: (1) memberikan umpan balik pada siswa, (2) mendiagnosa permasalahan dalam pembelajaran, dan (3) memberikan

pengalaman kepada siswa dalam kegiatan asesmen mandiri. Sementara itu, bagi guru sistem CAA sangat berperan dalam menghemat waktu.

Vendlinski et al. (2008) mengembangkan *The online Assesment Desain and Delivery System*, yakni sebuah sistem desain dan implementasi penilaian berbasis internet. Pengembangan sistem penilaian berbasis internet ini dimaksudkan untuk meningkatkan kualitas pelaksanaan penilaian formatif. Instrumen dalam sistem ini memanfaatkan preconsepsi dan miskonsepsi siswa. Pemanfaatan sistem ini menunjukkan kelebihan yaitu mampu mendeteksi kemampuan siswa dalam tingkatan yang mendalam. Sistem ini mampu meningkatkan waktu yang dibutuhkan guru dalam menyusun instrumen.

Dalam konteks Indonesia, beberapa penelitian telah mengembangkan dan memanfaatkan komputer untuk kegiatan penilaian formatif. Waskito (2010) mengembangkan model analisis prestasi belajar untuk mengidentifikasi kesulitan belajar siswa. Dengan menggunakan kerangka kerja ADDIE (*Analisis, Desain, Develop, Implementation, dan Evaluation*), ia mengembangkan perangkat lunak yang dapat digunakan mengolah data hasil tes prestasi belajar menggunakan komputer. Hal menarik dari penelitian ini adalah perangkat lunak yang dikembangkan telah berhasil mengeluarkan laporan profil diri, profil kelas, dan grafik posisi siswa pada satu kelas.

Sentot Kusairi (2011), dosen Universitas Negeri Malang (UM) juga melakukan penelitian dengan memanfaatkan komputer untuk menganalisis penilaian formatif matapelajaran fisika SMA yang ia namakan Analisis

Asesmen Formatif Fisika (AAAF). Beberapa karakteristik AAAF yang membedakan dengan penelitian lainnya adalah: (1) model AAAF mampu menghasilkan keluaran berupa profil kelas dan profil siswa yang menunjukkan kelemahan dan kekuatan siswa dalam penguasaan materi pembelajaran baik secara klasikal maupun individual, (2) model AAAF mampu menghasilkan keluaran dalam bentuk umpan balik hasil belajar siswa untuk masing-masing siswa, (3) model AAAF mampu menghasilkan keluaran pengelompokan siswa berdasarkan penampilan pada suatu butir dan pada suatu indicator. Pengelompokan siswa ini dapat dimanfaatkan untuk mengelola tugas-tugas belajar yang lebih baik.

Dari empat kelompok penelitian di atas, sebuah upaya penelitian yang mendesain tes diagnostik dengan menggunakan *latent class* (dalam hal ini model DINA) tepat untuk dilakukan. Berbagai kelemahan pada model DINA akan diperbaiki, dengan cara memadukannya *computerized based testing*. Inilah potensi dan peluang yang masih tersisa, dan akan digarap melalui penelitian ini. Kegiatan ini tentu memiliki nilai penting dan memiliki nilai kebaruan karena belum dilakukan oleh peneliti sebelumnya.

## **K. Kerangka Pikir**

Konsep-konsep aljabar bagi anak kelas VII SMP, merupakan hal baru. Dalam menerima konsep baru ini, anak tidak dalam keadaan kosong. Mereka memiliki pengetahuan awal, yang dibawanya ketika belajar aritmetika di

jenjang Sekolah Dasar (SD). Terkait dengan pengetahuan awal yang dimilikinya, anak dapat digolongkan dalam tiga kelompok: (a) pengetahuan awalnya tidak hadir (*missing*). Dalam kasus ini, belajar aljabar merupakan kegiatan menambah pengetahuan baru, (b) pengetahuan awalnya tidak lengkap (*incomplete*). Dalam hal ini, belajar aljabar dianggap sebagai proses pengisian celah (*gap*) terhadap konsep yang ada, dan (c) bekal pengetahuan awalnya cukup, namun berbeda dengan konsep yang sedang dipelajari. Kondisi seperti ini, sering terjadi salah konsepsi akibat adanya konflik antara konsep lama dengan konsep baru.

Salah konsepsi itu disebabkan karena kekacauan konsep-konsep yang dimiliki anak, penggunaan konsep yang salah dan hierarkis konsep-konsep yang tidak benar, akibat konflik antara konsep lama dengan konsep baru. Salah konsepsi lebih kompleks dibandingkan dengan kesalahan (*error*) dan salah algoritma (*faulty algorithms*). Kesalahan lebih disebabkan oleh kecerobohan, lupa, atau belum pernah diajarkan materi yang diujikan. Salah algoritma disebabkan ketidaksempurnaan langkah atau prosedur sehingga menghasilkan jawaban salah. Sementara itu, salah konsepsi disebabkan karena pemahaman yang salah terhadap suatu konsep tertentu. Salah konsepsi sering kali mendasari munculnya jenis kesalahan lain yang disebutkan terakhir.

Terjadinya salah konsepsi pada diri anak dapat dideteksi dengan beragam cara, salah satunya melalui tes diagnostik. Bentuk tes yang dikonstruksi untuk tujuan diagnostik dapat berupa tes uraian atau pertanyaan terbuka (*open-*

*ended*), tes kecepatan (*speed test*) yang mengukur lamanya menjawab serta bentuk pilihan ganda (*multiple choice*). Akan tetapi, bentuk pilihan ganda lebih tepat digunakan untuk tujuan diagnostik bila tes ini digunakan dalam skala yang lebih luas.

Bentuk pilihan ganda memiliki kelebihan karena fleksibilitasnya dalam mengakomodasi lebih banyak materi serta hasil tes lebih valid. Bentuk pilihan ganda juga lebih menghemat waktu dan biaya dalam proses pengadministrasian dan penskoran, serta tingkat objektivitas dan reliabilitasnya lebih tinggi dibandingkan dengan bentuk uraian.

Penelitian diagnosis berbasis pada teori tes klasik (CTT) dan teori respon butir (IRT) bukanlah konsep baru. Di Indonesia, sejumlah penelitian yang berada dalam wilayah kajian tes diagnostik berbasis keduanya telah banyak dilakukan. Sebaliknya, penelitian diagnosis yang menggunakan model *latent class* belum banyak dilakukan, bahkan belum pernah dilakukan. Prinsip dasar yang digunakan model ini adalah menempatkan peserta tes ke dalam satu dari dua kelompok, yakni kelompok menguasai (*mastery*) atau kelompok tidak menguasai (*non-mastery*).

Ada banyak model *latent class*, secara garis besar dapat diklasifikasikan dalam tiga kelompok, yakni: (a) model *latent class* diskret, (b) model *latent class* kombinasi antara diskret dan kontinyu, serta (c) model kompensatori dan model non-kompensatori. Dari ketiga kelompok tersebut, saat ini yang sedang berkembang adalah model *latent class* kompensatori dan model non-

kompensatori. Model DINA merupakan salah satu model *latent class* kompensatori dan model non-kompensatori, yang saat ini banyak menarik perhatian para peneliti dan akademisi.

Model DINA banyak menarik perhatian karena alasan berikut: (a) model ini mampu memberikan informasi tentang profil atribut yang dimiliki peserta tes dan karakteristik item secara lengkap, (b) model ini sangat sederhana, karena hanya memerlukan dua parameter untuk masing-masing item (parameter *slip* dan *guessing*) sehingga mudah diaplikasikan. Walaupun sangat sederhana, model ini memberikan kecocokan (fit) yang baik, dan (c) dukungan software komputer yang memadahi (seperti Mplus dan Program R) untuk mengestimasi parameter dan simulasi data.

Profil atribut diperoleh dari hasil estimasi berupa *latent class* peserta tes. Setiap peserta tes memiliki satu dari *latent class* yang ada. Profil atribut merupakan komponen penting dalam analisis model *latent class* karena dengan profil atribut dapat dilihat kecenderungan pola jawaban peserta tes. Artinya, dari profil atribut ini dapat diketahui atribut-atribut yang telah dikuasai oleh kebanyakan peserta tes, dan atribut-atribut yang masih belum dikuasai peserta tes.

Parameter *slip* dan *guessing* merupakan parameter penciri dari model DINA, sehingga membedakannya dengan model lain dalam *latent class*. Pada model ini, kedua parameter berada pada level item. *Slip* terjadi pada peserta tes yang menguasai seluruh atribut namun gagal menjawab benar suatu item.

Sebaliknya, *guessing* terjadi apabila peserta tes yang tidak menguasai satu atau beberapa atribut, mereka mampu menjawab benar suatu item tertentu. Dengan kata lain, peserta tes yang tidak menguasai materi memiliki probabilitas menebak suatu item secara benar.

Hasil estimasi parameter *slip* dan *guessing* dapat digunakan untuk menentukan indeks daya beda item ( $\delta_j$ ). Indeks ini memberikan gambaran kualitas item, dihitung melalui formula  $\delta_j = 1 - s_j - g_j$  ( $s_j$  sebagai parameter *slip* dan  $g_j$  parameter *guessing*). Sebuah item yang baik (dengan indeks daya beda 1, karena  $s_j = g_j = 0$ ), mampu membedakan secara sempurna siswa yang memiliki jawaban 0 dan 1. Di sisi lain, sebuah item dengan parameter *slip* dan *guessing* yang tinggi akan memiliki indeks daya beda kecil (artinya sedikit membedakan).

Uji kecocokan (fit) model merupakan langkah mendasar dalam pemodelan *latent class*, karena hasil-hasil yang diperoleh dari model statistik kurang bermakna bila memiliki kecocokan model yang rendah. Untuk menguji kecocokan, ada tiga cara yang bisa digunakan: fit mutlak, fit relatif dan fit item. Fit mutlak dilihat dari besarnya *entropy*. Nilai *entropy* 1, berarti seluruh peserta tes diklasifikasikan secara tepat (*good fit*) ke dalam kelasnya. Sebaliknya, bila nilai *entropy* 0 maka seluruh peserta tes memiliki peluang sama diklasifikasikan ke dalam semua kelas (*poor fit*) yang ada. Fit relatif menggunakan *information criteria* sebagai dasar untuk mengujinya. Informasi ini digunakan untuk membandingkan antara dua model, atau dua matriks Q. Ada beberapa kategori

*information criteria* yang dapat digunakan, yakni nilai AIC, BIC dan *sample size adjusted BIC*.

Sementara itu, fit item didasarkan pada dua informasi, yakni *univariate information* dan *bivariate information*. Sebuah item dikatakan fit apabila informasi yang diperoleh dari *univariate information*, terdapat kesamaan antara data hasil observasi dengan data yang diprediksi model. Metode *bivariate information* menghasilkan statistik fit dari pasangan item. Oleh karena itu, semua informasi didasarkan pada tabel kontingensi jawaban yang mungkin dari pasangan item.

#### **L. Pertanyaan Penelitian**

Berdasarkan tujuan penelitian yang ingin dicapai dan kajian literatur yang telah dilakukan, maka disusunlah enam pertanyaan penelitian. Pertanyaan-pertanyaan penelitian tersebut dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimanakah mengembangkan tes diagnostik dengan bantuan model DINA, sehingga mampu memberikan informasi salah konsepsi dalam aljabar?
2. Bagaimanakah karakteristik tes diagnostik yang dikembangkan dengan model DINA?
3. Bagaimana bentuk pemanfaatan informasi hasil tes diagnostik yang dikembangkan dengan model DINA?
4. Informasi apa sajakah yang dapat dimunculkan jika menggunakan tes diagnostik yang dikembangkan dengan model DINA?

5. Bagaimanakah ukuran matriks  $Q$  yang ideal, yang diperlukan untuk pengembangan tes diagnostik dengan model DINA?
6. Bagaimanakah banyaknya peserta tes yang ideal, yang diperlukan untuk pengembangan tes diagnostik dengan model DINA?