

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

A. Teori-Teori Tentang Intuisi

a. Kognisi dalam Kaitannya dengan Intuisi

Kognisi adalah proses mental yang melibatkan pemerolehan, penyimpanan, pemanggilan kembali dan penggunaan pengetahuan.¹⁵ Fischbein mengungkapkan bahwa dalam menganalisis tingkah laku siswa pada pembelajaran matematika, ada tiga aspek kognisi yang perlu diperhitungkan yaitu kognisi formal, kognisi algoritmik, dan kognisi intuitif.¹⁶ Mengacu pada hasil pemikiran Fischbein, ketiga bentuk kognisi tersebut akan diuraikan dalam penjelasan berikut.

Pertama, kognisi formal merupakan kognisi yang dikontrol oleh logika matematika dan bukti matematika baik melalui induksi matematika atau melalui deduksi. Kognisi formal dapat dikatakan sebagai cara ketat dalam memahami pengetahuan matematika. Adapun bentuk dari kognisi formal dalam matematika antara lain penggunaan definisi dan teorema.

¹⁵ Ilham Minggu, *Profil Intuisi Mahasiswa dalam Memahami Konsep Limit Fungsi Berdasarkan Perbedaan Gender*, Disertasi tidak dipublikasikan, (Surabaya: Pascasarjana Unesa, 2011), h.12

¹⁶ Efraim Fischbein. *The Interaction Between The Formal, The Algorithmic, and The intuitive Components in a Mathematical Activity*. (1994). Dalam <http://sayasukamatematika.blogspot.com/2010/09/kognisi-dalam-mempelajari-matematika.html>. Diakses pada 26 Mei 2013

Kedua, kognisi algoritmik adalah kognisi yang pengerjaannya langkah demi langkah, mengikuti rumus atau prosedur tertentu. Misalnya menggunakan rumus “abc” untuk mencari akar-akar persamaan kuadrat, menghitung nilai-nilai fungsi pada beberapa titik untuk menggambar grafik fungsi, menggunakan rumus untuk menentukan limit, turunan atau integral suatu fungsi, dan beberapa prosedur penyelesaian soal dan strategi-strategi standar lainnya.

Ketiga, kognisi intuitif yang dimaknai Fischbein sebagai kognisi segera dengan karakteristik *self-evidence*, *intrinsic certainty*, *perseverance*, *coerciveness*, *extrapolativeness*, dan *globality*. Kognisi intuitif memainkan peran dalam pemberian makna atau interpretasi informal terhadap suatu definisi dan teorema tertentu (kognisi formal), pemberian makna atau interpretasi informal terhadap suatu rumus dan prosedur tertentu (kognisi algoritmik), serta berperan untuk membuat dugaan atau klaim dalam suatu pemecahan masalah matematika. Hal ini menunjukkan bahwa kognisi intuitif mendukung peran kognisi formal dan kognisi algoritmik. Dengan demikian, pemahaman konsep matematika dapat berlangsung sebagai interaksi antara kognisi formal, kognisi algoritmik, dan kognisi intuitif.

Selain menciptakan interaksi, ketiga konsep ini juga dapat memunculkan konflik. Khususnya untuk kognisi formal dan kognisi intuitif, bilamana diajukan sebuah masalah, mungkin keduanya memberi keputusan sama, atau mungkin pula memberi keputusan yang bertolak belakang. Dalam menyelesaikan sebuah masalah matematika, mungkin seseorang hanya dapat menggunakan salah satu

kognisi tersebut. Ketika menunjukkan limit sebuah fungsi linier, seorang siswa mungkin dapat menyajikannya melalui sebuah grafik (kognisi intuitif). Ia tidak mampu menunjukkannya melalui bukti formal (kognisi formal). Pada sisi lain seorang siswa mungkin dapat membuktikan sebuah identitas trigonometri (kognisi formal), tetapi tidak dapat menjelaskan mengapa identitas tersebut berlaku (kognisi intuitif). Ini berarti kedua kognisi tersebut merupakan proses berbeda dalam aktivitas mental seseorang. Hal ini menunjukkan adanya konflik antara kognisi formal dan kognisi intuitif.

b. Pengertian Intuisi dalam Matematika

Dalam kamus on-line Wikipedia, intuisi diartikan sebagai kemampuan untuk memahami sesuatu tanpa melalui penalaran rasional dan intelektualitas.¹⁷ Sedangkan menurut Nasution, intuisi adalah kemampuan mental untuk menemukan hipotesis pemecahan masalah tanpa melalui langkah-langkah analisis.¹⁸

Sementara itu dalam *Merriam Webster's Collegiate Dictionary*, intuisi diartikan sebagai pemahaman segera atau kognisi segera (*immediate apprehension or cognition*).¹⁹ Pengertian tersebut tidak jauh berbeda dengan yang diungkapkan oleh Talia dan Jon, bahwa intuisi merupakan pemahaman tiba-tiba akan suatu hal setelah mencoba menyelesaikan suatu masalah, namun tidak

¹⁷ Diambil dari <http://en.wikipedia.org/wiki/Intuition>, Diakses pada 4 Maret 2013

¹⁸ S. Nasution, *Op.Cit.*, h.2

¹⁹ Diambil dari <http://www.hyponoesis.org/html/glossary/intuit.html>, Diakses pada 3 Maret 2013

juga berhasil. Dalam hal ini, intuisi disebut semacam “*aha! moment*”.²⁰ Demikian juga dengan Hah Roh, yang dalam disertasinya mendefinisikan intuisi sebagai kognisi segera tentang suatu konsep yang tidak disertai pembuktian ketat (*rigorous proof*).²¹

Berdasarkan beberapa pengertian tersebut, dapat disimpulkan bahwa intuisi adalah kognisi segera (*immediate cognition*) tentang suatu konsep tanpa melalui proses ketat (*rigorous process*) dan tanpa menggunakan langkah-langkah analisis atau strategi-strategi standar dalam matematika.

c. Karakteristik Intuisi

Sebagai salah satu bentuk kognisi, intuisi memiliki beberapa karakteristik khusus. Menurut Fischbein, karakteristik intuisi (*intuitive cognition*) antara lain *self-evidence*, *intrinsic certainty*, *perseverance*, *coerciveness*, *extrapolativeness*, dan *globality*.²² Makna karakteristik intuisi tersebut lebih lanjut diuraikan sebagai berikut.

Sifat *self-evidence* menunjukkan bahwa konklusi intuitif dianggap benar dengan sendirinya. Ini berarti bahwa konklusi intuitif tidak memerlukan justifikasi. Sebagai contoh, seorang siswa menyimpulkan bahwa keseluruhan selalu lebih besar dari bagian-bagiannya, bilangan asli memiliki suksesor, dan

²⁰ Talia Ben-Zeev. & Jon Star., *Intuitive Mathematics: Theoretical and Educational Implications*, 2002, Diambil dari <http://isites.harvard.edu/fs/docs/icb.topic654912.files/intuition.pdf>. Diakses pada 3 Maret 2013

²¹ Kyeong Hah Roh, *Intuitive Understanding Limit Concept*. Unpublished Dissertation (Ohio: The Ohio State University, 2005), h.9

dua titik menentukan sebuah garis. Ia merasa bahwa pernyataan-pernyataan ini benar dengan sendirinya tanpa perlu jastifikasi.

Intrinsic certainty (kepastian intrinsik) menunjukkan bahwa konklusi intuitif adalah sebuah ketertentuan, tidak perlu ada dukungan eksternal (formal atau empiris) untuk memperolehnya. Pernyataan tentang garis lurus di atas adalah subjektif, terasa seperti sudah suatu ketertentuan. Intrinsik bermakna bahwa tidak ada pendukung eksternal yang diperlukan untuk memperoleh semacam kepastian langsung (baik secara formal atau empiris).

Perseverance bermakna bahwa intuisi bersifat kokoh dalam mempertahankan diri dari interpretasi alternatif. *Coerciveness* (pemaksaan) bermakna bahwa intuisi menggunakan efek memaksa pada strategi penalaran individual, terutama mengenai hipotesis dan penyelesaian. Hal ini berarti bahwa individu cenderung menolak interpretasi alternatif yang akan mengkontradiksi intuisinya.

Extrapolativeness dapat dikatakan sebagai kemampuan memprediksi. Melalui intuisi, seseorang dapat menangkap secara umum sifat universal dari suatu prinsip, suatu relasi, atau suatu aturan melalui realitas khusus. Sebagai contoh jika seseorang membaca “Januari, Februari” maka ia dapat menebak secara benar bahwa berikutnya adalah kata “Maret,” meskipun aturan urutan kata-kata tersebut tidak diberikan.

²² Efraim Fischbein, *Intuition and Schemata in Mathematical Reasoning. Educational Studies In Mathematics Vol.38*, (Netherland: Kluwer Academic Publishers, 2002), h.43-56.

Globality bermakna bahwa intuisi merupakan pandangan global dan berlawanan kutub dengan berpikir analitik. Sifat global intuisi menunjukkan bahwa orang yang berpikir intuitif lebih memandang keseluruhan obyek daripada bagian-bagian detailnya.

d. Jenis-Jenis Intuisi

Berdasarkan perannya, intuisi terbagi atas tiga jenis. *Pertama*, intuisi afirmatori, yaitu intuisi yang berupa pernyataan, representasi, interpretasi, solusi yang secara individual dapat diterima secara langsung, *self evident*, global dan kecukupan secara instrinsik. *Kedua*, intuisi antisipatori (*anticipatory intuition*), yaitu intuisi yang berupa pernyataan, representasi, interpretasi, solusi yang muncul karena adanya aktivitas pemecahan masalah. *Ketiga*, intuisi konklusif (*conclusive intuition*), yaitu pandangan global ide-ide penting untuk mencari penyelesaian yang sebelumnya dielaborasi.²³

Sedangkan berdasarkan asal mulanya, intuisi terbagi dalam tiga jenis. *Pertama*, intuisi primer (*primary intuition*), yaitu intuisi yang terbentuk berdasarkan pengalaman sehari-hari individu dalam situasi normal tanpa menjalani proses instruksional yang sistematis. *Kedua*, intuisi sekunder (*secondary intuition*), yaitu intuisi yang terbentuk melalui proses pembelajaran (umumnya di sekolah).²⁴ Namun klasifikasi intuisi yang digunakan dalam penelitian ini adalah klasifikasi berdasarkan asal mula intuisi. Sehingga jenis-

²³ *Ibid.*, h.58

²⁴ *Ibid.*, h.64

jenis intuisi beserta perilaku yang mungkin teramati pada subjek penelitian disajikan dalam Tabel 2.1.

Tabel 2.1
Jenis-Jenis Intuisi Menurut Efraim Fischbein

Jenis Intuisi	Pengertian
Intuisi Primer	Intuisi yang terbentuk berdasarkan pengalaman sehari-hari individu dalam situasi normal tanpa menjalani proses instruksional yang sistematis.
Intuisi Sekunder	Intuisi yang terbentuk melalui proses pembelajaran di sekolah.

B. Peran Intuisi dalam Pembelajaran Matematika

Intuisi memegang peranan penting dalam pembelajaran matematika. Poincare menyatakan bahwa tidak ada aktivitas yang benar-benar kreatif dalam sains dan matematika jika tanpa intuisi.²⁵ Selain itu, intuisi berfungsi sebagai kognisi antara atau *mediating cognitive*.²⁶ Dalam pengertian ini, intuisi dapat dijadikan jembatan pemahaman seorang siswa sehingga dapat memudahkan dalam mengaitkan objek yang dibayangkan dengan alternatif solusi yang diinginkan. Dengan kata lain, mampu menentukan strategi atau langkah apa yang harus dilakukan untuk mencapai solusi tersebut. Tentu kemampuan ini menjadi sangat penting dalam aktivitas pemecahan masalah matematika, terutama ketika

²⁵ Rudi Santoso, *Peranan Intuisi dan Pembayangan Mental dalam Pembelajaran Matematika*. Jurnal Pendidikan Volume 8 Nomor 2 (2007), h. 108-121

²⁶ Munir, *Model Penalaran Intuitif Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Matematika*. Makalah dipresentasikan dalam Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika FMIPA UNY, Yogyakarta, 10 November 2012, h. 1

siswa berhadapan dengan masalah kontekstual yang memiliki langkah penyelesaian yang tidak dapat secara langsung diketahui.

Untuk menjelaskan pentingnya intuisi dalam matematika, Fischbein mengaitkan intuisi dengan dua kognisi lain. Sebagaimana yang tercantum di bukunya, Fishbein mengungkapkan bahwa dalam menganalisis tingkah laku siswa pada pembelajaran matematika, ada tiga aspek yang perlu diperhitungkan yaitu kognisi formal, kognisi algoritmik, dan kognisi intuitif.²⁷ Intuisi atau yang ia sebut sebagai kognisi intuitif, selain berperan untuk membuat dugaan atau klaim dalam suatu pemecahan masalah matematika, juga memainkan peran dalam pemberian makna atau interpretasi informal terhadap suatu definisi, teorema, rumus dan strategi penyelesaian tertentu. Dimana penggunaan definisi dan teorema adalah ciri dari kognisi formal, sedangkan penggunaan rumus dan strategi penyelesaian adalah ciri dari kognisi algoritmik. Hal ini menunjukkan bahwa intuisi mendukung peran kognisi formal dan kognisi algoritmik dalam suatu aktivitas matematika.

C. Masalah Pengoptimuman

Dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia, masalah diartikan sebagai sesuatu yang harus diselesaikan.²⁸ Sedangkan Krulik dan Rudnick mendefinisikan masalah sebagai situasi yang dihadapi oleh seseorang atau kelompok yang memerlukan suatu pemecahan, tetapi individu atau kelompok tersebut tidak

²⁷ <http://sayasukamatematika.blogspot.com/2010/09/kognisi-dalam-mempelajari-matematika.html>. Diakses pada 26 Mei 2013

memiliki cara yang langsung dapat menemukan solusinya.²⁹ Definisi ini diperkuat oleh pendapat Frederick H. Bell yang menyatakan bahwa masalah adalah suatu situasi menantang yang harus diselesaikan, tetapi tidak dengan cara yang rutin, yang langsung dapat menemukan solusinya.³⁰

Dari beberapa definisi di atas dapat disimpulkan bahwa masalah adalah suatu situasi menantang yang harus diselesaikan seorang individu atau kelompok, akan tetapi individu atau kelompok tersebut tidak mempunyai aturan atau hukum tertentu yang langsung dapat menemukan solusinya. Oleh karenanya untuk menyelesaikan masalah tersebut diperlukan suatu strategi berpikir yang disebut dengan pemecahan masalah.

Dikutip oleh Herman Hudojo, Polya mendefinisikan pemecahan masalah sebagai usaha mencari jalan keluar dari kesulitan, mencapai suatu tujuan yang tidak dengan segera dapat dicapai.³¹ Krulik dan Rudnick mengemukakan bahwa pemecahan masalah merupakan proses di mana individu menggunakan pengetahuan, keterampilan, dan pemahaman yang telah diperoleh untuk menyelesaikan masalah pada situasi yang tidak dikenalnya.³² Sedangkan Frederick H. Bell mendefinisikan pemecahan masalah sebagai suatu penyelesaian

²⁸ Depdiknas, *Kamus Besar Bahasa Indonesia* (Jakarta: Balai Pustaka, 2005), h. 719

²⁹ Stephen Krulik dan Jesse A. Rudnick, *The New Sourcebook for Teaching Reasoning and Problem Solving in Elementary School* (Boston: Allyn and Bacon, 1995), h. 4

³⁰ Frederick H. Bell, *Teaching and Learning Mathematics* (USA: Wm. C. Brown Company Publisher, 1981), h.310

³¹ Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika* (Malang: FMIPA UNM, 2003), h. 87

³² Stephen Krulik dan Jesse A. Rudnick, *Op. Cit.*, h. 4

dari situasi yang dianggap sebagai masalah oleh orang yang menyelesaikannya.³³ Berdasarkan definisi-definisi tersebut dapat disimpulkan bahwa pemecahan masalah adalah usaha individu untuk menggunakan pengetahuan, keterampilan dan pemahamannya untuk menemukan solusi dari suatu masalah.

Dalam pembelajaran matematika, masalah dapat disajikan dalam bentuk soal non rutin yang berupa soal cerita, penggambaran fenomena atau kejadian, ilustrasi gambar atau teka-teki. Oleh karenanya pemecahan masalah merupakan bagian dari kurikulum matematika yang sangat penting karena dalam proses pembelajaran maupun penyelesaian, siswa dimungkinkan memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuan serta keterampilan yang sudah dimiliki untuk diterapkan pada pemecahan masalah yang sifatnya tidak rutin tersebut.³⁴

Salah satu permasalahan yang sering dihadapi siswa dalam pembelajaran matematika adalah masalah pengoptimuman. Istilah ‘masalah pengoptimuman’ sendiri berasal dari bahasa Inggris yaitu ‘*optimization problem*’ yang dikutip dari jurnal penelitian Uldarico Malaspina dan Vicenc Font. Dalam jurnal tersebut, *optimization problem* didefinisikan sebagai masalah matematika yang tujuan mendasarnya ialah untuk mendapatkan nilai maksimum atau minimum dari variabel yang ditentukan.³⁵

³³ Frederick H. Bell, *Op. Cit.*, h.310

³⁴ Erman Suherman dkk, *Strategi Pembelajaran Matematika Komtemporer* (Bandung: JICA-UPI, 2003), h.89

³⁵ Uldarico Malaspina dan Vicenc Font, *Op.Cit.*,h.8

Penerjemahan istilah ‘*optimization problem*’ menjadi istilah ‘masalah pengoptimuman’ dilakukan peneliti melalui pencarian online di situs Badan Bahasa Kemdikbud.³⁶ Jadi dalam penelitian ini masalah pengoptimuman adalah masalah matematika yang tujuan mendasarnya ialah untuk mendapatkan nilai maksimum atau minimum dari variabel yang ditentukan.

D. Intuisi Pengoptimum

Penelitian untuk menganalisis intuisi matematika seseorang pada dasarnya bukan hal baru. Banyak ahli yang melakukan penelitian terhadap intuisi dengan bidang cakupan yang berbeda-beda. Misalnya Raftopoulos (2002) meneliti tentang intuisi numerik;³⁷ Fujita, Jones, & Yamamoto (2004) meneliti tentang intuisi geometris;³⁸ Fischbein, Tirosh & Hess (1979) meneliti tentang *intuition of infinity*;³⁹ Fischbein & Grossman (1997) meneliti tentang intuisi dalam konsep peluang dan kombinasi.⁴⁰

Penelitian-penelitian tersebut membuktikan bahwa intuisi memiliki peran penting dalam mempelajari berbagai sub materi matematika. Bahkan beberapa ahli matematika mulai menyebut dan mengklasifikasikan intuisi berdasarkan

³⁶ Badan Bahasa Kemdikbud, *Kamus Besar Bahasa Indonesia Daring*, [Online: <http://badanbahasa.kemdikbud.go.id/glosarium/>], Diakses pada 29 Juli 2013

³⁷ Raftopoulos, *The Spatial Intuition of Number and the Number Line*. (Mediterranean Journal for Research in Mathematic Education, 1(2), 2002), h.17-36.

³⁸ T. Fujita, K. Jones, & S. Yamamoto, *The role of intuition in geometry education: learning from the teaching practice in the early 20th century*, (Copenhagen: ICME, 2004), h.1–15.

³⁹ E. Fischbein, D. Tirosh & P. Hess, *The intuition of infinity*, (Educational Studies in Mathematics, 10, 1979), h.3–40.

⁴⁰ E. Fischbein, & A. Grossman, *Schemata and intuitions in combinatorial reasoning*, (Educational Studies in Mathematics, 34, 1997), h.27–47.

bidang matematika atau masalah yang digunakan. Sehingga muncul istilah *optimizing intuition* yang digagas Uldarico Malaspina dan Vicenc Font. Uldarico Malaspina dan Vicenc Font dalam penelitiannya tentang intuisi pengoptimum (*optimizing intuition*), menyebutkan bahwa intuisi pengoptimum pada dasarnya berasal dari dua jenis pengalaman sehari-hari.⁴¹

Pertama, pengalaman yang berhubungan dengan fakta bahwa seseorang sering menghadapi masalah pengoptimuman dalam kehidupan sehari-hari, seperti ketika seorang anak mencari jalan terbaik untuk pergi dari satu tempat ke tempat lain, meskipun tidak harus melalui jarak terpendek, atau ketika seorang anak mencoba membeli sesuatu dengan cara terbaik, dan lain-lain. Pada jenis situasi ini, seseorang dituntut untuk menemukan solusi terbaik dari beberapa kemungkinan yang ada.

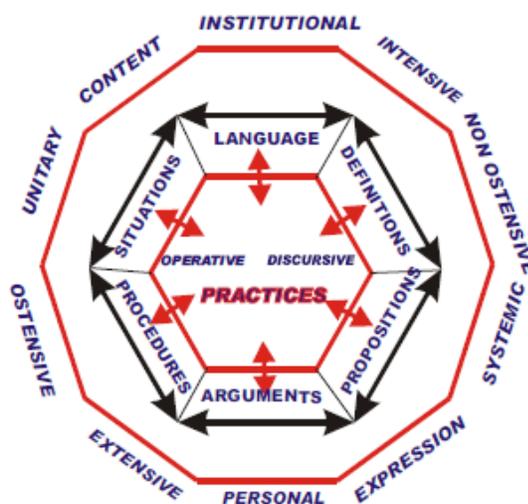
Kedua, yaitu pengalaman yang berkaitan dengan fakta bahwa seseorang adalah subyek yang mengalami kondisi fisik tertentu (seperti kekuatan fisik, kesehatan, dll) yang berubah-ubah dari waktu ke waktu dan melewati saat-saat kritis (maksimum dan minimum). Jenis situasi ini dapat diilustrasikan melalui suatu grafik yang berupa sekumpulan titik dimana terdapat satu titik tertentu yang menjadi titik puncaknya baik itu titik maksimum atau minimum.

Adapun dalam menganalisis keberadaan intuisi pengoptimum pada subjek penelitian, Malaspina mengacu pada Teori Pendekatan Onto-Semiotik (*Onto-*

⁴¹ Uldarico Malaspina dan Vicenc Font, *Op.Cit.*,h.3

Semiotic Approach) atau yang lebih mudah disebut Teori OSA⁴² dan Teori Pengetahuan Kognitif Matematika (*Cognitive Science of Mathematics*).⁴³

Dalam Teori OSA disebutkan bahwa ketika melakukan dan mengevaluasi latihan matematika, seorang siswa perlu mengaktifkan konfigurasi kognitif (konteks/masalah, bahasa, konsep, proposisi, prosedur, dan argumen). Konfigurasi kognitif versi Teori OSA dimodelkan seperti dalam Gambar 2.1.⁴⁴



Gambar 2.1
Konfigurasi Objek dan Aktivitas Matematika Versi OSA

Disebutkan dalam OSA, aktivitas matematika memainkan peran sentral serta digambarkan sebagai latihan-latihan matematika (*mathematical practices*) yang bersifat operatif dan diskursif. Dari latihan-latihan ini, akan muncul bermacam jenis objek matematika yang saling berkaitan sehingga membentuk

⁴² Godino, Batanero, & Font, *The Onto Semiotic Approach to Research in Mathematics Education* (ZDM-The International Journal on Mathematics Education, 39(1–2), 2007)

⁴³ Lakoff & Núñez, *Where Mathematics Comes from: How the Embodied Mind Brings Mathematics into being* (New York: Basic Books, 2000)

suatu sistem.⁴⁴ Objek-objek matematika inilah yang menjadi acuan dalam konfigurasi kognitif. Berdasarkan Gambar 2.1, objek-objek matematika yang dimaksud terletak pada bidang heksagonal yang terdiri dari bahasa (*languages*), konteks (*situations*), prosedur (*procedures*), argumen (*arguments*), proposisi (*propositions*), dan konsep (*concepts*).

Konteks (berupa permasalahan/*problem*, latihan-latihan soal/*exercises* dan lain-lain) berfungsi untuk meningkatkan dan mengkontekstualkan aktivitas berpikir. Bahasa (berupa istilah, simbol, angka, gambar dan lain-lain) mewakili objek matematika lain dan berfungsi sebagai alat untuk bertindak. Argumen berfungsi membenarkan atau memvalidasi suatu pernyataan serta menjelaskan prosedur dan proposisi baik secara deduktif maupun induktif. Prosedur (berupa operasi matematika, algoritma, dan teknik penyelesaian) dan proposisi (berupa teorema/ dalil, sifat-sifat dan lain-lain) memiliki fungsi yang sama yaitu menghubungkan konsep. Sedangkan konsep didapatkan melalui definisi, deskripsi, angka, titik, garis lurus, fungsi dan lain-lain.

Selain istilah konfigurasi kognitif, OSA juga menyebut istilah konfigurasi epistemik. Komponen atau objek matematika pada konfigurasi epistemik tidak jauh berbeda dengan konfigurasi kognitif. Hal yang membedakan adalah jika konfigurasi kognitif digunakan untuk mengidentifikasi aktivitas matematika pada subjek yang sifatnya personal sedangkan konfigurasi epistemik digunakan untuk

⁴⁴ Godino, Batanero, & Font, *Op.Cit.*, h.6

⁴⁵ Uldarico Malaspina dan Vicenc Font, *Op.Cit.*,h.3

mengidentifikasi aktivitas matematika pada subjek yang sifatnya institusional.⁴⁶ Susunan konfigurasi epistemik dan konfigurasi kognitif yang diusulkan dari OSA (heksagonal pada Gambar 2.1) oleh Malaspina disajikan sebagai alat yang membuat studi tentang intuisi menjadi lebih mudah untuk dijalankan.⁴⁷

Menurut Malaspina, salah satu ciri utama keberadaan intuisi pengoptimum adalah konfigurasi kognitif dari solusi penyelesaian masalah pengoptimuman tidak menguraikan penjelasan mengapa solusi yang diperoleh optimal, meskipun dalam solusi tersebut terbukti bahwa nilai yang ditemukan optimal.⁴⁸ Berdasarkan hal ini, Malaspina menegaskan karakteristik dari solusi intuitif adalah praktis tidak terdapat konfigurasi kognitif yang lengkap karena bahasa yang digunakan dalam penyelesaian masalah hanya terdiri dari apa yang diperlukan untuk memberikan jawaban yang benar. Sementara itu, penggunaan sifat (proposisi), definisi (konsep), dan prosedur disampaikan secara implisit. Demikian juga dengan argumen, penyampaiannya tidak eksplisit dan dibatasi hanya digunakan untuk menunjukkan bukti.⁴⁹

Untuk memperjelas pembahasan, akan disajikan contoh soal dan contoh jawaban siswa yang dianggap Malaspina memenuhi karakteristik solusi intuitif. Dari jawaban tersebut, akan disusun konfigurasi kognitif yang sesuai sehingga dapat disimpulkan apakah siswa tersebut menggunakan intuisi pengoptimum.

⁴⁶ *Ibid.*,h.4

⁴⁷ *Ibid.*,h.9

⁴⁸ *Ibid.*,h.8

⁴⁹ *Ibid.*,h.9

Berikut adalah dua buah masalah pengoptimuman yang disajikan Malaspina kepada subjek penelitiannya.⁵⁰

Masalah I : Dalam sebuah bidang kartesius, tentukan 4 buah titik koordinat sehingga empat titik tersebut membentuk jajar genjang yang kelilingnya 28 cm dan luasnya maksimal!

Masalah II: Tentukan jumlah langkah minimum yang harus diterapkan untuk memperoleh bilangan 25 dan dimulai dari bilangan 11, dengan syarat bilangan hanya boleh dikalikan 2 atau dikurangi 3!

Dari 38 mahasiswa yang menjadi subjek penelitiannya, Malaspina mendapati beberapa jawaban yang dianggapnya sebagai solusi intuitif. Berikut adalah salah satu contoh jawaban yang dimaksud.⁵¹

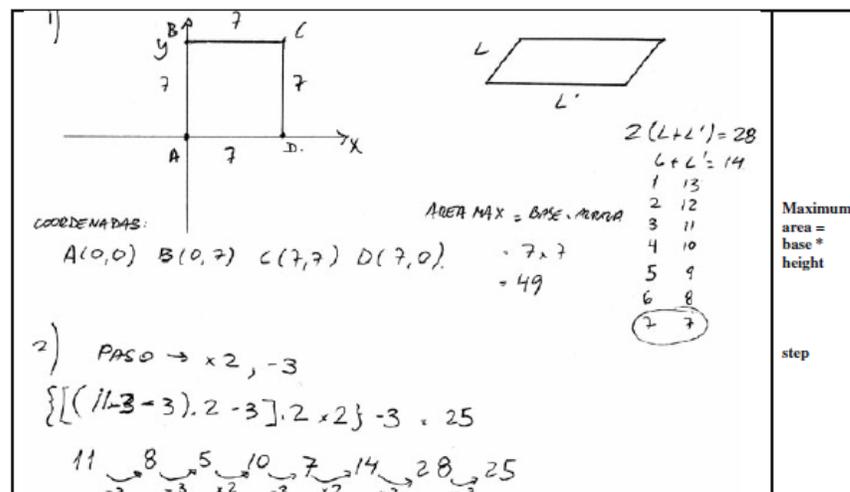


Fig. 13 Group 5's solutions

Gambar 2.2 Jawaban Siswa yang Dianggap Sebagai Solusi Intuitif

⁵⁰ *Ibid.*,h.10

⁵¹ *Ibid.*,h.20

Dari jawaban tersebut, Malaspina menyusun tabel konfigurasi kognitif yang sesuai.⁵²

Tabel 2.2
Konfigurasi Kognitif dari Solusi Intuitif untuk Masalah 1

Objek Matematika	Spesifikasi
Bahasa	Istilah dan simbol: Luas, simbol aljabar, titik koordinat. Representasi: Gambar sebuah jajar genjang dengan dua sisi yang tidak tegak lurus dan sebuah jajar genjang lain yang sesuai dengan solusi yang diminta (persegi), ditempatkan dalam sistem koordinat.
Konteks/Masalah	Geometri.
Konsep	Luas dan keliling.
Prosedur	Mendaftar semua kemungkinan bilangan bulat agar diperoleh panjang sisi jajar genjang yang kelilingnya 28 cm dan luasnya maksimum.
Proposisi/Teorema	(Implisit) Persegi adalah salah satu bentuk dari jajar genjang. (Implisit) Jika sebuah jajar genjang memiliki titik sudut berupa bilangan koordinat yang bulat dan kelilingnya berupa bilangan bulat, maka masing-masing panjang sisinya adalah bilangan bulat.
Argumen	Tidak ada

Tabel 2.3
Konfigurasi Kognitif dari Solusi Intuitif untuk Masalah 2

Objek Matematika	Spesifikasi
Bahasa	Istilah dan lambang: tanda operasi, tanda kurung.
Konteks/ Masalah	Aritmatika.
Konsep	Pengurangan dan perkalian.

⁵² *Ibid.*,h.21

Prosedur	Tidak ada
Proposisi/Teorema	Tidak ada
Argumen	Tidak ada

Jawaban siswa tersebut hanya menunjukkan hasil dan tidak memberikan penjelasan apa pun tentang nilai maksimum yang diperoleh baik itu dalam penyelesaian masalah pertama maupun kedua. Minimnya argumen dalam jawaban, meskipun siswa telah diminta untuk membuktikan jawaban masing-masing, menunjukkan bahwa siswa tersebut menggunakan intuisi pengoptimum. Hal inilah yang membuat mereka menganggap bahwa solusi yang disajikan adalah optimal.⁵³

Dalam solusi untuk masalah I, siswa tidak menunjukkan penjelasan eksplisit tentang nilai maksimum yang diperoleh. Namun siswa mengungkapkan pembuktian dengan cara mendaftar semua bilangan bulat yang mungkin untuk panjang sisi dari jajar genjang. Jika kita menganggap pembuktian tersebut sebagai argumen, maka intuisi tidak berada dalam jawabannya, tetapi di bagian argumen.⁵⁴ Dengan demikian, solusi tersebut dapat dianggap sebagai indikasi tentang keberadaan intuisi pengoptimum.⁵⁵

Selain penggunaan intuisi, dalam penelitiannya Malaspina juga menemukan sebagian dari siswa menggunakan formalisasi untuk menyelesaikan masalah pengoptimuman. Subjek dikatakan menggunakan formalisasi jika

⁵³ *Ibid.*,h.20

⁵⁴ *Ibid.*,h.20

memakai persamaan, mendefinisikan fungsi, menerapkan teorema, membuat grafik, diagram, chart atau notasi yang menjadikan pengerjaan bersifat sistematis.⁵⁶

Dari penjelasan tersebut, maka dalam penelitian ini akan dibedakan antara solusi yang menggunakan formalisasi (solusi formal) dan solusi yang menggunakan intuisi (solusi intuitif). Mengadopsi dari teori-teori yang disampaikan sebelumnya, peneliti menyajikan kriteria solusi formal dengan solusi intuitif ke dalam Tabel 2.4 berikut ini.

Tabel 2.4
Kriteria Solusi Formal dan Solusi Intuitif

Konfigurasi Kognitif	Karakteristik	
	Solusi Formal	Solusi Intuitif
Konteks-Masalah (berupa permasalahan/ <i>problem</i> , latihan-latihan soal/ <i>exercises</i> dan lain-lain)	-	-
Bahasa (berupa istilah, simbol, angka, gambar dan lain-lain).	Memakai persamaan, mendefinisikan fungsi, menerapkan teorema, membuat grafik, diagram, chart atau notasi yang menjadikan pengerjaan bersifat sistematis. ⁵⁷	Hanya terdiri dari apa yang diperlukan untuk memberikan jawaban yang benar. ⁵⁸
Konsep (didapatkan melalui defnisi, deskripsi,	Disampaikan secara eksplisit.	Disampaikan secara implisit. ⁵⁹

⁵⁵ *Ibid.*,h.21

⁵⁶ *Ibid.*,h.9

⁵⁷ *Ibid.*,h.9

⁵⁸ *Ibid.*,h.9

⁵⁹ *Ibid.*,h.9

angka, titik, garis lurus, fungsi dan lain-lain)		
Prosedur (berupa operasi matematika, algoritma, dan teknik penyelesaian)	Disampaikan secara eksplisit.	Disampaikan secara implisit. ⁶⁰
Proposisi (berupa teorema/dalil, sifat-sifat dan lain-lain)	Disampaikan secara eksplisit.	Disampaikan secara implisit. ⁶¹
Argumen (berfungsi untuk membenarkan atau memvalidasi suatu pernyataan serta menjelaskan prosedur dan proposisi baik secara deduktif maupun induktif)	Disampaikan secara eksplisit.	Tidak eksplisit dan dibatasi hanya digunakan untuk menunjukkan bukti. ⁶²

⁶⁰ *Ibid.*,h.9

⁶¹ *Ibid.*,h.9

⁶² *Ibid.*,h.9