

BAB II

KAJIAN TEORI

A. Struktur Argumentasi Matematika

Struktur argumentasi matematika merupakan susunan/kerangka koneksi kognitif logis antara pernyataan-pernyataan matematika. Di dalam ilmu matematika sudah bukan barang asing lagi tentang argumentasi dalam pembuktian matematika. Setiap teorema baru yang tercetuskan harus melalui proses pembuktian sehingga teorema tersebut dapat digunakan untuk memecahkan masalah matematika. Jika berbicara tentang pembuktian matematika tentunya berkaitan dengan argumentasi dan bukti. Keduanya menjadi penting karena merupakan roh dari pembuktian matematika itu sendiri.

Argumen merupakan alasan yang dikemukakan sebagai pernyataan untuk memperkuat atau menentang pendapat lawan. Sedangkan argumentasi adalah penyampaian atau penerapan argumen-argumen.¹⁸ Sebuah argumen dapat didefinisikan sebagai urutan pernyataan matematika yang bertujuan untuk meyakinkan, sedangkan argumentasi dapat dianggap sebagai sebuah proses di mana sebuah wacana matematika terhubung secara logis.¹⁹ Argumentasi membawa peran penting dalam mengarahkan segala bentuk asumsi dalam pembuktian matematika. Namun demikian, belum ada definisi bersama untuk

¹⁸ Pius A Partanto. Kamus Ilmiah Populer, (Surabaya:Arkola, 2001), 50

¹⁹ Vincent,J and Helen.,(*Argumentation profile charts as tools for Analysing students' argumentations*, 2005), 281

argumentasi matematika.²⁰ Pendapat yang dirasa dapat mewakili argumentasi matematika adalah rangkaian pernyataan-pernyataan matematika yang mempunyai ungkapan pernyataan penarikan kesimpulan (inferensi).

Krummheuer memandang bahwa argumen secara spesifik sebagai substruktur dalam argumentasi kompleks atau hasil dari argumentasi.²¹

“The final sequence of statements accepted by all participants, which are more or less completely reconstructable by the participants or by an observer as well, will be called an argument”

Oleh karena itu kita dapat membedakan antara argumen sebagai proses dan argumen sebagai produk. Krummheuer juga mengungkapkan bahwa argumentasi digunakan untuk meyakinkan khalayak umum, namun argumentasi dapat digunakan untuk meyakinkan diri secara internal (diri sendiri).²² Dia menggunakan istilah argumentasi kolektif' untuk menggambarkan suatu argumentasi dicapai oleh sekelompok individu.

Beberapa peneliti, misalnya, Boero, Garuti, Lemut, dan Mariotti, menegaskan bahwa hanya dengan terlibat secara langsung dalam menyusun konjektur dan argumentasi siswa dapat mengembangkan pemahaman tentang bukti matematika. Boero menggunakan istilah “kesatuan kognitif” (*cognitive unity*) untuk menandakan bahwa kontinuitas mereka harus ada antara produksi dugaan selama argumentasi dan keberhasilan konstruksi bukti.

²⁰ Artikel dalam internet :Pedemonte,B.. *How can the relationship between argumentation and proof be analysed?*, (Jurnal Springer Science + Business Media B.V, 2007) dapat diakses di <http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10649-006-9057-x> diakses pada 24 Mei 2013

²¹ Vincent,J and Helen.,(*Argumentation profile charts as tools for Analysing students' argumentations*, 2005), 282

²² Ibid, 283

“During the production of the conjecture, the student progressively works out his/her statement through an intensive argumentative activity functionally intermingled with the justification of the plausibility of his/her choices. During the subsequent statementproving stage, the student links up with this process in a coherent way, organising some of the justifications (‘arguments’) produced during the construction of the statement according to a logical chain.”²³

Boero juga mengklaim bahwa penalaran yang berlangsung selama argumentasi memainkan peran penting dalam konstruksi pembuktian. Hal ini memungkinkan siswa untuk secara sadar mengeksplorasi berbagai alternatif, guna semakin menentukan pernyataan (dugaan) dan untuk membenarkan logis atau tidak logis dugaan berikutnya yang dihasilkan.

Bukti/pembuktian memang tidak selalu digunakan dalam matematika. Siswa telah belajar aritmatika sebelum dia memperoleh pengetahuan tentang pembuktian dalam matematika. Matematika muncul pada masa lampau, kumpulan dari berbagai kebudayaan antar bangsa, jauh sebelum munculnya istilah bukti. Bangsa Yunani kuno yang memberikan kontribusi lebih terhadap lahirnya istilah bukti/pembuktian dalam matematika. Heat mengungkapkan bahwa bukti/pembuktian untuk pertama kalinya digunakan oleh Thales dari Miletus yang hidup pada abad ke-6 sebelum masehi, kemudian digunakan oleh Euclid yang hidup di Alexandria pada abad ke-3 sebelum masehi. Euclid memperkenalkan bukti dalam matematika yang didasarkan pada sistem

²³ Ibid, 285

aksioma.²⁴ Euclid menggunakan sistem aksioma untuk membuat bukti/pembuktian dalam bidang geometri.

Pembuktian dalam matematika berbeda pada pembuktian dalam bidang lainnya. Hoyles mengatakan bahwa pembuktian dalam matematika digunakan sebagai metode uji untuk pengetahuan yang terpercaya, yang berbeda dengan metode induktif yang digunakan pada bidang ilmu pengetahuan alam.²⁵ Schoenfeld berpendapat bahwa pembuktian pada dasarnya adalah membuat serangkaian deduksi dari asumsi (premis/aksioma), dan hasil-hasil matematika yang sudah ada (lemma/teorema) untuk memperoleh hasil-hasil penting dalam persoalan matematika.²⁶ Satu-satunya yang menjamin kebenaran dari suatu pernyataan matematika adalah dengan bernalar secara deduktif.²⁷ Pembuktian yang dihasilkan melalui proses nalar deduktif dimaksudkan untuk menetapkan kepastian dari pengetahuan matematika, tetapi kepastian itu tidak absolut. Misalnya suatu sistem geometri dibangun dari beberapa aksioma, hal yang dapat dilakukan adalah meminimalisir jumlah aksioma dan aturan pembuktiannya sampai pada jumlah tertentu.²⁸

Beberapa ilmuwan matematika mendefinisikan bukti matematika.

Griffiths menyatakan bahwa bukti matematika merupakan suatu cara berpikir

²⁴ I Made Arnawa, Desertasi tidak dipublikasikan : *Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Mahasiswa Dalam Aljabar Abstrak Melalui Pembelajaran Berdasarkan Teori Apos*, (Bandung: UPI, 2006), 53

²⁵ Ibid, 54

²⁶ David Tall. *The Cognitive Development of Proof*, (1998), 14

²⁷ I Made Arnawa, Op. Cit, 54

²⁸ Ernest. *Social constructivism as a philosophy of mathematics*, (online) dapat diakses melalui <http://www.vonglasersfeld.com/220>

formal dan logis yang dimulai dengan aksioma dan bergerak maju melalui langkah-langkah logis sampai pada suatu kesimpulan.²⁹ Sejalan dengan itu, Hanna menyatakan bahwa bukti merupakan langkah-langkah yang bersifat logis dari apa yang diketahui untuk mencapai suatu kesimpulan dengan menggunakan aturan inferensi yang dapat diterima.³⁰ Yang dimaksud logis di sini, adalah semua langkah pada setiap argumen harus dijustifikasi oleh langkah sebelumnya.

Dalam matematika, keterkaitan antara argumentasi dan bukti dapat dijelaskan oleh empat karakteristik fungsional yang dijelaskan dari aspek umum di antara keduanya.

- a. Argumentasi dan bukti dalam matematika dapat dianggap sebagai pembenaran rasional.

Penelitian epistemologis dalam pendidikan matematika menunjukkan pentingnya kegiatan pembenaran pada suatu konstruksi bukti. Duval menyatakan bahwa karakteristik pembenaran ini terlihat dalam bentuk argumentasi penalaran yang merupakan kesimpulan eksplisit dari satu atau lebih pernyataan/proposisi.³¹ Kesimpulan ini didasarkan pada rasionalitas seperti kesimpulan yang digunakan dalam bahasa yuridis (Yuridis menurut kamus istilah adalah ilmu hukum dan perundang-undangan yang berlaku di suatu Negara)

²⁹Dadang Juandi.. *Pembuktian, penalaran, Dan komunikasi matematika*, (FMIPA-UPI, 2008), .3

³⁰ Andri Suryana.2012.*Kemampuan Berpikir Kreatif Tingkat Lanjut*, 9

³¹ Artikel dalam internet :Pedemonte,B.. *How can the relationship between argumentation and proof be analysed?*, (Jurnal Springer Science + Business Media B.V, 2007) dapat diakses di <http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10649-006-9057-x> diakses pada 24 Mei 2013

Teori bahasa (*linguistic*) menganggap model yuridis sebagai model untuk argumentasi yang menegaskan pentingnya rasionalitas dalam argumentasi.³² Perelman dan Olbrecht-Tyteca mendefinisikan argumentasi tanpa bantuan gagasan kebenaran.³³ Dalam hal ini, argumentasi dapat dianggap sebagai pembaharuan retorika Aristotelian.³⁴

b. Argumentasi dan bukti dalam matematika untuk meyakinkan.

Dari sudut pandang epistemologis, argumentasi dan bukti dalam matematika dikembangkan ketika seseorang ingin meyakinkan (diri sendiri atau orang lain) tentang kebenaran pernyataan.³⁵ Dalam hal ini penting untuk membedakan antara istilah “meyakinkan” (*convincing*) dan “membujuk” (*persuading*), yang sangat berbeda dalam arti. Menurut teori linguistik, tujuan meyakinkan adalah untuk memodifikasi pendapat dan kepercayaan dengan menarik rasionalitas, sedangkan tujuan membujuk adalah untuk mendapatkan persetujuan tanpa harus menarik rasionalitas.³⁶ Meyakinkan berarti membujuk tetapi membujuk tidak berarti meyakinkan. Dalam matematika menggunakan argumen untuk meyakinkan.

c. Argumentasi dan bukti dalam matematika yang ditujukan kepada khalayak universal.

³² Artikel Dalam Internet : Toulmin S. E. *The use of arguments*, (1993), dapat diakses di

³³ Artikel Dalam Internet : Plantin.1990.*Essais sur l'argumentation*, 19

³⁴ Pedemonte,B.. *How can the relationship between argumentation and proof be analysed?*, (Jurnal Springer Science + Business Media B.V, 2007) , 27

³⁵ Artikel Dalam Internet : Hanna. *Proofs that prove and proofs that explain*, (1989), 27

³⁶ Artikel dalam internet :Pedemonte,B.. *How can the relationship between argumentation and proof be analysed?*, (Jurnal Springer Science + Business Media B.V, 2007) dapat diakses di <http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10649-006-9057-x> diakses pada 24 Mei 2013

Jika tujuan argumentasi dalam matematika adalah untuk meyakinkan diri sendiri atau audien tentang kebenaran suatu pernyataan, maka audien harus mampu menjawab. Dalam teori *linguistic*, audien disebut audien yang universal.³⁷ Audien terdiri dari masyarakat matematika, kelas, guru, teman berbicara.

d. Argumentasi dan bukti dalam matematika menjadi sebuah “*field*”³⁸

Teori bahasa menyatakan bahwa makna dalam argumentasi dapat berbeda sesuai dengan situasi wacana. Lebih khusus lagi, kata-kata tidak dapat menjamin pemahaman akurat.³⁹ Karakter ragam argumentasi digarisbawahi sebagai pengertian “*field*”.⁴⁰ Sebagai bukti *field* adalah bidang teoritis: aljabar, kalkulus, geometri, topologi, dan yang lainnya. Misalnya, aksioma untuk nilai kebenaran dari argumentasi dalam geometri berbeda dari aksioma yang digunakan dalam argumentasi aljabar. Karakterisasi argumentasi dan bukti menunjukkan hubungan fungsional antara mereka.⁴¹ Karakterisasi struktural antara argumentasi dan bukti yang diberikan dalam bagian berikutnya.

Pembuktian suatu pernyataan matematika dalam satu proses penalaran deduktif, yaitu proses yang berpangkal dari suatu himpunan pernyataan-pernyataan yang disebut dengan *claim*, dan berakhir dengan suatu pernyataan

³⁷ Plantin.Op. Cit , 20

³⁸ Toulmin S. E. Op. Cit, 14

³⁹ Ducrot.1980. *Les mots du discours*. Paris: Ed. de Minuit.

⁴⁰ Toulmin S. E. Op. Cit, 15

⁴¹ B. Pedemonte. Op. Cit, 27

yang disebut dengan kesimpulan (*conclusion*). Argumentasi dengan cara seperti ini dinamakan *argumentasi deduktif*. Akan tetapi, sering ditemui bahwa antara *warrant* yang menjamin untuk menghasilkan suatu konklusi dari data yang ada belum terpikirkan. Salah satu cara untuk memunculkan gagasan ke arah *claim* perantara adalah dengan cara abduktif.

Penalaran abduktif adalah suatu argumentasi yang dimulai dari fakta yang diamati berupa *claim*, dan suatu aturan yang diberikan, membawa pada suatu kondisi yang harus dimiliki. Langkah abduktif dapat disajikan dengan cara sebagai berikut:

$$Q$$

$$P \rightarrow Q$$

\therefore Premis yang lebih memungkinkan adalah P

di mana Q sebagai fakta yang diamati (sebagai *claim*), $P \rightarrow Q$ sebagai aturan/*warrant*. Argumentasi dengan cara seperti ini dinamakan *argumentasi abduktif*.⁴² Kemudian baik penalaran deduktif maupun abduktif yang sah (*valid*) disebut dengan kaidah inferensi.⁴³ Dari kaidah inferensi tersebut dapat digunakan untuk memperoleh kesimpulan matematika yang sah.

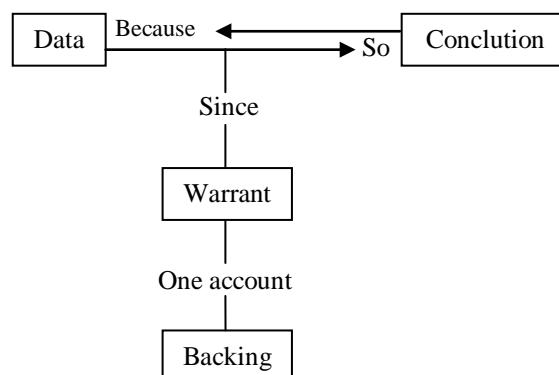
B. Bukti Matematika

Pada penelitian oleh peneliti ini, pernyataan yang terdapat pada pembuktian matematika dipandang sebagai salah satu bentuk argumentasi

⁴² Ibid. hal. 11

⁴³ Frans Susilo.2012.*Landasan Matematika*.hal.39

dengan struktur mengikuti struktur argumentasi yang dikembangkan oleh Toulmin.⁴⁴ Dalam ilmu pendidikan, terminologi yang dikemukakan oleh Toulmin ini telah digunakan untuk menganalisis dan mendokumentasikan bagaimana pembelajaran berlangsung di kelas.⁴⁵ Model ini juga telah digunakan untuk membandingkan dan menganalisa isi argumentasi dan isi bukti dari sudut pandang kognitif.⁴⁶ Model ini kemudian dikenal dengan *Toulmin Argument Pattern* (TAP).



Gambar 2.1 Skema TAP oleh Toulmin⁴⁷

Model dasar Toulmin terdiri dari tiga unsur : C (*claim*/klaim) berupa pernyataan pembicara, D (*data*/data) berupa data yang membenarkan klaim (C), W (*warrant*/perintah) berupa aturan inferensi, yang memungkinkan data (D) terhubung pada klaim (C) dan B (*backing*/dukungan). Dalam berargumen, langkah awal dari sudut pandang orang yang berargumen adalah sebuah pernyataan atau pendapat, yang dalam terminologi Toulmin disebut dengan klaim (C). Kemudian penggalan data (D) untuk mendukung klaim. Untuk mengaitkan

⁴⁴ B. Pedemonte.Op. Cit, 28

⁴⁵ Yackel, E., & Rasmussen.2002.*Beliefs: A hidden variable in mathematics education*.hal.313

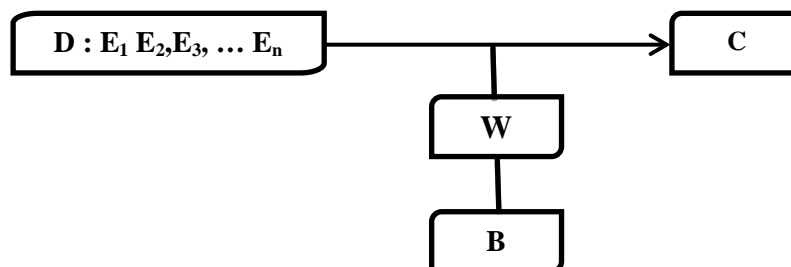
⁴⁶ Op. Cit.hal.28

⁴⁷ Kusnandi dan Utari Sumarno, Op. Cit, 9

antara C dan D terdapat aturan/warrant (W) yang berfungsi melakukan pembenaran terhadap data sehingga dapat dipahami untuk menunjukkan kaitan keduanya (C dan D). Jika terdapat aturan (W) yang belum diketahui maka dapat dicari aturan-aturan lain yang berkaitan atau biasa disebut dengan aturan dukungan (*Backing*).

Diagram skematik ini dapat digunakan sebagai model untuk membantu membaca pembuktian suatu pernyataan matematika, dan dengan sedikit modifikasi dapat digunakan untuk mengkonstruksi pembuktian matematika.

Induksi adalah kesimpulan yang memungkinkan konstruksi klaim generalisasi dari beberapa kasus tertentu.⁴⁸ Generalisasi sangat berperan dalam proses generalisasi. Harel membedakan antara dua pola generalisasi yang bekerja dalam penalaran induktif, yaitu pola hasil generalisasi dan pola proses generalisasi.⁴⁹ Pola hasil generalisasi berfokus pada keteraturan dalam hasil, dan dapat divisualisasikan sebagai: E_1, E_2, E_3, \dots di mana E adalah bagian-bagian generalisasi pada kasus 1, 2, 3 dan seterusnya. Dalam model Toulmin hasil pola generalisasi dapat direpresentasikan sebagai berikut:



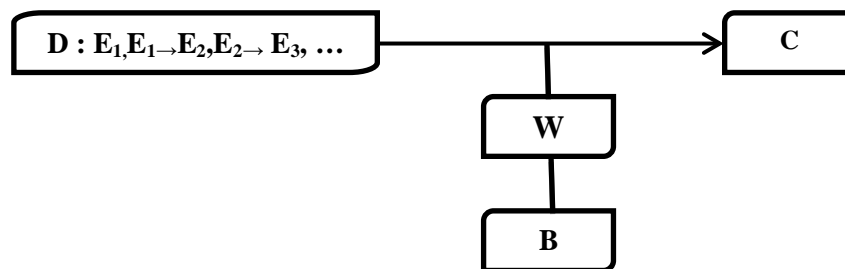
Gambar. 2.2. Pola Induktif Hasil Generalisasi

⁴⁸ Polya.1954.*Mathematics and plausible reasoning*.hal.33

⁴⁹ Harel.*The development of mathematical induction as a proof scheme*.hal.191

Dalam gambar 4 terlihat bahwa data (D) terbentuk atas kumpulan pernyataan-pernyataan hasil pembuktian sebelumnya sehingga membentuk sebuah pola yang teratur.⁵⁰

Sedangkan pola proses generalisasi berfokus pada keteraturan dalam proses. Pola tersebut dapat divisualisasikan sebagai $E_1 \rightarrow E_2, E_3 \rightarrow E_2, \dots$ Generalisasi diberikan oleh kaidah inferensi yang menghubungkan satu kasus ke kasus berikutnya. Dalam model Toulmin, proses pola generalisasi dapat direpresentasikan sebagai berikut:



Gambar. 2.3. Pola Induktif Proses Generalisasi

dalam gambar 5 terlihat bahwa data (D) terbentuk dari kumpulan proses generalisasi pernyataan matematika sehingga terbentuk sebuah pola. Pola ini dapat digunakan untuk mendeteksi kontinuitas struktural antara argumentasi dan bukti.⁵¹ Bagian tersebut menunjukkan bagaimana model Toulmin dapat digunakan untuk mendeteksi beberapa kontinuitas struktural dan beberapa jarak

⁵⁰ B. Pedemonte.2007.hal.29

⁵¹ B. Pedemonte.2007.hal.30

struktural antara argumentasi dan bukti. Penjelasan lebih ringkas disajikan dalam bentuk tabel berikut.

Tabel 2.1
Kriteria Struktur Argumen Matematik pada materi Geometri
(Modifikasi Model Toulmin)

Kriteria Argumentasi	Indikator
Deduktif (D)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mengungkapkan fakta/<i>Claim</i>. 2. Mengungkapkan aturan/<i>warrant</i>. 3. Membuat kesimpulan
Abduktif (A)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mengungkapkan fakta/<i>Claim</i>. 2. Mengungkapkan aturan/<i>warrant</i>. 3. Mengungkapkan kondisi yang seharusnya
Induktif (I)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mengungkapkan fakta/<i>Claim</i>. 2. Melakukan generalisasi kontruksi <i>Claim</i> dalam pola tertentu 3. Membuat kesimpulan
Tidak Mampu Berargumen (T)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Tidak ada fakta 2. Tidak ada aturan/<i>warrant</i>. 3. Tidak ada kesimpulan

Pedemonte menyatakan ada dua kemungkinan hubungan yang terjadi antara struktur argumentasi abduktif dengan struktur pembuktian deduktif. *Pertama*, siswa memulai membuktikan pernyataan yang diberikan melalui proses argumentasi abduktif. Hasil dari proses argumentasi ini digunakan untuk menyusun bukti secara deduktif (bukti haruslah deduktif). Siswa yang demikian dikatakan telah berhasil mengkonstruksi bukti secara deduktif. *Kedua*, siswa berhasil menyusun argumentasi abduktif dari pernyataan yang harus dibuktikan, tetapi ketika melakukan pembuktian (menyusun bukti) secara deduktif masih memuat langkah-langkah abduktif. Siswa demikian dikatakan belum berhasil mengkonstruksi bukti secara deduktif.

C. Kemampuan Mengkonstruksi Bukti Matematika

Kemampuan mengkonstruksi bukti adalah kemampuan menyusun suatu bukti pernyataan matematik berdasarkan definisi, prinsip, dan teorema serta menuliskannya dalam bentuk pembuktian lengkap (pembuktian langsung atau tak langsung). Pembuktian pada dasarnya adalah membuat serangkaian deduksi dari asumsi (premis atau aksioma) dan hasil-hasil matematika yang sudah ada (lemma atau teorema) untuk memperoleh hasil-hasil penting dari suatu persoalan matematika.⁵²

Ada beberapa faktor yang mendukung kemampuan mengkontruksi bukti. *Pertama*, yaitu mampu mengidentifikasi apa yang menjadi fakta dalam pembuktian. Maksudnya adalah siswa mengetahuia apa saja yang menjadi modal awal untuk membuktikan dengan kaidah pembuktian yang logis matematis. *Kedua*, mampu mengidentifikasi apa yang menjadi kesimpulan dalam pembuktian matematika tersebut. Kesimpulan/*conclusion* ini sebagai langkah terakhir dalam pembuktian yang merupakan hasil dari proses argumentasi. *Ketiga*, mampu menunjukkan aturan/*warrant* sebagai hal yang menjembatani fakta, argumen dan kesimpulan. Aturan dalam hal ini yaitu aksioma dan teorema matematika yang sah. *Keempat*, mampu membuat konjektur sebagai hipotesis dalam pembuktian. Konjektur juga diartikan sebagai membuat dugaan mengenai gagasan utama dalam pembuktian. *Kelima*, mampu mengevaluasi aturan-aturan

⁵² I Made Arnawa. 2007. *Mengembangkan Kemampuan Mahasiswa dalam Memvalidasi Bukti pada Aljabar Abstrak melalui Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS*. Jurnal Matematika dan Sains, Juni 2009, vol. 14 no. 2, 64

penarikan kesimpulan dari proses argumentasi yang logis. Dengan kata lain, susunan argumen dan aturan harus sesuai dengan kaidah inferensi yang sah. Penjelasan yang lebih ringkas akan disajikan dalam bentuk Tabel 2.2 yang merupakan modifikasi dari penelitian Utari Sumarmo sebagai berikut.

Tabel 2.2
Analisis Kemampuan Mengkonstruksi Bukti Matematika
(diadopsi dari Utari Sumarmo)

Variabel	Indikator	Jenis Ukur	Kode
Kemampuan Mengkonstruksi Bukti Matematika	1. Mengidentifikasi apa yang menjadi data dari pernyataan	Lisan/Tulis	M ₁
	2. Mengidentifikasi apa yang menjadi <i>conclusion</i> dari pernyataan	Tulis	M ₂
	3. Menyatakan keterkaitan di antara data dan antara data dengan konklusi dengan menunjukkan suatu <i>warrant</i>	Lisan/Tulis	M ₃
	4. Membuat dugaan mengenai konsep kunci yang menjembatani antara data dan konklusi (konjektur).	Lisan	M ₄
	5. Mengevaluasi aturan-aturan penarikan kesimpulan dari fakta-fakta yang diberikan atau yang diperoleh secara kritis (kaidah inferensi).	Lisan/Tulis	M ₅

Indikator M₁, M₂, M₃ merupakan indikator inti dimana keberadaannya sangat mempengaruhi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika. Berdasarkan modifikasi dari penelitian Utari Sumarmo kriteria siswa dapat dijelaskan dengan pencapaian indikator sebagai berikut:

1. Siswa dikatakan mampu mengkonstruksi bukti matematika secara baik sekali jika mampu memenuhi indikator kemampuan mengkonstruksi bukti M₁, M₂, M₃, M₄ dan M₅

2. Siswa dikatakan mampu mengkonstruksi bukti matematika secara baik jika mampu memenuhi indikator kemampuan mengkonstruksi bukti M_1 , M_2 , M_3 , M_4 atau M_1 , M_2 , M_3 , M_5 .
3. Siswa dikatakan mampu mengkonstruksi bukti matematika secara cukup jika mampu memenuhi indikator kemampuan mengkonstruksi bukti M_1 , M_2 , M_3 .
4. Siswa dikatakan tidak mampu mengkonstruksi bukti matematika jika tidak memenuhi indikator kemampuan mengkonstruksi bukti M_1 , M_2 , M_3 . Diantaranya sebagai contoh siswa tidak menunjukkan M_3 , yaitu M_1 , M_2 , M_4 dan M_5 ; M_1 , M_2 , M_4 dan M_5 ; M_1 , M_2 , dan M_4 , M_1 , M_2 , dan M_5 .

Kriteria pencapaian indikator kemampuan mengkonstruksi bukti dalam bentuk tabel sebagai berikut.

Tabel 2.3
Kriteria Mengkonstruksi Bukti Matematika

Kriteria Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika	Pencapaian Indikator
Baik Sekali	M_1 M_2 M_3 M_4 M_5
Baik	M_1 M_2 M_3 M_4
Cukup	M_1 M_2 M_3
Tidak Mampu Membaca bukti	Tidak mampu memenuhi salah satu atau lebih dari indikator M_1 , M_2 , M_3