

BAB IV

DESKRIPSI DAN ANALISIS DATA PENELITIAN

A. Deskripsi dan Analisis Data Subjek DRC

1. Masalah 1

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek DRC. Ia mengerjakan masalah 1 diawali dengan menunjukkan fakta yang ada. Hal ini, dapat dilihat sebagaimana struktur agumentasi dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:

Pernyataan	Alasan
$\angle TPQ = \angle TSR$	diketahui
$PT = ST$	diketahui
$PQ = RS$	diketahui
$QT = RT$	diketahui
$\Delta PQT \cong \Delta SRT$	S-sd-S

Gambar 4.1.1

Data Pembuktian Masalah 1 Subjek DRC

Berdasarkan masalah yang diajukan, subjek DRC memberikan penjelasan lebih lanjut pada saat wawancara. Hal ini dapat dilihat dalam cuplikan wawancara berikut:

- P* : “Dari masalah nomor 1 apa saja informasi yang dapat kamu ketahui?”
- DRC 1.1* : “Ini Pak, ada segitiga *PTS* dan di atasnya terdapat segitiga sama kaki *QTR*. Sehingga muncul dua segitiga baru, yakni segitiga *PQT* dan Segitiga *SRT*.”
- P* : “Apa hanya itu?”
- DRC 1.2* : “Emm,,, $QT=RT$, $PQ=RS$, $PT=ST$ (sambil menunjuk ke gambar soal uraian 1)”
- P* : “Kemudian langkah apa yang akan kamu lakukan?”
- DRC 1.3* : “Membandingkan sisi dan sudut yang bersesuaian Pak,,,”
- P* : “Baik, kalau begitu apa saja sisi dan sudut yang bersesuaian?”
- DRC 1.4* : “Sudut *TPQ* dan sudut *TSR*, *PT* dan *ST*, *PQ* dan *RS*, *TQ* dan *TR*. Segitiga *PQT* dan segitiga *SRT* kongruen karena dengan aturan *s-sd-s*.”

Cuplikan wawancara mengenai masalah 1 di atas menggambarkan bahwa subjek DRC mampu menjelaskan gambar dalam soal uraian 1 bahwa terdapat 4 segitiga. Ini sesuai dengan cuplikan DRC 1.1. Namun, subjek DRC tidak mampu menunjukkan informasi dalam soal secara benar (lihat DRC 1.2 dan DRC 1.4). Dalam soal uraian tidak menyebutkan panjang $PT = ST$ dan sudut $TPQ =$ Sudut TSR .

Tanda merah dalam gambar 4.1.1 di atas menunjukkan kesalahan memberikan informasi tentang fakta. Namun, jika dicermati subjek DRC mencoba mengumpulkan fakta-fakta. Dia juga mengetahui aturan kekongruenan dua segitiga kemudian diakhiri dengan kesimpulan, hanya saja dia tidak mampu menunjukkan fakta/*claim* secara tepat sehingga kesimpulannya juga kurang tepat.

Berikut adalah jawaban tulis subjek DRC:

Pernyataan	Alasan
$\angle TPQ = \angle TSR$	diketahui
$PT = ST$	diketahui
$PQ = RS$	diketahui
$QT = RT$	diketahui
$\Delta PQT \cong \Delta CRT$	s-s-s

Gambar 4.1.2

Data Mengkonstruksi bukti Matematika Masalah 1 Subjek DRC

Untuk memudahkan dalam deskripsi, peneliti mengumpulkan deskripsi dalam bentuk tabel.

Tabel 4.1.1

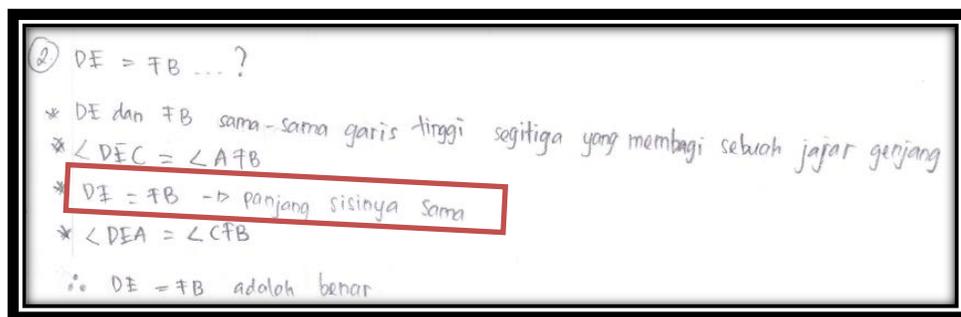
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika Subjek DRC Masalah ke-1

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	Uraian Tulis dan Wawancara	Subjek DRC menuliskan fakta/claim dengan benar pada langkah ke-3 dan ke-4. Ini dapat dilihat dalam jawaban tulis pada gambar 4.1.2. dia juga menjelaskan dalam wawancara DRC 1.1 dan DRC 1.2
M ₂	Uraian Tulis	Subjek DRC membuat kesimpulan pada langkah terakhir jawaban uraian tulis. Dapat dilihat dalam gambar 4.1.2
M ₃	Uraian Tulis dan Wawancara	Pada gambar 4.1.2 subjek DRC menyebutkan aturan kesebangunan s-sd-s. Dilanjutkan dengan

		percakapan dengan kode DRC 1.4.
M ₄	Wawancara	Pada percakapan DRC 1.3 dia menjelaskan mengenai konjektur dan langkah pembuktian.
M ₅	Wawancara	Pada percakapan 1.3 dapat dilihat subjek DRC mengatakan bahwa sudut TPQ dan sudut TSR, PT dan ST, PQ dan RS, TQ dan TR. Segitiga PQT dan segitiga SRT kongruen karena dengan aturan s-sd-s.

2. Masalah 2

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek DRC. Subjek DRC membuktikan masalah 2 dengan pendekatan bangun jajar genjang. Hal ini, dapat dilihat sebagaimana struktur agumentasi dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:



Gambar 4.1.3
Data Pembuktian Masalah 2 Subjek DRC

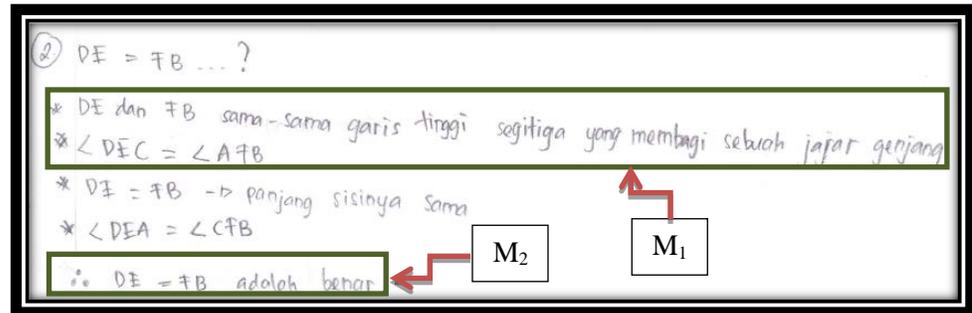
Subjek DRC memberikan penjelasan lebih lanjut pada saat dilakukan wawancara. Hal ini dapat dilihat dalam cuplikan wawancara berikut:

- P* : “Coba lihat gambar pada soal nomor 2, apa saja yang dapat kamu ketahui?”
- DRC 2.1* : “Ini bangun jajar genjang yang dipotong secara diagonal. Akibatnya ada dua segitiga yang sama. Kemudian DE dan BF adalah garis tinggi. ”
- P* : “Menurutmu apakah segitiga ADC dan segitiga ABC kongruen? ”
- DRC 2.2* : “Ya, karena jajar genjang jika dipotong secara diagonal menjadi dua segitiga yang sama pak,, ”

Cuplikan wawancara mengenai pembuktian masalah 2 di atas menggambarkan bahwa subjek DRC menjelaskan gambar dalam soal uraian 2 bahwa terdapat jajar genjang yang dipotong sesuai salah satu diagonalnya. Akibatnya ada dua segitiga yang kongruen. Ini sesuai dengan cuplikan DRC 2.1. Subjek DRC dapat menunjukkan apa yang menjadi fakta/*claim* yaitu ABCD adalah sebuah jajar genjang dan AC adalah diagonalnya. Pemotongan jajar genjang ABCD searah diagonal AC menurutnya mengakibatkan ada dua segitiga yang kongruen dengan DE dan BF sebagai garis tingginya. Dengan demikian panjang DE dan BF adalah sama. Ini adalah proses abduktif. Hanya saja subjek DRC tidak mampu menyajikan argumentasi dalam pembuktian yang runtut.

Gambar dengan tanda merah di atas menunjukkan kesalahan argumentasi subjek DRC pada pembuktian masalah ke-2. Seharusnya pernyataan tersebut menjadi kesimpulan akhir dari pembuktian.

Berikut adalah jawaban tulis subjek DRC:



Gambar 4.1.4
Data Mengkonstruksi bukti Masalah 2 Subjek DRC

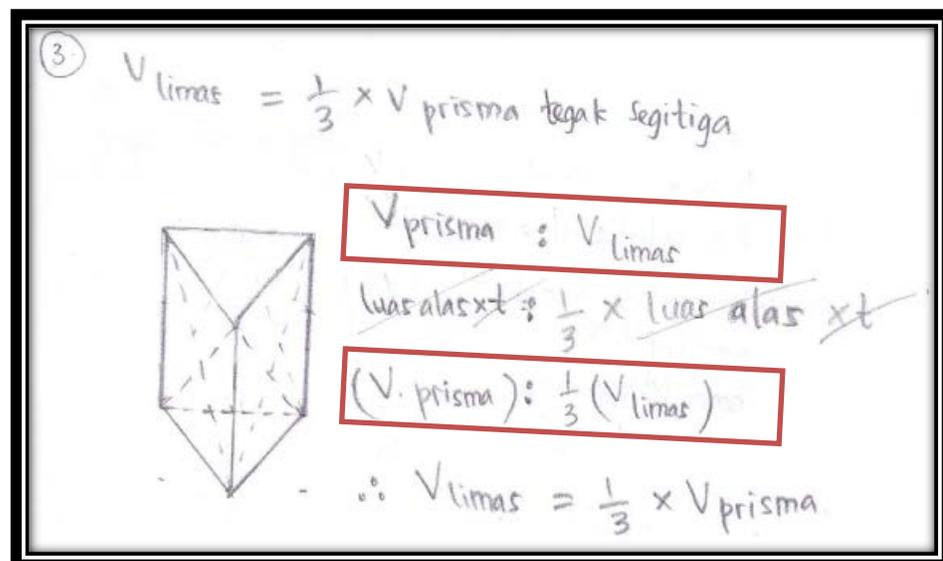
Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek DRC pada masalah ke-2.

Tabel 4.1.2
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek DRC Masalah ke-2

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	Uraian Tulis dan Wawancara	Subjek DRC menuliskan fakta/ <i>claim</i> pada jawaban soal uraian ke-2. Dia juga menjelaskan tentang bangun jajargenjang dengan salah satu diagonalnya (percakapan DRC 2.1).
M ₂	Uraian Tulis	Subjek DRC menunjukkan kaimpulan dalam langkah terahir.
M ₃	Wawancara	Subjek DRC berargumen dalam cuplikan wawancara bahwa jajargenjang yang dipotong oleh salah satu diagonalnya akan membentuk dua segitiga yang kongruen. (percakapan DRC 2.1 dan DRC 2.1)
M ₄	Wawancara	Pada percakapan DRC 2.2 dia menegaskan dugaannya tentang irisan bangun jajargenjang yang dipotong oleh diagonalnya adalah dua segitiga yang kongruen. Namun, hal ini tidak disertai dengan argumentasi logis yang mendasarinya.
M ₅	Wawancara	Subjek DRC tidak menyatakan kaidah inferensi.

3. Masalah 3

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek DRC. Subjek DRC membuktikan masalah 3 secara tidak teratur. Hal ini, dapat dilihat sebagaimana struktur agumentasi dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:



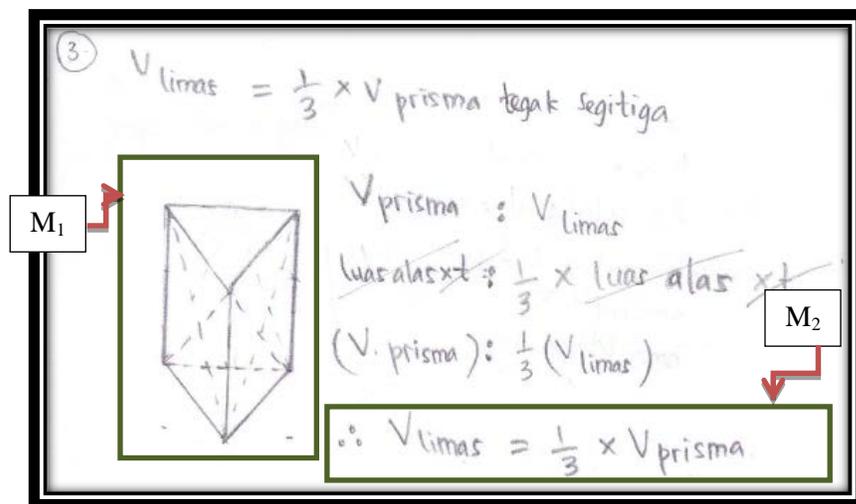
Gambar 4.1.5
Data Pembuktian Masalah 3 Subjek DRC

Subjek DRC memberikan penjelasan pada saat dilakukan wawancara sebagaimana berikut:

- P* : “Bagaimana rumus volume prisma segitiga?”
DRC 3.1 : “Luas alas (segitiga) dikali tinggi.”
P : “Bagaimana volume limas segitiga dengan alas yang sama”
DRC 3.2 : “Emmm,,, Sepertiganya pak!”
P : “Bagaimana kamu yakin dengan jawabanmu?”
DRC 3.3 : “Karena sudah rumusnya pak!”

Dari cuplikan wawancara dan jawaban tulis diatas, subjek DRC tidak dapat menuliskan apa menjadi data dan apa yang harus dibuktikan. Subjek DRC juga tidak mampu membuat argumentasi logis matematis. Dia menganalisis soal uraian nomor 3 dengan pendekatan rumus yang diketahuinya di waktu SMP mengenai rumus volume prisma dan limas. Ini dapat ditunjukkan pada percakapan DRC 3.3.

Berikut adalah jawaban tulis subjek DRC :



Gambar 4.1.6
Data Mengkonstruksi bukti Masalah 3 Subjek DRC

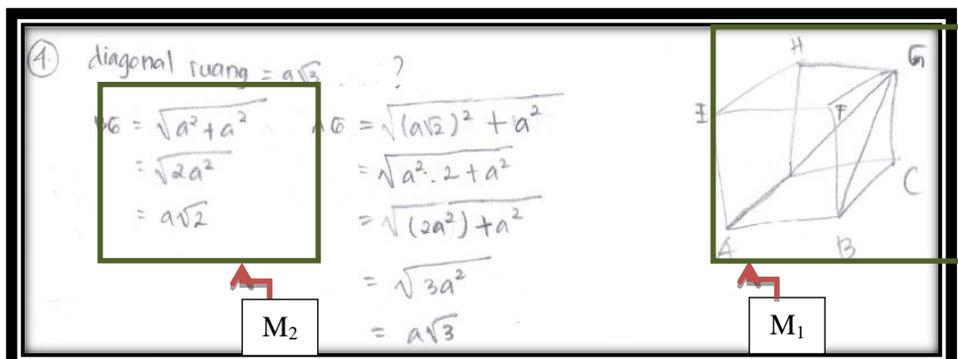
Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek DRC pada masalah ke-3.

Tabel 4.1.3
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika Subjek
DRC Masalah ke-3

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	Uraian Tulis	Subjek DRC menggambar sebuah prisma segitiga. Namun dia tidak membuat ilustrasi yang menjembatani pembuktian secara geometri.
M ₂	Uraian Tulis	Subjek DRC menunjukkan kaimpulan dalam langkah terakhir.
M ₃	-	Subjek DRC tidak menulis aturan yang mendukung argumentasinya secara tepat.
M ₄	-	Subjek DRC tidak menulis aturan yang mendukung argumentasinya secara tepat.
M ₅	-	Subjek DRC tidak menulis kaidah inferensi mengenai argumentasinya secara tepat. Percakapan DRC 3.3

4. Masalah 4

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek DRC. Subjek DRC membuktikan masalah 4 dengan perhitungan matematis. Dia tidak menyusun pembuktian secara deduktif. Hal ini, dapat dilihat sebagaimana struktur agumentasi dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:



Gambar 4.1.7
Data Pembuktian Masalah 4 Subjek DRC

Subjek DRC membuktikan masalah ke-4 dengan menunjukkan perhitungan matematis bahwa panjang diagonal ruang suatu kubus dengan sisi a adalah $a\sqrt{3}$. Dia juga memberikan penjelasan pada saat dilakukan wawancara sebagaimana berikut:

- P* : “Bagaimana kamu menghitung panjang diagonal ruang kubus tersebut?”
- DRC 4.1* : “Menggunakan rumus pythagoras.”
- P* : “Bagaimana langkah-langkahnya?”
- DRC 4.2* : “Mencari panjang diagonal sisi. Kemudian, dapat dicari panjang diagonal sisinya.”

Dari cuplikan wawancara dan jawaban uraian di atas, subjek DRC sudah memahami apa yang menjadi fakta awal dan apa yang harus ditunjukkan untuk membuktikan. Ini dapat dilihat dari bagaimana dia menunjukkan perhitungan matematis penerapan rumus pythagoras dalam menghitung panjang diagonal sisi dan diagonal ruang kubus. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada gambar 4.1.4. Meskipun subjek DRC tidak menyusun pembuktian secara deduktif, dia menyusun argumentasi berawal

dari fakta. Kemudian dia menggunakan rumus pythagoras sebagai aturan matematikanya. Dan diakhiri dengan menunjukkan panjang diagonal ruang kubus dengan sisi a sebagai kesimpulannya.

Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek DRC pada masalah ke-4.

Tabel 4.1.4
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek DRC Masalah ke-4

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	Uraian Tulis	Subjek DRC menggambar sebuah kubus dengan diagonalnya. Namun dia tidak membuat ilustrasi yang menjembatani pembuktian secara geometri.
M ₂	Uraian Tulis	Subjek DRC menunjukkan kaimpulan dalam langkah terakhir.
M ₃	-	Subjek DRC tidak menulis aturan yang mendukung argumentasinya secara tepat.
M ₄	Wawancara	Dia menjelaskan dalam kutipan wawancara dengan kode DRC 4.2
M ₅	Wawancara	Subjek DRC tidak menulis kaidah inferensi mengenai argumentasinya secara tepat. Percakapan DRC 4.3

B. Deskripsi dan Analisis Data Subjek MQA

1. Masalah 1

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek MQA. Subjek MQA membuktikan masalah 1 dengan menuliskan fakta/*claim*. Namun, masih ada kesalahan dalam menuliskan fakta. Hal ini, dapat dilihat

sebagaimana struktur agumentasi dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:

	Pernyataan	Alasan
M ₁	1. QT = RT	1. diketahui
	2. PQ = RS	2. diketahui
	3. $\angle QPT = \angle RST$	3. sifat segitiga sama sisi
	4. PT = ST	4. sifat segitiga sama sisi
M ₂	5. $\Delta PQT = \Delta SRT$	5. sisi - sisi - sisi
M ₃		

Gambar 4.2.1
Data Pembuktian Masalah 1 Subjek MQA

Subjek MQA membuktikan masalah ke-1 dengan cara menuliskan fakta-fakta dalam masalah 1. Pada langkah pertama dan ke-2 dia memberikan pernyataan yang benar. Di langkah yang ke-3 dia menuliskan sudut QPT dan sudut RST sama besar. Argumennya sifat segitiga sama sisi. Padahal tidak ada keterangan dalam masalah 1 yang menyebutkan segitiga PTS sama sisi. Ini yang membuat langkah selanjutnya dalam pembuktian masalah 1 menjadi tidak tepat. Selain itu, dia menyimpulkan bahwa segitiga PQT kongruen segitiga SRT karena ada aturan kesesuaian sisi-sisi-sisi.

Langkah pembuktian yang terdapat dalam kotak merah pada **Gambar 4.2.1** di atas menunjukkan kesalan argumentasi subjek MQA. Untuk keterangan lebih lanjut dia paparkan dalam cuplikan wawancara berikut.

- P* : “Dari masalah 1 ini, informasi apa saja yang dapat kamu peroleh?”
- MQA 1.1* : “ $QT=PT$, $PQ=RS$, segitiga PTS sama sisi, dan segitiga QTR sama kaki.”
- P* : “Baik, kemudian bagaimana menurutmu langkah yang tepat untuk membuktikan?”
- MQA 1.2* : “Dengan menunjukkan kalau panjang $PT = ST$.”
- P* : “Jika $PT=ST$, apa akibatnya?”
- MQA 1.3* : “Segitiga PQT kongruen segitiga SRT , karena ketiga pasang sisinya sama panjang.”

Dari cuplikan wawancara dan jawaban uraian di atas, subjek MQA tidak dapat menuliskan fakta-fakta yang ada dalam masalah 1 secara tepat. Subjek MQA mengetahui tentang aturan/warrant yaitu dua segitiga dikatakan kongruen jika terdapat kesesuaian sisi-sisi-sisi dalam dua segitiga. Ini sesuai dengan cuplikan percakapan MQA 1.3.

Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek MQA pada masalah ke-1.

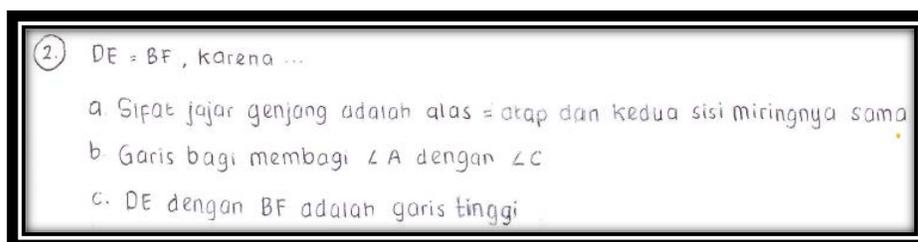
Tabel 4.2.1
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek MQA Masalah ke-1

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M_1	Uraian Tulis dan Wawancara	Subjek MQA menuliskan fakta/claim dengan benar pada langkah ke-1 dan ke-2. Ini dapat dilihat dalam jawaban tulis pada gambar 4.2.1. Dia juga menjelaskan dalam wawancara MQA 1.1
M_2	Uraian Tulis dan Wawancara	Subjek MQA membuat kesimpulan pada langkah terakhir jawaban uraian tulis. Dapat dilihat dalam gambar 4.2.1. Dia juga memaparkannya dalam cuplikan

		wawancara kode MQA 1.3.
M ₃	Uraian Tulis dan Wawancara	Pada gambar 4.2.1 subjek MQA menyebutkan aturan kesebangunan s-s-s. Dilanjutkan dengan percakapan dengan kode MQA 1.3
M ₄	Wawancara	Pada percakapan MQA 1.2 dia menjelaskan mengenai konjektur dan langkah pembuktian.
M ₅	Wawancara	Pada percakapan MQA 1.3 dia menjelaskan segitiga $\triangle PQT \cong \triangle STR$ berdasarkan aturan kesesuaian sisi-sisi-sisi.

2. Masalah 2

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek MQA. Subjek MQA menuliskan argumentasi sesuai dengan data yang ada. Namun, masih ada kasalahan dalam prosesnya. Hal ini, dapat dilihat sebagaimana struktur agumentasi dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:



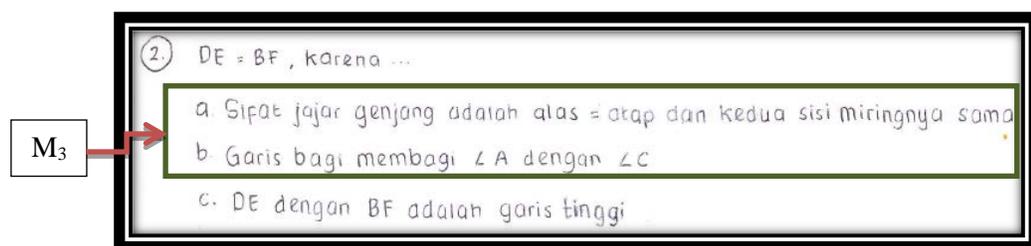
Gambar 4.2.2
Data Pembuktian Masalah 2 Subjek MQA

Dalam pembuktian masalah ke-2 ini, Subjek MQA tidak mampu untuk menyusun pembuktian secara runtut. Dia mencoba berargumentasi abduktif. Namun, dia hanya memaparkan fakta-fakta

awal tanpa mencantumkan aturan/warrant. Dia juga tidak menuliskan kesimpulan secara tepat. Berikut adalah cuplikan wawancaranya.

- P* : “Masih ingatkah kamu tentang sifat bangun jajargenjang?”
- MQA 2.1* : “iya pak, sepasang sisi yang berhadapan sama panjang (termasuk sisi miringnya).”
- P* : “Dari gambar ini (masalah 2), informasi apa yang dapat kamu dapatkan?”
- MQA 2.2* : “Sebuah jajargenjang yang dipotong oleh salah satu diagonalnya. Menjadi dua segitiga baru dengan DE dan BF sebagai garis tingginya.”
- P* : “Apa yang dapat kamu simpulkan?”
- MQA 2.3* : “Panjang $DE = BF$.”

Dari cuplikan percakapan di atas, subjek MQA mengetahui tentang fakta dalam masalah ke-2. Dia juga mengetahui tentang sifat bangun jajargenjang. Ini dapat dilihat dalam MQA 2.1. Dia tidak menyebutkan bahwa kedua segitiga baru tersebut adalah kongruen dengan aturan kekongruenannya.



Gambar 4.2.3
Data Mengkonstruksi bukti Masalah 2 Subjek MQA

Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek MQA pada masalah ke-2.

Tabel 4.2.2
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek
MQA Masalah ke-2

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	Wawancara	Subjek MQA menuliskan fakta/ <i>claim</i> dalam wawancara MQA 2.2
M ₂	Wawancara	Subjek MQA menyebutkan kesimpulannya (MQA 2.3).
M ₃	Wawancara	Pada cuplikan percakapan subjek MQA menuliskan aturan yang berupa sifat jajargenjang yang dipotong melalui salah satu diagonalnya. Ini terdapat pada percakapan dengan kode MQA 2.2
M ₄	Wawancara	Pada percakapan MQA 2.2 dan MQA 2.3 dia menjelaskan mengenai konjektur dan langkah pembuktian.
M ₅	-	Tidak ada kaidah inferensi yang ditunjukkan oleh subjek MQA

3. Masalah 3

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek MQA. Pembuktian yang dilakukan oleh subjek MQA pada masalah 3 menggunakan pendekatan rumus jadi. Hal ini, dapat dilihat sebagaimana dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:

③ V. limas segitiga = $\frac{1}{3}$ dari V. prisma tegak segitiga, karena ...
 V. limas segitiga = $\frac{1}{2} \cdot a \cdot t_{\Delta} \cdot t_{\text{limas}} \cdot \frac{1}{3}$
 V. prisma segitiga = $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_{\Delta} \cdot t_{\text{prisma}}$
 $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_{\Delta} \cdot t = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_{\Delta} \cdot t$
 $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

Gambar 4.2.4
Data Pembuktian Masalah 3 Subjek MQA

Pada penyusunan argumentasi pembuktian masalah ke-3 ini subjek MQA tidak menemukan struktur yang tepat. Dia menyusun argumentasi dengan pendekatan rumus jadi yang telah diketahuinya di SMP. Dia tidak mencoba membuat pendekatan melalui geometri yang lebih sederhana. Berikut cuplikan wawancara dengan subjek MQA.

- P* : “Dari masalah ke-3, apa yang dapat kamu ketahui?”
MQA 3.1 : “Volume prisma segitiga, dan volume limas segitiga dengan alas yang sama.”
P : “Kemudian apa yang akan kamu lakukan untuk membuktikan masalah ini?”
MQA 3.2 : “Membandingkan rumus volume prisma dengan volume limas segitiga.”
P : “Kalau begitu, dapatkah kamu jelaskan volume kedua bangun tersebut?”
MQA 3.3 : “Bisa pak, begini (sambil menunjuk ke arah jawaban tulis)”

Dari cuplikan wawancara di atas, subjek MQA membuktikan dengan pendekatan perbandingan rumus. Rupanya dia kesulitan dalam membuat sebuah persamaan secara logis dan deduktif. Kesalahan tersebut dapat dilihat dalam gambar 4.2.4 berikut.

③ $V. \text{ limas segitiga} = \frac{1}{3}$ dari $V. \text{ prisma tegak segitiga}$, karena ...
 $V. \text{ limas segitiga} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_A \cdot t_{\text{limas}} \cdot \frac{1}{3}$
 $V. \text{ prisma segitiga} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_A \cdot t_{\text{prisma}}$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_A \cdot t = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_A \cdot t$$

$$\frac{1}{3} = 1$$

Gambar 4.2.5
Data Kesalahan Pembuktian Masalah 3 Subjek MQA

③ V. limas segitiga = $\frac{1}{3}$ dari V. prisma tegak segitiga, karena ...
 V. limas segitiga = $\frac{1}{2} \cdot a \cdot t_A \cdot t_{\text{limas}} \cdot \frac{1}{3}$
 V. prisma segitiga = $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_A \cdot t_{\text{prisma}}$

M₃ → $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_A \cdot t = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_A \cdot t$

M₂ → $\frac{1}{3} = 1$

Gambar 4.2.6
Data Mengkonstruksi bukti Masalah 3 Subjek MQA

Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek MQA pada masalah ke-3.

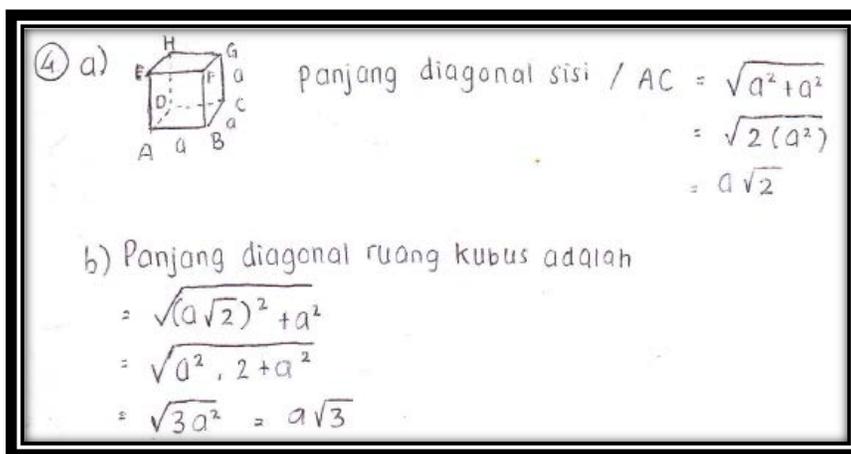
Tabel 4.2.3
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek MQA Masalah ke-3

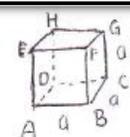
Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	Wawancara	Subjek MQA memberikan keterangan tentang fakta dalam kutipan wawancara MQA 3.1
M ₂	Uraian Tulis	Subjek MQA memberikan kesimpulan yang tidak tepat (gambar 42.5.)
M ₃	-	Subjek MQA tidak menunjukkan aturan sebagai bahan argumentasi.
M ₄	Wawancara	Pada percakapan kode MQA 3.2, subjek MQA menunjukkan dugaannya dengan membandingkan rumus volume prisma dan limas.
M ₅	-	Tidak ada kaidah inferensi yang ditunjukkan oleh subjek MQA

4. Masalah 4

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek MQA. Subjek

MQA menyusun argumentasinya dalam pembuktian ke-3 ini secara deduktif. Hal ini, dapat dilihat sebagaimana struktur agumentasi dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:



④ a)  panjang diagonal sisi / AC = $\sqrt{a^2 + a^2}$
 $= \sqrt{2(a^2)}$
 $= a\sqrt{2}$

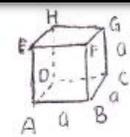
b) Panjang diagonal ruang kubus adalah
 $= \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + a^2}$
 $= \sqrt{a^2 \cdot 2 + a^2}$
 $= \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$

Gambar 4.2.7
Data Pembuktian Masalah 4 Subjek MQA

Subjek MQA membuktikan masalah ke-4 dengan menunjukkan perhitungan matematis bahwa panjang diagonal sisi suatu kubus dengan sisi a adalah $a\sqrt{2}$. Kemudian dia menggunakan konsep yang sama untuk menentukan panjang diagonal ruang kubus yaitu $a\sqrt{3}$. Dia juga memberikan penjelasan pada saat dilakukan wawancara sebagaimana berikut:

- P* : “Dari masalah ke-4 ini apa yang dapat kamu ketahui?”
MQA 4.1 : “Ada kubus dengan panjang sisi a satuan. Kemudian akan dicari berapa panjang diagonal ruangnya.”
P : “Baik, menurutmu langkah apa yang paling tepat untuk membuktikan?”
MQA 4.2 : “Mencari panjang diagonal sisi. Kemudian, dapat dicari panjang diagonal sisinya.”

Dari cuplikan wawancara dan jawaban uraian di atas, subjek MQA sudah memahami apa yang menjadi fakta awal dan apa yang harus ditunjukkan untuk membuktikan. Ini dapat dilihat dari bagaimana dia menunjukkan perhitungan matematis penerapan rumus pythagoras dalam menghitung panjang diagonal sisi dan diagonal ruang kubus. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada gambar 4.2.4. Meskipun subjek MQA tidak menyusun pembuktian secara deduktif, dia menyusun argumentasi berawal dari fakta. Kemudian dia menggunakan rumus pythagoras sebagai aturan matematikanya. Dan diakhiri dengan menunjukkan panjang diagonal ruang kubus dengan sisi a sebagai kesimpulannya.

④ a)  panjang diagonal sisi / AC = $\sqrt{a^2 + a^2}$
 $= \sqrt{2(a^2)}$
 $= a\sqrt{2}$

b) Panjang diagonal ruang kubus adalah

$$\sqrt{(a\sqrt{2})^2 + a^2} \quad \leftarrow M_3$$

$$= \sqrt{a^2 \cdot 2 + a^2}$$

$$= \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3} \quad \leftarrow M_2$$

Gambar 4.2.8
Data Mengkonstruksi bukti Masalah 4 Subjek MQA

Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek MQA pada masalah ke-4.

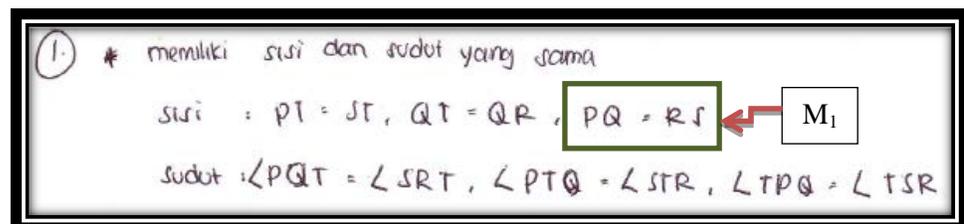
Tabel 4.2.4
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek
MQA Masalah ke-4

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	Wawancara	Subjek MQA memberikan keterangan tentang fakta dalam kutipan wawancara MQA 4.1
M ₂	Uraian Tulis	Subjek MQA memberikan kesimpulan dengan menunjukkan panjang diagonal ruang kubus adalah $a\sqrt{3}$ (gambar 4.2.7)
M ₃	Uraian Tulis	Subjek MQA menggunakan aturan pythagoras untuk membuktikan.
M ₄	Wawancara	subjek MQA memberikan dugaannya dalam percakapan MQA 4.2.
M ₅	-	Tidak ada kaidah inferensi yang ditunjukkan oleh subjek MQA

C. Deskripsi dan Analisis Data Subjek ARA

1. Masalah 1

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek ARA. Subjek ARA membuktikan masalah 1 dengan tidak teratur. Ini dapat dilihat sebagaimana struktur agumentasi dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:



Gambar 4.3.1
Data Pembuktian Masalah 1 Subjek ARA

Subjek ARA menyusun argumentasinya dengan menyebutkan fakta-fakta. Dia menuliskan pasangan sisi dan sudut yang bersesuaian dan sama besar yaitu $PT=ST$, $QT=QR$, $PQ=RS$, $\angle PQT=\angle SRT$, $\angle PTQ=\angle STR$, dan $\angle TPQ=\angle TSR$. Subjek ARA tidak menyebutkan aturan/*warrant* dalam argumentasinya. Penjelasan lebih lanjut diungkapkan dalam cuplikan wawancara berikut.

- P* : “Dari masalah pertama ini apa yang dapat kamu ketahui?”
- ARA 1.1* : “ $PT=ST$, $QT=QR$, $PQ=RS$, $\angle PQT=\angle SRT$, $\angle PTQ=\angle STR$, dan $\angle TPQ=\angle TSR$ ”
- P* : “Apakah $PT=ST$?”
- ARA 1.2* : “Iya Pak, karena PST adalah segitiga sama-sisi.”
- P* : “Apakah ada keterangan yang menyebutkan ΔPST sama sisi?”
- ARA 1.3* :” Tidak Pak,, tapi kelihatannya sama saja.”

Dari cuplikan wawancara diatas, subjek ARA menyatakan bahwa ΔPST sama sisi. Padahal tidak ada keterangan yang menyebutkan ΔPST sama sisi.

Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek ARA pada masalah ke-1.

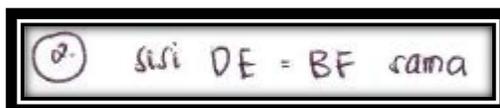
Tabel 4.3.1
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek ARA Masalah ke-1

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M_1	Uraian Tulis dan Wawancara	Subjek ARA menunjukkan fakta dalam gambar 4.3.1
M_2	-	Subjek ARA tidak memberikan kesimpulan.
M_3	-	Subjek ARA menggunakan aturan pythagoras untuk membuktikan.

M ₄	Wawancara	subjek ARA memberikan dugaannya dalam percakapan ARA 1.2.
M ₅	-	Tidak ada kaidah inferensi yang ditunjukkan oleh subjek ARA

2. Masalah 2

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek ARA. Subjek ARA tidak mampu membuktikan masalah 1. Hal ini, dapat dilihat sebagaimana dia menuliskan pernyataannya dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:



Gambar 4.3.2
Data Pembuktian Masalah 2 Subjek ARA

- P* : “Dari masalah pertama ini apa yang dapat kamu ketahui?”
- ARA 1.1* : “Panjang $DE = BF$ ”
- P* : “Bagaimana alasanmu?”
- ARA 1.2* : “Sudah jelas pada gambar pak,,,”
- P* : “Dapatkah kamu menuliskan jawabannya dalam pembuktianmu?”
- ARA 1.3* : “Ya pokoknya begitu pak, saya yakin ini sama. Tapi saya bingung bagaimana menuliskannya.”

Dari cuplikan wawancara diatas, subjek ARA menyatakan bahwa panjang $DE=BF$. Dia tidak mampu untuk mengungkapkan alasannya secara deduktif dalam sebuah pembuktian yang runtut.

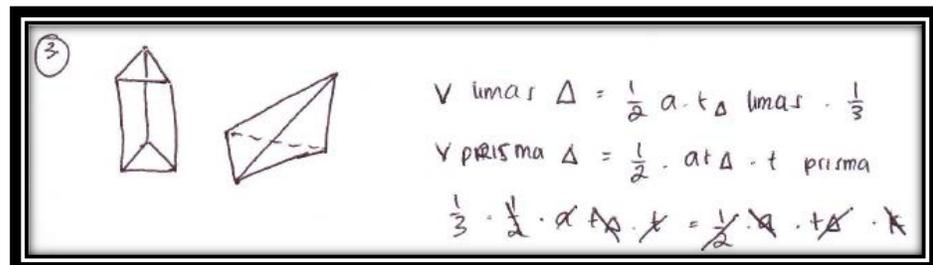
Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek ARA pada masalah ke-2.

Tabel 4.3.2
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek ARA Masalah ke-2

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	-	Subjek ARA tidak menunjukkan fakta dalam masalah ke-2
M ₂	-	Subjek ARA tidak memberikan kesimpulan.
M ₃	-	Subjek ARA tidak menyebutkan aturan yang mendukung pembuktian.
M ₄	-	Subjek ARA tidak menyatakan sebuah konjektur.
M ₅	-	Tidak ada kaidah inferensi yang ditunjukkan oleh subjek ARA

3. Masalah 3

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek ARA. Pembuktian yang dilakukan oleh subjek ARA pada masalah 3 dengan pendekatan rumus jadi. Hal ini, dapat dilihat sebagaimana struktur agumentasi dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:



Gambar 4.3.3
Data Pembuktian Masalah 3 Subjek ARA

Pada penyusunan argumentasi pembuktian masalah ke-3 ini subjek ARA tidak menemukan struktur yang tepat. Dia menyusun argumentasi dengan pendekatan rumus jadi yang telah diketahuinya di SMP. Dia tidak mencoba membuat pendekatan melalui geometri yang lebih sederhana. Berikut cuplikan wawancara dengan subjek ARA

- P* : “Dari masalah ke-3, apa yang dapat kamu ketahui?”
ARA 3.1 : “Volume limas = 3 kali volume prisma”
P : “Dapatkah kamu memberikan alasannya?”
ARA 3.2 : “Dengan membandingkan rumusnya pak,,,”

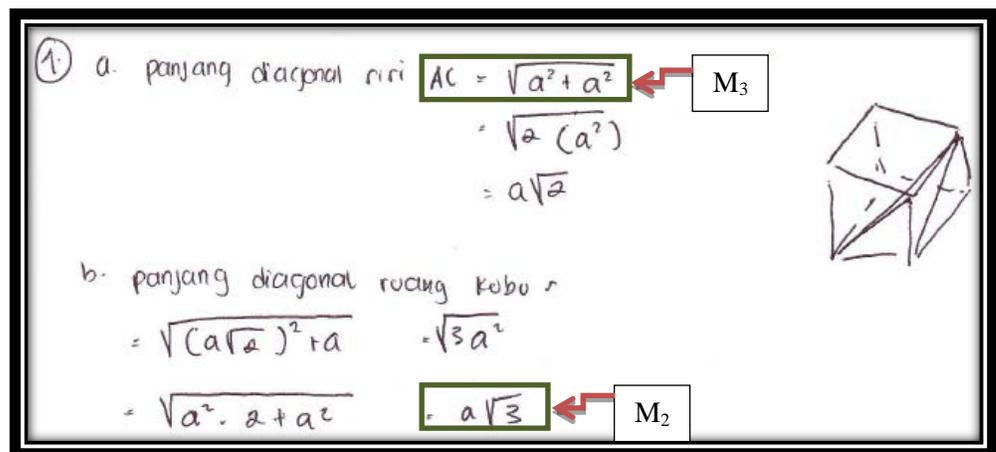
Dari cuplikan wawancara di atas, subjek ARA membuktikan dengan pendekatan perbandingan rumus. Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek ARA pada masalah ke-3.

Tabel 4.3.3
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek ARA Masalah ke-3

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	Wawancara	Subjek ARA menunjukkan fakta dalam masalah ke-3 dengan tidak tepat. (gambar 4.9.3 dan ARA 3.1)
M ₂	-	Subjek ARA tidak memberikan kesimpulan.
M ₃	-	Subjek ARA tidak menyebutkan aturan yang mendukung pembuktian.
M ₄	-	Subjek ARA tidak menyatakan sebuah konjektur.
M ₅	-	Tidak ada kaidah inferensi yang ditunjukkan oleh subjek ARA

- P* : “Dari masalah ke-4 ini apa yang dapat kamu ketahui?”
ARA 4.1 : “Panjang sisi kubus a satuan.”
P : “Bagaimana langkahmu untuk membuktikan?”
ARA 4.2 : “Dengan menggunakan rumus pythagoras pak,,,”

Dari cuplikan wawancara dan jawaban uraian di atas, subjek ARA sudah memahami apa yang menjadi fakta awal dan apa yang harus ditunjukkan untuk membuktikan. Ini dapat dilihat dari bagaimana dia menunjukkan perhitungan matematis penerapan rumus pythagoras dalam menghitung panjang diagonal sisi dan diagonal ruang kubus. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada gambar 4.3.4. Meskipun subjek ARA tidak menyusun pembuktian secara deduktif, dia menyusun argumentasi berawal dari fakta. Kemudian dia menggunakan rumus pythagoras sebagai aturan matematikanya. Dan diakhiri dengan menunjukkan panjang diagonal ruang kubus dengan sisi a sebagai kesimpulannya. Ini dapat disebut juga dengan argumentasi dengan kriteria deduktif.



① a. panjang diagonal sisi $AC = \sqrt{a^2 + a^2}$ \leftarrow M_3
 $= \sqrt{2(a^2)}$
 $= a\sqrt{2}$

b. panjang diagonal ruang kubus
 $= \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + a^2} = \sqrt{3a^2}$
 $= \sqrt{a^2 \cdot 3 + a^2} = a\sqrt{3} \leftarrow M_2$

Gambar 4.3.5
Data Mengkonstruksi bukti Masalah 4 Subjek ARA

Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek ARA pada masalah ke-4.

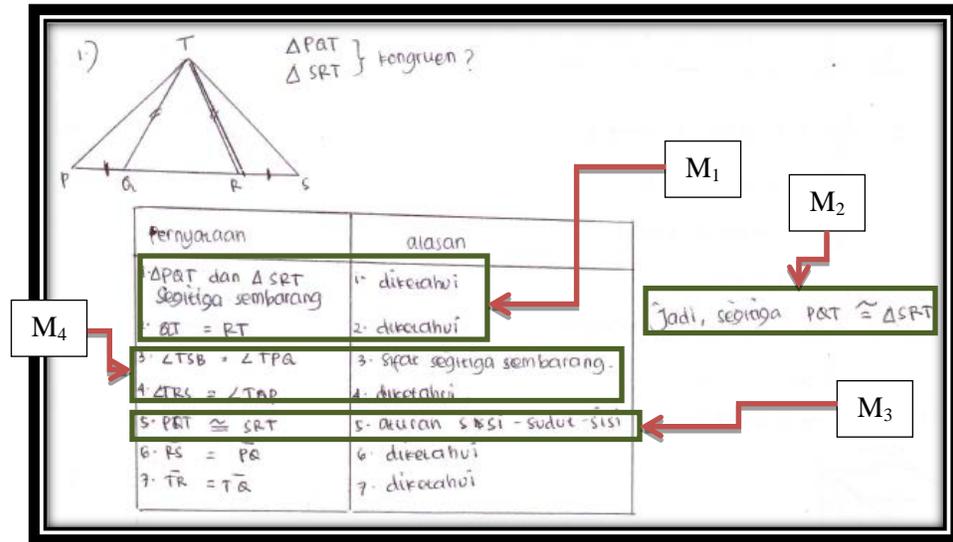
Tabel 4.3.4
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek ARA Masalah ke-4

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	Wawancara	Subjek ARA memberikan keterangan tentang fakta dalam kutipan wawancara ARA 4.1
M ₂	Uraian Tulis	Subjek ARA memberikan kesimpulan dengan menunjukkan panjang diagonal ruang kubus adalah $a\sqrt{3}$ (gambar 4.9.4).
M ₃	Uraian Tulis dan Wawancara	Subjek ARA menggunakan aturan pythagoras untuk membuktikan.
M ₄	Wawancara	Subjek ARA memberikan dugaannya (konjektur) dalam percakapan ARA 4.1 dan ARA 4.2).
M ₅	-	Tidak ada kaidah inferensi yang ditunjukkan oleh subjek ARA.

D. Deskripsi dan Analisis Data Subjek GM

1. Masalah 1

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek GM. Subjek GM membuktikan masalah 1 dengan menuliskan fakta yang ada dalam soal. Hal ini, dapat dilihat sebagaimana struktur agumentasi dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:



Gambar 4.4.1
Data Mengkonstruksi bukti Masalah 1 Subjek GM

Berdasarkan masalah yang diajukan, subjek GM memberikan penjelasan lebih lanjut pada saat wawancara. Hal ini dapat dilihat dalam cuplikan wawancara berikut:

- P* : “Dari masalah nomor 1 apa saja informasi yang dapat kamu ketahui?”
- GM 1.1* : “ ΔPQT dan ΔSRT adalah segitiga sembarang. $QT=RT$, $PQ=SR$ ”
- P* : “Kemudian apa langkahmu untuk membuktikan?”
- GM 1.2* : “Menunjukkan ada sisi dan sudut yang bersesuaian sama besar.”
- P* : “Apa saja aturan kongruen yang kamu tahu?”
- GM* : “s-s-s, s-d-s, dan s-s-d”

Cuplikan wawancara mengenai masalah 1 di atas menggambarkan bahwa subjek GM mampu menjelaskan gambar dalam soal uraian 1. Ini sesuai dengan cuplikan GM 1.1. Namun, subjek GM tidak mampu menunjukkan informasi dalam soal secara benar (lihat

gambar 4.4.1.a). Kesalahan itu juga dapat dilihat dalam gambar 4.1.1.a berikut.

Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek GM pada masalah ke-1.

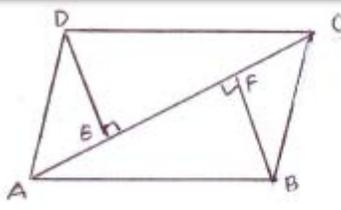
Tabel 4.4.1
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek GM Masalah ke-1

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	Uraian Tulis dan Wawancara	Subjek GM menunjukkan fakta dalam gambar 4.4.1. dia menjelaskan lebih lanjut pada percakapan GM 1.1
M ₂	Uraian Tulis	Subjek GM memberikan kesimpulan pada gambar 4.4.1.
M ₃	Uraian Tulis dan Wawancara	Subjek GM menunjukkan aturan dalam pembuktiannya gambar 4.4.1. Dia juga menjelaskan aturan tersebut dalam wawancara GM 1.3
M ₄	Wawancara	Subjek GM menunjukkan keonjektur dalam percakapan GM 1.2.
M ₅	-	Kaidah inferensi yang ditunjukkan oleh subjek GM tidak teratur. Terlihat dalam gambar 4.4.1

2. Masalah 2

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek GM. Subjek GM membuktikan masalah 2 dengan menuliskan fakta yang ada. Hal ini, dapat dilihat sebagaimana struktur agumentasi dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:

2.)



$DE = BF ?$

Pernyataan	alasan
1. $ABCD = \text{jajar genjang}$	1. diketahui
2. $\triangle DEC = \triangle AFB$	2. diketahui
3. $\triangle BFC = \triangle AED$	3. diketahui
4. $\angle AED = \angle BFC$	4. sifat segitiga siku ² .
5. $\triangle ABC = \triangle ADC$	5. diketahui
6. $\overline{AB} = \overline{CD}$	6. diketahui
7. $\overline{DA} = \overline{BC}$	7. diketahui
8. $\overline{FA} = \overline{DC}$	8. alas segitiga siku ² .
9. $DE = BF$	9. diketahui / tinggi dari $\triangle ABC$ dan $\triangle ADC$

Gambar 4.4.2
Data Mengkonstruksi bukti Masalah 2 Subjek GM

Subjek GM memberikan penjelasan lebih lanjut pada saat dilakukan wawancara. Hal ini dapat dilihat dalam cuplikan wawancara berikut:

- P* : “Dari masalah ke-2, informasi apa yang kamu dapatkan?”
- GM 2.1* : “ $ABCD$ sebuah jajar genjang, dengan AC adalah diagonalnya. $\angle AED = \angle BFC$ ”.
- P* : “Baik, kemudian bagaimana langkahmu selanjutnya untuk membuktikan?”
- GM 2.2* : “Menunjukkan $\triangle ABC \cong \triangle ADC$, kemudian akan ditunjukkan $DE = BF$ ”

Cuplikan wawancara mengenai pembuktian masalah 2 di atas menggambarkan bahwa subjek GM menjelaskan fakta dalam soal uraian 2 bahwa terdapat jajaran genjang yang dipotong sesuai salah satu diagonalnya. Subjek GM dapat menunjukkan apa yang menjadi fakta/*claim* yaitu ABCD adalah sebuah jajar genjang dan AC adalah diagonalnya. Pemotongan jajargenjang ABCD searah diagonal AC menurutnya mengakibatkan ada dua segitiga yang kongruen dengan DE dan BF sebagai garis tingginya. Ini dapat dilihat dalam gambar 4.4.2.a berikut.

Gambar dengan tanda merah di atas menunjukkan kesalahan argumentasi subjek GM pada pembuktian masalah ke-2. Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek GM pada masalah ke-2.

Tabel 4.4.2
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek GM Masalah ke-2

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	Uraian Tulis dan Wawancara	Subjek GM menunjukkan fakta dalam gambar 4.10.2. Dia menjelaskan lebih lanjut pada percakapan GM 1.1
M ₂	Uraian Tulis	Subjek GM memberikan kesimpulan pada gambar 4.10.2.
M ₃	-	Subjek GM tidak menunjukkan aturan.
M ₄	Wawancara	Subjek GM menunjukkan keonjektur dalam percakapan GM 2.2.
M ₅	-	Kaidah inferensi yang ditunjukkan oleh subjek GM tidak teratur. Terlihat dalam gambar 4.10.2.

3. Masalah 3

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek GM. Subjek GM membuktikan masalah 3 dengan pendekatan rumus dan geometri. Hal ini, dapat dilihat sebagaimana struktur agumentasi dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:

3.) $V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \times V_{\text{prisma tegak segitiga}}$
 $= \frac{1}{3} \times L_{\text{alas}} \times \text{tinggi}$

Pembuktian:

$$V = \frac{1}{6} \times L_{\text{alas}} \times 2TT1$$

$$= \frac{1}{3} \times L_{\text{alas}} \times TT1$$

$$= \frac{1}{3} \times L_{\text{alas}} \times \text{tinggi}$$

maka dapat dibuktikan.

$$V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \times (L_{\text{alas}} \times \text{tinggi})$$

atau

$$V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \times V_{\text{prisma tegak segitiga}}$$

Gambar 4.4.3
Data Pembuktian Masalah 3 Subjek GM

Subjek GM memberikan penjelasan pada saat dilakukan wawancara sebagaimana berikut:

P : "Informasi apa yang dapat kamu peroleh dari masalah ke-3?"

GM 3.1 : "Volume prisma = $(\frac{1}{2} \times \text{alas} \times \text{tinggi alas}) \times \text{tinggi prisma}$."

- P* : “Kemudian langkah apa yang akan kamu lakukan untuk membuktikan?”
- GM 3.2* : “Membuat perbandingan volume prisma segitiga dan volume limas segitiga.”
- P* : “Bagaimana bisa demikian?”
- GM 3.3* : “begini Pak,, (sambil memperlihatkan jawaban)”

Sudah mengerti apa yang menjadi fakta dan apa yang harus dicari untuk membuktikan. Kesalahan argumentasi yang dia lakukan adalah menganggap bahwa tinggi segitiga alas sama panjang dengan tinggi prisma. Akibatnya, kendati dia menemukan jawaban yang membenarkan bahwa volume limas segitiga = $\frac{1}{3}$ x Volume prisma segitiga, dia tetap salah dalam menyimpulkan. Lihat gambar 4.4.3.a berikut.

3.) $V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \times V_{\text{prisma tegak segitiga}}$
 $= \frac{1}{3} \times l \cdot \text{alas} \times \text{tinggi}$

Perhitungan:

$V = \frac{1}{6} \times l \cdot \text{alas} \times 2 \cdot \text{t}$

$= \frac{1}{3} \times l \cdot \text{alas} \times \text{t}$

$= \frac{1}{3} \cdot l \cdot \text{alas} \times \text{tinggi}$

maka dapat dibuktikan.

$V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \times (l \cdot \text{alas} \times \text{tinggi})$
atau
 $V_{\text{limas}} = \frac{1}{3} \times V_{\text{prisma tegak segitiga}}$

M₁ points to the first equation. *M₂* points to the second equation. *M₃* points to the third equation.

Gambar 4.4.4
Data Mengkonstruksi bukti Masalah 3 Subjek GM

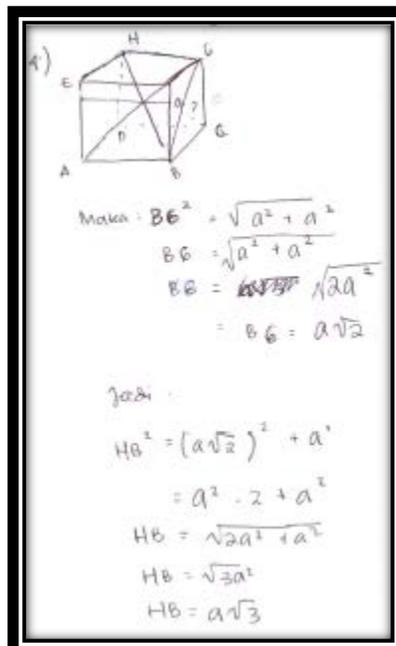
Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek GM pada masalah ke-3.

Tabel 4.4.3
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek GM Masalah ke-3

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	Uraian Tulis dan Wawancara	Subjek GM menunjukkan fakta dalam gambar 4.4.4. Dia menjelaskan lebih lanjut pada percakapan GM 3.1
M ₂	Uraian Tulis	Subjek GM memberikan kesimpulan tertulis pada gambar 4.4.4.
M ₃	Uraian Tulis dan Wawancara	Dalam gambar 4.4.4 subjek GM memberikan aturan/ <i>warrant</i> untuk membuktikan. Hanya saja kurang tepat dalam membuat pernyataan.
M ₄	Wawancara	Subjek GM menunjukkan keonjektur pembuktian dalam percakapan GM 3.2.
M ₅	-	Dalam membuktikan masalah ke-3 ini, subjek GM membuat argumentasi yang tidak tepat.

4. Masalah 4

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek GM. Subjek GM membuktikan masalah 4 dengan perhitungan matematis. Dia tidak menyusun pembuktian secara deduktif. Hal ini, dapat dilihat sebagaimana struktur agumentasi dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:



Gambar 4.4.5
Data Pembuktian Masalah 4 Subjek GM

Subjek GM membuktikan masalah ke-4 dengan menunjukkan perhitungan matematis bahwa panjang diagonal ruang suatu kubus dengan sisi a adalah $a\sqrt{3}$. Dia juga memberikan penjelasan pada saat dilakukan wawancara sebagaimana berikut:

- P* : “Bagaimanakah menurutmu langkah yang tepat untuk membuktikan?”
- GM 4.1* : “Dengan menggunakan konsep segitiga siku-siku kemudian dalil pythagoras.”
- P* : “Bagaimana pula kamu mendapatkan segitiga siku-siku tersebut?”
- GM 4.2* : “Dilihat dari sisi kubus. Kemudian ditarik garis diagonal ruangnya”

Dari cuplikan wawancara dan jawaban uraian di atas, subjek GM sudah memahami apa yang menjadi fakta awal dan apa yang harus

ditunjukkan untuk membuktikan. Ini dapat dilihat dari bagaimana dia menunjukkan perhitungan matematis penerapan rumus pythagoras dalam menghitung panjang diagonal sisi dan diagonal ruang kubus. Meskipun subjek GM tidak menyusun pembuktian secara deduktif, dia menyusun argumentasi berawal dari fakta. Kemudian dia menggunakan rumus pythagoras sebagai aturan matematikanya. Dan diakhiri dengan menunjukkan panjang diagonal ruang kubus dengan sisi a sebagai kesimpulannya.

$$BB^2 = \sqrt{a^2 + a^2}$$

$$BB = \sqrt{a^2 + a^2}$$

$$BB = \sqrt{2a^2}$$

$$BB = a\sqrt{2}$$

Jadi :

$$HB^2 = (a\sqrt{2})^2 + a^2$$

$$= a^2 \cdot 2 + a^2$$

$$HB = \sqrt{2a^2 + a^2}$$

$$HB = \sqrt{3a^2}$$

$$HB = a\sqrt{3}$$

The diagram shows a cube with vertices labeled A, B, C, D, E, F, G, H. The side length is 'a'. The diagonal of the front face is labeled 'BB'. The space diagonal is labeled 'HB'.

Gambar 4.4.6

Data Mengkonstruksi bukti Masalah 4 Subjek GM

Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek GM pada masalah ke-4.

Tabel 4.4.4
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek
GM Masalah ke-4

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	-	Subjek GM tidak memberikan keterangan tentang fakta dalam pembuktian.
M ₂	Uraian Tulis	Subjek GM memberikan kesimpulan dengan menunjukkan panjang diagonal HB adalah $a\sqrt{3}$ (gambar 4.4.5).
M ₃	Uraian Tulis dan Wawancara	Subjek GM menggunakan aturan pythagoras untuk membuktikan. (gambar 4.4.5 dan percakapan GM 4.1)
M ₄	Wawancara	Subjek GM memberikan dugaannya (konjektur) dalam percakapan GM 4.1 dan GM 4.2.
M ₅	-	Tidak ada kaidah inferensi yang ditunjukkan oleh subjek GM.

E. Deskripsi dan Analisis Data Subjek DRA

1. Masalah 1

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek DRA. Subjek DRA mengerjakan masalah 1 dengan menunjukkan *claim* sebagai bahan awal membuktikan Hal ini, dapat dilihat sebagaimana struktur agumentasi dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:

Pernyataan	Alasan
ΔTQR	Diketahui, segitiga sama kaki
$TQ = TR$	Diketahui, Kaki dari ΔTQR yang sama panjang
$\Delta PQT \cong \Delta SRT$	Sisi-sisi-sudut
$PQ = SR$	Diketahui, sama panjang
ΔTPS	Segitiga sama kaki
$TP = TS$	kaki yang sama dan Δ sama kaki ΔTPS

Gambar 4.5.1
Data Mengkonstruksi bukti Masalah 1 Subjek DRA

Berdasarkan masalah yang diajukan, subjek DRA memberikan penjelasan lebih lanjut pada saat wawancara. Hal ini dapat dilihat dalam cuplikan wawancara berikut:

- P* : “Dari masalah pertama ini, apa saja informasi yang dapat kamu ketahui?”
- DRA 1.1* : “ ΔTQR sama kaki, $TQ = TR$.”
- P* : “Kemudian apa langkah selanjutnya untuk membuktikan?”
- DRA 1.2* : “Mencari kesebangunan dua segitiga.”
- P* : “Dapatkah kamu menunjukkannya?”
- DRA 1.3* : “Ya, $\Delta PQT \cong \Delta TRS$ ”
- P* : “Bagaimana bisa demikian?”
- DRA 1.4* : “Karena ada aturan s-s-sd.”

Cuplikan wawancara mengenai masalah 1 di atas menggambarkan bahwa subjek DRA mampu menjelaskan fakta.

Namun, subjek DRA tidak menunjukkan apa yang akan dibuktikan secara tepat. Ini dapat dilihat dalam gambar 4.5.1.a berikut.

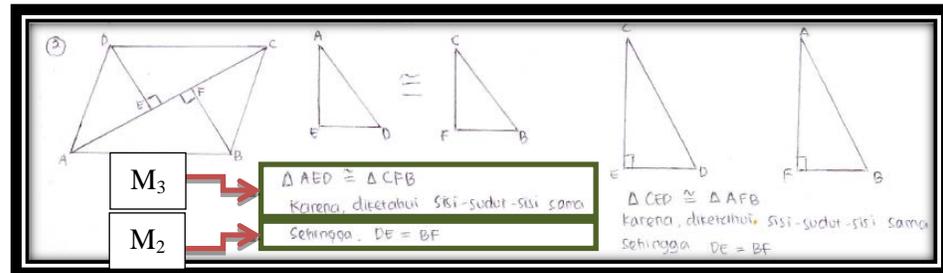
Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek DRA pada masalah ke-1.

Tabel 4.5.1
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek DRA Masalah ke-1

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	Uraian Tulis dan Wawancara	Subjek DRA menuliskan informasi tentang fakta dalam gambar 4.5.1. dia juga memberikan informasi lisan pada percakapan DRA 1.1
M ₂	Uraian Tulis	Subjek DRA menunjukkan kesimpulan yang tidak tepat. (gambar 4.5.1)
M ₃	Uraian Tulis dan Wawancara	Pada gambar 4.11.1 subjek DRA menyebutkan aturan kesebangunan s-s-sd. Dilanjutkan dengan percakapan dengan kode DRA 1.4
M ₄	Wawancara	Pada percakapan DRA 1.2 dia menjelaskan mengenai konjektur dan langkah pembuktian.
M ₅	Uraian Tulis	Dari struktur argumentasi pada jawaban tulis (gambar 4.5.1) subjek DRA membentuk kaidah inferensi yang sah.

2. Masalah 2

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek DRA. Subjek DRA mengerjakan masalah 2 dengan pendekatan materi kesebangunan. Hal ini, dapat dilihat sebagaimana struktur agumentasi dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:



Gambar 4.5.2
Data Mengkonstruksi bukti Masalah 2 Subjek DRA

Subjek DRA membuktikan masalah ke-2 dengan cara menunjukkan segitiga-segitiga yang sebangun. Kemudian, dia mencari perbandingan yang melibatkan panjang DE dan BF. Meskipun dia tidak menuliskan secara runtut, pembuktian ini diawali dengan fakta yang ada. Berikut kutipan wawancaranya.

- P* : “Pada masalah ke-2, apa yang dapat kamu ketahui?”
DRA 2.1 : “Jajargenjang yang dibelah oleh salah satu diagonalnya.”
P : “Kemudian bagaimana caramu untuk membuktikan?”
DRA 2.2 : “Menunjukkan kesebangunan segitiga CED dan segitiga CFB.”
P : “Bagaimana bisa?”
DRA 2.3 : “Karena ada kesesuaian s-sd-s.”

Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek DRA pada masalah ke-2.

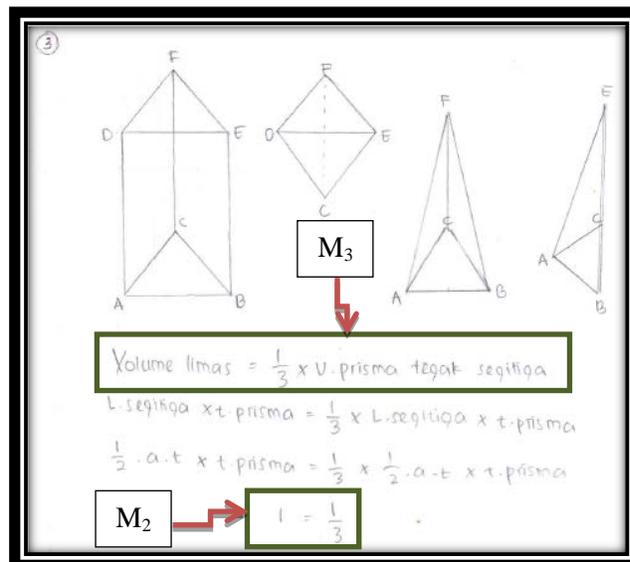
Tabel 4.5.2
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek DRA Masalah ke-2

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	-	Subjek DRA menuliskan informasi tentang fakta dalam gambar 4.11.2. dia juga memberikan informasi lisan pada percakapan DRA 2.1
M ₂	Uraian Tulis	Subjek DRA menunjukkan kesimpulannya. (gambar 4.11.2)

M ₃	Uraian Tulis dan Wawancara	Pada gambar 4.11.1 subjek DRA menyebutkan aturan kesebangunan s-sd-s. Dilanjutkan dengan percakapan dengan kode DRA 2.2 dan DRA 2.3
M ₄	Wawancara	Pada percakapan DRA 2.2 dia menjelaskan mengenai konjektur dan langkah pembuktian.
M ₅	-	Tidak ada kaidah inferensi yang sah dalam pembuktian subjek DRA. (gambar 4.11.2)

3. Masalah 3

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek DRA.



Gambar 4.5.3
Data Pembuktian Masalah 3 Subjek DRA

Subjek DRA membuktikan masalah ke-3 dengan pendekatan geometri. Ini terlihat dari cara dia membuat generalisasi dari kumpulan bangun limas segitiga sehingga membentuk prisma segitiga. Subjek

DRA memberikan penjelasan lebih lanjut pada saat wawancara. Hal ini dapat dilihat dalam cuplikan wawancara berikut :

P : “*Dari masalah ke-3 ini, apa saja informasi yang dapat kamu ketahui?*”

DRA 3.1 : “*Volume prisma segitiga.*”

P : “*Bagaimana dengan volume limasnya?*”

DRA 3.2 : “*Volume limas segitiga adalah sepertiganya.*”

P : “*Bagaimana bisa?*”

DRA 3.3 : “*Saya mencoba menggambarinya dari irisan-irisan bangun prisma.*”

Dari cuplikan percakapan diatas, dapat diambil informasi bahwa subjek DRA membuktikan masalah ke-3 ini dengan membuat irisan-irisan bangun prisma. Hasilnya menjadi tiga irisan yang sama besar. Sehingga volume limas = sepertiga volume prisma dengan alas yang sama.

Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek DRA pada masalah ke-3.

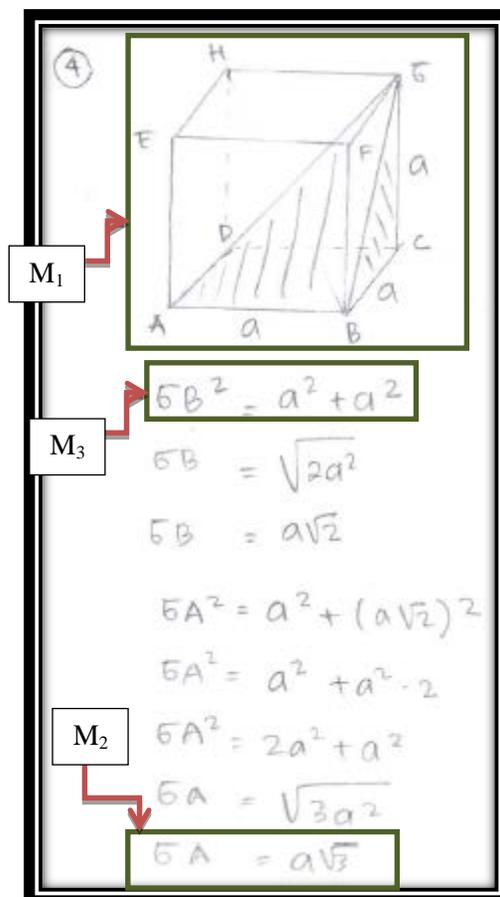
Tabel 4.5.3
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika Subjek DRA Masalah ke-3

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	Wawancara	Subjek DRA menjelaskan fakta pada percakapan DRA 3.1
M ₂	-	Subjek DRA menunjukkan kesimpulannya. Namun, kesimpulan ini kurang tepat. (gambar 4.11.3)
M ₃	Uraian Tulis dan Wawancara	Pada gambar 4.11.3 subjek DRA menuliskan rumus volume limas segitiga sebagai aturan dalam pembuktiannya. Dia juga membuat irisan gambar prisma tegak segitiga.
M ₄	Wawancara	Pada percakapan DRA 3.3 dia menjelaskan mengenai konjektur

		dan langkah pembuktian.
M ₅	-	Argumentasi yang dibuat oleh subjek DRA tidak membentuk sebuah kaidah inferensi yang tepat. (gambar 4.11.3)

4. Masalah 4

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek DRA. Subjek DRA menyusun argumentasinya dalam pembuktian ke-4 ini dengan menunjukkan fakta. Hal ini, dapat dilihat sebagaimana struktur agumentasi dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:



Gambar 4.5.4
Data Pembuktian Masalah 4 Subjek DRA

Subjek DRA membuktikan masalah ke-4 dengan menunjukkan perhitungan matematis. Kemudian dia menggunakan konsep pythagoras untuk menentukan panjang diagonal ruang kubus yaitu $a\sqrt{3}$. Dia juga memberikan penjelasan pada saat dilakukan wawancara sebagaimana berikut:

- P* : “Pada masalah yang ke-4 ini, apa yang menjadi fakta dan apa yang harus dicari?”
DRA 5.1 : “Sisi kubus adalah a satuan. Yang dicari adalah panjang diagonal kubusnya.”
P : “Baik, bagaimana langkahmu untuk membuktikan?”
DRA 5.2 : “Dengan menggunakan rumus pythagoras.”

Dari cuplikan wawancara dan jawaban uraian di atas, subjek DRA sudah memahami apa yang menjadi fakta awal dan apa yang harus ditunjukkan untuk membuktikan. Ini dapat dilihat dari bagaimana dia menunjukkan perhitungan matematis penerapan rumus pythagoras dalam menghitung panjang diagonal sisi dan diagonal ruang kubus. Meskipun subjek DRA tidak menyusun pembuktian secara deduktif, dia menyusun argumentasi berawal dari fakta. Kemudian dia menggunakan rumus pythagoras sebagai aturan matematikanya. Dan diakhiri dengan menunjukkan panjang diagonal ruang kubus dengan sisi a sebagai kesimpulannya.

Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek DRA pada masalah ke-4.

Tabel 4.5.4
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek
DRA Masalah ke-4

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	Wawancara	Subjek DRA memberikan keterangan tentang fakta dalam kutipan wawancara DRA 5.1
M ₂	Uraian Tulis	Subjek DRA memberikan kesimpulan dengan menunjukkan panjang diagonal ruang kubus adalah $a\sqrt{3}$ (gambar 4.5.4).
M ₃	Uraian Tulis dan Wawancara	Subjek DRA menggunakan aturan pythagoras untuk membuktikan. (DRA 5.2)
M ₄	Wawancara	Subjek DRA memberikan dugaannya (konjektur) dalam percakapan DRA 5.2.
M ₅	-	Tidak ada kaidah inferensi yang ditunjukkan oleh subjek ARA.

F. Deskripsi dan Analisis Data Subjek EAF

1. Masalah 1

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek EAF. Subjek EAF membuktikan masalah pertama ini dengan menunjukkan fakta awal. Ini dapat dilihat dalam jawaban tulis berikut.

	Pernyataan	Alasan
	1. ΔPTS sama kaki	diketahui
	2. $PT = ST$	diketahui
	3. $TQ = RT$	diketahui
	4. $PQ = RS$	diketahui
	5. $\Delta TQP \cong \Delta TRS$	Aturan s-sd-s

Gambar 4.6.1
Data Pembuktian Masalah 1 Subjek EAF

Berdasarkan masalah yang diajukan, subjek EAF memberikan penjelasan lebih lanjut pada saat wawancara. Hal ini dapat dilihat dalam cuplikan wawancara berikut:

- P* : “Dari soal ini, apa yang hendak kamu buktikan?”
EAF 1.1 : “ $\Delta TQP \cong \Delta TRS$ ”
P : “Apa saja data yang dapat diketahui dalam soal?”
EAF 1.2 : “ $PT = ST$, $PQ = RS$, dan ΔPTS segitiga sama kaki.”

Cuplikan wawancara mengenai masalah 1 di atas menggambarkan bahwa subjek EAF mampu menjelaskan gambar dalam soal uraian 1. Ini sesuai dengan cuplikan EAF 1.1. Namun, subjek EAF tidak menunjukkan informasi dalam soal secara tepat.

Dalam gambar 4.6.1 diatas terlihat kotak warna merah menandai kesalahan argumentasi subjek EAF. Dalam soal uraian nomor 3, tidak disebutkan keterangan $PT=ST$.

Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek EF pada masalah ke-1.

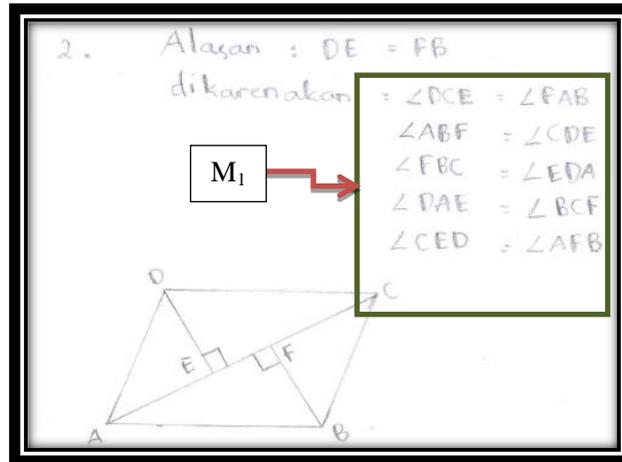
Tabel 4.6.1
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek EAF Masalah ke-1

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	-	Subjek EAF memberikan keterangan tentang fakta dengan kurang tepat (gambar 4.6.1) dan pada kutipan wawancara EAF 1.2.
M ₂	Uraian Tulis	Subjek EAF menunjukkan kesimpulan (gambar 4.6.1)
M ₃	Uraian Tulis	Subjek EAF menggunakan aturan kesesuaian s-sd-s
M ₄	Wawancara	Subjek EAF memberikan dugaannya (konjektur) dalam percakapan EAF 1.1.
M ₅	Uraian Tulis	Pembuktian yang dilakukan oleh subjek EF sesuai dengan kaidah inferensi pembuktian. Hanya saja masih kurang tepat dalam menuliskan informasi awalnya.

2. Masalah 2

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek EAF. Pada masalah ke-2, subjek EAF mencoba menyusun argumentasi dengan mendaftar sudut-sudut yang bersesuaian. Sebelum membuktikan, dia menggunakan gambar masalah ke-3 untuk dianalisis. Kemudian, dia menuliskan sudut-sudut yang bersesuaian dan sama besar. Namun, dia tidak menuliskan fakta-fakta lain yang diketahui dalam masalah ke-3. Dia juga tidak mencantumkan aturan tentang kesebangunan dua

segitiga. Akibatnya kesimpulannya pun tidak tepat. Jawaban hasil pembuktian masalah ke-3 dapat dilihat dalam gambar 4.6.2 berikut.



Gambar 4.6.2
Data Pembuktian Masalah 2 Subjek EAF

Berdasarkan masalah yang diajukan, subjek EAF memberikan penjelasan lebih lanjut pada saat wawancara. Hal ini dapat dilihat dalam cuplikan wawancara berikut:

- P* : “Dari soal ini, apa yang hendak kamu buktikan?”
EAF 2.1 : “Panjang $DE=BF$ pak,,”
P : “Bagaimana langkahmu untuk membuktikan?”
EAF 2.2 : “Dengan kekongruenan segitiga ABC dan segitiga ACD ”
P : “Apakah aturan kekongruenan dua segitiga yang kamu ketahui?”
EAF 2.3 : “Kesesuaian sd-sd-sd.”

Dari cuplikan wawancara di atas, dapat diambil informasi bahwa subjek EAF kesulitan dalam menyusun bukti deduktif. Dia menuliskan fakta-fakta yang tepat. Namun, dia tidak mencantumkan aturan kongruensi dua segitiga. Ketika ditanya, dia menjawab kesesuaian sd-sd-sd. Padahal aturan tersebut tidak ada.

Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek EAF pada masalah ke-2.

Tabel 4.6.2
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek EAF Masalah ke-2

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	Uraian Tulis	Subjek EAF menyebutkan <i>claim</i> yang terdapat dalam masalah ke-2. (gambar 4.6.2)
M ₂	-	Subjek EAF tidak menyebutkan kesimpulan.
M ₃	Wawancara	Subjek EAF menyebutkan aturan sd-sd-sd untuk membuktikan. Ini sesuai dengan percakapan EAF 2.3.
M ₄	Wawancara	Subjek EAF memberikan dugaannya (konjektur) dalam percakapan EAF 2.2
M ₅	-	Tidak ada aturan inferensi yang dimunculkan dari pembuktian subjek EAF.

3. Masalah 3

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek EAF. Dalam pembuktian masalah ke-3 ini, subjek EAF menunjukkan perbandingan rumus prisma segitiga dan limas segitiga sesuai dengan pengetahuannya di SMP. Ini dapat dilihat dalam jawaban yang dia tulis berikut.

3. $V. \text{ limas} = \frac{1}{3} \times V. \text{ prisma tegak segitiga}$
 $L. \text{ segitiga} \times t. \text{ prisma} = \frac{1}{3} \times L. \text{ segitiga} \times t. \text{ prisma}$
 $\frac{1}{2} \cdot a \cdot t \times t. \text{ prisma} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \cdot a \cdot t \times t. \text{ prisma}$

M_2 points to $\frac{1}{3}$

Gambar 4.6.3
Data Pembuktian Masalah 3 Subjek EAF

Subjek EAF memberikan penjelasan pada saat dilakukan wawancara sebagaimana berikut:

- P* : “Apa yang diketahui pada masalah ke-3 ini?”
EAF 3.1 : “Volume limas = sepertiga volume prisma segitiga.”
P : “Bagaimana bisa demikian?”
EAF 3.2 : “Dengan perbandingan rumus Pak,, (sambil menunjukkan hasil perbandingan rumus)”

Dari cuplikan wawancara dan jawaban tulis diatas, subjek EAF tidak dapat menuliskan apa menjadi data dan apa yang harus dibuktikan. Hal ini dapat dilihat dalam gambar 4.6.3.a yang di dalam kotak merah berikut.

Subjek DRC juga tidak mampu membuat argumentasi logis matematis. Dia menganalisis soal uraian nomor 3 dengan pendekatan rumus yang diketahuinya di waktu SMP mengenai rumus volume prisma dan limas.

Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek EAF pada masalah ke-3.

Tabel 4.6.3
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek
EAF Masalah ke-3

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	-	Subjek EAF tidak menyebutkan <i>claim</i> yang terdapat dalam masalah ke-3.
M ₂	Uraian Tulis	Subjek EAF menyebutkan kesimpulan.
M ₃	Wawancara	Subjek EAF menyebutkan aturan sd-sd-sd untuk membuktikan. Ini sesuai dengan percakapan EAF 2.3.
M ₄	Wawancara	Subjek EAF memberikan dugaannya (konjektur) dalam percakapan EAF 3.2
M ₅	-	Tidak ada aturan inferensi yang dimunculkan dari pembuktian subjek EAF.

4. Masalah 4

Berikut akan dipaparkan deskripsi dan analisis data struktur argumentasi dan kemampuan menkonstruksi bukti subjek EAF. Subjek EAF membuktikan masalah 4 dengan perhitungan matematis. Dia tidak menyusun pembuktian secara deduktif. Hal ini, dapat dilihat sebagaimana struktur agumentasi dalam pembuktian yang tertulis di bawah ini:

1.

$$DB^2 = a^2 + a^2$$

$$DB = \sqrt{2a^2}$$

$$DB = a\sqrt{2}$$

$$HB^2 = (a\sqrt{2})^2 + a^2$$

$$HB^2 = a^2 \cdot 2 + a^2$$

$$HB = \sqrt{2a^2 + a^2}$$

$$HB = \sqrt{3a^2}$$

$$HB = a\sqrt{3}$$

M₃ points to the step $DB = a\sqrt{2}$.
M₂ points to the final result $HB = a\sqrt{3}$.

Gambar 4.6.4
Data Pembuktian Masalah 4 Subjek EAF

Subjek EAF membuktikan masalah ke-4 dengan menunjukkan perhitungan matematis bahwa panjang diagonal ruang suatu kubus dengan sisi a adalah $a\sqrt{3}$. Dia juga memberikan penjelasan pada saat dilakukan wawancara sebagaimana berikut:

- P* : “Apa yang kamu ketahui dari soal ke-4 ini?”
EAF 4.1 : “Panjang sisi kubus a satuan pak,,,”
P : “Dapatkah ketahui panjang diagonal sisinya?”
EAF 4.2 : “Bisa Pak, dengan rumus Pythagoras.”
P : “Kemudian bagaimana dengan diagonal ruangnya?”
EAF 4.3 : “Sama Pak,, dengan rumus Pythagoras.”

Dari cuplikan wawancara dan jawaban uraian di atas, subjek EAF sudah memahami apa yang menjadi fakta awal dan apa yang harus ditunjukkan untuk membuktikan. Ini dapat dilihat dari bagaimana dia menunjukkan perhitungan matematis penerapan rumus pythagoras dalam menghitung panjang diagonal sisi dan diagonal ruang kubus.. Meskipun subjek EAF tidak menyusun pembuktian secara deduktif, dia menyusun argumentasi berawal dari fakta. Kemudian dia menggunakan rumus pythagoras sebagai aturan matematikanya. Dan diakhiri dengan menunjukkan panjang diagonal ruang kubus dengan sisi a sebagai kesimpulannya.

Berikut tabel deskripsi kemampuan mengkonstruksi bukti matematika subjek EAF pada masalah ke-4.

Tabel 4.6.4
Deskripsi Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika subjek
EAF Masalah ke-4

Indikator	Sumber Informasi	Keterangan
M ₁	-	Subjek EAF tidak menyebutkan <i>claim</i> yang terdapat dalam masalah ke-4.
M ₂	Uraian Tulis	Subjek EAF menyebutkan kesimpulan bahwa panjang diagonal HB = $a\sqrt{3}$.
M ₃	Uraian Tulis	Subjek EAF menggunakan aturan pythagoras untuk menunjukkan panjang diagonal HB.
M ₄	Wawancara	Subjek EAF memberikan dugaannya (konjektur) dalam percakapan EAF 4.2 dan EAF 4.3
M ₅	-	Tidak ada aturan inferensi yang dimunculkan dari pembuktian subjek EAF.

Tabel 4.6.5
Rangkuman Hasil Analisis Data Struktur Argumentasi Pembuktian
Matematika

No	Kode Subjek	Struktur Argumentasi			
		Masalah 1	Masalah 2	Masalah 3	Masalah 4
1	S ₁	D	A	A	D
2	S ₂	D	A	D	D
3	S ₃	A	T	D	D
4	S ₄	D	D	A	D
5	S ₅	D	A	I	D
6	S ₆	D	A	D	D

Tabel 4.6.6
Rangkuman Hasil Analisis Data Kemampuan Mengkonstruksi bukti
Matematika

No	Kode Subjek	Indikator																				
		Masalah 1					Masalah 2					Masalah 3					Masalah 4					
		M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅	
1	S ₁	a	a	a	a	a	a	a	a	-	-	-	a	-	-	-	-	a	a	-	a	a
2	S ₂	a	a	a	a	-	a	a	a	a	-	a	-	-	a	-	-	a	a	a	a	-
3	S ₃	a	-	-	a	-	-	-	-	-	-	-	a	-	-	-	-	a	a	a	a	-
4	S ₄	a	a	a	a	-	a	a	-	a	-	a	a	a	a	-	-	a	a	a	a	-
5	S ₅	a	a	a	a	a	-	a	a	a	-	a	-	a	a	-	-	a	a	a	a	-
6	S ₆	-	a	a	a	a	a	-	a	a	-	-	a	a	a	-	-	a	a	a	a	-

Keterangan :

a : Indikator kemampuan mengkonstruksi bukti matematika terpenuhi

G. Triangulasi Data Struktur Argumentasi matematika Subjek DRC, MQA, ARA, GM, DRA dan Subjek EAF

Pada tahap ini, data-data pembuktian dari enam subjek dibandingkan dan dicari kesamaannya, yang dibandingkan adalah data mengenai kriteria dari struktur argumentasinya. Rincian triangulasi adalah: Kecenderungan

informasi yang digunakan untuk membuktikan didominasi oleh struktur argumentasi deduktif, ada masalah yang dibuktikan dengan argumentasi abduktif, dan ada satu subjek tidak dapat membuktikan karena ketidakjelasan menuliskan fakta, pengetahuan tentang aturan yang kurang, dan ada juga yang tidak mampu menyimpulkan dengan tepat. Ditinjau dari menuliskan fakta dalam soal, masih banyak subjek yang tidak dapat menuliskan dengan benar.

H. Triangulasi Data Kemampuan Mengkonstruksi bukti Matematika Subjek

DRC, MQA, ARA, GM, DRA dan Subjek EAF

Pada tahap ini, data-data kemampuan mengkonstruksi bukti dari enam subjek dibandingkan dan dicari kesamaannya. Rincian triangulasi adalah: Kecenderungan dalam mengkonstruksi bukti matematika keenam subjek tersebut adalah didominasi pencapaian indikator M_4 . Mereka secara umum dapat membuat konjektur mengenai masalah pembuktian matematika. Kesalahan-kesalahan yang mereka buat sebagian besar dikarenakan tidak sesuai claim yang dituliskan dalam pembuktian dengan claim yang diketahui dalam soal. Disamping itu, ada juga yang tidak menuliskan kesimpulan akhir secara tepat.