

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

Matematika dapat dipandang sebagai pengetahuan yang amat besar perannya, baik dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam pengembangan ilmu pengetahuan lain. Oleh karena itu pendidikan matematika semestinya tidak melepaskan diri dari matematika itu sendiri. Untuk itu strategi pengolahan pendidikan matematika tidak akan sempurna apabila tidak mengetahui dan memahami terlebih dahulu karakteristik dari matematika. Pada awal kajian ini akan disajikan secara singkat mengenai karakteristik matematika.

A. Karakteristik Matematika

Seperti telah kita ketahui, bahwa tidak terdapat definisi tunggal tentang matematika yang telah disepakati. Meski demikian, setelah sedikit mendalami masing-masing definisi yang saling berbeda itu, dapat terlihat adanya ciri-ciri khusus atau karakteristik yang dapat merangkum pengertian matematika secara umum. Beberapa karakteristik itu adalah: (1) memiliki objek kajian abstrak, (2) bertumpu pada kesepakatan, (3) berpola pikir deduktif, (4) memiliki simbol yang kosong dari arti, (5) memperhatikan semesta pembicaraan, dan (6) konsisten dalam sistemnya¹⁰

¹⁰ R. Soedjadi, *Kiat-Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia* op.cit, h 9.

Adapun penjelasan lebih rinci dari beberapa karakteristik matematika tersebut, adalah sebagai berikut:

1. Memiliki objek kajian abstrak

Ruseffendi membedakan bahwa objek matematika terdiri dari dua tipe, yaitu objek langsung dan objek tak langsung. Objek tak langsung adalah hal-hal yang mempengaruhi hasil belajar, misalnya kemampuan memecahkan masalah dan kemampuan mentransfer pengetahuan, sedangkan objek langsung dikelompokkan menjadi empat kategori yaitu: fakta, keterampilan, konsep, dan prinsip (aturan).¹¹

Sedangkan Soedjadi menyatakan bahwa dalam matematika objek dasar yang dipelajari adalah abstrak, sering juga disebut objek mental. Objek-objek itu merupakan objek pikiran. Objek dasar itu meliputi (1) fakta, (2) konsep, (3) operasi ataupun relasi, dan (4) prinsip. Dari objek dasar itulah dapat disusun suatu pola dan struktur matematika. Adapun objek dasar tersebut dapat dijelaskan sebagai berikut:

- Fakta berupa konvensi-konvensi yang diungkapkan dengan simbol tertentu. Simbol bilangan “3” secara umum sudah dipahami sebagai bilangan “tiga”. Jika disajikan angka “3” orang sudah dengan sendirinya menangkap maksudnya yaitu “tiga”. Sebaliknya kalau seseorang mengungkapkan kata “tiga” dengan sendirinya dapat disimbolkan dengan “3”. Fakta lain dapat terdiri atas rangkaian simbol,

¹¹ Russefendi, E.T, *Pengajaran Matematika Modern untuk Orang Tua Murid, Guru, dan SPG*, (Bandung: Tarsito, 1980), h.139.

misalnya “ $3+4$ ” yang dipahami sebagai “tiga tambah empat”. Demikian juga “ $3 \times 5 = 15$ ” adalah fakta yang dipahami sebagai “tiga kali lima adalah lima belas”. Fakta yang agak lebih kompleks adalah “ $3 \times 5 = 5 + 5 + 5 = 15$ ”. Dalam geometri juga terdapat simbol-simbol tertentu yang merupakan konvensi, misalnya “//” yang bermakna “sejajar”, “O” yang bermakna “lingkaran” dan sebagainya. Dalam aljabar dikenal (a,b) sebagai pasangan berurutan.

- Konsep adalah idea abstrak yang dapat digunakan untuk menggolongkan atau mengklasifikasikan sekumpulan objek. Apakah objek tertentu merupakan contoh konsep ataukah bukan. “Segitiga” adalah nama suatu konsep abstrak. Dengan konsep itu sekumpulan objek dapat digolongkan sebagai contoh segitiga atau bukan contoh. “Bilangan asli” adalah nama konsep yang lebih kompleks. Dikatakan lebih kompleks karena bilangan asli terdiri atas banyak konsep sederhana yaitu bilangan “satu”, “dua”, “tiga”, dan seterusnya. Dalam matematika terdapat konsep yang amat penting yaitu “fungsi”, “variabel”, dan “konstanta”. Konsep tersebut, seperti halnya dengan bilangan, terdapat disemua cabang matematika. Konsep berhubungan erat dengan definisi. Definisi adalah ungkapan yang membatasi suatu konsep. Dengan adanya definisi orang dapat membuat ilustrasi atau gambar atau lambang dari konsep yang didefinisikan. Sehingga menjadi semakin jelas apa yang dimaksud dengan konsep tertentu.

- Operasi adalah pengerjaan hitung, pengerjaan aljabar dan pengerjaan matematika yang lain. Sebagai contoh misalnya “penjumlahan“, “perkalian“, “gabungan“, “irisan“. Unsur-unsur yang dioperasikan juga abstrak. Pada dasarnya operasi dalam matematika adalah suatu fungsi yaitu relasi khusus, karena operasi adalah aturan untuk memperoleh elemen tunggal dari satu atau lebih elemen yang diketahui. Semesta dari elemen-elemen yang diketahui maupun elemen yang diperoleh dapat sama tetapi dapat juga berbeda. Elemen tunggal yang diperoleh disebut hasil operasi, sedangkan satu atau lebih elemen yang diketahui disebut elemen yang dioperasikan. Dalam matematika dikenal macam-macam operasi, yaitu “operasi unair“, “operasi biner“, “operasi terner“, dan sebagainya tergantung dari banyaknya elemen yang dioperasikan.
- Prinsip adalah objek matematika yang kompleks. Prinsip dapat terdiri atas beberapa fakta, beberapa konsep yang dikaitkan oleh suatu relasi ataupun operasi. Secara sederhana dapatlah dikatakan bahwa prinsip adalah hubungan antara berbagai objek dasar matematika. Prinsip dapat berupa “aksioma“, “teorema“, “sifat“, dan sebagainya.

2. Bertumpu pada kesepakatan

Dalam matematika kesepakatan merupakan tumpuan yang amat penting. Kesepakatan yang amat mendasar adalah aksioma dan konsep primitif.

Aksioma diperlukan untuk menghindarkan berputar-putar dalam pembuktian. Sedangkan konsep primitif diperlukan untuk menghindarkan

berputar-putar dalam pendefinisian. Aksioma juga disebut postulat ataupun pernyataan pangkal (yang sering dinyatakan tidak perlu dibuktikan). Sedangkan konsep primitif yang juga disebut *undefined term* ataupun pengertian pangkal (yang sering dinyatakan tidak perlu didefinisikan). Beberapa aksioma dapat membentuk suatu sistem aksioma, yang selanjutnya dapat menurunkan beberapa teorema. Dalam aksioma tentu terdapat konsep primitif tertentu. Dari satu atau lebih konsep primitif dapat dibentuk konsep baru melalui pendefinisian.

3. Berpola pikir deduktif

Pola pikir deduktif secara sederhana dapat dikatakan pemikiran yang berpangkal dari hal yang bersifat umum diterapkan atau diarahkan kepada hal yang bersifat khusus.

4. Memiliki simbol yang kosong dari arti

Dalam matematika jelas terlihat banyak sekali simbol yang digunakan, baik berupa huruf ataupun bukan huruf. Rangkaian simbol-simbol dalam matematika dapat membentuk suatu model matematika. Model matematika dapat berupa persamaan, pertidaksamaan, bangun geometrik tertentu, dan sebagainya.

Huruf-huruf yang dipergunakan dalam model persamaan, misalnya $x + y = z$ belum tentu bermakna atau berarti bilangan, demikian juga tanda $+$ belum tentu berarti operasi tambah untuk dua bilangan. Makna huruf dan tanda itu tergantung dari permasalahan yang mengakibatkan terbentuknya model itu. Jadi secara umum huruf dan tanda dalam model $x + y = z$ masih

kosong dari arti, terserah kepada yang akan memanfaatkan model itu. Kosongnya arti simbol maupun tanda dalam model-model matematika itu justru memungkinkan “intervensi“ matematika ke dalam berbagai pengetahuan. Kosongnya arti itu memungkinkan matematika memasuki medan garapan dari ilmu bahasa.

5. Memperhatikan semesta pembicaraan

Sehubungan dengan perian tentang kosongnya arti simbol-simbol dan tanda-tanda dalam matematika di atas, menunjukkan dengan jelas bahwa dalam menggunakan matematika diperlukan kejelasan dalam lingkup apa model itu dipakai. Bila lingkup pembicaraannya bilangan, maka simbol-simbol diartikan bilangan. Bila lingkup pembicaraannya transformasi, maka simbol-simbol itu diartikan suatu transformasi. Lingkup pembicaraan itulah yang disebut dengan semesta pembicaraan. Benar atau salahnya ataupun ada tidaknya penyelesaian suatu model matematika sangat ditentukan oleh semesta pembicaraannya.

6. Konsisten dalam sistemnya

Dalam matematika terdapat banyak sistem. Ada sistem yang mempunyai kaitan satu sama lain, tetapi juga ada sistem yang dapat dipandang terlepas satu sama lain. Misal dikenal sistem-sistem aljabar, sistem-sistem geometri. Sistem aljabar dan sistem geometri tersebut dapat dipandang terlepas satu sama lain, tetapi di dalam sistem aljabar sendiri terdapat beberapa sistem yang lebih “kecil“ yang terkait satu sama lain. Demikian juga dalam sistem geometri, terdapat beberapa sistem yang lebih

“kecil“ yang terkait satu sama lain. Dalam aljabar terdapat sistem aksioma dari group, sistem aksioma dari ring, sistem aksioma dari field dan sebagainya. Masing-masing sistem aksioma itu memiliki keterkaitan tertentu. Di dalam masing-masing sistem dan strukturnya itu berlaku ketaazasan atau konsistensi. Ini juga dikatakan bahwa dalam setiap sistem dan strukturnya tersebut tidak boleh terdapat kontradiksi. Suatu teorema atau suatu definisi harus menggunakan istilah atau konsep yang telah ditetapkan terlebih dahulu. Konsistensi itu baik dalam makna maupun dalam hal nilai kebenaran.¹²

B. Teori Perkembangan Kognitif

1. Teori Piaget

Piaget adalah salah satu pioner yang menggunakan filsafat konstruktivistik dalam proses belajar. Piaget menyatakan bahwa anak membangun sendiri skemanya serta membangun konsep-konsep melalui pengalaman-pengalamannya. Piaget membedakan perkembangan kognitif seseorang anak menjadi empat taraf, yaitu:

- 1) *Taraf Sensorimotor*, yakni perkembangan ranah kognitif yang terjadi pada usia 0-2 tahun. Pada tahap ini anak mengatur sensorinya (indranya) dan tindakan-tindakannya. Pada awal periode ini anak tidak mempunyai konsepsi tentang objek-objek secara permanen. Artinya anak belum dapat mengenal dan menemukan objek, benda apapun yang tidak dilihat, tidak

¹² R. Sodjadi, *Kiat-Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*, op.cit, h.9-10.

disentuh atau tidak didengar. Benda-benda tersebut dianggap tidak ada meskipun sesungguhnya ada di tempat lain. Dalam usia 18-24 bulan barulah kemampuan anak untuk mengenal objek secara permanen mulai muncul secara bertahap dan sistematis. Anak mulai mencari benda-benda dan orang-orang yang ada di sekitarnya bila ia memerlukannya.

- 2) *Tahap Praoperasional*, yakni perkembangan ranah kognitif yang terjadi pada usia 2-7 tahun. Perkembangan ini bermula pada saat anak telah memahami objek-objek secara sempurna. Artinya, anak sudah mempunyai kesadaran akan eksistensi suatu benda yang ada atau biasa ada walaupun benda tersebut sudah tidak dilihat atau didengarnya lagi. Perolehan kesadaran akan eksistensi suatu benda terjadi karena ia sudah memiliki kapasitas kognitif baru yang disebut *representation* atau *mental representation* (gambaran mental). Tetapi ia belum mengembangkan kemampuan untuk melakukan transportasi mental yang disebut operasi. Representasi adalah sesuatu yang mewakili atau menjadi simbol dan ini merupakan bagian penting dari skema kognitif yang memungkinkan anak berpikir dan menyimpulkan eksistensi suatu benda atau kejadian tertentu walaupun ia tidak melihatnya. Dalam periode ini, di samping mendapatkan kapasitas-kapasitas baru, anak juga memiliki kemampuan berbahasa (mulai menggunakan kata-kata yang tepat, mengekspresikan kalimat-kalimat pendek yang logis)
- 3) *Tahap Konkret Operasional*, yaitu perkembangan kognitif yang terjadi pada usia 7 sampai 11 tahun. Dalam tahap ini anak sudah mulai melakukan

operasi, mulai dapat berpikir rasional. Namun demikian, kemampuan berpikir intuitifnya seperti pada masa praoperasional, tidak hilang sampai anak memasuki masa remaja. Pada tahap ini seorang anak mulai memperoleh tambahan kemampuan yang disebut satuan langkah berpikir (*system of operations*) yang berfungsi untuk mengkoordinasikan pemikiran dan ideanya dengan peristiwa tertentu ke dalam sistem pemikirannya sendiri sehingga ia mampu mengambil keputusan secara logis. Operasi-operasi dalam periode ini terkait pada pengalaman perorangan yang bersifat konkret dan bukan operasi formal.

- 4) *Tahap Formal Operasi*, yaitu perkembangan kognitif yang terjadi pada usia 11 sampai 15 tahun. Tahap formal operasi ini dapat dikatakan terjadi pada anak yang mulai beranjak remaja. Pada tahap ini anak dapat menggunakan operasi konkretnya untuk membentuk operasi yang lebih kompleks. Dalam hal ini, anak telah memiliki kemampuan mengkoordinasikan secara simultan ataupun secara berurutan penggunaan kapasitas atau kemampuan kognitifnya, yaitu kapasitas menggunakan hipotesis dan prinsip-prinsip abstrak. Dengan kapasitas menggunakan hipotesis, seorang remaja akan mampu berpikir hipotetik, yaitu berpikir untuk memecahkan masalah dengan menggunakan hipotesis yang relevan. Dengan kapasitas menggunakan prinsip-prinsip abstraknya, remaja mampu

mempelajari materi-materi pelajaran yang abstrak, misalnya agama, matematika, dan sebagainya.¹³

Walaupun ada perbedaan individual dalam hal kemajuan perkembangan, tetapi teori Piaget mengasumsikan bahwa seluruh siswa tumbuh dan melewati urutan perkembangan yang sama, namun pertumbuhan itu berlangsung pada kecepatan yang berbeda. Perkembangan kognitif sebagian besar bergantung seberapa jauh anak memanipulasi dan aktif berinteraksi dengan lingkungan.

Implikasi teori kognitif Piaget pada pendidikan adalah sebagai berikut:

- 1) Memusatkan perhatian kepada berpikir atau proses mental anak, tidak sekedar kepada hasilnya. Selain kebenaran jawaban siswa, guru harus memahami proses yang digunakan anak sehingga sampai ada jawaban tersebut. Pengalaman-pengalaman belajar yang sesuai dikembangkan dengan memperhatikan tahap fungsi kognitif dan hanya jika guru penuh perhatian terhadap metode yang digunakan siswa untuk sampai pada kesimpulan tertentu, barulah dapat dikatakan guru berada dalam posisi memberikan pengalaman yang dimaksud.
- 2) Mengutamakan peran siswa dalam berinisiatif sendiri dan keterlibatan aktif dalam kegiatan belajar dalam kelas.
- 3) Memaklumi akan adanya perbedaan individual dalam hal kemajuan perkembangan. Teori Piaget mengasumsikan bahwa seluruh siswa tumbuh

¹³ F.J. Monks, A.M.P.et.al, *Psikologi Perkembangan*, (Yogyakarta: Gajah Mada University Press, 2002), h.218-224.

dan melewati urutan dan perkembangan yang sama, namun pertumbuhan itu berlangsung pada kecepatan yang berbeda. Oleh karena itu guru harus melakukan upaya untuk mengatur aktivitas di dalam kelas yang terdiri dari individu-individu ke dalam bentuk-bentuk kelompok kecil siswa daripada aktivitas dalam bentuk klasikal.¹⁴

Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa anak dalam perkembangan kognitifnya, melalui empat tahap yang berbeda. Dalam perkembangan kognitif, anak berkembang sesuai dengan usia yang dilalui oleh setiap anak dan interaksi aktif anak dengan lingkungannya.

2. Teori Vygotsky

Vygotsky berpendapat seperti Piaget, bahwa setiap siswa membentuk pengetahuan, yaitu apa yang diketahui siswa bukanlah kopi dari apa yang mereka temukan di dalam lingkungan, tetapi sebagai hasil dari pikiran dan kegiatan siswa sendiri melalui bahasa.

Sumbangan penting yang diberikan Vygotsky dalam pembelajaran adalah konsep *Zone of Proximal Development* (ZPD) dan scaffolding. Vygotsky yakin bahwa pembelajaran terjadi apabila anak bekerja atau menangani tugas-tugas yang belum dipelajari namun tugas-tugas itu berada dalam jangkauan kemampuannya atau tugas-tugas itu berada dalam *Zone of Proximal Development*. *Zone of Proximal Development* adalah daerah antar tingkat perkembangan sesungguhnya yang didefinisikan sebagai kemampuan memecahkan masalah secara mandiri dan tingkat perkembangan potensial

¹⁴ [Http://www.damandiri.or.id/file/yusufunsbab2.pdf](http://www.damandiri.or.id/file/yusufunsbab2.pdf)

yang didefinisikan sebagai kemampuan pemecahan masalah di bawah bimbingan orang dewasa atau teman sebaya yang lebih mampu.

Sedangkan konsep scaffolding berarti memberikan kepada siswa sejumlah besar bantuan selama tahap-tahap awal pembelajaran kemudian mengurangi bantuan tersebut dan memberikan kesempatan kepada anak tersebut mengambil alih tanggung jawab yang semakin besar segera setelah ia melakukannya.¹⁵

Ada dua implikasi utama teori Vygotsky dalam pendidikan yaitu:

- 1) Perlunya tatanan kelas dan bentuk pembelajaran kooperatif antar siswa, sehingga siswa dapat berinteraksi di sekitar tugas-tugas yang sulit dan saling memunculkan strategi-strategi pemecahan masalah yang efektif di dalam masing-masing ZPD mereka.
- 2) Pendekatan Vygotsky dalam pengajaran menekankan scaffolding, dengan semakin lama siswa semakin bertanggung jawab terhadap pembelajaran sendiri.¹⁶

Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa siswa perlu belajar dan bekerja sama secara berkelompok sehingga siswa dapat saling berinteraksi dan diperlukan bantuan guru atau teman sebaya yang lebih mampu dalam kegiatan pembelajaran.

¹⁵ [Http://puslit.petra.ac.id/journals/interior/](http://puslit.petra.ac.id/journals/interior/).

¹⁶ [Http://www.damandiri.or.id/file/yusufunsbab2.pdf](http://www.damandiri.or.id/file/yusufunsbab2.pdf)

C. Proses Berpikir Siswa Terhadap Materi Ajar

Dalam melakukan berbagai kegiatan kita harus berpikir dahulu sebelum bertindak, manakah jalan yang terbaik bagi kita dalam bertindak sehingga tidak akan sia-sia. Sebelum bertindak kita terlebih dahulu memerlukan proses dalam berpikir sehingga nantinya kita bisa mengetahui apa yang akan kita lakukan, yang mana dalam proses tersebut disebut dengan proses berpikir. Dalam hal ini peneliti akan mengemukakan beberapa definisi dari berpikir dan proses berpikir.

Beberapa ahli pendidikan memberikan pengertian tentang berpikir, di antaranya adalah sebagai berikut:

- 1) Berpikir ialah gejala jiwa yang dapat menetapkan hubungan-hubungan antara pengetahuan-pengetahuan kita. Berpikir merupakan suatu proses dialektis, artinya selama kita berpikir, pikiran kita mengadakan tanya jawab sendiri untuk dapat meletakkan hubungan-hubungan antara pengetahuan kita dengan tepat.¹⁷
- 2) Berpikir merupakan proses menggunakan pikiran untuk mencari makna dan pemahaman terhadap sesuatu, membuat pertimbangan dan keputusan atau menyelesaikan masalah.¹⁸
- 3) Berpikir adalah sebuah proses dimana representasi mental baru dibentuk melalui transformasi informasi dengan interaksi yang kompleks atribut-

¹⁷ Agus Sujanto, *Psikologi Umum*, (Bandung: Bumi Aksara, 2001), h.56.

¹⁸ [Http://www.arsyads.files.wordpress.com/2008/03/berpikir1.doc](http://www.arsyads.files.wordpress.com/2008/03/berpikir1.doc)

atribut mental seperti penilaian, abstraksi, logika, imajinasi, dan pemecahan masalah.¹⁹

- 4) Berpikir merupakan proses yang dinamis yang dapat dilukiskan menurut proses dan jalannya.²⁰
- 5) Berpikir adalah kemampuan untuk menganalisis, mengkritik, dan mencapai kesimpulan berdasarkan pada inferensi atau pertimbangan yang seksama²¹.
- 6) Berpikir adalah merupakan aktivitas psikis yang intensional, dan terjadi apabila seseorang menjumpai problema (masalah) yang harus dipecahkan.²²

Berdasarkan penjelasan-penjelasan tentang definisi berpikir dari berbagai sumber di atas, maka definisi berpikir dalam penelitian ini adalah suatu aktivitas yang menggunakan akal budi untuk mempertimbangkan, memecahkan masalah, memutuskan, memaknai sesuatu, dan pencarian jawaban dalam mendapatkan suatu makna.

Dalam suatu media elektronik dijelaskan tentang definisi dari proses berpikir sebagai berikut,

“The thinking process is an intriguing collection of logic-based tools that promise to help people diagnose problem, find solution, and draw up successful implementation plans. It is quite general and can be applied to many kinds of problems from the shop floor to the executive suite”²³

¹⁹ Nyayu Khadijah, *Psikologi Belajar*, (Palembang: IAIN Raden Patah Press, 2006), h.117.

²⁰ Sumadi Suryasubrata, *Psikologi Pendidikan*, (Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada, 1990), h.54.

²¹ [Http://www.suchaini.wordpress.com/2008/12/15/teori-berpikir-kreatif-pendidikan/](http://www.suchaini.wordpress.com/2008/12/15/teori-berpikir-kreatif-pendidikan/)

²² Abu Ahmadi, *Psikologi Umum*, (Jakarta: Rineka Cipta, 1991), h.81.

²³ [Http://www.saigon.com/~nguyent/toc_04.html](http://www.saigon.com/~nguyent/toc_04.html)

Maksud dari kalimat tersebut bahwa proses berpikir adalah suatu hal yang membangkitkan minat dalam menggumpulkan bahan-bahan mulai dari pemikiran dasar yang bahwasanya mampu untuk membantu masyarakat dalam mendiagnosis masalah, menemukan solusi, dan menggambarkan keberhasilan dari suatu rencana pelaksanaan. Ini merupakan suatu hal yang umum dan bisa diaplikasikan pada berbagai macam persoalan mulai dari tingkat dasar hingga pada tingkat yang lebih rumit.

Marpaung menyatakan bahwa proses berpikir adalah proses yang terdiri atas penerimaan informasi (dari luar atau dari dalam diri siswa), pengolahan, penyimpulan, dan pemanggilan kembali informasi itu dari ingatan siswa.²⁴

Berdasarkan dua penjelasan tentang definisi proses berpikir di atas, maka definisi proses berpikir dalam penelitian ini adalah penerimaan informasi yang kemudian dari informasi tersebut diolah untuk dicari kesimpulannya dan kesimpulan tersebut bisa dipanggil kembali dari informasi yang telah didapat tadi bila diperlukan.

Proses atau jalannya berpikir itu pada pokoknya ada tiga langkah, yaitu:

- 1) Pembentukan Pengertian

Pengertian atau lebih tepatnya disebut pengertian logis di bentuk melalui tiga tingkatan, sebagai berikut:

- a. Menganalisis ciri-ciri dari sejumlah objek yang sejenis.

²⁴ [Http://www.suchaini.wordpress.com/2008/12/15/teori-berfikir-kreatif-pendidikan/](http://www.suchaini.wordpress.com/2008/12/15/teori-berfikir-kreatif-pendidikan/)

- b. Membanding-bandingkan ciri tersebut untuk diketemukan ciri-ciri mana yang sama, mana yang tidak sama, mana yang selalu ada dan mana yang tidak selalu ada, mana yang hakiki dan mana yang tidak hakiki.
- c. Mengabstraksikan yaitu menyisihkan, membuang ciri-ciri yang tidak hakiki, menangkap ciri-ciri yang hakiki.²⁵

2) Pembentukan Pendapat

Membentuk pendapat adalah meletakkan hubungan antara dua buah pengertian atau lebih. Pendapat dapat dibedakan menjadi tiga macam yaitu:

- a. Pendapat Afirmatif atau Positif, yaitu pendapat yang menyatakan keadaan sesuatu. Misalnya “Totok itu pandai”.
- b. Pendapat Negatif, yaitu pendapat yang meniadakan, yang secara tegas menerangkan tentang tidak adanya sesuatu sifat pada sesuatu hal. Misalnya “Totok itu bodoh”.
- c. Pendapat Modalitas atau Kebarangkalian, yaitu pendapat yang menerangkan kebarangkalian, kemungkinan-kemungkinan sesuatu sifat pada sesuatu hal. Misalnya “Ali mungkin tidak datang”.²⁶

3) Penarikan Kesimpulan atau Pembentukan Keputusan

Keputusan adalah hasil perbuatan akal untuk membentuk pendapat baru berdasarkan pendapat-pendapat yang telah ada. Ada tiga macam keputusan yaitu:

²⁵ Sumadi Suryasubrata, *Psikologi Pendidikan*, op.cit, h.58-59.

²⁶ Ibid, h.59-60.

- a. Keputusan Induktif, yaitu keputusan yang diambil dari pendapat-pendapat khusus menuju ke satu pendapat umum. Misalnya:

Tembaga dipanaskan akan memuai

Perak dipanaskan akan memuai

Besi dipanaskan akan memuai

Jadi semua logam jika dipanaskan akan memuai (umum).

- b. Keputusan Deduktif, yaitu keputusan yang diambil dari pendapat-pendapat umum ke pendapat khusus, jadi berlawanan dengan pendapat induktif. Misalnya:

Semua logam jika dipanaskan akan memuai (umum)

Tembaga adalah logam.

Jadi tembaga jika dipanaskan akan memuai (khusus).

- c. Keputusan Analogis, yaitu keputusan yang diperoleh dengan jalan membandingkan atau menyesuaikan dengan pendapat-pendapat khusus yang telah ada. Misalnya:

Totok anak pandai, naik kelas (khusus)

Jadi Nunung anak yang pandai itu, tentu naik kelas.²⁷

Sedangkan Goldratt berpendapat tentang proses berpikir adalah sebagai berikut:

“Developed the thinking process, which is a series steps to locate the constraint (what to change?), determine the solution (what to change to?), and how to implement the solution (how to make the change?). It is the steps that are actually referred to as the thinking process.”²⁸

²⁷ Sumadi Suryasubrata, *Psikologi Pendidikan*, op.cit, h.61-62

²⁸ [Http://www.sbaer.uca.edu/reseach/allied/2003/Management/new/03.pdf](http://www.sbaer.uca.edu/reseach/allied/2003/Management/new/03.pdf)

Maksud dari kalimat di atas bahwa Goldartt menjadikan proses berpikir dengan memberikan beberapa langkah dalam menentukan beberapa kendala (apa yang harus diubah?), menentukan pemecahan (apa yang selanjutnya diubah?), dan bagaimana caranya untuk menerapkan pemecahan tersebut (bagaimana caranya untuk merubah?). Ini merupakan langkah yang aktual dalam menentukan proses berpikir.

Meskipun dua pendapat para ahli di atas berbeda secara redaksional, namun pada hakikatnya sama-sama menyatakan bahwa proses atau jalannya berpikir harus ditempuh melalui langkah-langkah yang sistematis.

Sedangkan proses berpikir matematik erat kaitannya dengan daya matematik. Istilah daya matematik secara umum dapat diartikan sebagai kemampuan berpikir matematik atau kemampuan melaksanakan kegiatan dan proses atau tugas matematik.

Ditinjau dari kedalaman atau kekompleksan kegiatan matematik, daya matematik dapat digolongkan dalam dua jenis yaitu berpikir tingkat rendah (*lower-order thinking*) dan berpikir tingkat tinggi (*higher-order thinking*). Berikut ini merupakan uraian dari masing-masing istilah tersebut:

a. Berpikir Tingkat Rendah

Bloom mengemukakan bahwa berpikir tingkat rendah meliputi tiga aspek pertama dari ranah kognitif, yaitu aspek pengetahuan (*knowledge*), pemahaman (*comprehension*), dan aplikasi (*application*). Adapun penjelasan ketiga aspek tersebut adalah sebagai berikut:

- pengetahuan (*knowledge*) berkenaan dengan hafalan dan ingatan. Misalnya hafal atau ingat tentang simbol, istilah, fakta, konsep, definisi, dalil, prosedur, pendekatan, dan metode.
- pemahaman (*comprehension*) berhubungan dengan penguasaan atau mengerti tentang sesuatu tetapi tahap pengertiannya masih rendah, misalnya mengubah informasi ke dalam bentuk paralel yang lebih bermakna, memberikan interpretasi. Pemahaman ada tiga macam yaitu pengubahan (*translation*), pemberian arti (*interpretation*), dan pembuatan ekstrapolasi (*extrapolation*).
- aplikasi adalah kemampuan siswa menggunakan apa yang diperolehnya dalam situasi khusus yang baru dan konkrit.

Pendapat lain dikemukakan oleh Webb dan Coxford bahwa yang dimaksud berpikir tingkat rendah yaitu meliputi operasi hitung sederhana, menerapkan rumus matematika secara langsung, dan mengikuti prosedur (algoritma baku).²⁹

Meskipun kedua pendapat di atas memberikan pengertian tentang berpikir tingkat rendah berbeda secara redaksional, namun mengandung makna yang sejalan yakni sama-sama proses berpikir tingkat rendah yang erat kaitannya dengan soal-soal rutin.

²⁹ [Http://www.suchaini.wordpress.com/2008/12/15/teori-berfikir-kreatif-pendidikan/](http://www.suchaini.wordpress.com/2008/12/15/teori-berfikir-kreatif-pendidikan/)

b. Berpikir Tingkat Tinggi

Bloom mengemukakan bahwa berpikir tingkat tinggi meliputi tiga aspek terakhir dari ranah kognitif yaitu aspek analisis, sintesis, dan evaluasi. Adapun penjelasan ketiga aspek tersebut adalah sebagai berikut:

- Analisis adalah kemampuan memisahkan materi ke dalam bagian-bagian yang perlu, mencari hubungan antara bagian-bagian, mampu melihat komponen-komponen, bagaimana komponen-komponen itu berhubungan dan terorganisasikan, kemampuan menyelesaikan soal-soal tidak rutin.
- Sintesis adalah kemampuan bekerja dengan bagian-bagiannya, unsur-unsurnya dan menyusun menjadi suatu kebulatan baru seperti pola dan struktur.
- Evaluasi merupakan aspek yang meliputi aspek-aspek sebelumnya.

Sedangkan menurut Marzano berpikir tingkat tinggi meliputi aspek-aspek mengorganisasi, membangun (*generating*), menginvestigasi dan mengevaluasi.³⁰

Dari kedua pendapat di atas dapat disimpulkan bahwa berpikir tingkat tinggi berarti berpikir dengan mengambil beberapa tahap yang lebih tinggi dari hierarki proses kognitif dan diidentifikasi dengan kemampuan menyelesaikan soal-soal tidak rutin.

Hasil penelitian Marpaung, menunjukkan bahwa struktur kognitif dalam mempelajari algoritma yang mengarahkannya untuk memilih strategi

³⁰ [Http://www.suchaini.wordpress.com/2008/12/15/teori-berfikir-kreatif-pendidikan/](http://www.suchaini.wordpress.com/2008/12/15/teori-berfikir-kreatif-pendidikan/)

tertentu dalam mempelajari atau menemukan suatu konsep matematis dibangun dari elemen-elemen dasar yaitu cara berpikir tipe predikatif dan cara berpikir tipe fungsional. Adapun ciri-ciri dari cara berpikir tipe predikatif dan cara berpikir fungsional adalah sebagai berikut:

- Ciri Cara Berpikir Tipe Predikatif
 1. Titik tolak cara berpikirnya adalah hubungan di antara dua konsep. Tipe ini dimulai dengan “apa” yang harus diubah.
 2. Bentuk representatif yang memungkinkan mereka memperoleh tujuan tersebut di atas yaitu menetapkan atau melihat hubungan di antara konsep-konsep atau objek yang lebih disukai daripada yang lain.
 3. Bukan interaksi dengan material serta koordinasi tindakan yang penting, tetapi penampilan media representatif itu perlu untuk membantunya membayangkan keadaan-keadaan atau situasi-situasi untuk dapat melihat atau membentuk hubungan di antara mereka.
 4. Aturan pembentukan konsepnya adalah “dan” atau operasi konjungtif.
- Ciri Cara Berpikir Tipe Fungsional
 1. Tipe ini dimulai dengan “bagaimana” merubahnya.
 2. Dimulai interaksi dengan materi yang digunakan dan koordinasi tindakan-tindakannya yang dinamis serta mengembangkan kognitifnya, pemahaman konsep atau pemahaman masalah.
 3. Berpikir secara statis bukanlah dunianya, cenderung ingin berbuat sesuatu, ingin cepat ke pelaksanaan penyelesaian daripada merenungkan (merencanakan) penyelesaian. Dia akan mengalami

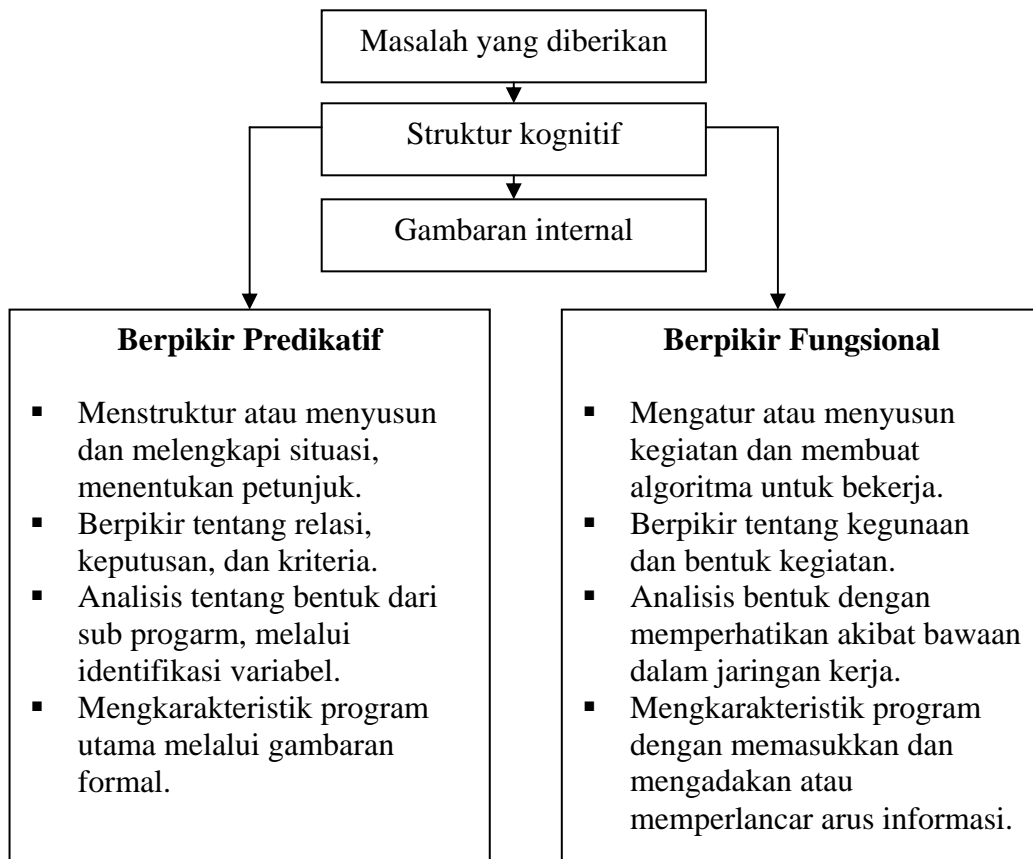
hambatan, jika untuk tujuannya dia dibatasi menggunakan ide-ide saja tanpa realisasi berupa tindakan-tindakan.

4. Aturan pembentukan konsepnya ialah implikasi “bila...maka...”.³¹

Pendapat senada dikemukakan oleh Schwank bahwa struktur kognitif dibedakan atas dua cara berpikir yaitu cara berpikir predikatif dan cara berpikir fungsional. Berpikir predikatif cenderung untuk melihat hubungan antar konsep dan pengambilan keputusan sedangkan berpikir fungsional menitikberatkan untuk melihat mata rantai dan cara melaksanakan keputusan. Cara berpikir predikatif dan cara berpikir fungsional dapat disajikan dalam diagram sebagai berikut:³²

³¹ Suparni, “ *Proses Berpikir Siswa dalam Menyelesaikan Soal Operasi Hitung Pecahan Bentuk Aljabar*”, op.cit, h.33.t.d.

³² Ibid, h.34-35.



GAMBAR 1 : CIRI BERPIKIR PREDIKATIF DAN FUNGSIONAL

Marpaung juga meneliti proses berpikir seseorang dalam mempelajari suatu konsep. Proses berpikir itu dibedakan dalam dua proses, yaitu proses berpikir konseptual dan proses berpikir sekuensial. Adapun penjelasan dari kedua proses berpikir tersebut adalah sebagai berikut:

1. Berpikir Konseptual

Berpikir konseptual adalah cara berpikir yang mementingkan pengertian atau konsep-konsep dan hubungan di antara mereka dan penggunaannya dalam pemecahan masalah. Suatu masalah tidak dipandang

terlepas dari masalah lain. Masalah-masalah lebih banyak diolah secara mental di dalam pikiran daripada dalam tindakan.

Adapun ciri-ciri berpikir konseptual adalah sebagai berikut:

- Pada awal proses penyelesaian, yaitu sesudah mereka membaca soal, siswa mencoba merumuskan kembali soal tersebut dalam bentuk yang lebih sederhana dengan menggunakan kalimat matematika.
- Siswa mencoba memecah soal tersebut atas bagian-bagian, lalu mencari hubungan di antara bagian-bagian itu atau antara suatu bagian dengan konsep atau soal lain yang sudah pernah dikerjakan.
- Siswa cenderung memulai pelaksanaan pemecahan soal kalau sudah mendapat ide yang jadi dan jelas.
- Jika penyelesaian sementara salah, maka soal kembali diurai atas struktur-struktur yang lebih sederhana.

2. Berpikir Sekuensial

Berpikir sekuensial adalah cara berpikir yang cenderung langsung menyelesaikan masalah tanpa banyak memberi perhatian terhadap hubungan konsep-konsep dan dimulai dengan ide yang belum jelas. Penyelesaian masalah dilakukan dengan cara sekuensial dengan berorientasi pada tujuan, mencari sepotong penyelesaian antara yang menjadi dasar tindakan selanjutnya untuk mencapai hasil akhir strategi yang digunakan.

Adapun ciri-ciri berpikir sekuensial adalah sebagai berikut:

- Berorientasi pada tindakan.
- Ingin memulai langkah penyelesaian walaupun ide yang jelas belum diperoleh.
- Cenderung menyelesaikan soal secara lepas, artinya lepas dari hubungannya dengan konsep atau bagian lain dari masalah yang sudah dikenalnya.
- Pada fase tertentu dari proses pemecahan soal hasil antara dibandingkan dengan tujuan. Bila dengan hasil itu dia belum puas, maka dia kembali pada hasil antara sebelumnya dan dari sana menyusun rencana baru.
- Pengetahuan disimpan tidak dalam struktur yang jelas.³³

Sedangkan Zuhri membedakan proses berpikir menjadi tiga yaitu: (1) berpikir konseptual, (2) berpikir semikonseptual, dan (3) berpikir komputasional.³⁴

Adapun penjelasan dari ketiga proses berpikir tersebut dapat diuraikan sebagai berikut:

1. Berpikir Konseptual

Berpikir konseptual adalah cara berpikir dalam memecahkan masalah menggunakan konsep yang telah dia miliki berdasarkan hasil penilaiannya selama ini.

³³ Zuhri D, “*Proses Berpikir Siswa Kelas II SMPN Pekanbaru dalam Menyelesaikan Soal-Soal Perbandingan Berbalik Nilai*”, op.cit, h.37.t.d.

³⁴ Ibid, h.45.

Adapun ciri-ciri berpikir konseptual menurut Zuhri adalah sebagai berikut:

- Dalam memahami soal siswa mampu mengungkapkan dengan kata-kata apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal.
- Menyusun rencana penyelesaian.
- Dalam melaksanakan rencana penyelesaian, siswa memulai pelaksanaan setelah mendapat ide yang jelas, dengan kata lain setiap langkah yang dibuat dapat dijelaskan dengan benar. Siswa dalam hal ini cenderung menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajarinya. Jika terjadi kesalahan dalam menyelesaikan soal maka proses penyelesaiannya kembali diulang sehingga diperoleh hasil yang benar.

2. Berpikir Semikonseptual

Berpikir konseptual adalah cara berpikir dalam memecahkan masalah menggunakan konsep yang telah dia miliki berdasarkan hasil penilaiannya selama ini tetapi mungkin karena pemahamannya terhadap konsep tersebut belum sepenuhnya lengkap maka penyelesaiannya dicampur dengan cara penyelesaian yang menggunakan instuisi.

Adapun ciri-ciri berpikir semikonseptual menurut Zuhri adalah sebagai berikut:

- Dalam memahami soal siswa mampu mengungkapkan dengan kata-kata apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal.
- Menyusun rencana penyelesaian.

- Dalam melaksanakan rencana penyelesaian, siswa memulai pelaksanaan setelah mendapat ide yang jelas, dengan kata lain setiap langkah yang dibuat dapat dijelaskan dengan benar. Siswa dalam hal ini cenderung menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajarinya. Jika terjadi kesalahan dalam menyelesaikan soal maka proses penyelesaiannya kembali diulang sehingga diperoleh hasil yang benar tetapi sering gagal karena konsep itu belum dipahami dengan baik.

3. Berpikir Komputasional

Berpikir komputasional adalah cara berpikir yang pada umumnya menyelesaikan suatu masalah tidak menggunakan konsep tetapi lebih mengandalkan intuisi, akibatnya siswa sering melakukan kesalahan dalam menyelesaikan masalah.

Adapun ciri-ciri berpikir komputasional menurut Zuhri adalah sebagai berikut:

- Siswa tidak memahami soal.
- Menyusun rencana penyelesaian.
- Dalam melaksanakan rencana penyelesaian, siswa cenderung memulai langkah penyelesaian walaupun ide yang jelas belum diperoleh, dengan kata lain setiap langkah yang dibuatnya tidak dapat dijelaskan dengan benar serta cenderung menyelesaikan soal terlepas dari konsep

yang dimiliki. Jika terjadi kesalahan penyelesaian, tidak dapat diperbaiki dengan benar.³⁵

Berdasarkan kondisi tersebut di atas, proses berpikir siswa dalam menyelesaikan soal cerita dalam penelitian ini dikelompokkan menjadi tiga, yaitu berpikir konseptual, berpikir semikonseptual, dan berpikir komputasional. Penjelasan dari tiap-tiap proses berpikir dan indikatornya adalah sebagai berikut:

1) Berpikir Konseptual

Yaitu cara berpikir siswa dalam memecahkan suatu permasalahan dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari.

Adapun indikator dari berpikir konseptual dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- Mampu mengungkapkan dengan kalimat sendiri apa yang diketahui dalam soal.
- Mampu mengungkapkan dengan kalimat sendiri apa yang ditanya dalam soal.
- Dalam menjawab cenderung menggunakan konsep yang sudah dipelajari.
- Mampu menjelaskan langkah yang ditempuh sesuai dengan konsep yang telah dipelajari.

³⁵ Ibid, h.40-43.

2) **Berpikir semikonseptual**

Yaitu cara berpikir siswa dalam memecahkan suatu permasalahan dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari, namun tidak sepenuhnya lengkap.

Adapun indikator dari berpikir semikonseptual dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- Kurang mampu mengungkapkan dengan kalimat sendiri apa yang diketahui dalam soal.
- Kurang mampu mengungkapkan dengan kalimat sendiri apa yang ditanya dalam soal.
- Dalam menjawab cenderung menggunakan konsep yang sudah dipelajari walaupun tidak lengkap.
- Tidak sepenuhnya mampu menjelaskan langkah yang ditempuh.

3) **Cara berpikir komputasional**

Yaitu cara berpikir siswa dalam memecahkan suatu permasalahan tanpa menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari.

Adapun indikator dari berpikir komputasional dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- Tidak mampu mengungkapkan dengan kalimat sendiri apa yang diketahui dalam soal.
- Tidak mampu mengungkapkan dengan kalimat sendiri apa yang ditanya dalam soal.

- Dalam menjawab cenderung lepas dari konsep yang telah dipelajari.
- .Tidak mampu menjelaskan langkah-langkah yang ditempuh sesuai dengan konsep yang telah dipelajari.

D. Soal Cerita

Masalah-masalah yang berhubungan dengan matematika sering kita jumpai pada situasi sehari-hari. Permasalahan matematika yang berkaitan dengan kehidupan nyata biasanya dituangkan melalui soal-soal berbentuk cerita. Untuk dapat menyelesaikan masalah matematika berbentuk soal cerita tidak semudah menyelesaikan masalah matematika yang sudah berbentuk simbol-simbol matematika yang sudah dikenal siswa.

Soedjadi menyatakan bahwa bentuk soal dalam matematika pada umumnya dapat dibedakan menjadi dua yaitu soal bentuk hitungan dan soal bentuk cerita. Soal bentuk hitungan adalah soal yang sudah berbentuk simbol-simbol matematika. Sedangkan soal cerita adalah suatu soal matematika yang dapat diolah sehingga menunjukkan suatu penalaran.³⁶

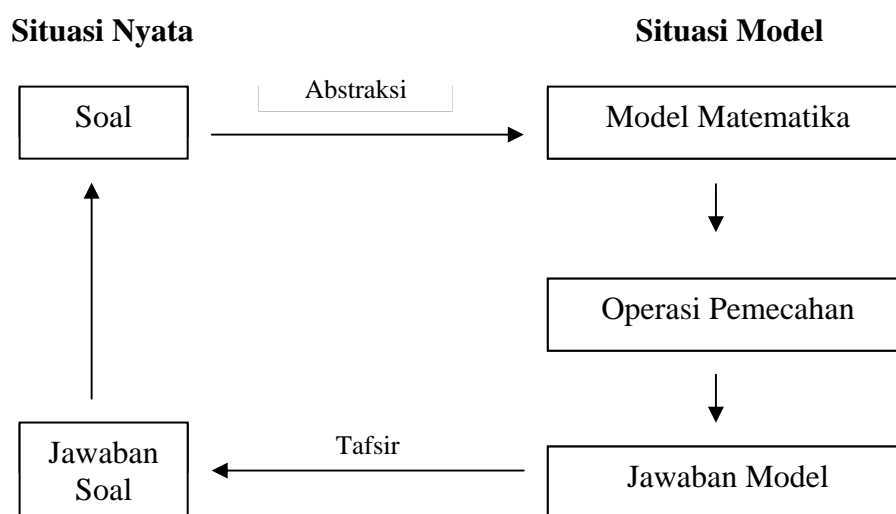
Soedjadi juga menambahkan bahwa untuk menyelesaikan soal matematika ditempuh langkah-langkah sebagai berikut:

1. Membaca soal dengan cermat untuk menangkap makna dari tiap kalimat.
2. Memisahkan dan mengungkapkan apa yang diketahui dalam soal, apa yang diminta atau ditanya dalam soal, dan operasi pengerjaan apa yang diperlukan.

³⁶ R. Soedjadi, *Kiat-Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*, op.cit, h.189.

3. Membuat model matematika dari soal.
4. Menyelesaikan model menurut aturan-aturan matematika, sehingga mendapatkan jawaban dari model tersebut.
5. Mengembalikan jawaban soal kepada jawaban asal.³⁷

Musser menyajikan langkah-langkah dalam menyelesaikan soal cerita ke dalam bagan sebagai berikut:³⁸



GAMBAR 2 : ALUR MENYELESAIKAN SOAL CERITA

Adapun penjelasan alur di atas bahwa soal cerita yang disajikan berkaitan dengan kehidupan sehari-hari, soal tersebut harus dipahami terlebih dahulu, apa yang diketahui serta apa yang ditanyakan. Setelah mengetahui apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan, soal tersebut diubah ke dalam model matematika. Salah satu bentuk model matematika adalah kalimat matematika. Kemudian soal yang telah diubah ke dalam kalimat matematika dicari cara penyelesaiannya berdasarkan aturan-aturan yang terdapat pada matematika

³⁷ Ibid, h.189-190.

³⁸ Gary L. Musser dan William F. Burger, *Mathematics for Elementary Teacher*, (USA: Prantice-Hall.inc, 1994), h.5.

untuk mengetahui jawabannya. Jawaban yang telah dihasilkan tersebut ditafsirkan ke dalam situasi nyata. Kegiatan penafsiran ini merupakan kegiatan mengembalikan makna variabel yang terdapat dalam kalimat matematika tersebut. langkah akhir ini dilakukan dengan membuat kalimat yang jelas dan ditandai dengan adanya kata “jadi“ di awal kalimat. Hal inilah yang merupakan jawaban dari permasalahan situasi nyata dalam soal cerita.

Pendapat yang lain dikemukakan oleh Polya. Ia menyatakan bahwa dalam memecahkan permasalahan matematika harus dilalui empat langkah heuristik, yakni:

1. *Understanding the problem* (Memahami masalah)

Dalam tahap ini perlu diidentifikasi antara lain apa yang perlu diketahui, apa yang ditanyakan dan apa kondisi yang harus dipenuhi dalam memecahkan masalah itu.

2. *Devising a plan* (Menyusun rencana pemecahan)

Dalam tahap ini perlu dianalisis antara lain hubungan antara yang diketahui dengan yang ditanyakan. Kemudian mungkin memecahkan masalah itu atas bagian-bagian jika hubungan yang dimaksud tidak dapat ditemukan secepatnya. Penyusunan rencana pemecahan akan berjalan dengan baik jika siswa terbiasa dengan masalah itu atau pernah melihat masalah yang mirip dengan masalah yang dihadapi.

3. *Carrying out the plan* (Melaksanakan rencana pemecahan)

Dalam melaksanakan rencana pemecahan masalah perlu diperhatikan urutan yang sistematis.

4. *Looking back* (Memeriksa kembali proses pemecahan)

Dalam tahap ini perlu dilakukan pemeriksaan terhadap setiap langkah dan hasil yang diperoleh dengan memeriksa kebenaran setiap pernyataan yang digunakan.³⁹

Dari beberapa pendapat para ahli di atas, dapat disimpulkan bahwa dalam menyelesaikan soal cerita memerlukan daya nalar yang tinggi, sehingga membutuhkan suatu prosedur atau langkah-langkah yang harus ditempuh untuk memperoleh suatu penyelesaian. Dan dari beberapa pendapat ahli di atas, maka siswa dalam menyelesaikan soal cerita dalam penelitian ini harus menempuh langkah-langkah sebagai berikut:

1. Merumuskan apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal.
2. Menyusun rencana pemecahan yakni dengan merubah soal bentuk cerita ke dalam model matematika, dalam tahap ini perlu dianalisis hubungan antara yang diketahui dan yang ditanyakan.
3. Melaksanakan rencana pemecahan berdasarkan aturan-aturan yang terdapat pada matematika sehingga diperoleh hasil akhirnya.
4. Memeriksa kembali serta mengembalikan jawaban soal pada jawaban asal sesuai yang diminta pada soal dan biasanya ditandai dengan kata “jadi” pada awal kalimat.

³⁹ Zuhri D, “*Proses Berpikir Siswa Kelas II SMPN Pekanbaru dalam Menyelesaikan Soal-Soal Perbandingan Berbalik Nilai*”, op.cit, h.27.

E. Tinjauan Materi

Salah satu bagian dari pelajaran tentang bilangan di sekolah dasar dan menjadi sorotan utama pada penelitian ini adalah pecahan. Dalam hal pecahan khususnya dalam penelitian ini akan dibahas mengenai (1) operasi hitung pada pecahan, (2) penggunaan pecahan dalam skala, dan (3) penggunaan pecahan dalam perbandingan.

Adapun uraian materi dari ketiga sub pokok bahasan di atas adalah sebagai berikut:

1. Definisi Pecahan

Pengertian pecahan menurut Rich sebagai berikut: (1) pecahan dapat diartikan sebagai operasi pembagian dua bilangan bulat, (2) pecahan bisa diartikan sebagai perbandingan, dan (3) pecahan dapat diartikan sebagai bagian dari suatu kelompok.

Sedangkan menurut Ellerbruch dan Pyne memberikan interpretasi yang mencakup pecahan sebagai ukurab dari bagian suatu wilayah, sgmnen benda tiga dimensi, dan pecahan sebagai hasil bagi.

Dari dua pendapat di atas, maka dalam penelitian ini pecahan dapat diartikan sebagai bagian dari suatu keseluruhan dan juga dapat berarti perbandingan dua bilangan.

2. Operasi Hitung pada Pecahan

Sukahar mengatakan bahwa “operasi adalah aturan untuk memperoleh tepat satu unsur dari satu lebih unsur yang ditetapkan terlebih dahulu”. Sedangkan menurut Ruseffendi operasi hitung adalah pengerjaan

hitung dalam hal ini yang dimaksudkan adalah penjumlahan dan pengurangan. Berdasarkan kedua pendapat di atas yang dimaksud operasi hitung dalam penelitian ini adalah suatu pengerjaan hitung untuk mendapatkan unsur tunggal dari satu atau lebih unsur yang diketahui.

Secara umum aturan atau rumus yang digunakan dalam perhitungan matematika lebih mudah untuk diajarkan kepada siswa dibandingkan dengan mengajarkan konsep yang mendasari rumus tersebut. Hal ini disebabkan karena rumus tersebut dapat diingat melalui proses hafalan. Sehingga apabila aturan tersebut tidak diingat lagi, maka siswa akan mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal yang berkaitan dengan aturan/rumus tersebut.

Sebagai guru matematika diharapkan tidak hanya mengajarkan keterampilan menggunakan rumus dalam operasi pecahan tetapi perlu disertai dengan penjelasan tentang konsep dari operasi tersebut.

Konsep dalam matematika sering dijelaskan melalui definisi atau batasan atau melalui contoh-contoh. Konsep-konsep operasi hitung dasar dalam penelitian ini adalah penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian pada pecahan. Adapun uraian dari masing-masing operasi hitung tersebut adalah sebagai berikut:

a. Penjumlahan Pecahan

Untuk melakukan operasi penjumlahan pecahan dapat dilakukan sebagai berikut:

- a) Untuk menjumlahkan pecahan biasa yang penyebutnya sama adalah dengan jalan menjumlahkan pembilang-pembilangnya kemudian membaginya dengan penyebutnya. Secara simbolik dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Jika } \frac{a}{b} \text{ dan } \frac{c}{b} \text{ sebarang pecahan, maka } \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

- b) Untuk menjumlahkan pecahan biasa yang penyebutnya tidak sama menggunakan langkah-langkah sebagai berikut:
- Mencari Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dari penyebut pecahan-pecahan yang akan dijumlahkan,
 - Mengubah pecahan yang akan dijumlahkan dengan penyebut baru yang merupakan KPK dari penyebut pecahan-pecahan semula,
 - Menjumlahkan kedua pecahan dengan menjumlahkan pembilang-pembilangnya, sedangkan penyebut kedua pecahan adalah penyebut baru.

Secara simbolik ketentuan tersebut dapat ditulis sebagai berikut:

$$\text{Jika } \frac{a}{b} \text{ dan } \frac{c}{d} \text{ sebarang pecahan, } b \neq 0, d \neq 0 \text{ dan}$$

$$b \neq d \text{ maka } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd} .^{40}$$

- c) Untuk menjumlahkan pecahan campuran menggunakan langkah-langkah sebagai berikut:

⁴⁰ Gary L. Musser dan William F. Burger, *Mathematics for Elementary Teacher*, op.cit, h.235

- Mencari Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dari penyebut pecahan-pecahan yang akan dijumlahkan,
- Mengubah pecahan yang akan dijumlahkan dengan penyebut baru yang merupakan KPK dari penyebut pecahan-pecahan semula,
- Jumlahkan bagian bulat dengan bagian bulat dan bagian pecahan dengan bagian pecahan.

b. Pengurangan Pecahan

Untuk melakukan operasi pengurangan pecahan dapat dilakukan sebagai berikut:

- a) Untuk mengurangi pecahan biasa yang penyebutnya sama adalah dengan jalan mengurangi pembilang-pembilangnya kemudian membaginya dengan penyebutnya, dengan syarat pembilang pecahan yang akan dikurangi lebih besar daripada pembilang pecahan yang mengurangi. Secara simbolik dapat dituliskan sebagai berikut:

Jika $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{b}$ sebarang pecahan dan $a \geq c$,

$$\text{maka } \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

- b) Untuk mengurangi pecahan biasa yang penyebutnya tidak sama menggunakan langkah-langkah sebagai berikut:
- Mencari Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dari penyebut pecahan-pecahan yang akan dikurangkan,

- Mengubah pecahan yang akan dikurangkan dengan penyebut baru yang merupakan KPK dari penyebut pecahan-pecahan semula,
- Mengurangkan kedua pecahan dengan mengurangkan pembilang-pembilangnya, sedangkan penyebut kedua pecahan adalah penyebut baru.

Secara simbolik ketentuan tersebut dapat ditulis sebagai berikut:

Jika $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ sebarang pecahan, dan $b \neq d$, $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$,

$$\text{maka } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}.^{41}$$

c. Perkalian Pecahan

- a) Mengalikan pecahan dengan suatu bilangan asli sama dengan mengalikan bilangan asli itu dengan pembilang pecahan, sedangkan penyebutnya tetap.

$$c \times \frac{a}{b} = \frac{c \times a}{b}$$

- b) Mengalikan pecahan dengan pecahan sama dengan mengalikan pembilang dengan pembilang, dan penyebut dengan penyebut.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

⁴¹ Ibid, h.239-240.

- c) Untuk operasi hitung perkalian pada pecahan campuran adalah dengan terlebih dahulu pecahan itu dijadikan pecahan biasa, setelah itu dioperasikan seperti pada poin satu dan dua.

d. Pembagian Pecahan

- a) Membagi suatu bilangan bulat dengan suatu bilangan pecahan adalah sama dengan mengalikan bilangan itu dengan kebalikan bilangan pecahan itu.

$$\frac{a}{b} : C = \frac{a}{b} \times \frac{1}{C}$$

- b) Membagi suatu pecahan dengan suatu bilangan asli sama dengan mengalikan pecahan itu dengan kebalikan bilangan asli tersebut.

$$\frac{a}{b} : C = \frac{a}{b} \times \frac{1}{C}$$

- c) Membagi suatu pecahan dengan suatu pecahan sama dengan mengalikan pecahan yang dibagi dengan kebalikan pecahan pembagi.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

- d) Untuk operasi hitung pembagian pada pecahan campuran adalah dengan terlebih dahulu pecahan itu dijadikan pecahan biasa, setelah itu dioperasikan seperti pada poin satu, dua, dan tiga.⁴²

3. Penggunaan Pecahan dalam Skala

1. *jarak sebenarnya* = *jarak peta* × *skala*

⁴² Jerry Bobrow, *Basic Math and Pre-Algebra*, (New York: Wiley Publishing, Inc, 2004), h.37-40.

$$2. \text{ jarak peta} = \frac{\text{jarak sebenarnya}}{\text{skala}}$$

$$3. \text{ skala} = \frac{\text{jarak sebenarnya}}{\text{jarak peta}}$$

4. Penggunaan Pecahan dalam Perbandingan

1. Suku-suku yang tidak diketahui dapat dicari, jika diketahui jumlahnya.

Contoh:

$$A:B = 5:3, \text{ jika } A+B = 40$$

Maka:

$$A = \frac{5}{5+3} \times 40$$

$$= \frac{5}{8} \times 40$$

$$= 25$$

$$B = \frac{3}{5+3} \times 40$$

$$= \frac{3}{8} \times 40$$

$$= 15$$

2. Suku-suku yang tidak diketahui dapat dicari, jika diketahui selisihnya.⁴³

Contoh:

$$A:B = 3:5, \text{ jika } B-A = 20$$

Maka:

$$A = \frac{3}{5-3} \times 20$$

$$= \frac{3}{2} \times 20$$

$$= 30$$

$$B = \frac{5}{5-3} \times 20$$

$$= \frac{5}{2} \times 20$$

$$= 50$$

⁴³ Ibid, h.41-42.