

## BAB IV

### DESKRIPSI DAN ANALISIS DATA PENELITIAN

#### A. Deskripsi dan Analisis Data Subjek S<sub>1</sub> dengan inisial ARH dari kelompok atas

##### 1. Soal No. 1

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek S<sub>1</sub> dalam menyelesaikan soal 1. Jawaban tertulis subjek S<sub>1</sub> dalam menyelesaikan soal 1 seperti pada gambar 4.1 berikut:

Lembar jawaban

$$\begin{aligned}
 & \sin\left(\alpha + \frac{1}{3}\pi\right) - \cos\left(\alpha - \frac{4}{3}\pi\right) = 0 \\
 1. & \quad \sin(\alpha + 120^\circ) - \cos(\alpha - 240^\circ) = 0 \\
 & \quad = \cos\alpha \cos 120^\circ - \sin\alpha \sin 120^\circ - \cos\alpha \cos 240^\circ + \sin\alpha \sin 240^\circ = 0 \\
 & \quad = \cos\alpha \cos 120^\circ - \sin\alpha \sin 120^\circ - \cos\alpha \cos 240^\circ + \sin\alpha \sin 240^\circ = 0 \\
 & \quad = -\frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha - \left(-\frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\right) = 0 \\
 & \quad = -\frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha + \frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha = 0 \\
 & \quad = 0 = 0
 \end{aligned}$$
  

$  \begin{aligned}  \cos 120^\circ &= \cos(90^\circ + 30^\circ) \\  &= -\sin 30^\circ \\  &= -\frac{1}{2} \\  \sin 120^\circ &= \sin(90^\circ + 30^\circ) \\  &= \cos 30^\circ \\  &= \frac{\sqrt{3}}{2}  \end{aligned}  $	$  \begin{aligned}  \cos 240^\circ &= \cos(180^\circ + 60^\circ) \\  &= -\cos 60^\circ \\  &= -\frac{1}{2} \\  \sin 240^\circ &= \sin(180^\circ + 60^\circ) \\  &= -\sin 60^\circ \\  &= -\frac{\sqrt{3}}{2}  \end{aligned}  $	$  \begin{aligned}  \tan 210^\circ &= \tan(180^\circ + 30^\circ) \\  &= \tan 30^\circ \\  &= \frac{1}{\sqrt{3}}  \end{aligned}  $
--	--	---

**Gambar 4.1:** jawaban S<sub>1</sub> dalam menyelesaikan soal 1

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>1</sub> dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari dia menuliskan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut.

Subjek mampu menyelesaikan soal dengan merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapat sebelumnya yaitu tentang konsep sudut berkomplemen dan sudut pelurus. setelah itu dia mampu menjelaskan dari langkah- langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>1</sub> seperti berikut:

- P : Assalamu'alaikum  
 ARH 1 : Wa'alaikum salam  
 P : Gimana kabarnya?  
 ARH 2 : Alhamdulillah baik,pean sendiri bagaimana?  
 P : Alhamdulillah saya juga baik-baik saja. Tolong perkenalkan dulu nama kamu  
 ARH 3 : Abdur Rahman Hidayat mbak...  
 P : masih ingat soal- soal yang kemarin?  
 ARH4 : masih mbak  
 P : apa yang pertama kali kamu lakukan ketika dikasih soal tersebut?  
 ARH 5 : ya membacanyalah mbak..  
 P : untuk apa?  
 ARH 6 : ya supaya paham. Kan kalau paham terhadap soal tersebut jadi mudah mengerjakannya.  
 P : o.... gitu ya. coba Sekarang kamu baca soal nomer 1  
 ARH 7 : bismillahirrohmanirrohim.. Buktikan bahwa  $\cos \left( \alpha + \frac{2}{3}\pi \right) - \cos \left( \alpha - \frac{4}{3}\pi \right) = 0$   
 P : kamu paham nggak?  
 ARH 8 : ya paham mbak  
 P : apa yang ditanyakan soal tersebut?

ARH 9 : bahwa  $\cos(\alpha + \frac{2}{3}\pi)$  itu kan bisa di ubah menjadi  $\cos \alpha \cos \frac{2}{3}\pi - \sin \alpha \sin \frac{2}{3}\pi$  dan  $\cos(\alpha - \frac{4}{3}\pi)$  diubah menjadi  $\cos \alpha \cos \frac{4}{3}\pi + \sin \alpha \sin \frac{4}{3}\pi$  sehingga = 0

P : yakin?

ARH10 : yakin 100%

P :okelah kalau begitu,hmm,, kamu tau nggak tu pakai rumus apa?

ARH11 : ya tahu lah,pakai rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut

P : oh,, ya.selanjutnya apa yang kamu rencanakan untuk menyelesaikan soal tersebut?

ARH12 : pertama,saya mencari dulu  $\cos \frac{2}{3}\pi$  itu berapa  $\cos \frac{4}{3}\pi$  itu berapa dan  $\sin \frac{2}{3}\pi$  itu berapa dan  $\sin \frac{4}{3}\pi$  itu berapa.kedua,  $\pi$  itu kan 180 jadi  $\cos \frac{2}{3}\pi = \cos 120$ ,  $\sin \frac{2}{3}\pi = \sin 120$  dan  $\cos \frac{4}{3}\pi = \cos 240$  dan  $\sin \frac{4}{3}\pi = \sin 240$ .sehingga didapat  $\cos 120 = -\frac{1}{2}$ ,  $\sin 120 = \frac{1}{2}\sqrt{3}$  dan  $\cos 240 = -\frac{1}{2}$   $\sin 240 = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$

P : kamu tahu dari mana kalau  $\cos 120 = -\frac{1}{2}$ ,  $\sin 120 = \frac{1}{2}\sqrt{3}$  dan  $\cos 240 = -\frac{1}{2}$   $\sin 240 = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$

ARH12 : (*berhenti sejenak*) emmm,,

P : kenapa berhenti?apa ada yang di ingat- ingat?

ARH13 : ya mbak,, sek sebentar. (*sambil tersenyum*).emm,, begini mbak  $\cos 120 = \cos(90 + 30) = -\sin 30 = -\frac{1}{2}$  (karena d kuadran II maka  $\cos 120$  bernilai negatif) dan begitupun sebaliknya untuk  $\sin 120$

P : kamu pernah mendapatkan materi ini sebelumnya?

ARH14 :ya,kelas X kemarin

- P : itu materi tentang apa?
- ARH15 : emm,, kalau nggak salah materi dua sudut berkomplemen dech.
- P :oh ya?terus untuk yang  $\cos 240$  sama  $\sin 240$  kamu bisa menghitungnya juga nggak?
- ARH16 : bisa dong..  $\cos (180 + 60) = -\cos 60 = -\frac{1}{2}$  ( karena dikuadran III maka  $\cos$  bernilai negatif. Begitupun sebaliknya untuk yang  $\sin 240 = \sin (180 + 60) = -\sin 60 = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$  ( karena di kuadran III maka  $\sin 240$  bernilai negatif)
- P : apa itu juga sudut berkomplemen?
- ARH17 : bukan,kalau ini sudut pelurus kan sudut 180
- P : oh.. begitu y?sekarang coba kamu hitung  $\tan 210$ ,kira- kira kamu bisa menghitungnya nggak?
- ARH18 : kayaknya saya bisa deh
- P : ya coba kamu hitung
- ARH19 :  $\tan 210 = \tan (180 + 30) = \tan 30 = \frac{1}{2}\sqrt{3}$  (karena terletak di kuadran III maka  $\tan 210$  bernilai positif )
- P : ok,good.terus langkah selanjutnya kamu mau ngapain?
- ARH20 : dari apa yang saya rencanakan tadi,ya saya tinggal menjumlahkannya mbak yaitu  $-\frac{1}{2}\cos \alpha - \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin \alpha - (-\frac{1}{2}\cos \alpha - \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin \alpha) = -\frac{1}{2}\cos \alpha - \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin \alpha + \frac{1}{2}\cos \alpha + \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin \alpha$  sehingga jawabannya 0 dan terbukti.horeee...(sambil bertepuk tangan)
- P : yakin dengan jawaban kamu?
- ARH21 : yupz,yakin banget!

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan ARH.8, ARH.9 dan ARH 10 menunjukkan bahwa subjek  $S_1$  dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek

dapat memahami soal yang ditanyakan dengan benar, serta mengetahui konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut. Pernyataan ARH.12, ARH 13, ARH 14, ARH.15 dan ARH 16 menunjukkan subjek  $S_1$  dapat membuat perencanaan dengan mencari nilai dari  $\cos 120$ ,  $\sin 120$  dan  $\cos 240$ ,  $\sin 240$  serta menjelaskan konsep yang dia pakai dengan perencanaan tersebut. Untuk mengetahui apakah dia benar- benar paham mengenai konsep sudut berkomplemen dan sudut pelurus, peneliti memberi 1 soal lagi. Pernyataan ARH.19 menunjukkan bahwa siswa mampu menyelesaikan soal yang diberikan peneliti serta menjelaskannya. Pernyataan ARH.20 menunjukkan bahwa siswa mampu menyelesaikannya dengan cara menjumlahkan sehingga memperoleh jawaban yang benar.

**Kesimpulan :** Berdasarkan hasil tes tertulis dan kutipan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_1$  mempunyai proses berpikir konseptual. Karena subyek  $S_1$  dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu memahami soal (K1.11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1.12),siswa mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K1.21), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1.22), siswa cenderung memulai penyelesaiannya kalau sudah mendapat ide yang jelas

(K1.13), siswa menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep- konsep yang telah dipelajari (K1.32).

## 2. Soal No. 2

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi proses berpikir subjek  $S_1$  dalam menyelesaikan soal 2. Jawaban tertulis subjek  $S_1$  dalam menyelesaikan soal 2 seperti pada gambar 4.2 berikut:

$$\begin{aligned}
 & \boxed{\begin{array}{l} \tan \alpha = \frac{1}{1-p} \\ \tan \beta = \frac{1}{1+p} \end{array}} \quad \tan(\alpha + \beta) = -2p^{-2} \\
 & = \tan(\alpha + \beta) = -2p^{-2} \\
 & \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = -2p^{-2} \\
 & \frac{\frac{1}{1-p} + \frac{1}{1+p}}{1 - \frac{1}{1-p} \cdot \frac{1}{1+p}} = -2p^{-2} \\
 & \frac{\frac{1+p+1-p}{(1-p)(1+p)}}{\frac{1+p+1-p}{1-p^2}} = -2p^{-2} \\
 & \frac{2}{1-p^2} = -2p^{-2} \\
 & \frac{2(1-p^2)}{-p^2(1-p^2)} = -2p^{-2} \\
 & \frac{2 - (1-p^2)}{-p^2 - (1-p^2)} = -2p^{-2} \\
 & -2p^{-2} = -2p^{-2}
 \end{aligned}$$

**Gambar 4.2:** jawaban  $S_1$  dalam menyelesaikan soal 2

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek  $S_1$  dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari kemampuan dia menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal dengan benar. Subjek mampu menyelesaikan masalah sesuai dengan

rencana penyelesaian dengan menggunakan apa yang telah diketahui dari soal dan menggunakan konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut. Setelah melakukan perencanaan penyelesaian  $S_1$  menghitungnya dengan cara mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek  $S_1$  seperti berikut:

P : ok dech,selanjutnya kamu baca soal nomer 2

ARH22 : Jika  $\tan \alpha = \frac{1}{1-p}$  dan  $\tan \beta = \frac{1}{1+p}$ , Buktikan bahwa  $\tan (\alpha + \beta) = -2p^{-2}$

P :kamu paham nggak soal yang ditanyakan?

ARH23 :paham mbak

P : apa yang diketahui disoal tersebut?coba kamu jelaskan!

ARH24 : diketahui bahwa  $\tan \alpha = \frac{1}{1-p}$  dan  $\tan \beta = \frac{1}{1+p}$  sehingga diperoleh  $\tan (\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{1}{1-p} + \frac{1}{1+p}}{1 - \frac{1}{(1-p)(1+p)}}$

P : itu kamu menggunakan konsep apa?

ARH25 : ya sama yang kayak nomer 1 mbak,menggunakan rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut

P :o.. begitu,setelah itu apa yang kamu lakukan?

ARH26 : nah,itu kan pecahan dalam bentuk pembagian ya mbak,kemudian saya ubah bentuknya menjadi perkalian dengan mengalikan dengan penyebutnya

P :emm,, terus kenapa disitu tiba- muncul tanda negatif itu dari mana?tolong jelaskan?

ARH27 : dari mana ya?(*sambil merenung sejenak* )

oow,, itu salah tulis mbak maaf,hehe

P :owalah nduk, selanjutnya bagaimana kamu menyelesaikannya?

ARH28 :ya itu mbak dari  $\frac{2(1-p^2)}{-p^2(1-p^2)}$  diperoleh  $\frac{2}{-p^2}$  kemudian dari bentuk itu di ubah menjadi  $-2p^{-2}$

P : kamu menggunakan konsep apa untuk mengubahnya?

ARH29 :hmm,, apa ya?kalau nggak salah sih,materi perpangkatan ya mbak?eh,nggak tahu sih.soalnya itu kan kelas X awal jadi ya saya lupa gitu.hihi (*sambil menggaruk-garuk rambutnya*)

P :ow,kamu yakin nggak?

ARH30 : sebenarnya sih ya nggak yakin tapi saya yakin aja deh soalnya saya kan paham dan bisa menyelesaikan soal ini.hihi( *sambil tersenyum* )

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan ARH.23, ARH.24 menunjukkan bahwa subjek S<sub>1</sub> dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek dapat menyebutkan dari apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal dengan. Pernyataan ARH 26, ARH.27 menunjukkan bahwa subjek S<sub>1</sub> dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian.Pernyataan ARH.28 dan ARH.29 menunjukkan bahwa subjek dapat menyelesaikan soal pembuktian 2 dengan baik yaitu dia bisa membenarkan jawabannya yang awalnya salah kemudian bisa dia perbaiki dengan benar sehingga memperoleh jawaban



yang benar serta dia bisa menjelaskan konsep tentang bentuk pangkat bulat.

**Kesimpulan :** Berdasarkan analisis di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_1$  mempunyai proses berpikir konseptual dalam menyelesaikan soal pembuktian 2. Karena subyek  $S_1$  dalam menyelesaikan soal 2 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu memahami soal (K1.11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1.12), siswa mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K1.21), siswa mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1.22), siswa cenderung memulai penyelesaiannya kalau sudah mendapat ide yang jelas (K1.13), siswa menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep- konsep yang telah dipelajari (K1.32).

### 3. Soal No. 3

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek  $S_1$  dalam menyelesaikan soal 3. Jawaban tertulis subjek  $S_1$  dalam menyelesaikan soal 3 seperti pada gambar 4.3 berikut:

$$\begin{aligned}
3. \quad & (\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2(1 - \cos(\alpha - \beta)) \\
& = (\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta) + (\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta) = 2(1 - \cos(\alpha - \beta)) \\
& = \cos^2 \alpha + 2\cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta = 2(1 - \cos(\alpha - \beta)) \\
& = 2(-2\cos \alpha \cos \beta + 2\sin \alpha \sin \beta) = 2(1 - \cos(\alpha - \beta)) \\
& = 2(\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)) = 2(1 - \cos(\alpha - \beta)) \\
& = 2 - 2\cos(\alpha - \beta) = 2(1 - \cos(\alpha - \beta)) \\
& = 2(1 - \cos(\alpha - \beta)) = 2(1 - \cos(\alpha - \beta))
\end{aligned}$$

**Gambar 4.3:** jawaban S<sub>1</sub> dalam menyelesaikan soal 3

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>1</sub> dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari dia menjabarkan dulu dari bentuk persamaan kuadrat kemudian mengalikan. Subjek mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapat sebelumnya yaitu tentang persamaan kuadrat, identitas trigonometri dasar dan rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut. setelah itu dia mampu menjelaskan dari langkah- langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>1</sub> seperti berikut:

ARH33 : bismillahirrohmanirrohim..

Buktikan bahwa  $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2(1 - \cos(\alpha - \beta))$

- P : kamu paham nggak apa yang ditanyakan?
- ARH34 :paham mbak,itu kan kayak bentuk persamaan kuadrat mbak ya?
- P :kamu yakin nggak?
- ARH35 : yakin sih
- P : ya sudah,selanjutnya apa kamu ada ide untuk merencanakan penyelesaian soal tersbut?
- ARH36 : begini mbak,saya jabarkan dulu  $(\cos \alpha - \cos \beta)^2$  menjadi  $(\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta)$  dan  $(\sin \alpha - \sin \beta)^2$  menjadi  $(\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta)$
- P :oh begitu,selanjutnya bagaimana menyelesaikannya?tolong jelaskan!
- ARH37 : dari langkah yang pertama tadi  $(\cos \alpha - \cos \beta)$ di kalikan  $(\cos \alpha - \cos \beta)$  sehingga diperoleh  $(\cos^2 \alpha + 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta)$  dan begitu juga  $(\sin \alpha - \sin \beta)$  dikalikan  $(\sin \alpha - \sin \beta)$  sehingga diperoleh  $(\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta)$
- P : tunggu.. tunggu.. kamu yakin nggak sama jawaban kamu?
- ARH38 : sebentar mbak tak liate lagi (*berhenti sejenak sambil berpikir*),oh iya mbak ada yang salah  $(\cos^2 \alpha + 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta)$  itu seharusnya  $(\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta)$  dan yang  $(\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta)$  itu seharusnya  $(\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta)$  maaf ya mbak salah tulis.hehe (*sambil tersenyum*)
- P : ya sudah,coba lanjutkan penjelasannya
- ARH39 : selanjutnya di jumlahkan mbak  $(\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta)$  sehingga diperoleh  $2(-2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta)$

- P :tolong berhenti sebentar,2 itu dari mana?tolong kamu jelaskan?
- ARH40 :oh itu.. dari  $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$  itu kan sama dengan 1 dan  $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta$  itu juga sama dengan 1 kan mbak?jadi 1 + 1 kan sama dengan 2?
- P : iya bener,tapi kamu tahu nggak asalnya  $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$  itu dari mana?
- ARH41 :emm,, itu juga materi kelas X deh mbak tentang identitas trigonometri yang diperoleh dari hubungan phytagoras,bener nggak ya?wes pokoknya gitu deh mbak
- P : kamu yakin?
- ARH42 : yakin saja lah mbak
- P :ya sudah lanjutkan penjelasannya
- ARH43 : dari  $2(-2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta)$  tadi saya ubah menjadi  $2(-2(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta))$  sehingga menjadi  $2 - 2(\cos(\alpha - \beta))$
- P :dari  $2(-2(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta))$  menjadi  $2 - 2(\cos(\alpha - \beta))$  itu kamu apakan?
- ARH44 : nah,  $(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$  itu kan sama dengan  $\cos(\alpha - \beta)$  sih mbak,yang pakai rumus jumlah dan selisih dua sudut kayak yang awal tadi loh.
- P :he'em,sip- sip.kamu lanjutkan lagi
- ARH45 : dari situ kan bisa saya sederhanakan menjadi  $2(1 - \cos(\alpha - \beta))$  hasilnya terbukti deh mbak

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan ARH.34, ARH.35 menunjukkan bahwa subjek S<sub>1</sub> dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek dapat memahami tentang konsep persamaan kuadrat. Pernyataan ARH.36, menunjukkan

bahwa subjek  $S_1$  dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan menjabarkan dulu kemudian dikalikan Pernyataan ARH.37 sampai ARH S45 menunjukkan bahwa subjek dapat menyelesaikan soal 3 dengan baik yaitu dia bisa menggunakan konsep identitas trigonometri dan konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut serta menjelaskannya.

**Kesimpulan:** Berdasarkan hasil tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_1$  mempunyai proses berpikir konseptual dalam menyelesaikan soal 3. Karena subyek  $S_1$  dalam menyelesaikan soal 3 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu memahami soal (K1.11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1.12), siswa mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K1.21), siswa mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1.22), siswa cenderung memulai penyelesaiannya kalau sudah mendapat ide yang jelas (K1.13), siswa menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep- konsep yang telah dipelajari (K1.32).

#### 4. Soal No. 4

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek  $S_1$  dalam menyelesaikan soal 4. Jawaban tertulis subjek  $S_1$  dalam menyelesaikan soal 4 seperti pada gambar 4.4 berikut:

$$\begin{aligned}
 \sin 3A &= 3\sin A - 4\sin^3 A \\
 &= \sin(2A + A) = 3\sin A - 4\sin^3 A \\
 &= \sin 2A \cos A + \cos 2A \sin A \\
 &= (2\sin A \cos A) \cos A + (1 - 2\sin^2 A) \sin A \\
 &= 2\sin A \cos^2 A + \sin A - 2\sin^3 A \\
 &= 2\sin A(1 - \sin^2 A) + \sin A - 2\sin^3 A \\
 &= 2\sin A - 2\sin^3 A + \sin A - 2\sin^3 A \\
 &= 3\sin A - 4\sin^3 A
 \end{aligned}$$

**Gambar 4.4:** jawaban  $S_1$  dalam menyelesaikan soal 4

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek  $S_1$  dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari dia mengubah  $\sin 3A$  menjadi  $\sin(2A + A)$ . Subjek mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapat yaitu tentang rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut, identitas trigonometri dasar dan sudut ganda atau sudut rangkap. setelah itu dia mampu menyelesaikan dan menjelaskan dari langkah- langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat

dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>1</sub> seperti berikut:

ARH47 : Buktikan bahwa  $\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$

P :kamu paham nggak soal yang ditanyakan?

ARH48 :paham mbak itu kan  $\sin 3A$  saya ubah jadi  $\sin ( 2A + A )$  sih mbak.. kemudian pakai rumus trigonometri untuk penjumlahan sehingga di peroleh  $\sin 2A \cos A + \cos 2A \sin A$

P :ok,terus bagaimana ide kamu untuk menyelesaikan soal tersebut?

ARH49 : gini, $2A$  kan sama dengan  $2 \sin A \cos A$  ya?

P :stop,  $2 \sin A \cos A$  itu dari mana?tolong jelaskan!

ARH50 :dari sini  $2A$  itu kan awalnya dari  $\sin ( \alpha + \beta )$  yang rumus penjumlahan itu loh mbak, nah karena  $\sin 2A$  berarati  $\sin A \cos A + \cos A \sin A$  sehingga diperoleh  $2 \sin A \cos A$ ,begitu mbak!

P : tapi kamu tahu nggak itu pakai materi apa?

ARH51 :ya materi trigonometri rumus sudut rangkap

P :oke,lanjutkan penjelasannya

ARH52 :sampai mana tadi mbak,oh ini.nah,untuk yang  $\cos 2A$  itu juga saya ubah kayak yang tadi mbak awalnya kan dari rumus  $\cos ( \alpha + \beta )$  karena  $\cos 2A$  berarti  $\cos A \cos A - \sin A \sin A$  sehingga diperoleh  $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ ,kemudian dari situ yang  $\cos^2 \alpha$  saya ganti jadi  $1 - \sin^2 \alpha$  ini menggunakan identitas trigonometri yang kayak tadi itu loh mbak,kan asalnya  $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ ,nah untuk  $\cos^2 \alpha$  berarti sama dengan  $1 - \sin^2 \alpha$  (pindah ruas).habis itu  $1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$

- P :itu juga rumus sudut rangkap?
- ARH53 :iya mbak
- P :selanjutnya cara kamu menyelesaikannya bagaimana?tolong jelaskan
- ARH54 : setelah diketahui langkah tadi jadi saya langsung menghitungnya mbak
- P : bagaimana kamu menghitungnya?
- ARH55 : dari  $\sin 2A \cos A + \cos 2A \sin A$  itu kan sama dengan  $2 \sin A \cos A (\cos A) + (1 - 2 \sin^2 A) \sin A$  kemudian saya kalikan sehingga di peroleh  $(2 \sin A \cos^2 A + \sin A - 2 \sin^3 A)$ ,setelah itu yang  $\cos^2 A$  saya ubah menjadi  $1 - \sin^2 A$
- P : berhenti dulu,kenapa kamu ubah?
- ARH56 : ya kan yang ditanyakan itu sin jadi ya saya ubah sin juga kalau nggak di ubah nanti jawabannya nggak ketemu mbak?
- P :oh begitu,ya sudah lanjutkan nduk?
- ARH57 : dari  $2 \sin A (\cos^2 A) + \sin A - 2 \sin^3 A$  menjadi  $2 \sin A (1 - \sin^2 A) + \sin A - 2 \sin^3 A$  sehingga diperoleh  $2 \sin A - 2 \sin^3 A + \sin A - 2 \sin^3 A$  kemudian saya jumlahkan  $3 \sin A - 4 \sin^3 A$  dan terbukti.
- P : yakin sama jawaban kamu?
- ARH58 : insya Allah yakin
- P : Alhamdulillah.. terima kasih ya nduk atas bantuannya.jangan lupa belajar yang rajin loh.hehe
- ARH59 :iya mbak sama- sama,sukses ya mbak..
- P : terima kasih ya nduk,assalamu'alaikum
- ARH60 : he'em.wa'alaikumsalam



Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan ARH.48 menunjukkan bahwa subjek  $S_1$  dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek mengubah bentuk  $\sin 3A$  menjadi  $\sin (2A + A)$ . Pernyataan ARH.49, ARH.50, ARH.51 dan ARH.52 menunjukkan bahwa subjek  $S_1$  dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan menggunakan konsep rumus ganda dan identitas trigonometri. Pernyataan ARH.55, ARH.56 dan ARH.57 menunjukkan bahwa subjek dapat menyelesaikan rencana penyelesaian dengan menjumlahkan sehingga memperoleh jawaban yang benar.

**Kesimpulan:** Berdasarkan hasil tes tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_1$  mempunyai proses berpikir konseptual dalam menyelesaikan soal 4. Karena subyek  $S_1$  dalam menyelesaikan soal 4 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu memahami soal (K1.11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1.12), siswa mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K1.21), siswa mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1.22), siswa cenderung memulai penyelesaiannya kalau sudah mendapat ide yang jelas (K1.13), siswa menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep- konsep yang telah dipelajari (K1.32).

Berikut kesimpulan keseluruhan dari proses berpikir yang dimiliki S<sub>1</sub>.

**Tabel 4.1**  
**Proses berpikir S<sub>1</sub>**

Soal	Proses Berpikir
1	Konseptual
2	Konseptual
3	Konseptual
4	Konseptual

Berdasarkan tabel di atas dapat disimpulkan bahwa subjek S<sub>1</sub> memiliki proses berpikir konseptual.

**B. Deskripsi dan Analisis Data Subjek S<sub>2</sub> dengan inisial MK dari kelompok atas**

**1. Soal No. 1**

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek S<sub>2</sub> dalam menyelesaikan soal 1. Jawaban tertulis subjek S<sub>2</sub> dalam menyelesaikan soal 1 seperti pada gambar 4.5 berikut:

Lembar jawaban

$$1. \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) - \cos\left(\alpha - \frac{1}{3}\pi\right) = 0$$

$$\frac{2}{3}\pi = 120^\circ, \quad \frac{1}{3}\pi = 240^\circ$$

$$\cos(\alpha + 120^\circ) - \cos(\alpha - 240^\circ) = 0$$

$$(\cos\alpha \cdot \cos 120^\circ - \sin\alpha \cdot \sin 120^\circ) - (\cos\alpha \cdot \cos 240^\circ + \sin\alpha \cdot \sin 240^\circ) = 0$$

$$(\cos 120^\circ - \sin 120^\circ) - (\cos 240^\circ + \sin 240^\circ) = 0$$

$$\left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) - \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}\right) = 0$$

$$0 = 0$$

$$\cos(\alpha + 120^\circ) - \cos(\alpha - 240^\circ) = 0$$

$$(\cos\alpha \cdot \cos 120^\circ - \sin\alpha \cdot \sin 120^\circ) - (\cos\alpha \cdot \cos 240^\circ + \sin\alpha \cdot \sin 240^\circ) = 0$$

$$\left(-\frac{1}{2} \cos\alpha - \frac{1}{2}\sqrt{3} \sin\alpha\right) - \left(-\frac{1}{2} \cos\alpha - \frac{1}{2}\sqrt{3} \sin\alpha\right) = 0$$

$$-\frac{1}{2} \cos\alpha + \frac{1}{2} \cos\alpha - \frac{1}{2}\sqrt{3} \sin\alpha + \frac{1}{2}\sqrt{3} \sin\alpha = 0$$

$$0 = 0$$

**Gambar 4.5:** jawaban S<sub>2</sub> dalam menyelesaikan soal 1

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>2</sub> dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari dia menuliskan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut. Subjek mampu menyelesaikan soal dengan merencanakan penyelesaian dengan menghitung nilai  $\frac{2}{3}\pi, \frac{1}{3}\pi$ . Setelah itu dia mampu menjelaskan dari jawaban yang awalnya kurang benar dia kerjakan lagi sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>2</sub> seperti berikut:

- P : Assalamu'alaikum
- MK 1 : Wa'alaikum salam
- P : Gimana kabarnya?
- MK 2 : Alhamdulillah baik, ibu sendiri bagaimana?
- P : Alhamdulillah saya juga baik-baik saja. Tolong perkenalkan dulu nama kamu
- MK 3 : nama saya Mariyatul Kibtiyah
- P : oh Mariyatul Kibtiyah ya?masih ingat soal – soal yang kemarin?
- MK 4 : masih mbak
- P : soalnya sulit- sulit nggak?
- MK 5 : Alhamdulillah ada yang sulit ada juga yang nggak
- P : ya sudah,langsung saja kamu baca soal nomer 1
- MK 6 : Buktikan bahwa  $\cos \left( \alpha + \frac{2}{3} \pi \right) - \cos \left( \alpha - \frac{4}{3} \pi \right) = 0$
- P : kamu paham nggak soal yang ditanyakan?
- MK 7 : paham mbak.
- P : apa yang ada dipikiran kamu untuk merencanakan penyelesaian soal tersebut?
- MK 8 : pertama saya cari dulu  $\frac{2}{3} \pi$  ,  $\pi$  itu kan 180 jadi  $\frac{2}{3}$  dikali (180) sama dengan 120 sedangkan untuk yang  $\frac{4}{3} \pi$  sama dengan  $\frac{4}{3}$  dikali (180) sama dengan 240
- P : setelah itu apa yang kamu lakukan?
- MK 9 :karena  $\frac{2}{3} \pi$  itu sama dengan 120 maka  $\cos (\alpha + 120)$ . kemudian dengan menggunakan rumus trigonometri sinus penjumlahan sehingga di peroleh  $(\cos \alpha \cos 120 - \sin \alpha \sin 120)$  begitupun untuk yang  $\cos (\alpha - 240)$  menggunakan rumus cosinus pengurangan sehingga diperoleh  $(\cos \alpha \cos 240 - \sin \alpha \sin 240)$
- P : kenapa ini kamu coret – coret?
- MK10 : iya kan  $(\cos \alpha \cos 120 - \sin \alpha \sin 120) - (\cos \alpha \cos 240 - \sin \alpha \sin 240)$  yang sama – sama  $\cos \alpha \cos 120$  itu saya kurangi

dengan  $\cos \alpha \cos 240$  jadi  $\cos \alpha - \cos \alpha = 0$  jadi tinggal  $\cos 120$  dan  $-\cos 240$  begitupun untuk yang sinus

P : emang dengan cara seperti itu bisa ya? dan boleh?

MK11 : emm,, kayaknya bisa mbak?

P : bener? apa kamu yakin dengan penjelasan kamu?

MK12 : sebentar mbak tak koreksi lagi. (*beberapa menit kemudian*) oh iya mbak itu nggak bisa d kurangi langsung, itu kan perkalian bukan pengurangan! aduch.. kurang teliti saya mbak. hehe.

P : hmm,, tuh kan? terus kamu bisa benerin jawaban kamu?

MK13 : bisa mbak,  $(\cos \alpha \cos 120 - \sin \alpha \sin 120) - (\cos \alpha \cos 240 - \sin \alpha \sin 240)$  jadi  $(\cos \alpha (-\frac{1}{2}) - \sin \alpha (\frac{1}{2}\sqrt{3})) - (\cos \alpha (-\frac{1}{2}) + \sin \alpha (-\frac{1}{2}\sqrt{3}))$

P : sebentar berhenti dulu, kamu tahu dari mana kalau  $\cos 120$  itu  $-\frac{1}{2}$ ,  $\sin 120$  itu  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ ,  $\cos 240$  itu  $-\frac{1}{2}$  dan  $\sin 240$  itu  $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ ?

MK14 : hehe.. saya tahu itu ya mengingat – ingat saja mbak

P : kalau sekarang saya tanya berapa nilai dari  $\tan 210$ , kamu bisa menjawabnya nggak?

MK15 : hmm,, kalau nggak salah  $\frac{1}{3}\sqrt{3}$  ya mbak?

P : iya, tapi kamu bisa nggak dengan cara menghitungnya? maksudnya tanpa hafalan gitu?

MK16 : saya nggak bisa mbak, kebetulan inget gitu. hehe

Pokoknya yang saya tahu itu untuk di kuadran I itu semua nilainya positif, kalau di kuadran II itu cuma sinusnya saja yang positif, di kuadran III Cuma tangen yang bernilai positif dan di kuadran IV itu Cuma cosinusnya yang bernilai positif. untuk menghitungnya saya nggak bisa mbak.

P : apa kamu pernah mempelajari sebelumnya tentang menghitung untuk sudut yang nilainya besar gitu? seperti tadi nilai  $\tan 210$ .

MK17 : iya pernah mbak, Cuma saya lupa caranya bagaimana. kalau buka buku lagi mungkin saya bisa menghitungnya mbak. hehehe

P : ya sudah nggak apa-apa, lanjutkan lagi penjelasanmu tadi

MK18 : jadi  $(\cos \alpha (-\frac{1}{2}) - \sin \alpha (\frac{1}{2}\sqrt{3})) - (\cos \alpha (-\frac{1}{2}) + \sin \alpha (-\frac{1}{2}\sqrt{3}))$  kemudian di jumlahkan  $-\frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2}\sqrt{3} \sin \alpha + \frac{1}{2}\sqrt{3} \sin \alpha$  sehingga jawabannya nol dan terbukti

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan MK.7 menunjukkan bahwa subjek S<sub>2</sub> dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek dapat memahami soal yang ditanyakan dengan benar, serta mengetahui konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut. Pernyataan MK.8 dan MK.9 dengan menghitung nilai  $\frac{2}{3}\pi, \frac{3}{4}\pi$  terlebih dahulu kemudian mengkaitkan dengan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut. Kemudian untuk pernyataan MK.12, MK.13 dia bisa membenarkan jawabannya yang salah. tetapi dalam menyelesaikan perencanaan tersebut subjek tidak mampu menjelaskan konsep tentang sudut berkomplemen dan sudut pelurus seperti terlihat dipernyataan MK.14. kemudian peneliti memberi 1 soal lagi, seperti yang terlihat diPernyataan MK.15 sampai MK.17 menunjukkan bahwa siswa mampu menjawab dengan benar tapi siswa tidak sepenuhnya mampu menjelaskan dengan benar karena dia memperoleh jawaban itu dengan hafalan, untuk menghitungnya dia tidak bisa. Pernyataan MK.18 menunjukkan bahwa siswa mampu menyelesaikannya dengan cara menjumlahkan sehingga memperoleh jawaban yang benar.

**Kesimpulan :** Berdasarkan data tertulis dan hasil wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_2$  mempunyai proses berpikir semi konseptual. Karena subyek  $S_2$  dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator pokok proses berpikir semi konseptual yaitu siswa mampu memahami soal (K1.11), siswa tidak sepenuhnya mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K2.12), siswa tidak sepenuhnya mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K2.21), siswa cenderung memulai penyelesaian setelah mendapat ide yang jelas (K2.31), siswa mampu menjelaskan langkah-langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K122).

## **2. Soal 2**

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi proses berpikir subjek  $S_2$  dalam menyelesaikan soal 2. Jawaban tertulis subjek  $S_2$  dalam menyelesaikan soal 2 seperti pada gambar 4.6 berikut:

$$\begin{aligned}
 & 2. \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} \\
 &= \frac{\frac{1}{1-p} + \frac{1}{1+p}}{1 - \frac{1}{1-p} \cdot \frac{1}{1+p}} \\
 &= \frac{\frac{(1-p)(1+p) + (1+p)(1-p)}{(1-p)(1+p)}}{1 - \frac{1}{1-p^2}} \\
 &= \frac{\frac{1-p^2 + 1-p^2}{1-p^2}}{\frac{1-p^2 + 1-p^2}{1-p^2}} \\
 &= \frac{\frac{2}{1-p^2}}{\frac{2-2p^2}{1-p^2}} \\
 &= \frac{2}{1-p^2} \cdot \frac{1-p^2}{-p^2} \\
 &= \frac{2}{-p^2} \\
 &= -2p^{-2}
 \end{aligned}$$

**Gambar 4.6:** jawaban S<sub>2</sub> dalam menyelesaikan soal 2

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>2</sub> dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari kemampuan dia menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal dengan benar. Subjek mampu menyelesaikan masalah sesuai dengan rencana penyelesaian dengan menggunakan apa yang telah diketahui dari soal dan menggunakan konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut. Setelah melakukan perencanaan penyelesaian S<sub>2</sub> menghitungnya dengan cara mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>2</sub> seperti berikut:



MK20 : Jika  $\tan \alpha = \frac{1}{1-p}$  dan  $\tan \beta = \frac{1}{1+p}$ , Buktikan bahwa  $\tan (\alpha + \beta)$   
 $= -2p^{-2}$

P : kamu paham nggak soal yang ditanyakan?

MK21 : Ya, paham mbak

P : apa yang diketahui dari soal itu?

MK22 : diketahui  $\tan \alpha = \frac{1}{1-p}$  dan  $\tan \beta = \frac{1}{1+p}$

P : apa yang ada dipikiran kamu dalam merencanakan penyelesaiannya?

MK23 : untuk yang  $\tan (\alpha + \beta)$  itu kan sama dengan  $\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$  jadi  
 untuk  $\tan \alpha$  diganti dengan  $\frac{1}{1-p}$  dan  $\tan \beta$  diganti  $\frac{1}{1+p}$  sehingga

$$\text{diperoleh, } \frac{\frac{1}{1-p} + \frac{1}{1+p}}{1 - \frac{1}{1-p} \cdot \frac{1}{1+p}}$$

P : setelah itu bagaimana cara penyelesaiannya?

MK24 : untuk yang atas saya samakan dulu penyebutnya sehingga  
 diperoleh  $\frac{\frac{1}{1-p} + \frac{1}{1+p}}{1 - \frac{1}{1-p^2}}$  kemudian untuk yang bawah juga

begitu sehingga diperoleh  $\frac{\frac{1}{1-p^2} + \frac{1}{1-p^2}}{\frac{1}{1-p^2} - \frac{1}{1-p^2}}$  setelah dikalikan dengan

penyebutnya hasilnya  $\frac{\frac{1}{1-p^2}}{\frac{1}{1-p^2}}$  sama dengan  $\frac{2}{-p^2}$

P : itu kamu kan menggunakan coret- coret kalau misalkan dengan cara perkalian bisa nggak?

MK25 : bisa

P : coba kamu hitung

MK26 :  $\frac{\frac{1}{1-p^2} + \frac{1}{1-p^2}}{\frac{1}{1-p^2} - \frac{1}{1-p^2}}$  sama dengan  $\frac{2}{1-p^2} \times \frac{1-p^2}{-p^2} = \frac{2-2p^2}{-p^2-2p^2} = \frac{2}{-p^2}$  kemudian

dibuat bentuk perkalian sehingga diperoleh  $2p^{-2}$

P : kenapa pangkatnya berubah menjadi negatif?

MK27 : ya karena itu kan asalnya pembagian kemudian dibuat perkalian jadi pangkatnya itu kan jadi negatif (kebalikannya)

P :menurutmu itu materi tentang apa?

MK28 : ya,, perpangkatan mbak.yang kelas X kemarin itu loh

P : ow.. kamu yakin nggak sama jawaban kamu?

MK29 : ya yakinlah mbak.

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan MK.21, MK.22 menunjukkan bahwa subjek  $S_2$  dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek dapat menyebutkan dari apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal.Pernyataan MK.23 menunjukkan bahwa subjek  $S_2$  dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan menggunakan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut dengan memasukkan dari apa yang diketahui.Pernyataan MK.24 sampai MK 26 menunjukkan bahwa subjek dapat menyelesaikan soal pembuktian 2 dengan baik yaitu mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian serta dia bisa menjelaskan konsep tentang bentuk pangkat bulat yang sudah dia pelajari di kelas X.

**Kesimpulan** : Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_2$  mempunyai proses berpikir konseptual dalam menyelesaikan soal 2.Karena subyek  $S_2$  dalam menyelesaikan soal 2 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu memahami soal (K1.11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal

(K1.12), siswa mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K1.21), siswa mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1.22), siswa cenderung memulai penyelesaiannya kalau sudah mendapat ide yang jelas (K1.13), siswa menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep- konsep yang telah dipelajari (K1.32).

### 3. Soal No. 3

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek S<sub>2</sub> dalam menyelesaikan soal 3. Jawaban tertulis subjek S<sub>2</sub> dalam menyelesaikan soal 3 seperti pada gambar 4.7 berikut:

$$\begin{aligned}
 3. \quad & (\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2(1 - \cos(\alpha - \beta)) \\
 & \dots\dots\dots \\
 & (\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 \\
 & = \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cdot \sin \beta + \sin^2 \beta \\
 & = 1 + 1 - 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta - 2 \sin \alpha \cdot \sin \beta \\
 & = 2 + 2 (\cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta) \\
 & = 2 - 2 \cos(\alpha - \beta) \\
 & = 2 (1 - \cos(\alpha - \beta)) \\
 & \dots\dots\dots \\
 & \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

**Gambar 4.1:** jawaban S<sub>1</sub> dalam menyelesaikan soal 3

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>2</sub> dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari dia

menjabarkan dulu dari bentuk persamaan kuadrat kemudian mengalikan. Subjek mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapat sebelumnya yaitu tentang persamaan kuadrat, identitas trigonometri dasar dan rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut. setelah itu dia mampu menjelaskan dari langkah- langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>2</sub> seperti berikut:

MK31 : Buktikan bahwa  $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2(1 - \cos(\alpha - \beta))$

P : kamu paham nggak soal yang ditanyakan?

MK32 : paham mbak, untuk menghitung  $(\cos \alpha - \cos \beta)^2$  itu dijabarkan dulu menjadi  $(\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta)$  dan  $(\sin \alpha - \sin \beta)^2$  sama dengan  $(\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta)$  sehingga nanti terbukti jawabannya

P : untuk menjabarkannya kamu pakai materi apa?

MK 33 : pakai materi persamaan kuadrat

P : setelah itu bagaimana kamu menyelesaikannya?

MK34 : emm,, dari  $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$  dan  $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$  sehingga diperoleh  $2 - 2(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$

P : sebentar, kamu tahu darimana kalau  $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$  ?

MK35 : ya, itu kan identitas trigonometri yang diperoleh dari hubungan pythagoras mbak?

P : kamu pernah mendapatkan materi ini sebelumnya?

MK36 : ya, waktu kelas X semester genap

P : oh gitu.. coba kamu lanjutkan penjelasan kamu

MK37 : dari  $2 - 2 (\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$  saya sederhanakan menjadi  $2 - 2 (\cos (\alpha - \beta))$  karena  $(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)$  itu kan rumus sinus untuk pengurangan jadi sama dengan  $\cos (\alpha - \beta)$ . kemudian saya sederhanakan lagi menjadi  $2 (1 - \cos (\alpha - \beta))$  dan hasilnya terbukti.

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan MK.32 dan MK.33 menunjukkan bahwa subjek S<sub>2</sub> dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek dapat memahami tentang konsep sudut dalam bentuk persamaan kuadrat. Pernyataan MK.32, menunjukkan bahwa subjek S<sub>2</sub> dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan menjabarkan dulu kemudian dikalikan. Pernyataan MK.34 sampai MK.37 menunjukkan bahwa subjek dapat menyelesaikan soal 3 dengan baik yaitu dia bisa menggunakan konsep identitas trigonometri dan konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut serta menjelaskan langkah- langkahnya.

**Kesimpulan :** Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek S<sub>2</sub> mempunyai proses berpikir konseptual dalam menyelesaikan soal pembuktian 3. Karena subyek S<sub>2</sub> dalam menyelesaikan soal pembuktian 3 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu memahami soal (K1.11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1.12), siswa mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah

diterima (K1.21), siswa mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1.22), siswa cenderung memulai penyelesaiannya kalau sudah mendapat ide yang jelas (K1.13), siswa menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep- konsep yang telah dipelajari (K1.32).

#### 4. Soal No. 4

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek S<sub>2</sub> dalam menyelesaikan soal 4. Jawaban tertulis subjek S<sub>2</sub> dalam menyelesaikan soal 4 seperti pada gambar 4.8 berikut:

$$\begin{aligned}
 4. \quad \sin 3A &= \sin (2A + A) \\
 &= (\sin 2A \cdot \cos A) + (\cos 2A \cdot \sin A) \\
 &= (2 \sin A \cdot \cos A) \cdot \cos A + (1 - 2 \sin^2 A) \cdot \sin A \\
 &= 2 \sin A \cdot \cos^2 A + \sin A - 2 \sin^3 A \\
 &= 2 \sin A (1 - \sin^2 A) + \sin A - 2 \sin^3 A \\
 &= 2 \sin A - 2 \sin^3 A + \sin A - 2 \sin^3 A \\
 &= 3 \sin A - 4 \sin^3 A
 \end{aligned}$$

**Gambar 4.8:** jawaban S<sub>2</sub> dalam menyelesaikan soal 4

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>2</sub> dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari dia mengubah  $\sin 3A$  menjadi  $\sin (2A+A)$ . Subjek mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapat

yaitu tentang rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut, identitas trigonometri dasar dan sudut ganda atau sudut rangkap. setelah itu dia mampu menyelesaikan dan menjelaskan dari langkah- langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>2</sub> seperti berikut:

MK39 : Buktikan bahwa  $\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$

P : kamu paham nggak soal yang ditanyakan?

MK40 : paham,  $\sin 3A$  itu saya jadikan  $\sin (2A + A)$ , kan sama saja sih mbak?

P :iya, kemudian apa yang kamu rencanakan dalam menyelesaikan soal tersebut?

MK40 : saya mencari dulu  $\sin 2A$ , dengan menggunakan rumus sinus untuk penjumlahan yaitu  $\sin (A+A)$  sama dengan  $\sin A \cos A + \cos A \sin A$  sama dengan  $2 \sin A \cos A$ , begitupun untuk  $\cos 2A$  dengan menggunakan rumus cosinus untuk selisih yaitu  $\cos (A+A)$  sama dengan  $\cos A \cos A - \sin A \sin A$  sama dengan  $\cos^2 A - \sin^2 A$ . Karena disitu yang di tanyakan sinus jadi saya ubah  $\cos^2 A$  menjadi  $1 - \sin^2 A$  sehingga  $1 - \sin^2 A - \sin^2 A$  sama dengan  $1 - 2 \sin^2 A$  agar lebih mudah untuk menemukan jawabannya

P : apa kamu tau ini materi tentang apa?

MK41 :tahu mbak

P :ya tentang apa?

MK42 :tentang rumus sudut ganda atau sudut rangkap mbak, bener nggak?

P :iya bener,terus bagaimana kamu menyelesaikannya?

MK43 : dari apa yang saya rencanakan tadi ya saya tinggal menghitungnya mbak  $(2 \sin A \cos A) \cos A + (1 - 2 \sin^2 A) \sin A$  sama dengan  $(2 \sin A \cos^2 A + \sin A - 2 \sin^3 A)$  untuk  $\cos^2 A$  saya ubah menjadi  $1 - \sin^2 A$  sehingga diperoleh  $(2 \sin A (1 - \sin^2 A) + \sin A - 2 \sin^3 A)$ ,setelah itu saya kalikan dan diperoleh  $2 \sin A - 2 \sin^3 A + \sin A - 2 \sin^3 A$ .kemudian tinggal langsung dijumlahkan deh,jadi hasilnya  $3 \sin A - 4 \sin^3 A$  .terbukti...

P :yakin?

MK44 :insya Allah yakin mbak..

P :Alhamdulillah.. terima kasih banyak ya dek?

MK45 :iya mbak sama- sama, kapan- kapan kesini lagi ya mbak maen ke sekolahan

P : insya Allah kalau ada waktu,do'ain mbak ya dek..

MK46 : ya pasti mbak.. sukses mbak

P : iya terima kasih ya?selamat sore.. assalamu'alaikum

MK47 : selamat sore juga.. wa'alaikumsalam

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan MK.39 menunjukkan bahwa subjek S<sub>2</sub> dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek mengubah bentuk  $\sin 3A$  menjadi  $\sin (2A+ A)$ . Pernyataan MK.40 dan MK.42 menunjukkan bahwa subjek S<sub>2</sub> dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan menggunakan konsep rumus ganda dan identitas trigonometri. Pernyataan



MK.43 menunjukkan bahwa subjek dapat menyelesaikan rencana penyelesaian dengan menjumlahkan sehingga memperoleh jawaban yang benar.

**Kesimpulan :** Berdasarkan deskripsi data subjek seperti dipaparkan di atas, subjek  $S_2$  dapat menyelesaikan soal pembuktian 4 dengan benar. Berdasarkan data tertulis dan hasil wawancara diperoleh, subjek dapat memahami soal dengan baik, subjek merencanakan langkah-langkah penyelesaian dengan benar, melakukan penyelesaian sesuai dengan rencana penyelesaian, Demikian juga, subyek mampu menjelaskan dalam setiap langkah- langkah yang ditempuh.

Berikut kesimpulan keseluruhan dari proses berpikir yang dimiliki  $S_2$ .

**Tabel 4.2**

**Proses berpikir  $S_2$**

Soal	Proses Berpikir
1	Semi Konseptual
2	Konseptual
3	Konseptual
4	Konseptual

Berdasarkan tabel di atas dapat disimpulkan bahwa subjek  $S_2$  memiliki proses berpikir konseptual.

**C. Deskripsi dan Analisis Data Subjek S<sub>3</sub> dengan inisial KR dari kelompok sedang**

**1. Soal No. 1**

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek S<sub>3</sub> dalam menyelesaikan soal 1. Jawaban tertulis subjek S<sub>3</sub> dalam menyelesaikan soal 1 seperti pada gambar 4.9 berikut:

Lembar jawaban

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) - \cos\left(\alpha - \frac{1}{3}\pi\right) = 0 \\
 & \cos\alpha \cos\frac{2}{3}\pi - \sin\alpha \sin\frac{2}{3}\pi - \left(\cos\alpha \cos\frac{1}{3}\pi + \sin\alpha \sin\frac{1}{3}\pi\right) \\
 & \cos\alpha \cdot \cos 120 - \sin\alpha \cdot \sin 120 - \left(\cos\alpha \cdot \cos 240 + \sin\alpha \cdot \sin 240\right) \\
 & \frac{-1}{2} \cos\alpha - \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin\alpha - \left(\frac{-1}{2} \cos\alpha + \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin\alpha\right) \\
 & \frac{1}{2} \cos\alpha - \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin\alpha + \frac{1}{2} \cos\alpha - \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin\alpha \\
 & \frac{1}{2} \cos\alpha + \frac{1}{2} \cos\alpha - \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin\alpha - \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin\alpha \\
 & = 0 - 0 \\
 & = 0
 \end{aligned}$$

**Gambar 4.9:** jawaban S<sub>3</sub> dalam menyelesaikan soal 1

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>3</sub> dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari dia menuliskan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut. Subjek tidak sepenuhnya mampu menyelesaikan soal dengan

merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapat sebelumnya yaitu tentang konsep sudut berkomplemen dan sudut pelurus. Subjek tidak sepenuhnya mampu menjelaskan dari langkah- langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>3</sub> seperti berikut:

KR 7 : Buktikan bahwa  $\cos \left( \alpha + \frac{2}{3} \pi \right) - \cos \left( \alpha - \frac{4}{3} \pi \right) = 0$

P : kamu paham apa yang ditanyakan?

KR 8 : paham

P : apa yang ada dipikiran kamu untuk merencanakan soal tersebut?

KR 9 : pertama,dengan menggunakan rumus cosinus penjumlahan dan pengurangan sehingga didapat  $\left( \cos \alpha \cos \frac{2}{3} \pi - \sin \alpha \sin \frac{2}{3} \pi \right) - \left( \cos \alpha \cos \frac{4}{3} \pi + \sin \alpha \sin \frac{4}{3} \pi \right)$  kedua,  $\pi$  itu kan sama dengan 180 jadi untuk  $\cos \frac{2}{3} (180)$  sama dengan  $\cos 120 = -\frac{1}{2}$ ,  $\sin \frac{2}{3} (180)$  sama dengan  $\sin 120 = \frac{1}{2} \sqrt{3}$  sedangkan untuk  $\cos \frac{4}{3} (180)$  sama dengan  $\cos 240 = -\frac{1}{2}$ ,  $\sin \frac{4}{3} (180)$  sama dengan  $\sin 240 = -\frac{1}{2} \sqrt{3}$

P : untuk memperoleh  $\cos 120 = -\frac{1}{2}$ ,  $\sin 120 = \frac{1}{2} \sqrt{3}$ ,  $\cos 240 = -\frac{1}{2}$  dan  $\sin 240 = -\frac{1}{2} \sqrt{3}$  dengan cara apa?

KR 10 : hehe,saya tahu itu ya kebetulan ingat saja mbak

P : dengan cara perhitungan kamu nggak bisa?

KR 11 : sebenarnya bisa kayaknya mbak,tapi berhubung lupa jadi nggak bisa gitu

P : Okey dech,terus kenapa untuk  $\cos 120$  itu kok bernilai negatif?dan  $\cos 240$  sama  $\sin 240$  juga bernilai negatif?kenapa itu?

KR 12 : hmm,, kalau yang  $\cos 120$  itu kan berada di kuadran II jadi bernilai negatif yang bernilai positif itu cuma sinusnya

saja, terus untuk yang  $\cos 240$  sama  $\sin 240$  itu bernilai negatif karena berada di kuadran III yang bernilai positif cuma tangennya saja

P : oh begitu selanjutnya kamu apakah untuk menyelesaikan soal tersebut?

KR 13 : kemudian saya jumlahkan  $-\frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin \alpha + \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin \alpha$  jadi sama dengan nol

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan KR.8 menunjukkan bahwa subjek  $S_3$  dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek dapat memahami soal yang ditanyakan dengan benar, serta mengetahui konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut. Pernyataan KR.9 pertama yang dia rencanakan yaitu menjabarkannya dengan menggunakan rumus cosinus penjumlahan dan pengurangan kemudian mencari nilai  $\cos \frac{2}{3} \pi$ ,  $\sin \frac{2}{3} \pi$  dan  $\cos \frac{4}{3} \pi$ ,  $\sin \frac{4}{3} \pi$  dalam menyelesaikan perencanaan tersebut subjek tidak mampu menjelaskan konsep tentang sudut berkomplemen dan sudut pelurus seperti terlihat dipernyataan KR.10. Pernyataan KR.18 menunjukkan bahwa siswa mampu menyelesaikannya dengan cara menjumlahkan sehingga memperoleh jawaban yang benar.

**Kesimpulan** : Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_3$  mempunyai proses berpikir semi konseptual. Karena subyek  $S_3$  dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator pokok proses berpikir semi konseptual yaitu siswa mampu

memahami soal (K1.11), siswa tidak sepenuhnya mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K2.12), siswa tidak sepenuhnya mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K2.21), siswa cenderung memulai penyelesaian setelah mendapat ide yang jelas (K2.31), siswa tidak sepenuhnya mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1.22).

## **2. Soal No. 2**

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi proses berpikir subjek  $S_3$  dalam menyelesaikan soal 2. Jawaban tertulis subjek  $S_3$  dalam menyelesaikan soal 2 seperti pada gambar 4.10 berikut:

$$\begin{aligned}
 2. \quad \tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \\
 &= \frac{1}{1-p} + \frac{1}{1+p} \\
 &= \frac{1-p + 1+p}{(1-p)(1+p)} \\
 &= \frac{2}{1-p^2} \\
 &= \frac{2}{1-p^2} \cdot \frac{1-p^2}{-p^2} = \frac{2}{-p^2} \\
 &= -2p^{-2}
 \end{aligned}$$

**Gambar 4.10:** jawaban S<sub>3</sub> dalam menyelesaikan soal 2

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>3</sub> dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari kemampuan dia menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal dengan benar. Subjek mampu menyelesaikan masalah sesuai dengan rencana penyelesaian dengan menggunakan apa yang telah diketahui dari soal dan menggunakan konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut. Setelah melakukan perencanaan penyelesaian S<sub>3</sub> menghitungnya dengan cara mengubah bentuk pembagian pecahan

menjadi bentuk perkalian. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>3</sub> seperti berikut:

KR 15 : Jika  $\tan \alpha = \frac{1}{1-p}$  dan  $\tan \beta = \frac{1}{1+p}$ , Buktikan bahwa  $\tan (\alpha + \beta )$   
 $= -2p^{-2}$

P : kamu paham soal yang ditanyakan?

KR 16 : paham

P : di situ apa yang diketahui?

KR 17 :  $\tan \alpha = \frac{1}{1-p}$  dan  $\tan \beta = \frac{1}{1+p}$ ,

P : selanjutnya apa yang kamu lakukan?

KR 18 : ya saya masukkan mbak

P : dimasukkan kemana?

KR 19 : ya dimasukkan kesini,  $\tan (\alpha + \beta ) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$  jadi  $\frac{\frac{1}{1-p} + \frac{1}{1+p}}{1 - \frac{1}{1-p} \cdot \frac{1}{1+p}}$   
 gitu

P : tu pakai rumus apa?

KR 20 : rumus tangen penjumlahan

P : selanjutnya bagaimana cara penyelesaiannya?

KR 21 : yang atas dan yang bawah saya samakan penyebutnya dulu

menjadi  $\frac{\frac{1+p+1-p}{(1-p)(1+p)}}{1 - \frac{1}{(1-p)(1+p)}}$  setelah itu saya jumlahkan sehingga

menjadi  $\frac{2}{(1-p)(1+p)}$  kemudian dari sini saya kalikan dengan

penyebutnya seperti  $\frac{2}{1-p^2} \times \frac{1-p^2}{-p^2}$  sama dengan  $\frac{2}{-p^2}$  kemudian saya sederhanakan menjadi  $-2p^{-2}$

P : dengan cara apa kamu merubah  $\frac{2}{-p^2}$  menjadi  $2p^{-2}$  ?

KR 22 : ya dengan saya kalikan penyebutnya ,kemudian pangkatnya jadi negatif

P : Kamu pernah mendapatkan materi ini sebelumnya?

KR 23 : Ya kayaknya kelas X kemarin tentang perpangkatan kalau nggak salah

P : kamu yakin sama jawaban kamu?

KR 24 :yakin sajalah mbak wong terbukti kok,hehe

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan KR.16, KR.17 menunjukkan bahwa subjek  $S_3$  dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek dapat menyebutkan dari apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal.Pernyataan KR.19 dan KR.20 menunjukkan bahwa subjek  $S_3$  dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan menggunakan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut dengan memasukkan dari apa yang diketahui.Pernyataan KR.21 sampai KR.23 menunjukkan bahwa subjek dapat menyelesaikan soal pembuktian 2 dengan baik yaitu mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian serta dia bisa menjelaskan konsep tentang bentuk pangkat bulat yang sudah dia pelajari di kelas X.

**Kesimpulan** : Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_3$  mempunyai proses berpikir konseptual dalam menyelesaikan soal 2.Karena subyek  $S_3$  dalam menyelesaikan soal 2 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu memahami soal (K1.11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal



(K1.12), siswa mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K1.21), siswa mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1.22), siswa cenderung memulai penyelesaiannya kalau sudah mendapat ide yang jelas (K1.13), siswa menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep- konsep yang telah dipelajari (K1.32).

### 3. Soal No. 3

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek S<sub>3</sub> dalam menyelesaikan soal 3. Jawaban tertulis subjek S<sub>3</sub> dalam menyelesaikan soal 3 seperti pada gambar 4.11 berikut:

$$\begin{aligned}
 3. \quad & (\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2(1 - \cos(\alpha - \beta)) \\
 & (\cos \alpha - \cos \beta)^2 = (\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta) \\
 & \quad \quad \quad = \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta \\
 & \sin \alpha - \sin \beta = (\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta) \\
 & \quad \quad \quad = \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta \\
 & \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \beta + \cos^2 \beta - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta \\
 & \quad \quad \quad 1 \quad + \quad 1 \quad - 2 \cos(\alpha - \beta) \\
 & = 2 - 2 \cos(\alpha - \beta) \\
 & = 2(1 - \cos(\alpha - \beta))
 \end{aligned}$$

**Gambar 4.11:** jawaban S<sub>3</sub> dalam menyelesaikan soal 3

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>3</sub> dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari dia menjabarkan dulu dari bentuk persamaan kuadrat kemudian mengalikan. Subjek mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapat sebelumnya yaitu tentang persamaan kuadrat, dan rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut tetapi untuk konsep identitas trigonometri dia tidak sepenuhnya paham. Setelah itu dia mampu menjelaskan dari langkah- langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>3</sub> seperti berikut:

KR 27 : Buktikan bahwa  $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2(1 - \cos(\alpha - \beta))$

P : kamu paham soalnya?

KR 28 : paham mbak

P : apa ide kamu untuk merencanakan soal tersebut?

KR 29 : pertama,saya menghitung  $(\cos \alpha - \cos \beta)^2$  dulu,itu kan sama dengan  $(\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta)$  sehingga diperoleh  $(\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta)$  sedangkan untuk yang  $(\sin \alpha - \sin \beta)^2$  juga demikian yaitu  $(\sin \alpha - \sin \beta)^2$  sama dengan  $(\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta)$  sehingga diperoleh  $(\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta)$

P : bentuk yang kayak  $(\cos \alpha - \cos \beta)^2$  itu namanya apa?

KR 30 : persamaan kuadrat

P : ya,selanjutnya kamu apakan?

KR 31 : saya jumlahkan mbak

P : ya gimana?

KR 32 :  $(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta) - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$  menjadi  $1 + 1 - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$

P : sek sebentar,itu kenapa kok bisa 1 itu darimana?

KR 33 : ya itu mbak  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$  kan sama dengan 1

P : itu kamu peroleh dari konsep apa?

KR 34 :emm,, nggak tahu mbak.pokoknya yang saya tahu kalau  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$  itu sama dengan 1 itu saja.asalnya darimana saya nggak tahu mbak lupa.hehe

P : Oh begitu,selanjutnya bagaimana?

KR 35 : untuk  $2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$  saya sederhanakan menjadi  $2 (\cos (\alpha - \beta))$

P : kenapa seperti itu?tolong jelaskan!

KR 36 : ya mbak kan  $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$  itu sama dengan  $\cos (\alpha - \beta)$

P : itu pakai rumus apa?

KR 37 : ya rumus trigonometri untuk cosinus pengurangan

P : okelah kalau begitu,lanjutkan

KR 38 : dari langkah- langkah tadi sehingga diperoleh  $2 - 2 (\cos (\alpha - \beta))$  kemudian saya sederhanakan menjadi  $2 (1 - \cos (\alpha - \beta))$  dan hasilnya terbukti

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan KR.30 menunjukkan bahwa subjek S<sub>3</sub> dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek dapat memahami tentang konsep sudut dalam bentuk persamaan kuadrat. Pernyataan KR.29 menunjukkan bahwa subjek S<sub>3</sub> dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan menjabarkan dulu kemudian dikalikan. Pernyataan KR.31 sampai KR.38 menunjukkan bahwa subjek dapat menyelesaikan soal 3 dengan baik yaitu dengan menjumlahkannya setelah itu disederhanakan menggunakan konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua

sudut tetapi dia tidak mengerti tentang konsep identitas trigonometri serta tidak sepenuhnya mampu menjelaskan langkah- langkah penyelesaiannya.

**Kesimpulan** : Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_3$  mempunyai proses berpikir semi konseptual dalam menyelesaikan soal 3. Karena subyek  $S_3$  dalam menyelesaikan soal 3 memenuhi indikator pokok proses berpikir semi konseptual yaitu siswa mampu memahami soal (K1.11), siswa tidak sepenuhnya mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K2.12), siswa tidak sepenuhnya mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K2.21), siswa tidak sepenuhnya mampu menjelaskan langkah- langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan soal (K2.22), siswa cenderung memulai penyelesaian setelah mendapat ide yang jelas (K1.31), siswa mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1.22).

#### 4. Soal No. 4

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek  $S_3$  dalam menyelesaikan soal 4. Jawaban tertulis subjek  $S_3$  dalam menyelesaikan soal 4 seperti pada gambar 4.12 berikut:

$$\begin{aligned}
4. \quad \sin 3A &= 3 \sin A - 4 \sin^3 A \\
&= \sin (2A + A) \\
&= \sin 2A \cdot \cos A + \cos 2A \cdot \sin A \\
&= (2 \sin A \cdot \cos A) \cos A + (1 - 2 \sin^2 A) \sin A \\
&= 2 \sin A \cos^2 A + 1 \sin A - 2 \sin^3 A \\
&= 2 \sin A (1 - \sin^2 A) + 1 \sin A - 2 \sin^3 A \\
&= 2 \sin A - 2 \sin^3 A + 1 \sin A - 2 \sin^3 A \\
&= 3 \sin A - 4 \sin^3 A
\end{aligned}$$

**Gambar 4.12:** jawaban S<sub>3</sub> dalam menyelesaikan soal 4

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>3</sub> dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari dia mengubah  $\sin 3A$  menjadi  $\sin (2A+A)$ . Subjek mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapat yaitu tentang rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut, tetapi untuk konsep identitas trigonometri dasar dan sudut ganda atau sudut rangkap belum dia pahami dengan benar. Setelah itu dia tidak sepenuhnya mampu menjelaskan dari langkah-langkah yang ditempuh. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>3</sub> seperti berikut:

KR 41 : Buktikan bahwa  $\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$

P : kamu paham soalnya?

KR 42 : paham

P : apa yang ide kamu untuk merencanakan soal ini?

KR 43 : emm,, itu mbak saya sederhanakan  $\sin 3A$  sama dengan  $\sin 2A + \sin A$

P : setelah itu apa yang kamu lakukan untuk menyelesaikannya?

KR 44 :  $\sin (2A + A)$  itu saya jabarkan pakai rumus trigonometri untuk sinus penjumlahan sehingga diperoleh  $\sin 2A \cos A + \cos 2A \sin A$

P : terus abiz itu gimana?

KR 45 : Ya itu mbak untuk  $\sin 2A$  itu saya ganti menjadi  $2 \sin A \cos A$  dan untuk  $\cos 2A$  saya ganti  $1 - 2 \sin^2 A$

P : Kenapa kamu ubah seperti itu?

KR 46 : ya biar nanti ketemu hasilnya mbak

P : oh gitu,tapi kamu tahu nggak asal mulanya itu darimana?

KR 47 : hehe,lupa mbak

P : kalau lupa kenapa kamu bisa jawab itu?

KR 48 : Ya saya cuma inget kalau  $\sin 2A$  itu sama dengan  $2 \sin A \cos A$  dan  $\cos 2A$  itu  $1 - 2 \sin^2 A$  gitu,untuk asalnya dari mana saya lupa.hehehe

P : oh gitu,sebelumnya kamu pernah mendapatkan materi ini?

KR 49 : ya mbak

P : materi tentang apa?

KR 50 : emm,, lupa.hehe

P : ya sudah lanjutkan penjelasan kamu

KR 51 : Ya..  $(2 \sin A \cos A)$  dikalikan  $\cos A + (1 - 2 \sin^2 A)$  dikalikan  $\sin A$ , sehingga diperoleh  $(2 \sin A \cos^2 A + \sin A + 2 \sin^3 A)$

KR 52 : (melihat jawabannya sambil garuk- garuk kepala ) oh.. iya mbak itu negatif.salah tulis maaf mbak.hehe

P : o begitu.. ya sudah lanjutkan

KR 53 : kemudian dari  $(2 \sin A \cos^2 A + \sin A + 2 \sin^3 A)$  untuk yang  $\cos^2 A$  saya ubah menjadi  $1 - \sin^2 A$

P : kenapa kamu ubah?

KR 54 : iya karena yang d tanyakan kan sinus jadi ya saya ubah dalam bentuk sinus

P : okelah,teruskan penjelasan kamu

KR 55 :  $2 \sin A$  dikalikan  $(1 - \sin^2 A) + \sin A - 2 \sin^3 A$  diperoleh  $2 \sin A - 2 \sin^3 A + \sin A - 2 \sin^3 A$  kemudian dijumlahkan untuk  $2 \sin A + \sin A$  dan  $2 \sin^3 A - 2 \sin^3 A$  sehingga menjadi  $3 \sin A - 4 \sin^3 A$  ,jadi terbukti deh mbak

P : yakin sama jawaban kamu?

KR 56 : yakin sajalah mbak

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan KR.43 menunjukkan bahwa subjek  $S_3$  dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek mengubah bentuk  $\sin 3A$  menjadi  $\sin (2A+A)$ . Pernyataan KR.44 sampai KR.50 menunjukkan bahwa subjek  $S_3$  dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan menggunakan rumus sudut rangkap atau sudut ganda tetapi dia tidak bisa membuktikan bahwa  $\sin 2A$  sama dengan  $2 \sin A \cos A$  dan  $\cos 2A$  sama dengan  $1 - 2 \sin^2 A$  dan dia tidak tahu konsep apa yang dipakai. Pernyataan KR.51 sampai KR.55 menunjukkan bahwa subjek dapat menyelesaikan rencana penyelesaian dengan cara mengalikan kemudian menjumlahkan,tetapi

disitu terdapat kesalahan dia tulis negatif padahal yang benar tanda positif kemudian dia bisa membenarkan seperti yang terlihat dipernyataan KR.53.

**Kesimpulan:** Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_3$  mempunyai Proses berpikir semi konseptual dalam menyelesaikan soal 4. Karena subyek  $S_3$  dalam menyelesaikan soal 4 memenuhi indikator pokok proses berpikir semi konseptual yaitu siswa mampu memahami soal (K1.11), siswa tidak sepenuhnya mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K2.12), siswa tidak sepenuhnya mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K2.21), siswa tidak sepenuhnya mampu menjelaskan langkah- langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan soal (K2.22), siswa cenderung memulai penyelesaian setelah mendapat ide yang jelas (K1.31), siswa mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1.22). Berikut kesimpulan keseluruhan dari proses berpikir yang dimiliki  $S_3$ .

**Tabel 4.3**

**Proses berpikir  $S_3$**

Soal	Proses Berpikir
1	Semi Konseptual
2	Konseptual
3	Semi Konseptual
4	Semi Konseptual



Berdasarkan tabel di atas dapat disimpulkan bahwa subjek S<sub>3</sub> berinisial KR memiliki proses berpikir semi konseptual.

#### D. Deskripsi dan Analisis Data Subjek S<sub>4</sub> dengan inisial DS dari kelompok sedang

##### 1. Soal No. 1

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek S<sub>4</sub> dalam menyelesaikan soal 1. Jawaban tertulis subjek S<sub>4</sub> dalam menyelesaikan soal 1 seperti pada gambar 4.13 berikut:

Lembar jawaban

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) - \cos\left(\alpha - \frac{1}{3}\pi\right) = 0 \\
 & = \cos\alpha \cdot \cos\frac{2}{3}\pi - \sin\alpha \cdot \sin\frac{2}{3}\pi - (\cos\alpha \cos\frac{1}{3}\pi + \sin\alpha \sin\frac{1}{3}\pi) \\
 & = \cos\alpha \cdot \cos 120^\circ - \sin\alpha \sin 120^\circ - (\cos\alpha \cos 60^\circ + \sin\alpha \sin 60^\circ) \\
 & = -\frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\alpha - \left(-\frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\alpha\right) \\
 & = -\frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\alpha + \frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\alpha \\
 & = \frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\alpha - \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\alpha \\
 & = 0
 \end{aligned}$$

**Gambar 4.13** : jawaban S<sub>4</sub> dalam menyelesaikan soal 1

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>4</sub> dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari dia menuliskan konsep rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut. Subjek tidak sepenuhnya mampu menyelesaikan soal dengan merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapat sebelumnya yaitu tentang konsep sudut berkomplemen

dan sudut pelurus. Serta dia tidak sepenuhnya mampu menjelaskan dari langkah- langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>4</sub> seperti berikut:

DS 8 : Buktikan bahwa  $\cos \left( \alpha + \frac{2}{3} \pi \right) - \cos \left( \alpha - \frac{4}{3} \pi \right) = 0$

P : kamu paham?

DS 9 : iya paham mbak

P : apa yang kamu pikirkan untuk merencanakan soal nteersebut?

DS 10 : saya jabarkan dulu mbak  $\cos \left( \alpha + \frac{2}{3} \pi \right)$  menjadi  $\left( \cos \alpha \cos \frac{2}{3} \pi - \sin \alpha \sin \frac{2}{3} \pi \right)$  dan  $\cos \left( \alpha - \frac{4}{3} \pi \right)$  menjadi  $\left( \cos \alpha \cos \frac{4}{3} \pi + \sin \alpha \sin \frac{4}{3} \pi \right)$

P : kamu pakai rumus apa itu?

DS 11 : ya rumus trigonometri untuk cosinus pengurangan dan penjumlahan

P : selanjutnya apa yang kamu lakukan?

DS 12 : saya mencari nilai  $\frac{2}{3} \pi$  dan  $\frac{4}{3} \pi$

P : dengan cara apa?

DS 13 :  $\pi$  itu kan 180 jadi untuk  $\frac{2}{3} \pi$  itu sama dengan 120 sedangkan untuk yang  $\frac{4}{3} \pi$  adalah 240

P : setelah itu apa yang kamu lakukan?

DS 14 : saya cari nilai  $\cos 120, \sin 120, \cos 240$  dan  $\sin 240$

P : bagaimana caranya?

DS 15 : emm,, lupa mbak.yang saya tahu  $\cos 120$  itu sama dengan  $-\frac{1}{2}$ ,  $\sin 120$  itu  $\frac{1}{2} \sqrt{3}$ ,  $\cos 240$  sama dengan  $-\frac{1}{2}$  dan  $\sin 240$  sama dengan  $-\frac{1}{2} \sqrt{3}$

P : kenapa kamu bisa tahu ssemua itu?

DS 16 : hmm,, saya bisa karena saya inget saja mbak.hehe

P : kalau dengan cara perhitungan kamu bisaa nggak?

DS 17 : nggak bisa mbak lupa

P : ya sudah lanjutkan penjelasan kamu

DS 18 : setelah semuanya sudah ketemu semua saya jumlahkan sehingga diperoleh  $-\frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin \alpha + \frac{1}{2} \sqrt{3} \sin \alpha$  sama dengan nol

P : yakin sama jawaban kamu?

DS 19 : Insya Allah yakin mbak

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan DS.9 dan DS.10 menunjukkan bahwa subjek S<sub>4</sub> dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek dapat memahami soal yang ditanyakan dengan benar, serta mengetahui konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut. Pernyataan DS.12 pertama yang dia rencanakan yaitu mencari nilai  $\frac{2}{3}\pi$ ,  $\frac{4}{3}\pi$  dengan cara mengalikan dengan  $\pi$  sama dengan 180 sehingga didapat  $\cos 120$ ,  $\sin 120$  dan  $\cos 240$  dan  $\sin 240$ . Dalam menyelesaikan perencanaan tersebut subjek tidak mampu menjelaskan konsep tentang sudut berkomplemen dan sudut pelurus seperti terlihat dipernyataan DS.15 tetapi dia bisa menjawab nilai dari sudut- sudut tersebut dengan mengingat- ingat saja. Pernyataan DS.18 menunjukkan bahwa siswa mampu menyelesaikannya dengan cara menjumlahkan sehingga memperoleh jawaban yang benar.

**Kesimpulan** : Berdasarkan analisis di atas dapat disimpulkan bahwa subyek S<sub>4</sub> mempunyai proses berpikir semi konseptual. Karena subyek S<sub>4</sub> dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator pokok proses berpikir semi konseptual yaitu siswa mampu memahami soal (K1.11), siswa tidak

sepenuhnya mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K2.12), siswa tidak sepenuhnya mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K2.21), siswa cenderung memulai penyelesaian setelah mendapat ide yang jelas (K2.31), siswa tidak sepenuhnya mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1.22).

## 2. Soal No. 2

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi proses berpikir subjek S<sub>4</sub> dalam menyelesaikan soal 2. Jawaban tertulis subjek S<sub>4</sub> dalam menyelesaikan soal 2 seperti pada gambar 4.14 berikut:

$$\begin{aligned}
 2. \quad \tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} \\
 &= \frac{\frac{1}{1-p} + \frac{1}{1+p}}{1 - \frac{1}{1-p} \cdot \frac{1}{1+p}} \\
 &= \frac{\frac{1+p}{1-p} + \frac{1-p}{1+p}}{1 - \frac{1}{1-p^2}} \\
 &= \frac{\frac{(1+p)^2 + (1-p)^2}{(1-p)(1+p)}}{1 - \frac{1}{1-p^2}} \\
 &= \frac{\frac{1-p^2 - p^2 - 1}{1-p^2}}{1 - \frac{1}{1-p^2}} \\
 &= \frac{\frac{-2p^2}{1-p^2}}{\frac{1-p^2 - 1}{1-p^2}} \\
 &= \frac{-2p^2}{1-p^2} \cdot \frac{1-p^2}{-p^2} = \frac{-2p^2}{-p^2} = 2
 \end{aligned}$$

**Gambar 4.14:** jawaban S<sub>4</sub> dalam menyelesaikan soal 2

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>4</sub> dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari kemampuan dia menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal dengan benar. Subjek mampu menyelesaikan masalah sesuai dengan rencana penyelesaian dengan menggunakan apa yang telah diketahui dari soal dan menggunakan konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut. Setelah melakukan perencanaan penyelesaian S<sub>4</sub> menghitungnya dengan cara mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>4</sub> seperti berikut:

DS 21 : Jika  $\tan \alpha = \frac{1}{1-p}$  dan  $\tan \beta = \frac{1}{1+p}$ , Buktikan bahwa  $\tan (\alpha + \beta ) = -2p^{-2}$

P : kamu paham soal yang ditanyakan?

DS 22 : Ya paham

P : apa yang ditanyakan soal tersebut?

DS 23 : suruh membuktikan bahwa  $\tan (\alpha + \beta ) = -2p^{-2}$

P : apa yang diketahui?

DS 24 : diketahui bahwa  $\tan \alpha = \frac{1}{1-p}$  dan  $\tan \beta = \frac{1}{1+p}$ ,

P : kemudian apa ide kamu untuk merencanakan soal tersebut?

DS 25 :  $\tan (\alpha + \beta ) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$  kemudian untuk  $\frac{1}{1-p}$  dimasukkan ke

$\tan \alpha$  dan untuk  $\frac{1}{1+p}$  ke  $\tan \beta$  sehingga diperoleh  $\frac{\frac{1}{1-p} + \frac{1}{1+p}}{1 - \frac{1}{1-p} \frac{1}{1+p}}$ ,

dari situ untuk yang atas dan yang bawah saya samakan penyebutnya menjadi  $\frac{\frac{1+p+1-p}{(1-p)(1+p)}}{\frac{1-p^2}{(1-p)(1+p)}}$  kemudian dijumlahkan

$$\frac{2}{1-p^2}$$

dan setelah itu saya kalikan dengan penyebutnya sehingga diperoleh  $\frac{2}{1-p^2} \times \frac{1-p^2}{-p^2}$  hasilnya  $\frac{2}{-p^2}$  dari sini saya sederhanakan menjadi  $-2p^{-2}$

P : bagaimana caranya kamu menyederhanakannya?

DS 26 : dengan cara mengalikan dengan penyebutnya

P : terus kenapa pangkatnya itu berubah menjadi negatif?

DS 27 : iyalah mbak, kan itu dijadikan perkalian jadi ya pangkatnya berbalik gitu. kalau penyebut pangkatnya positif bila dijadikan perkalian maka pangkatnya negatif jika penyebut pangkatnya negatif bila dikalikan maka pangkatnya jadi positif gitu

P : oh begitu.. kamu pernah mendapatkan materi ini sebelumnya?

DS 28 : iya

P : waktu kelas berapa?

DS 29 : kalau nggak salah sih kelas X kemarin

P : materinya tentang apa?

DS 30 : wah, saya lupa mbak

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan DS.23 dan DS.24 menunjukkan bahwa subjek S<sub>4</sub> dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek dapat menyebutkan dari apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal. Pernyataan DS.25 menunjukkan bahwa subjek S<sub>4</sub> dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan menggunakan konsep rumus trigonometri

jumlah dan selisih dua sudut dengan memasukkan dari apa yang diketahui. Pernyataan DS.25 sampai DS.27 menunjukkan bahwa subjek dapat menyelesaikan soal pembuktian 2 dengan baik yaitu mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian serta dia bisa menjelaskan tentang bentuk pangkat bulat meski dia tidak tahu materinya tentang apa yang sudah dia pelajari di kelas X.

**Kesimpulan :** Berdasarkan analisis di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_4$  mempunyai proses berpikir semi konseptual dalam menyelesaikan soal 2. Karena subyek  $S_4$  dalam menyelesaikan soal 2 memenuhi indikator pokok proses berpikir semi konseptual yaitu siswa mampu memahami soal (K1.11), siswa tidak sepenuhnya mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K2.12), siswa tidak sepenuhnya mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K2.21), siswa cenderung memulai penyelesaian setelah mendapat ide yang jelas (K2.31), siswa tidak sepenuhnya mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1.22).

### 3. soal No. 3

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek  $S_4$  dalam menyelesaikan soal 3. Jawaban tertulis subjek  $S_4$  dalam menyelesaikan soal 3 seperti pada gambar 4.15 berikut:

$$\begin{aligned}
3. \quad & (\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2(1 - \cos(\alpha - \beta)) \\
& (\cos \alpha - \cos \beta)^2 = (\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta) \\
& \quad \quad \quad = \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta \\
& \sin \alpha - \sin \beta = (\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta) \\
& \quad \quad \quad = \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta \\
& \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \beta + \cos^2 \beta - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta \\
& 1 + 1 - 2 \cos(\alpha - \beta) \\
& 2 - 2 \cos(\alpha - \beta) \\
& 2(1 - \cos(\alpha - \beta))
\end{aligned}$$

**Gambar 4.15:** jawaban S<sub>4</sub> dalam menyelesaikan soal 3

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>4</sub> dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari dia menjabarkan dulu dari bentuk persamaan kuadrat kemudian mengalikan. Subjek mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapat sebelumnya yaitu tentang persamaan kuadrat, dan rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut, dan konsep identitas trigonometri. setelah itu dia mampu menjelaskan dari langkah-langkah yang ditempuh sehingga mendapatkan jawaban yang benar. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>4</sub> seperti berikut:



DS 31: Buktikan bahwa  $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2(1 - \cos(\alpha - \beta))$

P : kamu paham soal ini?

DS 32 : paham mbk

P : apa yang pertama kamu lakukan membaca soal ini?

DS 33 : saya menghitung  $(\cos \alpha - \cos \beta)^2$  dan  $(\sin \alpha - \sin \beta)^2$  dulu yaitu dengan mengalikan  $(\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta)$  dan mengalikan  $(\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta)$  sehingga didapat  $(\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta)$  dan  $(\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta)$

P : setelah itu apa yang kamu lakukan?

DS 34 : kemudian saya jumlahkan sehingga menjadi  $(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) + (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$  untuk  $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$  kan sama dengan 1 dan  $(\cos^2 \beta + \sin^2 \beta)$  juga sama dengan 1 jadi  $1 + 1 - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$

P : sebentar, asal mulanya  $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$  itu dari mana?

DS 35 : dari identitas trigonometri dasar, yang diperoleh dari hubungan pythagoras mbak..

P : oh ya, lanjutkan

DS 36 : kemudian untuk  $2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$  saya sederhanakan menjadi  $2(\cos(\alpha - \beta))$

P : kenapa bisa begitu?

DS 37 : Ya, karena itu kan rumus trigonometri untuk cosinus pengurangan yang itu loh mbak  $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

P : oh iya

DS 38 : nah itu.. terus  $2 - 2(\cos(\alpha - \beta))$  dua itu dari  $1 + 1$ , sehingga saya sederhanakan menjadi  $2(1 - \cos(\alpha - \beta))$  dan hasilnya terbukti

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan DS.32 dan DS.33 menunjukkan bahwa subjek  $S_4$  dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek dapat memahami tentang konsep sudut dalam bentuk persamaan kuadrat. Pernyataan DS.33 menunjukkan bahwa subjek  $S_4$  dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan menjabarkan dulu kemudian dikalikan. Pernyataan DS.34 sampai DS.38 menunjukkan bahwa subjek dapat menyelesaikan soal 3 dengan baik yaitu dengan menjumlahkannya setelah itu disederhanakan menggunakan konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut dan tentang konsep identitas trigonometri. Serta mampu menjelaskan langkah- langkah penyelesaiannya.

**Kesimpulan :** Berdasarkan analisis di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_4$  mempunyai proses berpikir konseptual dalam menyelesaikan soal 3. Karena subyek  $S_4$  dalam menyelesaikan soal pembuktian 3 memenuhi indikator proses berpikir konseptual yaitu siswa mampu memahami soal (K1.11), siswa mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K1.12), siswa mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K1.21), siswa mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1.22), siswa cenderung memulai penyelesaiannya kalau sudah

mendapat ide yang jelas (K1.13), siswa menyelesaikan soal dengan menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K1.32).

#### 4. Soal No. 4

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek S<sub>4</sub> dalam menyelesaikan soal 4. Jawaban tertulis subjek S<sub>4</sub> dalam menyelesaikan soal 4 seperti pada gambar 4.16 berikut:

$$\begin{aligned}
 4. \quad \sin 3A &= 3 \sin A - 4 \sin^3 A \\
 &= \sin (2A + A) \\
 &= \sin 2A \cdot \cos A + \cos 2A \cdot \sin A \\
 &= (2 \sin A \cdot \cos A) \cdot \cos A + (1 - 2 \sin^2 A) \sin A \\
 &= (2 \sin A \cos^2 A) \cos A + (1 - 2 \sin^2 A) \sin A \\
 &= 2 \sin A \cdot \cos^2 A + 1 \sin A - 2 \sin^3 A \\
 &= 2 \sin A (1 - \sin^2 A) + 1 \sin A - 2 \sin^3 A \\
 &= 2 \sin A - 2 \sin^3 A + 1 \sin A - 2 \sin^3 A \\
 &= 3 \sin A - 4 \sin^3 A
 \end{aligned}$$

**Gambar 4.16:** jawaban S<sub>4</sub> dalam menyelesaikan soal 4

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>4</sub> dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari dia mengubah  $\sin 3A$  menjadi  $\sin (2A+A)$ . Subjek mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapat yaitu tentang rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut, konsep identitas trigonometri dasar dan sudut ganda atau sudut rangkap tetapi dia tidak bisa menjelaskan dari mana  $\sin 2A$  menjadi  $2 \sin A \cos A$  karena dia hanya mengingat ingat saja. setelah itu dia tidak sepenuhnya

mampu menjelaskan dari langkah- langkah yang ditempuh.Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>4</sub> seperti berikut:

P : ya sudah sekarang lanjutkan ke soal berikutnya

DS 40 : ya

P : coba kamu baca soal nomer 4

DS 41 : Buktikan bahwa  $\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$

P : kamu paham?

DS 42 : paham mbak

P : apa yang ada dipikiran kamu untuk merencanakan soal tersebut?

DS 43 : saya ubah untuk  $\sin 3A$  itu kan sama dengan  $\sin (2A + A)$  kemudian saya jabarkan menjadi  $\sin 2A \cos A + \cos 2A \sin A$

P : itu pakai rumus apa?

DS 44 : rumus trigonometri untuk sinus penjumlahan

P : selanjutnya kamu apakan?

DS 45 : untuk  $\sin 2A$  itu kan sama dengan  $2 \sin A \cos A$  dan untuk  $\cos 2A$  sama dengan  $1 - 2 \sin^2 A$

P : dari mana kamu dapat itu?

DS 46 : emm,, itu yang saya nggak tahu soalnya saya dapat itu ya dari inget- inget saja.hehe

P : tapi kamu tahu nggak itu materi tentang apa?

DS 47 : kayaknya sih juga tentang trigonometri,tentang sudut rangkap atau sudut ganda kalau nggak salah

P : selanjutnya gimana penyelesaiannya?

DS 48 : dari situ di dapat  $(2 \sin A \cos A) \cos A + (1 - 2 \sin^2 A) \sin A$  sehingga diperoleh  $(2 \sin A \cos^2 A + \sin A - 2 \sin^3 A)$  kemudian untuk  $\cos^2 A$  ini saya ubah menjadi  $1 - \sin^2 A$  (sama seperti yang soal nomer 3,dengan menggunakan identitas trigonometri)

P : kenapa kamu ganti begitu?

DS 49 : iya kalau nggak diganti nanti nggak ketemu jawabannya

P : oh gitu terus lanjutkan penjelasannya

DS 50 : setelah itu saya kalikan dengan  $2\sin A (1 - \sin^2 A)$  sama dengan  $2\sin A - 2\sin^3 A$  lalu saya jumlahkan  $2\sin A + \sin A - 2\sin^3 A - 2\sin^3 A$  sehingga diperoleh  $3\sin A - 4\sin^3 A$  dan hasilnya terbukti

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan DS.42 dan DS.43 menunjukkan bahwa subjek  $S_4$  dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek mengubah bentuk  $\sin 3A$  menjadi  $\sin (2A+A)$ . Pernyataan DS.43 sampai DS.47 menunjukkan bahwa subjek  $S_4$  dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan menggunakan rumus sudut rangkap atau sudut ganda tetapi dia tidak bisa menjelaskan bahwa  $\sin 2A$  sama dengan  $2\sin A \cos A$  dan  $\cos 2A$  sama dengan  $1 - 2\sin^2 A$  tetapi dia tahu konsep apa yang dipakai. Pernyataan DS.48 sampai DS.50 menunjukkan bahwa subjek dapat menyelesaikan rencana penyelesaian dengan cara mengalikan kemudian menjumlahkan, dan subjek dapat menjelaskan setiap langkah- langkah yang ditempuh.

**Kesimpulan :** Berdasarkan analisis di atas dapat disimpulkan bahwa subjek  $S_4$  mempunyai Proses berpikir semi konseptual dalam menyelesaikan soal 4. Karena subyek  $S_4$  dalam menyelesaikan soal 4 memenuhi indikator proses berpikir semi konseptual yaitu siswa mampu memahami soal (K1.11), siswa tidak sepenuhnya mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K2.12),

siswa tidak sepenuhnya mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K2.21), siswa tidak sepenuhnya mampu menjelaskan langkah-langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan soal (K2.22), siswa cenderung memulai penyelesaian setelah mendapat ide yang jelas (K1.31), siswa mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1.22).

Berikut kesimpulan keseluruhan dari proses berpikir yang dimiliki S<sub>4</sub>.

**Tabel 4.4**

**Proses berpikir S<sub>4</sub>**

Soal	Proses Berpikir
1	Semi Konseptual
2	Semi Konseptual
3	Konseptual
4	Semi Konseptual

Berdasarkan tabel di atas dapat disimpulkan bahwa subjek S<sub>4</sub> berinisial DS memiliki proses berpikir semi konseptual.

**E. Deskripsi dan Analisis data Subjek S<sub>5</sub> dengan inisial UI dari kelompok bawah**

**1. Soal No. 1**

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek S<sub>5</sub> dalam menyelesaikan soal 1. Jawaban tertulis subjek S<sub>5</sub> dalam menyelesaikan soal 1 seperti pada gambar 4.17 berikut:

Lembar jawaban

1.  $\cos(\alpha + \frac{2}{3}\pi) - \cos(\alpha + \frac{4}{3}\pi) = 0$

$\cos(\alpha + \frac{2}{3}\pi) + \sin(\alpha + \frac{4}{3}\pi) = 0$

$\cos \alpha + \frac{2}{3}\pi - \sin \alpha + \frac{4}{3}\pi = 0$

**Gambar 4.1:** jawaban S<sub>5</sub> dalam menyelesaikan soal 1

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>5</sub> tidak dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari dia menuliskan  $\cos(\alpha + \frac{2}{3}\pi) - \sin(\alpha + \frac{4}{3}\pi)$ . subjek menjawab soal lepas dari konsep rumus trigonometri penjumlahan dan pengurangan dua sudut. Subjek tidak mampu menyelesaikan soal dengan merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapat sebelumnya yaitu tentang konsep sudut berkomplemen dan sudut pelurus. Serta dia tidak mampu menjelaskan dari langkah- langkah yang ditempuh

sehingga mendapatkan jawaban yang salah . Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>5</sub> seperti:

UI 6 : Buktikan bahwa  $\cos \left( \alpha + \frac{2}{3} \pi \right) - \cos \left( \alpha - \frac{4}{3} \pi \right) = 0$

P : kamu paham apa yang ditanyakan?

UI 7 : nggak mbak,ni diapain sih?

P : ya dikerjakan lul,apa kamu ada ide untuk mengerjakan soal tersebut?

UI 8 : nggak ada mbak wong q nggak bisa kok

P : kalau kamu nggak bisa mengerjakan kenapa disitu tiba – muncul jadi  $\cos \left( \alpha + \frac{2}{3} \pi \right) - \sin \left( \alpha + \frac{4}{3} \pi \right)$  hayo?

UI 9 : itu saya “awur” mbak,saya kerjakan sesuka hati saya

P : kok di awur sih?

UI 10 : soalnya saya itu nggak bisa mbak makanya saya kerjakan sebisa saya

P : oh begitu ya,ya sudah kalau begitu saya nggak maksa

UI 11 : ya mbak

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan UI.7 menunjukkan bahwa subjek S<sub>4</sub> tidak dapat memahami soal yang ditanyakan dengan benar, serta tidak memahami tentang konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut. Pernyataan UI.8 dan UI.9 dalam menyelesaikan perencanaan tersebut subjek lepas dari konsep- konsep yang ada pada soal dan subjek tidak mampu mengkaitkan dengan konsep yang dipelajari sebelumnya. Serta subjek tidak mampu menjelaskan langkah- langkah yang ditempuh.



**Kesimpulan** : Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_5$  mempunyai proses komputasional. Karena subyek  $S_5$  dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator pokok proses berpikir komputasional yaitu siswa tidak mampu memahami soal dengan baik (K3.11), siswa tidak mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K3.12), siswa tidak mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K3.21), siswa cenderung memulai penyelesaian walaupun ide yang jelas belum diperoleh (K3.31), siswa tidak mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K3.22). siswa menyelesaikan soal tidak menggunakan konsep- konsep yang telah dipelajari (K3.32).

## 2. Soal No 2

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi proses berpikir subjek  $S_5$  dalam menyelesaikan soal 2. Jawaban tertulis subjek  $S_5$  dalam menyelesaikan soal 2 seperti pada gambar 4.18 berikut:

$$\begin{aligned}
 2. \quad \tan \alpha &= \frac{1}{1-p} \quad \tan \beta = \frac{1}{1+p} \quad \tan(\alpha + \beta) = -2p^{-2} \\
 \tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} \\
 &= \frac{\frac{1}{1-p} + \frac{1}{1+p}}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} \\
 &= -2p^{-2} \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 &\quad \frac{1}{1-p} \quad \frac{1}{1+p}
 \end{aligned}$$

**Gambar 4.18:** jawaban S<sub>5</sub> dalam menyelesaikan soal 2

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>5</sub> dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari kemampuan dia menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal dengan benar. Subjek mampu merencanakan penyelesaian dengan memasukkan apa yang diketahui ke rumus  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$  kemudian subjek bisa membenarkan kesalahannya yaitu dengan memasukkan apa yang diketahui tadi ke penyebutnya tetapi untuk penyelesaiannya subjek tidak bisa menghitung pembagian dalam bentuk pecahan sehingga subjek kesulitan dan memperoleh jawaban salah. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>5</sub> seperti berikut:

UI 12 : Jika  $\tan \alpha = \frac{1}{1-p}$  dan  $\tan \beta = \frac{1}{1+p}$ , Buktikan bahwa  $\tan (\alpha + \beta) = -2p^{-2}$

P : kamu paham nggak kalau soal ini?

UI 13 : ya lumayan paham mbak

P : Apa yang ditanyakan soal tersebut?

UI 14 : ya disuruh membuktikan mbak bahwa  $\tan (\alpha + \beta) = -2p^{-2}$

P : kemudian apa yang diketahui?

UI 15 : Jika  $\tan \alpha = \frac{1}{1-p}$  dan  $\tan \beta = \frac{1}{1+p}$ ,

P : selanjutnya apa yang kamu lakukan?

UI 16 : ya saya kerjakan mbak!

P : ya, maksudnya bagaimana cara kamu mengerjakannya?

UI 17 : kan  $\tan (\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$  ya mbak?

P : iya, selanjutnya kamu apakan?

UI 18 : ya saya masukkan mbak

P : apa yang dimasukkan?

UI 19 : ya itu  $\tan \alpha = \frac{1}{1-p}$  dan  $\tan \beta = \frac{1}{1+p}$ , dimasukkan ke  $\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$

P : kamu tahu dari mana rumus itu?

UI 20 : emm,, Cuma inget saja mbak.hehehe

P : kalau rumus untuk yang cosinus dan sinus kamu tahu nggak?

UI 21 : hihi.. nggak tahu mbak lupa.

P : kok bisa gitu ya? aneh kamu itu padahal yang mudah justru untuk sin dan cos, tapi ya sudahlah lanjutkan penjelasan kamu

UI 22 : saya Cuma bisanya sampai situ saja mbak nggak bisa menyelesaikannya, hehe

P : sek sebentar, itu kenapa penyebutnya masih tetep gitu? apa nggak pake diubah kayak pembilangnya?

UI 23 : eh, ya mbk itu juga pake' diubah sama yang kayak atasnya

P : selanjutnya gimana?

UI 24 : saya nggak bisa mbak, sulit e..

P : owalah nduk.. kamu nggak bisa menghitung pembagian pecahan kayak gini ta?

UI 25 : nggak bisa mbak! (*gregetan*)

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan UI.14 dan UI.15 menunjukkan bahwa subjek  $S_5$  dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek dapat menyebutkan dari apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal. Pernyataan UI.17 menunjukkan bahwa subjek  $S_5$  dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan menggunakan rumus trigonometri jumlah dan selisih dua sudut tetapi dia tidak tahu konsep apa yang dipakai. Pernyataan UI.18 sampai UI.24 menunjukkan bahwa subjek memasukkan dari apa yang diketahui tadi kemudian subjek bisa membenarkan kesalahannya tetapi untuk penyelesaiannya subjek tidak dapat menyelesaikan soal 2 dengan baik karena subjek tidak bisa mengubah bentuk pembagian pecahan menjadi bentuk perkalian.

**Kesimpulan:** Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_5$  mempunyai proses berpikir komputasional dalam menyelesaikan soal 2. Karena subyek  $S_5$  dalam menyelesaikan soal 2 memenuhi indikator pokok proses berpikir komputasional yaitu siswa mampu memahami soal (K1.11), siswa tidak mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K3.12), siswa tidak mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima tentang konsep pangkat bulat (K3.21), siswa cenderung memulai penyelesaiannya walaupun belum mendapat ide yang jelas (K3.31), siswa tidak mampu

menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K3.22), siswa menyelesaikan soal tidak menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K3.32).

### 3. Soal No. 3

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek S<sub>5</sub> dalam menyelesaikan soal 3. Jawaban tertulis subjek S<sub>5</sub> dalam menyelesaikan soal 3 seperti pada gambar 4.19 berikut:

$$\begin{aligned}
 3. \quad & (\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2(1 - \cos(\alpha - \beta)) \\
 & (\cos \alpha - \cos \beta)^2 = (\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta) \\
 & \quad = \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta \\
 & \sin \alpha \cdot \sin \beta = (\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha + \sin \beta) \\
 & \quad = \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta \\
 & \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \beta + \cos^2 \beta - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta \\
 & 1 + 1 - 2 \cos(\alpha - \beta) \\
 & 2 - 2 \cos(\alpha - \beta) \\
 & 2(1 - \cos(\alpha - \beta))
 \end{aligned}$$

**Gambar 4.19:** jawaban S<sub>5</sub> dalam menyelesaikan soal 3

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>5</sub> dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari dia menjabarkan dulu dari bentuk persamaan kuadrat kemudian mengalikan.

Subjek mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapat sebelumnya yaitu tentang persamaan kuadrat tetapi untuk identitas trigonometri dan rumus jumlah dan selisih dua sudut dia tidak mengerti. setelah itu dia tidak sepenuhnya mampu menjelaskan dari langkah- langkah yang ditempuh. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>5</sub> seperti berikut:

UI 27 : Buktikan bahwa  $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2(1 - \cos(\alpha - \beta))$

P : kamu paham kalau soal ini?

UI 28 : paham

P : apa yang ada dipikiran kamu untuk mengerjakan soal tersebut?

UI 29 : itu mbak saya kalikan  $(\cos \alpha - \cos \beta)^2$  itu kan  $(\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta)$  ya mbak? terus yang  $(\sin \alpha - \sin \beta)^2$  kan sama dengan  $(\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta)$ , begitu mbk..

P : kamu pakai materi apa?

UI 30 : kayaknya sih persamaan kuadrat

P : he;em,, selanjutnya apa yang kamu lakukan?

UI 31 : saya menghitungnya  $(\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta)$  menjadi  $(\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta)$  kemudian yang dengan  $(\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta)$  menjadi  $(\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta)$

P : untuk  $(\cos \alpha - \cos \beta)^2$  dan  $(\sin \alpha - \sin \beta)^2$  itu materi tentang apa?

UI 32 : (*mikir lama sambil garuk-garuk kepala*) apa ya? Emmm,, nggak tahu mbak lupa.hehe

P : ya sudah nggak apa – apa.coba kamu lanjutkan penjelasan kamu

UI 33 : kemudian dari langkah diatas saya jumlahkan mbak

P : ya, gimana?

UI 34 :  $(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + (\sin^2 \beta + \cos^2 \beta) - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$  kemudian  $1+1 -2(\cos(\alpha - \beta))$

- P :berhenti dulu,itu  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$  kok bisa sama dengan 1?terus yang asalnya  $2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$  kenapa biasa berubah jadi seperti itu?
- UI 35 : hehe.. pokoknya yang saya ngerti dan saya tahu bahwa  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- P :oalah.. terus kamu tahu nggak itu termasuk materi apa?
- UI 36 : nggak tahu
- P : o.. selanjutnya untuk yang  $2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$  tiba-tiba jadi  $2 (\cos (\alpha - \beta))$  itu gimana?
- UI 37 : hehe kalau itu saya nggak tahu mbak,itu tak awur.kan pertanyaannya suruh membuktikan  $2 (1 - \cos (\alpha - \beta))$  nah kemudian untuk yang  $2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$  saya ganti dengan  $2 \cos (\alpha - \beta)$  begitu sehingga hasilnya  $2 - 2 (\cos (\alpha - \beta))$  kemudian saya sederhanakan menjadi  $2 (1 - \cos (\alpha - \beta))$  dan terbukti

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan UI.28 menunjukkan bahwa subjek S<sub>5</sub> dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek dapat memahami tentang konsep sudut dalam bentuk persamaan kuadrat. Pernyataan UI.29 menunjukkan bahwa subjek S<sub>5</sub> dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan menjabarkan dulu kemudian dikalikan. Pernyataan UI.30 sampai UI.36 menunjukkan bahwa subjek dapat menyelesaikan soal pembuktian 3 yaitu dengan menjumlahkannya tetapi disini dia tidak mengerti tentang konsep identitas trigonometri karena subjek hanya tahu kalau  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ,setelah itu disederhanakan tetapi subjek tidak

menggunakan konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut, subjek hanya mengira ngira bisa menyederhanakan karena soal yang ditanyakan bentuknya  $2 \cos (\alpha - \beta)$ . Serta tidak sepenuhnya mampu menjelaskan langkah- langkah penyelesaiannya.

**Kesimpulan:** Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek S<sub>5</sub> mempunyai proses berpikir semi konseptual dalam menyelesaikan soal 3. Karena subyek S<sub>5</sub> dalam menyelesaikan soal pembuktian 3 memenuhi indikator pokok proses berpikir semi konseptual yaitu siswa mampu memahami soal (K1.11), siswa tidak sepenuhnya mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K2.12), siswa tidak sepenuhnya mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K2.21), siswa tidak sepenuhnya mampu menjelaskan langkah- langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan soal (K2.22), siswa cenderung memulai penyelesaian setelah mendapat ide yang jelas (K1.31), siswa mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1.22).

#### c. Soal No. 4

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek S<sub>5</sub> dalam menyelesaikan soal 4. Jawaban tertulis subjek S<sub>5</sub> dalam menyelesaikan soal 4 seperti pada gambar 4.20 berikut:



$$\begin{aligned}
 4. \sin 3A &= 3 \sin A - 4 \sin^3 A \\
 \sin 3A &= \sin 2A + \sin A \\
 &= 2 \sin A \cos A + \sin A \\
 &= 3 \sin A - 4 \sin^3 A
 \end{aligned}$$

**Gambar 4.20:** jawaban S<sub>5</sub> dalam menyelesaikan soal 4

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>5</sub> tidak dapat memahami soal dengan baik, ini dapat dilihat dari dia mengubah  $\sin 3A$  menjadi  $(\sin 2A + \sin A)$ . Subjek mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapat tetapi untuk konsep identitas trigonometri dasar dan sudut ganda atau sudut rangkap belum dia pahami dengan benar dan subjek tahu kalau  $\sin 2A$  samadengan  $2 \sin A \cos A$  hanya mengingat ingat saja. setelah itu dia tidak sepenuhnya mampu menjelaskan dari langkah- langkah yang ditempuh. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>5</sub> seperti berikut:

UI 38 : Buktikan bahwa  $\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$

P : kamu paham nggak apa yang ditanyakan?

UI 39 : ya lumayan paham meski saya nggak bisa menyelesaikannya

P : apa yang kamu lakukan untuk menjawab soal ini?

UI 40 : hmm,,  $\sin 3A$  kan sama dengan  $\sin 2A + \sin A$  ya mbak, dan untuk  $\sin 2A$  sendiri itu kan  $2 \sin A \cos A$

P : nah, kamu tau darimana kalau  $\sin 2A$  itu  $2 \sin A \cos A$  ? terus kamu menggunakan konsep apa?

- UI 41 : hehehe saya nggak tau mbak kalo itu,pokoknya yang saya inget itu  $\sin 2A$  itu  $2 \sin A \cos A$ , dan menggunakan konsep apa saya juga nggak ngerti.pusing ah mbak..
- P :ealah nduk,, jangan pusing- pusing nyatai saja po'o?la terus itu kok bisa langsung terbukti itu gimana?
- UI 42 : la itu juga ngawur mbak,saya nggak bisa menyelesaikannya mbak ya wes sama saya tak buat terbukti langsung gitu saja.hehe
- P :kenapa kamu nggak bisa?sulit ta soalnya?
- UL 43 :sulit banget dech..
- P : tapi sebelumnya kamu pernah mendapatkan materi ini kan?
- UL 44 : ya sih mbak,tapi ya tetep saja nggak bisa.hehe
- P :ya sudah nduk,terima kasih atas bantuannya ya?kamu jangan lupa belajar ya?biar kamu mendapatkan nilai yang memuaskan
- UL 45 :amiin. . . ya mbak saya akan belajar kok.mbak juga sukses ya?

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan UI.39 dan UI.40 menunjukkan bahwa subjek  $S_5$  tidak dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek mengubah bentuk  $\sin 3A$  menjadi  $\sin 2A + \sin A$ . Pernyataan UI.40 dan UI.41 menunjukkan bahwa subjek  $S_5$  dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan tetapi dia tidak bisa menjelaskan bahwa  $\sin 2A$  sama dengan  $2 \sin A \cos A$  dan subjek juga tidak tahu konsep apa yang dipakai. Pernyataan UI.42 menunjukkan bahwa subjek tidak dapat menyelesaikan rencana penyelesaian dan subjek juga tidak dapat menjelaskan setiap langkah-langkah yang ditempuh.

**Kesimpulan:** Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_5$  mempunyai Proses berpikir komputasional

dalam menyelesaikan soal pembuktian 4. Karena subyek  $S_5$  dalam menyelesaikan soal pembuktian 4 memenuhi indikator pokok proses berpikir komputasional yaitu siswa tidak mampu memahami soal (K3.11), siswa tidak mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K3.12),siswa tidak mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K3.21), siswa cenderung memulai penyelesaiannya belum mendapat ide yang jelas (K3.31),siswa tidak mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal(K3.22).

Berikut kesimpulan keseluruhan dari proses berpikir yang dimiliki  $S_6$ .

**Tabel 4. 5**

**Proses berpikir  $S_5$**

Soal	Proses berpikir
1	Komputasional
2	Komputasional
3	Semi Konseptual
4	Komputasional

Berdasarkan tabel di atas dapat disimpulkan bahwa subjek  $S_5$  berinisial UI cenderung memiliki proses berpikir komputasional.

**F. Deskripsi dan Analisis Data Subjek S<sub>6</sub> dengan inisial RA dari kelompok bawah**

**1. Soal No. 1**

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek S<sub>6</sub> dalam menyelesaikan soal 1. Jawaban tertulis subjek S<sub>6</sub> dalam menyelesaikan soal 1 seperti pada gambar 4.21 berikut:

Lembar jawaban

$$\begin{aligned} 1. \cos\left(\alpha + \frac{2}{3}\pi\right) - \cos\left(\alpha - \frac{1}{3}\pi\right) &= 0 \\ \cos\alpha + \cos\frac{2}{3}\pi - \cos\alpha + \cos\frac{1}{3}\pi & \\ \cos\frac{2}{3}\pi + \cos\frac{1}{3}\pi & \\ \cos 120 + \cos 240 & \\ \cos(120 + 240) &= 0 \\ \cos 360 &= 0 \end{aligned}$$

**Gambar 4.21:** jawaban S<sub>6</sub> dalam menyelesaikan soal 1

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>6</sub> tidak dapat memahami soal dengan baik, subjek menjawab soal lepas dari konsep rumus trigonometri penjumlahan dan pengurangan dua sudut. Subjek tidak mampu menyelesaikan soal dengan merencanakan penyelesaian lepas dari konsep yang sudah pernah dia dapat sebelumnya yaitu tentang konsep sudut berkomplemen dan sudut pelurus. Serta dia tidak mampu menjelaskan dari langkah- langkah yang ditempuh sehingga

mendapatkan jawaban yang salah . Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>5</sub> seperti berikut:

RA 6 : Buktikan bahwa  $\cos \left( \alpha + \frac{2}{3} \pi \right) - \cos \left( \alpha - \frac{4}{3} \pi \right) = 0$

P : Kamu paham soal yang ditanyakan?

RA 7 : nggak begitu paham sih mbak

P : cara kamu merencanakan penyelesaiannya bagaimana?

RA 8 : ya saya tinggal kalikan gitu saja cos kali  $\alpha$  samadengan cos  $\alpha$  terus cos kali  $\frac{2}{3}\pi$  sama dengan cos  $\frac{2}{3}\pi$  selanjutnya -cos kali  $\alpha$  samadengan -cos  $\alpha$  dan cos kali  $\frac{4}{3}\pi$  sama dengan cos  $\frac{4}{3}\pi$  begitu.

P : itu kamu pakai rumus apa?

RA 9 : ya nggak pakai rumus apa mbak,saya langsung kalikan gitu saja

P : kamu pernah menjumpai soal yang kayak gini nggak?

RA 10 : ya pernah sih, cuma saya lupa,hehe

P : terus selanjutnya itu kamu apakan?

RA 11 : ya saya jumlahkan  $\cos \alpha + \cos \frac{2}{3} \pi - \cos \alpha + \cos \frac{4}{3} \pi$  sama dengan  $\cos \frac{2}{3} \pi + \cos \frac{4}{3} \pi$ , selanjutnya saya mencari nilai  $\cos \frac{2}{3} \pi$  dan  $\cos \frac{4}{3} \pi$  yaitu  $\pi$  itu kan 180 jadi  $\frac{2}{3}$  dikali 180 sama dengan 120 dan  $\frac{4}{3}$  dikali 180 sama dengan 240 jadi  $\cos 120 + \cos 240$

P : selanjutnya bagaimana kamu menghitung nilai itu?

RA 12 :  $\cos 120 + \cos 240$  saya jadikan satu kayak gini cos

(  $120+240$ ) sama dengan  $\cos 360$  dan hasilnya nol

P : darimana kamu tahu kalau  $\cos 360$  adalah nol?

RA13 : ya pokoknya yang saya ingat itu kalau  $\cos 0$  itu satu  $\cos 90$  itu tak hingga.nah  $\cos$  nol itu kan sama dengan  $\cos 360$  jadi nilainya ya nol.

P : loh katanya  $\cos$  nol sama dengan satu,tapi kok  $\cos 360$  sama dengan nol?

RA 14 : oh,iya ya?aaah,nggak tahulah mbak,nyerah saya.. pusing kok!(*sambil garuk- garuk kepalanya*)

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan RA.7 menunjukkan bahwa subjek  $S_4$  tidak dapat memahami soal yang ditanyakan dengan benar, serta tidak memahami tentang konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut. Pernyataan RA.8 sampai RA.13 dalam menyelesaikan perencanaan tersebut subjek lepas dari konsep- konsep yang ada pada soal dan subjek tidak mampu mengkaitkan dengan konsep yang dipelajari sebelumnya yaitu tentang sudut berkomplemen dan sudut pelurus. Serta subjek tidak mampu menjelaskan langkah- langkah yang ditempuh.

**Kesimpulan:** Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_6$  mempunyai proses komputasional. Karena subyek  $S_6$  dalam menyelesaikan soal memenuhi indikator pokok proses berpikir komputasional yaitu siswa tidak mampu memahami soal yang diketahui dan soal yang ditanyakan (K3.11), siswa tidak mampu

menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K3.12), siswa tidak mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K3.21), siswa cenderung memulai penyelesaian walaupun ide yang jelas belum diperoleh (K3.31), siswa tidak mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K3.22). siswa menyelesaikan soal tidak menggunakan konsep-konsep yang telah dipelajari (K3.32).

## 2. Soal No. 2

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi proses berpikir subjek  $S_6$  dalam menyelesaikan soal 2. Jawaban tertulis subjek  $S_6$  dalam menyelesaikan soal 2 seperti pada gambar 4.22 berikut:

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \tan(\alpha + \beta) = -2p^{-2} \\
 & \tan\left(\frac{1}{1-p} + \frac{1}{1+p}\right) = -2p^{-2} \\
 & \frac{1+p}{(1-p)(1+p)} + \frac{1-p}{(1-p)(1+p)} = -2p^{-2} \\
 & \frac{2}{(1-p)(1+p)} = -2p^{-2} \\
 & \frac{2}{1+p-p-p^2} = -2p^{-2} \\
 & \frac{2}{1-p^2} = -2p^{-2}
 \end{aligned}$$

**Gambar 4.22:** jawaban  $S_6$  dalam menyelesaikan soal 2

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>6</sub> tidak dapat memahami soal dengan baik, subjek tidak mampu menggunakan konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut, untuk merencanakan penyelesaian subjek lepas dari konsep yang dia pelajari sebelumnya tetapi untuk menyelesaikannya subjek dapat menghitung dengan menyamakan penyebutnya. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>6</sub> seperti berikut:

RA 16 : Jika  $\tan \alpha = \frac{1}{1-p}$  dan  $\tan \beta = \frac{1}{1+p}$ , Buktikan bahwa  $\tan (\alpha + \beta )$   
 $= -2p^{-2}$

P : kamu paham soal yang ditanyakan?

RA 17 : sebenarnya saya nggak paham mbak tapi ya tak awur ae gitu

P : loh, kenapa di awur sih?

RA 18 : la saya nggak tahu rumusnya e mbak?

P : tapi kamu tahu apa yang diketahui disoal?

RA 19 : tahu, bahwa  $\tan \alpha = \frac{1}{1-p}$  dan  $\tan \beta = \frac{1}{1+p}$

P : selanjutnya bagaimana kamu merencanakannya?

RA 20 : ya saya masukkan saja mbak  $\tan (\alpha + \beta )$  sama dengan  $\tan \alpha$   
 $+ \tan \beta$ , kemudian diganti dengan  $\frac{1}{1-p} + \frac{1}{1+p}$

P : untuk menyelesaikannya bagaimana?



RA 21 : selanjutnya saya samakan dengan penyebutnya sehingga menjadi  $\frac{1+p}{(1-p)(1+p)} + \frac{1-p}{(1-p)(1+p)}$  sama dengan  $\frac{2}{(1-p)(1+p)}$  kemudian yang penyebutnya saya kalikan  $\frac{2}{1+p-p-p^2}$  sama dengan  $\frac{2}{1-p^2}$  untuk menghitung jadi  $-2p^{-2}$  saya nggak bisa mbak

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan RA.16 dan RA.18 menunjukkan bahwa subjek S<sub>6</sub> tidak dapat memahami soal dengan baik, subjek tidak memahami konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut. Pernyataan RA.20 menunjukkan bahwa subjek S<sub>6</sub> dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan cara menyamakan penyebutnya tetapi subjek tidak mampu mengkaitkan konsep- konsep yang sudah pernah diterima sebelumnya serta subjek tidak mampu menyelesaikan dan menjelaskan dengan menggunakan konsep – konsep yang sudah dipelajari.

**Kesimpulan:** Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek S<sub>6</sub> mempunyai proses berpikir komputasional dalam menyelesaikan soal pembuktian 2. Karena subyek S<sub>6</sub> dalam menyelesaikan soal pembuktian 2 memenuhi indikator pokok proses berpikir komputasional yaitu siswa tidak mampu memahami soal (K3.11), siswa tidak mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K3.12), siswa tidak mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima tentang konsep pangkat bulat (K3.21), siswa

cenderung memulai penyelesaiannya walaupun belum mendapat ide yang jelas (K3.31), siswa tidak mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K3.22), siswa menyelesaikan soal tidak menggunakan konsep- konsep yang telah dipelajari (K3.32).

### 3. Soal No. 3

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek S<sub>6</sub> dalam menyelesaikan soal 3. Jawaban tertulis subjek S<sub>6</sub> dalam menyelesaikan soal 3 seperti pada gambar 4.23 berikut:

3.  $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2(1 - \cos(\alpha - \beta))$   
 $\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta$   
 $\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta - 2 \cos \alpha \cos \beta - 2 \sin \alpha \sin \beta$

**Gambar 4.19:** jawaban S<sub>6</sub> dalam menyelesaikan soal 3

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek S<sub>6</sub> tidak dapat memahami soal dengan baik, subjek mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapat sebelumnya yaitu tentang persamaan kuadrat dan untuk identitas trigonometri, rumus jumlah dan selisih dua sudut subjek tidak

mengerti. Subjek tidak mampu menggunakan konsep – konsep yang di dapat sebelumnya dan tidak dapat menjelaskan konsep – konsep yang ada pada soal serta subjek tidak sepenuhnya mampu menjelaskan langkah – langkah yang ditempuh. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>6</sub> seperti berikut:

RA 22 : Buktikan bahwa  $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2 = 2(1 - \cos(\alpha - \beta))$

P : kamu paham?

RA 23 : ya lumayan paham meski saya nggak bisa nemuin jawabannya

P : kamu tahu nggak itu bentuk apa?

RA 24 : itu kayak persamaan kuadrat kan?

P : iya, selanjutnya apa yang kamu rencanakan?

RA 25 : hehe, saya cuma bisa menghitung yang  $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$  dengan saya jabarkan menjadi  $(\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta)$  dan  $(\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta)$  tapi ini saya langsung mengalikannya mbak.

P : terus bagaimana cara menyelesaikannya?

RA 25 : hehe, saya cuma bisa menghitung yang  $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$  dengan saya jabarkan menjadi  $(\cos \alpha - \cos \beta)(\cos \alpha - \cos \beta)$  dan  $(\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta)$

P : terus bagaimana cara menyelesaikannya?

RA 26 : saya kalikan menjadi  $\cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \beta + \cos^2 \beta$  kemudian yang  $(\sin \alpha - \sin \beta)(\sin \alpha - \sin \beta)$  menjadi  $(\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \beta + \sin^2 \beta)$

P : selanjtnya?

RA 27 : saya nggak bisa nyeleseinnnya mbak,lupa..

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan RA.23 dan RA.24 menunjukkan bahwa subjek  $S_6$  tidak dapat memahami soal dengan baik, karena disini subjek dapat memahami tentang konsep sudut dalam bentuk persamaan kuadrat. Pernyataan RA.25 menunjukkan bahwa subjek  $S_6$  dapat membuat perencanaan penyelesaian dengan baik yaitu dengan menjabarkan dulu kemudian dikalikan. Pernyataan RA.26 menunjukkan bahwa subjek tidak mampu menyelesaikan soal 3 karena subjek tidak mampu menggunakan konsep rumus trigonometri untuk jumlah dan selisih dua sudut, tidak mampu mengkaitkan dengan konsep identitas, subjek juga tidak mampu menyelesaikan dengan menggunakan konsep – konsep yang ada pada soal Serta tidak sepenuhnya mampu menjelaskan langkah- langkah penyelesaiannya.

**Kesimpulan:** Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_6$  mempunyai proses berpikir komputasional dalam menyelesaikan soal 3.Karena subyek  $S_6$  dalam menyelesaikan soal pembuktian 3 memenuhi indikator pokok proses berpikir komputasional yaitu siswa mampu memahami soal (K1.11), siswa tidak mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada

soal (K3.12), siswa tidak mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K3.21), siswa tidak sepenuhnya mampu menjelaskan langkah- langkah yang ditempuh untuk menyelesaikan soal (K2.22), siswa cenderung memulai penyelesaian belum mendapat ide yang jelas (K1.31), siswa mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal (K1.22).

#### 4. Soal No. 4

Pada bagian ini akan disajikan deskripsi data proses berpikir subjek  $S_6$  dalam menyelesaikan soal 4. Jawaban tertulis subjek  $S_6$  dalam menyelesaikan soal 4 seperti pada gambar 4.24 berikut:

Handwritten student work for problem 4:

$$4. \dots \sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A$$

$$\dots \sin(2A + A)$$

$$\dots \sin 2A + \sin A$$

**Gambar 4.24:** jawaban  $S_6$  dalam menyelesaikan soal 4

Berdasarkan jawaban tertulis di atas dapat dikemukakan bahwa subjek  $S_6$  tidak dapat memahami soal dengan baik. Subjek tidak mampu merencanakan penyelesaian dengan menggunakan konsep yang sudah pernah dia dapat tetapi untuk konsep identitas trigonometri dasar dan

sudut ganda atau sudut rangkap belum dia pahami dengan benar. Setelah subjek tidak mampu menyelesaikan dan menjelaskan dari langkah-langkah yang ditempuh. Hal ini dapat dilihat juga dalam petikan wawancara antara peneliti (P) dengan subjek S<sub>6</sub> seperti berikut:

RA 28 : Buktikan bahwa  $\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3$

P : kamu paham soal yang ditanyakan?

RA 29 : ya paham sedikit sih tapi bingung ini mau saya apakan ..

P : kamu pernah mendapatkan materi ini sebelumnya?

RA 30 : ya sudah sih,tapi saya lupa

P : terus kenapa disitu kamu bisa menjawab  $\sin (2A + A)$ ?

RA 31 : iya,kan  $\sin 3A$  itu sama dengan  $\sin (2A + A)$  kemudian saya pisah menjadi  $\sin 2A + \sin A$ , nah untuk yang  $\sin 2A$  itu bisa dirubah lagi seingat saya tapi saya nggak bisa mnguraikannya.

P : tapi kamu tahu tentang materi apa itu?

RA 32 : enggak,hehe.wes saya notok nggak bisa mbak..

P : ya sudah,terima kasih atas bantuannya.

RA 33 : ya mbak,maaf ya kalau saya nggak bisa ngerjakannya

Berdasarkan hasil tes tulis dan petikan wawancara yang diungkapkan pada pernyataan RA.29 dan RA.30 menunjukkan bahwa subjek S<sub>6</sub> tidak dapat memahami soal dengan baik. Pernyataan RA.32 dan RA.33 menunjukkan bahwa subjek S<sub>6</sub> dapat membuat perencanaan penyelesaian tetapi dia tidak bisa menjelaskan dan menyelesaikan bahwa  $\sin 2A$  sama dengan  $2 \sin A \cos A$  dan subjek juga tidak tahu konsep apa yang dipakai,

dan subjek juga tidak dapat menjelaskan setiap langkah- langkah yang ditempuh.

**Kesimpulan** : Berdasarkan tes tertulis dan petikan wawancara di atas dapat disimpulkan bahwa subyek  $S_6$  mempunyai Proses berpikir komputasional dalam menyelesaikan soal 4. Karena subyek  $S_6$  dalam menyelesaikan soal pembuktian 4 memenuhi indikator pokok proses berpikir komputasional yaitu siswa tidak mampu memahami soal (K3.11), siswa tidak mampu menjelaskan tentang konsep – konsep trigonometri yang terdapat pada soal (K3.12),siswa tidak mampu mengkaitkan dengan konsep yang pernah diterima (K3.21), siswa cenderung memulai penyelesaiannya belum mendapat ide yang jelas (K3.31),siswa tidak mampu menjelaskan langkah- langkah yang akan ditempuh untuk menyelesaikan soal(K3.22).

Berikut kesimpulan keseluruhan dari proses berpikir yang dimiliki  $S_6$ .

**Tabel 4. 6**

**Proses berpikir  $S_6$**

Soal	Proses Berpikir
1	Komputasional
2	Komputasional
3	Komputasional
4	Komputasional

Berdasarkan tabel di atas dapat disimpulkan bahwa siswa S<sub>1</sub> berinisial RA cenderung memiliki proses berpikir komputasional.