

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Objek Matematika

Soedjadi menyatakan bahwa salah satu karakteristik atau ciri-ciri khusus dari matematika adalah mempunyai obyek dasar yang abstrak. Objek-objek tersebut merupakan objek pikiran. Objek dasar tersebut meliputi (1) fakta, (2) konsep, (3) operasi dan (4) prinsip¹⁴.

Adapun objek tersebut dapat dijelaskan sebagai berikut :

1. Fakta dalam matematika adalah salah satu konversi atau kesepakatan yang disajikan baik dalam bentuk kata-kata maupun simbol atau lambang. Contoh, setiap kali mengatakan “dua” selalu dihubungkan dengan simbol “2”, begitu pula dengan “ $2 \times 3 = 6$ ” selalu dikaitkan dengan kata “dua kali tiga sama dengan enam” dan kata “dua kali tiga sama dengan enam” itu merupakan fakta.
2. Konsep adalah ide abstrak yang dapat digunakan untuk menggolongkan atau mengklarifikasikan sekumpulan objek. Bangun ruang adalah nama suatu konsep. Dengan konsep tersebut sekumpulan objek dapat digolongkan sebagai contoh bangun ruang atau bukan contoh. Konsep dalam matematika umumnya disusun dari konsep-konsep terdahulu dan

¹⁴ Soedjadi.. *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia Kanstalisasi Keadaan Masa Kini Menuju Masa Depan* . Op Cit.,h.10

fakta-fakta, sedangkan untuk menunjukkan suatu konsep tertentu digunakan batasan atau definisi.

3. Operasi adalah pengerjaan hitung pengerjaan aljabar, dan pengerjaan matematika yang lain. Sebagai contoh: penjumlahan, perkalian, gabungan dan irisan. Pada dasarnya operasi dalam matematika adalah suatu aturan untuk mendapatkan elemen tunggal dari satu atau lebih elemen yang diketahui. Elemen tunggal yang diperoleh disebut hasil operasi, sedangkan satu lebih elemen yang diketahui disebut elemen yang dioperasikan.
4. Prinsip adalah objek matematika yang kompleks. Prinsip dapat terdiri atas beberapa fakta, beberapa konsep yang dikaitkan dengan suatu relasi ataupun operasi. Secara sederhana dapat dikatakan bahwa prinsip adalah hubungan antara beberapa objek dasar matematika. Prinsip dapat berupa aksioma, teorema, sifat dsb.

Soedjadi menyatakan bahwa “ Konsep berhubungan erat dengan definisi. Definisi adalah ungkapan yang membatasi suatu konsep. Dengan adanya definisi orang dapat membuat ilustrasi atau gambar atau lambang dari suatu konsep yang didefinisikan dan menjadi semakin jelas apa yang dimaksud dengan konsep tertentu”¹⁵. Soedjadi membedakan definisi menjadi 3, yaitu :

¹⁵ Ibid.,h 11

1. Definisi Analitis

Definisi analitis yaitu definisi yang menyebutkan *genus proksimum* (genus terdekat) dan *diferensia spesifika* (pembeda khusus).

Contoh : Belah ketupat adalah jajargenjang yang

Belah ketupat adalah segiempat yang

Yang pertama menunjukkan *genus proksimum*, yaitu jajargenjang, sedangkan yang kedua tidak menyebutkan *genus proksimum* yang berakibat tidak ekonomis. Sedangkan *diferensia spesifikanya* adalah keterangan yang terdapat di belakang kata “yang”.

2. Definisi Genetik

Definisi genetik yaitu definisi yang menyebutkan bagaimana konsep itu terbentuk atau terjadi atau membentuknya konsep yang didefinisikan.

Contoh : Jaring-jaring limas adalah bangun yang terjadi bila sisi-sisi limas direbahkan dengan poros rusuk alas sehingga sampai ke bidang pemuat alasnya.

3. Definisi Rumus

Suatu definisi tidak selalu dinyatakan dengan ungkapan berbentuk kalimat biasa, dapat juga diungkapkan dengan kalimat matematika. Dengan demikian dapat berbentuk suatu rumus.

Contoh : Dalam ilmu bilangan : $a - b = a + (-b)$

Namun, pada geometri tidak dikenal rumus, hanya definisi analitik dan ginetik. Soedjadi menyatakan bahwa suatu definisi terdiri atas beberapa unsur sebagai berikut , yaitu :

1. Latar belakang
2. Genus
3. Istilah yang didefinisikan
4. Atributnya ¹⁶

Contoh : Segitiga samasisi adalah segitiga yang ketiga sisinya sama.

Suatu segitiga adalah samasisi bila dan hanya bila ketiga sisinya sama.

Definisi tersebut di atas dapat diperhatikan unsur - unsurnya yaitu :

1. Latar belakangnya adalah bangun datar.
2. Genus proksimumnya adalah segitiga.
3. Istilah yang didefinisikan adalah segitiga samasisi.
4. Atribut adalah ketiga sisinya sama.

¹⁶ Ibid.,h 121-122

B. Tingkat Berpikir Geometri

Berikut ini akan dijelaskan arti masing-masing kata dari tingkat, berfikir, dan geometri.

Menurut kamus besar bahasa Indonesia , arti kata “tingkat adalah tinggi rendah martabat (kedudukan, jabatan, kemajuan, peradaban, dsb) : derajat, taraf, kelas”¹⁷.

Menurut kamus psikologi arti kata tingkat (level) adalah “ (1) satu posisi atau tingkat yang dicapai pada suatu tes; (2) suatu usia mental atau angka (skor) ujung yang harus dicapai oleh semua pribadi orang dengan usia kronologis tertentu”¹⁸.

Menurut kamus besar bahasa Indonesia arti kata berpikir adalah “ menggunakan akal budi untuk mempertimbangkan dan memutuskan suatu, menimbang-nimbang di ingatkan”¹⁹.

Menurut kamus psikologi, arti kata berpikir (*thinking*) adalah “proses-proses yang menyajikan atau memanipulir pengalaman-pengalaman selengkapnya,”²⁰.

Definisi geometri adalah cabang matematika yang mempelajari tentang titik, garis, bidang, dan benda-benda ruang serta sifat-sifatnya, ukuran-ukurannya, hubungan dengan yang lain dan mempelajari pola-pola visual²¹.

¹⁷ Kamus Besar Bahasa Indonesia Edisi ketiga, Departemen Pendidikan Nasional : Balai Pustaka, 2000. h. 467

¹⁸ Kartini Kartono.dkk, *Kamus Psikologi*. (Bandung : Pionir Jaya, 1987). h.346

¹⁹ *Ibid.*,872

²⁰ *Ibid.*, 510

Pada penelitian ini, yang dimaksud dengan tingkat berpikir geometri adalah tingkat kemampuan siswa untuk menangkap pengertian serta mampu mengungkapkan suatu materi geometri yang disajikan dalam bentuk yang dapat dipahami, mampu memberikan interpretasi dan mampu mengklasifikasikannya. Penguasaan pemahaman geometri pada siswa dapat diukur dari hasil skor tes yang diperoleh siswa setelah mengikuti kegiatan belajar mengajar.

C. Tingkat Berpikir Geometri Van Hiele

Hoffer dalam Post menyatakan bahwa di beberapa tempat belahan dunia, para guru membuat investigasi serius tentang kesulitan belajar siswa belajar geometri²². Tiap tingkatan menggambarkan proses pemikiran yang diterapkan dalam konteks geometri. Tingkatan-tingkatan tersebut menjelaskan tentang bagaimana cara berpikir dan jenis ide-ide geometri apa yang dipikirkan, bukan berapa banyak pengetahuan yang dimiliki. Perbedaan yang signifikan dari satu level ke level berikutnya adalah objek-objek pikiran apa yang mampu dipikirkan secara geometris²³.

Salah satu ahli yang memfokuskan diri pada pembelajaran geometri adalah dua orang Belanda, yaitu Piere Van Hiele dan Dina Van Hiele Geldolf. Van Hiele

²¹ Abdussakir , Pembelajaran Geometri Dan Teori Van Hiele, (Online), (<http://abdussakir.wordpress.com>) . Diakses tanggal 01 Maret 2011

²² Thomas R Post, *Teaching Mathematics in Grade K-8*. (Massachusetts: Allyn and Bacon Inc, 1988), h.237

²³John A. Van De Walle, *Sekolah Dasar Dan Menengah Matematika Jilid 2*, (Jakarta: Gelora Aksara Pratama, 2007), h. 151

mengklasifikasikan tingkat berpikir siswa ke dalam 5 tingkat yang dijelaskan sebagai berikut :

1. Tingkat 0; visualisasi

Tingkatan awal ini dinamakan visual dengan mengenal bentuk-bentuk geometri berdasarkan karakteristik visual dan penampakkannya. Siswa secara eksplisit tidak terfokus pada sifat-sifat obyek yang diamati, tetapi memandang obyek sebagai keseluruhan. Dengan fokus pada tampilan bentuk, siswa mampu meninjau apakah bentuk-bentuk tersebut serupa atau berbeda²⁴. Oleh karena itu, pada tahap ini siswa tidak dapat memahami dan menentukan sifat geometri dan karakteristik bangun yang ditunjukkan.

2. Tingkat 1: analisis

Siswa pada tingkat 1 sudah mampu menganalisis gambar (deskriptif) dengan memperhatikan berbagai sifat yang dimiliki suatu gambar. Bila pada tahap pengenalan anak belum mengenal sifat-sifat dari bangun-bangun geometri, tidak demikian pada tahap analisis. Pada tahap ini anak sudah dapat memahami sifat-sifat dari bangun-bangun geometri. Pada tahap ini anak sudah mengenal sifat-sifat bangun geometri, seperti pada sebuah kubus banyak sisinya ada 6 buah, sedangkan banyak rusuknya ada 12. Seandainya pertanyakan apakah kubus itu balok?, maka anak pada tahap ini belum bisa menjawab pertanyaan tersebut karena anak pada tahap ini belum memahami hubungan antara balok dan kubus. Anak pada tahap analisis belum mampu mengetahui hubungan yang

²⁴ Ibid., h 151

terkait antara suatu bangun geometri dengan bangun geometri lainnya. Pada tahapan ini siswa masih belum mengenal adanya *class inclusion* (himpunan bagian).

3. Tingkat 2: abstraksi

Pada tingkat ini, siswa sudah dapat melihat hubungan sifat-sifat pada suatu bangun geometri dan sifat-sifat antara beberapa bangun geometri. Siswa dapat membuat definisi abstrak, menemukan sifat-sifat dari berbagai bangun dengan menggunakan deduksi informal, dan dapat mengklasifikasikan bangun-bangun secara hirarki. Meskipun demikian, siswa belum mengerti bahwa deduksi logis adalah metode untuk membangun geometri. Sebagai contoh pada materi bangun ruang sisi datar, siswa dapat mengetahui bahwa sebuah kubus merupakan balok dan bahwa balok juga merupakan sejenis khusus dari prisma. Siswa mampu mengenali sifat bangun dan hubungan di antara jenis bangun yang berbeda. Namun, pada tingkat ini siswa belum memiliki kemampuan untuk membuktikan suatu teorema.

4. Tingkat 3: deduksi

Siswa pada tingkat 3 ini mulai memahami pendapat deduktif, yakni penarikan kesimpulan dari umum ke khusus. Matematika adalah ilmu deduktif. Matematika, dikatakan sebagai ilmu deduktif karena pengambilan kesimpulan, membuktikan teorema dan lain-lain dilakukan dengan cara deduktif. Demikian pula, dalam memahami betapa pentingnya peranan unsur-unsur yang tidak

didefinisikan, di samping unsur-unsur yang didefinisikan. Siswa sudah mulai mampu menggunakan aksioma atau postulat yang digunakan dalam pembuktian. Pada tahap ini siswa berpeluang untuk mengembangkan bukti lebih dari satu cara. Untuk dapat mengikuti jalur pembuktian suatu pernyataan yang diberikan kepada mereka dan mereka bisa mengembangkan barisan pernyataan untuk mendeduksikan satu pernyataan dari pernyataan yang lain.

5. Tingkat 4: rigor atau akurasi

Tahap terakhir dari perkembangan kognitif anak dalam memahami geometri adalah tahap keakuratan. Pada tahap ini anak sudah memahami betapa pentingnya ketepatan dari prinsip-prinsip dasar yang melandasi suatu pembuktian. Anak pada tahap ini sudah memahami mengapa sesuatu itu dijadikan postulat atau dalil. Misalnya ia mengetahui pentingnya aksioma-aksioma atau postulat-postulat dari geometri Euclid. Tingkat ini merupakan tingkat berpikir yang rumit, tinggi dan kompleks. Tahap keakuratan merupakan tahap tertinggi dalam memahami geometri. Pada tahap ini memerlukan tahap berpikir yang kompleks dan rumit. Oleh karena itu, jarang atau hanya sedikit sekali anak yang sampai pada tahap berpikir ini sekalipun anak tersebut sudah berada di tingkat SMA²⁵.

Hoffer dalam Post, menyatakan bahwa guru harus berhubungan dengan tingkat berfikir yang sedang dialami oleh siswa. Jika siswa berada pada tahap n ,

²⁵ Rockmhatick, *Konsep Dasar Teori Belajar Van Hiele* (online). <http://educyber17.purworejo.asia/2011/01/teori-belajar-van-hiele.html>. Diakses tanggal 02 April 2011

kemudian cara belajar di kelas berada pada tahap $n+2$, maka siswa akan kesulitan untuk belajar geometri²⁶. Aktivitas instruksi untuk siswa dalam kegiatan pembelajaran seharusnya berada pada tingkat berfikir siswa. Tahap-tahap berpikiran Van Hiele akan dilalui siswa secara berurutan. Dengan demikian siswa harus melewati suatu tahap dengan matang sebelum menuju tahap berikutnya. Kecepatan berpindah dari suatu tahap ke tahap berikutnya lebih banyak bergantung pada isi dan metode pembelajaran daripada umur dan kematangan. Di samping dapat memperkaya pemikiran pada tingkat yang dimiliki siswa, pembelajaran harus dapat menaikkan tingkat berpikir siswa ke tingkat selanjutnya. Dengan demikian, guru harus menyediakan pengalaman belajar yang cocok dengan tahap berpikir siswa.

D. Indikator Tingkat Berpikir Van Hiele

Penelitian yang dilakukan oleh Burger dan Shaughnessy dalam Hadiyan, menghasilkan data yang cukup dalam menyusun suatu indikator (karakteristik) tingkatan-tingkatan perkembangan teori berfikir geometri Van Hiele²⁷. Namun penelitian itu hanya memberikan indikator dari tingkat 0 sampai 3. Indikator – indikator tersebut adalah :

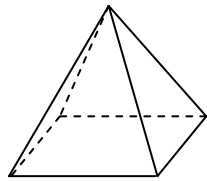
1. Indikator untuk tahap 0 (pengenalan / visualisasi)
 - a. Siswa mengidentifikasi jenis / nama bangun-bangun ruang sisi datar hanya berdasarkan karakteristik visual.

²⁶ *Ibid.*,

²⁷ Aris Hardian, *Penelusuran Tingkat Berpikir Siswa laki-laki dan perempuan pada materi segiempat*. (Surabaya : UNESA, 2007), h.35

Contoh :

Perhatikan bangun di bawah ini, kemudian identifikasilah sifat bangun tersebut !



Gambar 2.1
Limás

Siswa menjawab bangun limas dengan sudut lancip pada bagian atas dari pada bagian bawah. Di sini siswa dalam mengidentifikasi bangun limas, siswa membedakan berdasarkan sudut.

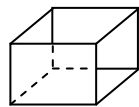
- b. Siswa bergantung pada contoh-contoh visual dalam menentukan bangun ruang sisi datar.

Contoh : Apa yang dapat kamu utarakan mengenai bangun balok?

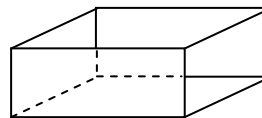
Siswa menjawab bahwa balok adalah bangun seperti penghapus.

- c. Siswa mengikutsertakan sifat-sifat yang tidak relevan dalam mengidentifikasi dan menjelaskan bangun ruang sisi datar.

Contoh : Perhatikan gambar di bawah ini, tunjukkan bangun mana yang merupakan kubus !



Gambar 2.2
Kubus



Gambar 2.3
Balok

Siswa berpendapat bahwa bangun kedua bukan balok karena bentuknya seperti kardus.

- d. Siswa tidak dapat menentukan nama suatu bangun ruang berdasarkan sifat-sifat yang diketahui dan bergantung pada gambar.

Contoh : Diberikan beberapa sifat sebagai berikut :

Setiap sisi tegaknya berbentuk segitiga, memiliki tepat satu bidang alas yang berbentuk segi banyak, semua rusuk tegaknya menyatu pada satu puncak, memiliki satu titik puncak.

Sebutkan bangun yang mempunyai sifat-sifat tersebut!

Untuk membedakan bangun tersebut, siswa terlebih dahulu menggambarkan bangun yang sesuai dengan sifat-sifat yang diberikan, kemudian siswa menjawab bangun tersebut adalah limas.

- e. Siswa tidak dapat membayangkan bahwa banyaknya suatu jenis bangun yang dapat digambar tak hingga.

Contoh : Gambarlah bangun limas yang kamu ketahui!

Dalam menjawab pertanyaan bangun tersebut siswa hanya mampu menggambar 5 macam limas, yaitu : limas segitiga, limas segiempat, limas segilima dan limas segidelapan.

Hal ini menunjukkan siswa tersebut masih belum menyadari bahwa dari jenis bangun limas saja dapat dibuat tak hingga bangun limas yang lain.

2. Indikator untuk tahap 1 (analisis)

- a. Siswa membedakan bermacam-macam bangun ruang sisi datar menurut sifat-sifatnya.

Contoh : Siswa dapat membedakan limas dengan prisma dengan membandingkan sifat sisi-sisinya. Prisma memiliki setiap sisi tegaknya berbentuk jajargenjang sedangkan limas memiliki sisi tegaknya berbentuk segitiga.

- b. Siswa mengabaikan himpunan bagian di antara bangun-bangun ruang sisi datar.

Contoh : Dalam mendefinisikan balok , siswa tidak memasukkan kubus sebagai suatu balok,. Bagi siswa tersebut balok adalah sebuah benda ruang yang dibatasi oleh tiga pasang (enam buah) persegi panjang dimana setiap pasang persegi panjang saling sejajar (berhadapan) dan berukuran sama.

- c. Siswa memilih bangun-bangun ruang sisi datar berdasarkan satu kesamaan sifat tertentu dan mengabaikan sifat yang lain.

Contoh : Diberikan sifat-sifat berikut :

Dibatasi oleh bangun-bangun datar yang berpotongan, terdapat alas berbentuk segi-n, sisi-sisi tegaknya berbentuk pada satu titik puncak.

Siswa menjawab bahwa bangun tersebut adalah bangun limas.

Disini siswa mengabaikan sifat apakah bangun tersebut memiliki sisi tegaknya berbentuk segitiga atau tidak.

- d. Menggunakan sifat-sifat yang diperlihatkan hanya sebagai *syarat perlu* tidak sebagai *syarat cukup* dalam menentukan nama bangun pada kegiatan *mystery shape*.

Contoh :

Diberikan sifat-sifat sebagai berikut :

- a. Setiap sisi tegaknya berbentuk jajargenjang
- b. Alas sejajar dengan tutup
- c. Bentuk alas kongruen dengan tutup

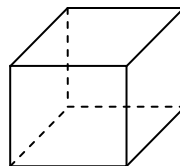
Sebutkan bangun yang mempunyai sifat tersebut!

Siswa menjawab bahwa bangun yang dimaksud adalah prisma, sebab mempunyai alas sejajar dan alas kongruen dengan tutup.

Padahal bangun yang bersangkutan belum tentu merupakan prisma.

- e. Siswa menyatakan suatu bangun ruang dengan menyebutkan sifat-sifat bukan nama bangunnya.

Contoh : Apa yang dapat kamu utarakan dari gambar dibawah ini!



Gambar 2.4
kubus

Melihat bangun di atas, siswa tidak mengatakan bahwa bangun itu kubus. Tetapi mengatakan bahwa bangun diatas memiliki sisi-sisi

tersebut berbentuk persegi (bujur sangkar) yang berukuran sama, rusuk-rusuk tersebut mempunyai panjang yang sama, mempunyai 8 titik sudut .

- f. Siswa terpaku pada definisi yang ada di buku dengan lengkap, belum dapat mendefinisikan dengan bahasanya sendiri.

Contoh : Apakah limas itu ?

Siswa menjawab limas adalah bangun ruang yang di batasi oleh sebuah segitiga atau segi banyak sebagai alas dan beberapa buah bidang berbentuk segitiga sebagai bidang tegak yang bertemu pada satu titik puncak.

Jawaban dari siswa tersebut adalah definisi yang terdapat dalam buku. Hal ini menunjukkan bahwa siswa belum dapat mendefinisikan limas dengan bahasanya sendiri.

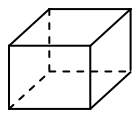
- g. Siswa memperlakukan bangun ruang sisi datar seperti fisika ketika menguji kebenaran sebuah proposisi, yaitu dengan mengandalkan gambar-gambar atau melakukan pengamatan terhadap gambar-gambar.

Contoh : Berapa pasang sisi sejajar dalam suatu balok?

Untuk menjawab pertanyaan ini, siswa lebih dahulu menggambar balok dan mengamati gambar yang dibuat.

- h. Siswa belum memahami langkah-langkah pembuktian matematika.

Contoh : Diketahui sebuah gambar kubus dibawah ini, buktikan bahwa luas



Gambar 2.5
Kubus

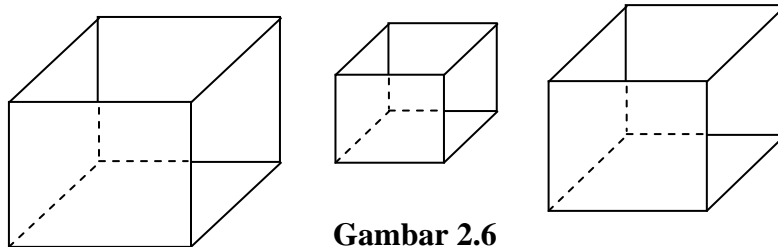
permukaan kubus = $6s^2$, siswa membuktikan dengan melihat gambar dan mengamati gambar lalu menentukan rumusnya.

Siswa membuktikannya dengan gambar tersebut.

3. Indikator untuk tahap 2 (abstraksi)

- a. Siswa mampu mendefinisikan dengan bahasa sendiri, dapat dengan cepat memahami dan menggunakan definisi-definisi dari konsep yang baru.

Contoh : Siswa diberikan beberapa contoh kubus, kemudian diminta untuk mendefinisikan bangun kubus.



Gambar 2.6
Kubus

Siswa menjawab kubus adalah sebuah benda ruang yang dibatasi oleh enam buah persegi yang berukuran sama.

- b. Secara eksplisit berdasarkan pada definisi-definisi.

Contoh : Sebutkan sifat-sifat balok ?

Siswa menjawab balok adalah sebuah benda ruang yang dibatasi oleh tiga pasang (enam buah) persegi panjang di setiap pasang persegi panjang saling sejajar (berhadapan) dan berukuran sama.

Sifat-sifat balok :

- 1) Dibatasi 6 bidang berbentuk persegi panjang
- 2) Setiap sisi tegaknya berbentuk persegi panjang
- 3) Mempunyai 4 buah diagonal ruang yang sama panjang

Hal ini menunjukkan bahwa sebelum menyebutkan sifa-sifat balok, siswa terlebih dahulu mendefinisikan atau mengingat definisi balok tersebut.

- c. Siswa mampu memahami bentuk ekuivalen dari suatu definisi.

Contoh : Diberikan dua definisi prisma sebagai berikut, prisma adalah bangun ruang yang dibatasi oleh dua bidang yang sejajar dan beberapa bidang lain yang berpotongan menurut garis-garis yang sejajar.

Siswa menyebutkan definisi prisma adalah suatu bangun ruang yang bidang alas dan atasnya saling sejajar dan kongruen.

Hal ini menunjukkan siswa telah memahami bentuk ekivalen dari suatu definisi.

- d. Siswa memahami susunan bangun-bangun secara logis, termasuk himpunan bagian.

Contoh : Kubus merupakan suatu balok.

- e. Siswa memilih bangun-bangun ruang menurut sifat-sifat yang benar secara matematis

Contoh: Memilih limas berdasarkan tipe limas pada umumnya, yaitu limas segitiga, limas segi empat dan limas segi-n

- f. Siswa mampu menggunakan pernyataan *implikasi* / “jika...,maka...”

Contoh : Jika bidang alas suatu prisma berbentuk segi empat, maka bangun itu adalah prisma segi empat.

- g. Siswa belum memahami peranan aksioma dan teorema, misalnya apa perbedaan aksioma dan teorema

Contoh : Diberikan tiga pernyataan sebagai berikut : prisma yang bidang alasnya mempunyai luas B dan panjangnya t , jika suatu prisma mempunyai panjang rusuk tegak r dan luas daerah irisan siku-sikunya s , jika dua garis dalam ruang sejajar terhadap garis yang sama maka keduanya sejajar. Dari tiga pernyataan tersebut, siswa tidak dapat membedakan manakah aksioma dan manakah teorema.

- h. Siswa memahami bahwa banyaknya suatu jenis bangun adalah tak hingga banyak.

Contoh : Siswa diminta untuk menggambar bangun limas sampai beberapa gambar. Apakah ada bangun limas lain yang berbeda dengan gambar yang kamu buat? Jika ada berapa macamkah bangun limas berbeda yang dapat kamu gambar?

Siswa tersebut menjawab ada tak tingga banyak bangun limas yang berbeda.

4. Indikator untuk tingkat 3 (deduksi)

- a. Siswa berusaha mendapat klarifikasi terhadap pernyataan atau soal-soal yang maknanya kabur dan berusaha untuk merumuskan pernyataan dan soal-soal itu ke dalam bahasa yang lebih eksak.

Contoh :Diketahui “Sebuah kubus panjang rusuknya 8 cm, kemudian rusuk tersebut diperkecil $\frac{1}{2}$ sebesar kali panjang rusuk semula. Berapa volume kubus setelah diperkecil?.

Siswa pada tingkat ini akan cenderung berusaha untuk mendapatkan kejelasan maksud kalimat tersebut.

- b. Siswa sering membuat dugaan dan berusaha membuktikannya secara deduktif.

Contoh :Pada awal kegiatan menebak bangun misteri, siswa menduga bangun yang dimaksud pada soal adalah : dibatasi oleh bangun-bangun datar yang berpotongan, terdapat alas berbentuk segi-n, sisi-sisi tegaknya berbentuk pada satu titik puncak, sisi tegaknya berbentuk segitiga, siswa menduga bangun yang dimaksud oleh soal tersebut limas

- c. Siswa bergantung pada bukti-bukti untuk memutuskan nilai kebenarann suatu pernyataan matematika.

Contoh : Untuk membuktikan jumlah kubus memiliki 6 buah bidang diagonal, maka siswa tersebut berusaha membuktikannya terlebih.

- d. Siswa menyebutkan komponen-komponen dalam suatu materi matematika, misalnya aksioma, definisi dan bukti suatu teorema. Siswa memahami dari aksioma dapat diturunkan dalil dan dari dalil tersebut dapat diturunkan ke dalil berikutnya.

Contoh : Diberikan pernyataan-pernyataan berikut :

Aksioma 1: terdapat empat buah titik, tidak ada 3 titik yang segaris

Aksioma 2: dari dua titik dapat dibangun tepat sebuah garis.

Definisi 1 : segiempat adalah gabungan dari empat ruas garis yang tepat dua-dua ujung ruas garis tersebut saling bertemu pada sebuah bidang datar dan tidak ada tiga titik temu secara segaris.

Pada tingkat ini siswa memahami bahwa dari dua aksioma dan sebuah definisi tersebut dapat diturunkan suatu teorema.

Teorema 1 : terdapat 6 macam segiempat yang berbeda.

Pada tingkat ini siswa memahami bahwa dari dua aksioma dan sebuah definisi tersebut dapat diturunkan suatu teorema.²⁸

²⁸ Aris Hadiyan, *Penelusuran Tingkat Siswa laki-laki dan perempuan pada materi segiempat*, Tesis tidak dipublikasikan. (Surabaya : UNESA.2007), h. 15

Pada penelitian ini, indikator tingkat berpikir geometri tersebut digunakan sebagai acuan peneliti dalam membuat soal tes berbasis wawancara. Jawaban yang diberikan subjek penelitian pada saat mengerjakan soal dan wawancara dicocokkan dengan indikator tersebut di atas, untuk mengetahui tingkat berpikir subjek penelitian.

Siswa yang didukung dengan pengalaman pengajaran yang tepat, akan melewati lima tingkatan tersebut, di mana siswa tidak dapat mencapai satu tingkatan pemikiran tanpa melewati tingkatan sebelumnya. Setiap tingkat menunjukkan kemampuan berpikir yang digunakan seseorang dalam belajar bangun ruang sisi datar.

E. Keterampilan Dasar dalam belajar geometri

Dalam pengambilan data yang berupa wawancara, ada beberapa kegiatan yang dilakukan oleh siswa. Dalam kegiatan – kegiatan tersebut, dapat terlihat keterampilan siswa dalam belajar geometri. Menurut Hoffer dalam Silfiana ada lima keterampilan dasar dalam belajar geometri, yaitu :

1. Keterampilan visual, yaitu meliputi kemampuan untuk mengenal bermacam-macam bangun datar dan ruang, mengamati bagian-bagian dari sebuah bangun dan keterkaitan bagian satu dengan bagian yang lain, menunjukkan pusat simetri, sumbu simetri, dan bidang simetri dari sebuah gambar bangun, mengklasifikasikan bangun-bangun geometri menurut ciri-ciri yang teramati, menyimpulkan informasi lanjut berdasarkan pengamatan visual, dan

memvisualisasikan model geometri, atau contoh-contoh penyangkal yang dinyatakan secara implisit oleh data dalam suatu sistem matematika deduktif.

2. Keterampilan verbal, meliputi kemampuan untuk menunjukkan bermacam bangun geometri menurut namanya. Memvisualisasikan bangun geometri menurut deskripsi verbalnya, mengungkapkan bangun geometri dan sifat-sifatnya, merumuskan definisi dengan tepat dan benar, mengungkapkan hubungan antar bangun, mengenali struktur logis dari masalah verbal, dan merumuskan pernyataan generalisasi dan abstraksi.
3. Keterampilan menggambar, meliputi kemampuan untuk menyketsa gambar bangun dan melabel titik tertentu, mensketsa gambar bangun menurut deskripsi verbalnya, menggambar atau mengkonstruksi gambar bangun berdasarkan sifat-sifat yang diberikan, mengkonstruksi gambar bangun yang mempunyai kaitan tertentu dengan gambar-gambar yang telah diberikan, mensketsa bagian-bagian bidang dan interaksi gambar-gambar bangun yang diberikan, menambahkan unsur-unsur tambahan yang berguna pada sebuah gambar bangun, mengenal peranan (keterbatasan) sketsa dan gambar bangun yang terkonstruksi, dan mensketsa atau mengkonstruksi model geometri atau contoh penyangkal.
4. Keterampilan logika, meliputi kemampuan untuk mengenal perbedaan dan kesamaan antar bangun geometri, mengenal bangun geometri yang dapat diklasifikasikan menurut sifat-sifatnya, menentukan apakah sebuah gambar

masuk atau tidak masuk dalam kelas tertentu, memahami dan menerapkan sifat-sifat penting dari definisi, menunjukkan akibat-akibat logis dari data-data yang diberikan, mengembangkan bukti-bukti yang logis, dan mengenal peranan dan keterbatasan metode deduktif.

5. Keterampilan terapan, meliputi kemampuan untuk mengenal model fisik dari bangun geometri. Mensketsa atau mengkonstruksi model geometri berdasarkan objek fisiknya, menerapkan sifat-sifat dari model geometri pada sifat-sifat dari objek fisik, mengembangkan model-model geometri untuk fenomena alam, himpunan elemen di IPA dan himpunan elemen di IPS, dan menerapkan model-model geometri dalam pemecahan masalah²⁹.

F. Bangun Ruang Sisi Datar

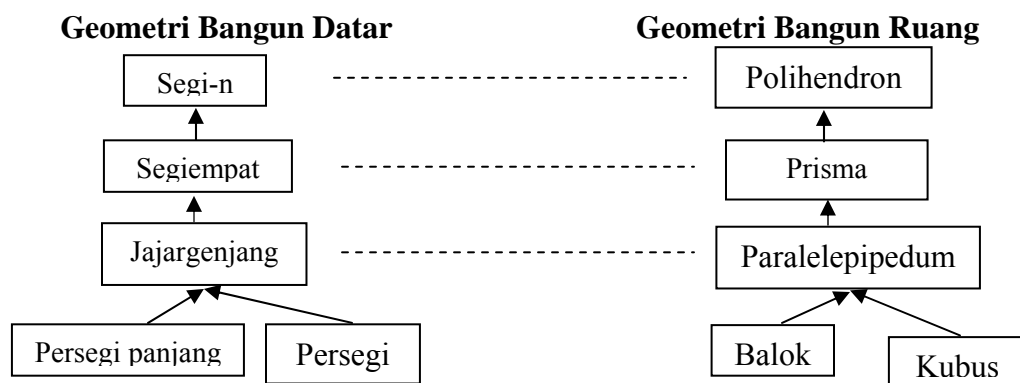
Rich menyatakan bahwa “ bangun ruang dibagi menjadi dua bagian, yaitu bangun ruang sisi datar (polihedron) dan bangun ruang sisi lengkung”. Fokus penelitian ini adalah bangun ruang sisi datar. Bangun ruang sisi datar adalah bangun ruang yang hanya dibatasi oleh bangun datar. Bangun ruang sisi datar terdiri dari balok, kubus, prisma dan limas. berikut ini adalah definsi bangun-bangun ruang sisi datar yang diungkapkan oleh Rich, antara lain :

1. Kubus adalah balok yang semua sisinya berbentuk persegi.
2. Balok adalah prisma yang dibatasi oleh 6 persegipanjang

²⁹ Silfiana, *Identifikas Tingkat Berfikir Geometri Siswa Menurut Teori Van Hiele Ditinjau dari Perbedaan Gender Berdasarkan Tingkat Kemampuan Geometri Pada Materi Pokok Segi Empat di Kelas VII SMPN 36 Surabaya*. (Surabaya : UNESA. 2009), h. 32

3. Prisma adalah sebuah polihedron yang memiliki 2 sisi berbentuk segi-n yang sejajar dan kongruen, serta sisi lainnya berbentuk jajargenjang.
4. Limas adalah suatu polihedron yang alasnya berupa sebuah bangun datar dan sisi yang lain bertemu pada 1 titik yang disebut titik puncak
5. Paralelepipedum adalah prisma yang dibatasi oleh 6 jajargenjang³⁰.

Dari definisi-definisi yang telah disebutkan di atas, maka dapat digambarkan suatu skema hubungan antar bangun ruang sisi datar. Terdapat korespondensi hubungan antara bangun datar pada geometri dimensi dua dengan bangun ruang pada geometri ruang. Hubungan korespondensi antara bangun ruang dengan bangun-bangun pada dimensi dua dapat digambarkan pada skema 2.1 sebagai berikut :



keterangan :

↑ : himpunan bagian dari

----- : hubungan korespondensi antara bangun ruang dengan bangun datar

Skema 2.1

Skema hubungan antar bangun ruang yang berkorespondensi terhadap bangun datar

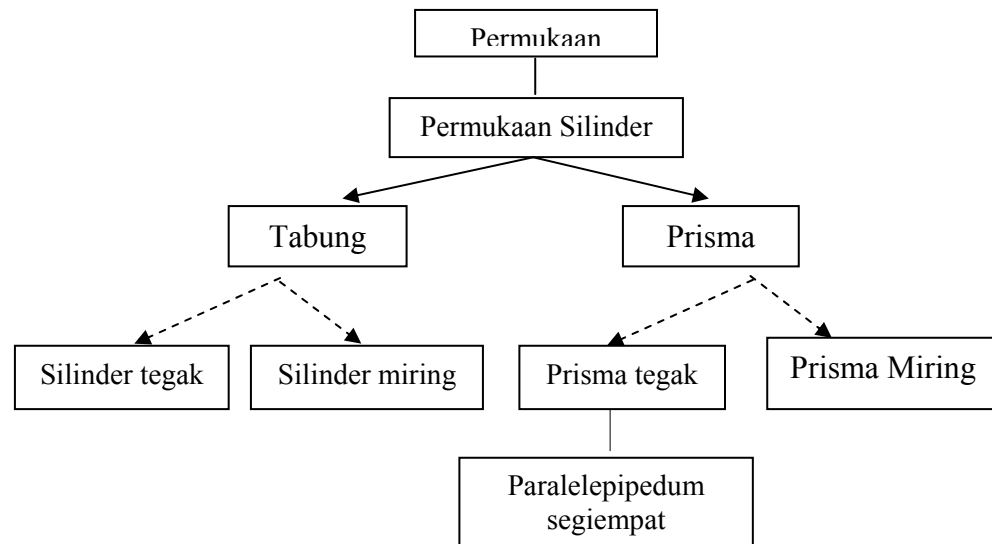
³⁰ Barnett Rich, *Plane Geometri With Coordinate Geometry*, (USA : McGraw Hill Book Company, 1963), h.

Coxford dalam Neny Sudariyati memberikan skema hubungan antar bangun yang berbeda dengan skema di atas. Definisi-definisi yang diberikan oleh Coxford adalah sebagai berikut :

1. Permukaan adalah batas dari sebuah bangun dimensi tiga.
2. Solid adalah kesatuan dari batasan dan daerah ruang yang dibatasi oleh permukaan tertutup.
3. Sebuah silinder solid adalah himpunan titik-titik antara bidang dan gambar translasi di ruang, termasuk bidang dan bayangan itu sendiri. Daerah asal dan bidang pergeseran merupakan basis dari silinder solid. Basis selalu kongruen dan sejajar. Bagian lainnya dari solid adalah sisi tegak.
4. Permukaan silinder adalah himpunan dari basis dan sisi tegak.
5. Tabung adalah permukaan dari selinder solid yang alasnya berbentuk lingkaran.
6. Prisma adalah permukaan dari silinder solid yang alasnya berbentuk segi-n. ketika arah pergeseran adalah tegak lurus terhadap alas, maka berbentuk prisma tegak atau silinder tegak. sebuah prisma atau tabung yang tidak tegak disebut *oblique* (miring).

7. Jika alas dari sebuah prisma adalah jajargenjang, maka disebut paralelepipedum. Paralelepipedum segiempat adalah paralelepipedum yang tegak dan alasnya berbentuk persegi panjang³¹.

Berdasarkan definisi di atas, berbagi jenis dari permukaan silinder dapat dibuat menjadi sebuah hierarki sebagai berikut :



Keterangan :

- : terdiri dari
- > : berdasarkan bentuk alas
- - -> : kedudukan sisi tegak terhadap alas

Skema 2.2

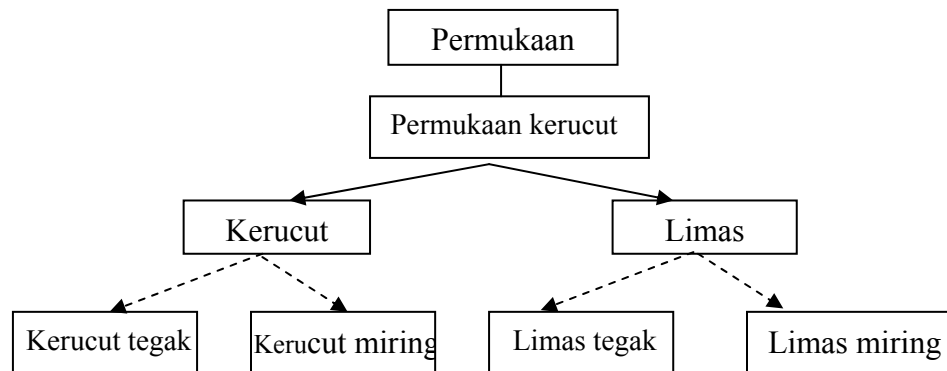
Skema hirarki permukaan silinder

31. Nenyn Sudariyati, *Tingkat Berpikir Van Hiele Siswa SMPN 1 Krian Pada Materi Bangun Ruang Sisi Datar*, Skripsi tidak dipublikasikan (Surabaya : UNESA, 2009) h. 42

Kemudian, terdapat permukaan kerucut yang terdiri dari dua bagian, yaitu : piramida dan kerucut dengan definisi yang diberikan sebagai berikut :

Definisi :

Diberikan sebuah bidang (sebagai alas) dan sebuah titik sebagai titik puncak yang tidak berada pada suatu bidang, sebuah solid kerucut adalah himpunan titik-titik di antara titik puncak terhadap seluruh titik pada alas, bersamaan dengan titik puncak dan alas, sebuah kerucut adalah permukaan dari kerucut solid yang alasnya berbentuk lingkaran. Sebuah limas adalah permukaan dari kerucut solid yang alasnya adalah sebuah segi-n. berikut ini adalah hierarki dari permukaan kerucut. Terdapat kemiripan antara hierarki permukaan kerucut dan hierarki permukaan silinder.



Keterangan :

- : terdiri dari
- > : berdasarkan bentuk alas
- - -> : kedudukan sisi tegak terhadap alas

Skema 2.3

Skema hirarki permukaan kerucut

Dari definisi dan skema yang telah dijelaskan di atas, dapat di lihat bahwa skema hubungan antar bangun ruang tidak memiliki 1 pedoman tetap, melainkan bisa berbagai bentuk tergantung dari definisi. Jadi, hal yang perlu dilakukan sebelum membuat skema hubungan antar bangun ruang adalah mendefinisikan setiap bangun ruang tersebut terlebih dahulu³².

³² Nenyn Sudariyati , *Tingkat Berpikir Van Hiele*, h. 48