

BAB V

PEMBAHASAN DAN DISKUSI HASIL PENELITIAN

A. Pembahasan Kemampuan Berpikir Matematis Rigor

1. Hasil Identifikasi Kemampuan Berpikir Matematis Rigor Subjek T1

Hasil identifikasi kemampuan berpikir matematis rigor subjek T1 dalam memecahkan masalah yang terdapat tes matematika dan wawancara disajikan pada Tabel 5.1.

Tabel 5.1
Kemampuan berpikir matematis rigor subjek T1 dalam menyelesaikan TM

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
<i>Berpikir kualitatif</i>	Pelabelan	Subjek T1 mengarsir bangun datar sesuai dengan besarnya pecahan yang diminta pada soal	-
	Visualisasi	Subjek T1 mengkonstruk gambar bangun datar untuk digunakan dalam menyatakan pecahan	Subjek T1 mengkonstruk gambar garis bilangan
	Pembandingan	Subjek T1 mencari makna yang sama dan berbeda dari pecahan yang telah tervisualisasi oleh bangun datar	Subjek T1 mencari makna yang sama dan berbeda dari garis bilangan yang telah digambarkan
	Pencarian secara sistematis untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi	Subjek T1 mencermati gambar dan soal yang tersaji dengan seksama untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi yang diperlukan dalam menyelesaikan soal	Subjek T1 mencermati gambar garis bilangan yang telah dikonstruksinya untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi yang diperlukan dalam menyelesaikan soal
	Penggunaan lebih dari satu sumber	-	Subjek T1 mampu bekerja secara mental

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
	informasi		dengan lebih dari satu konsep selama mengerjakan soal 2 (dalam hal ini mencari KPK dari 4 angka sekaligus)
	Penyandian	Subjek T1 mencantumkan angka pecahan pada ke-4 bangun datar yang telah dikonstruksinya.	Subjek T1 mencantumkan simbol kurang dari ($<$) untuk menyandikan angka pembilang yang berkedudukan lebih kecil
	Pemecahan kode	Subjek T1 mampu mengartikan simbol arsiran suatu bangun datar.	Subjek T1 mampu mengartikan simbol kurang dari ($<$) pada hasil penyelesaiannya.
<p>Kesimpulan :</p> <p><i>Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek T1 telah memenuhi kriteria level 1 berpikir matematis rigor</i></p>			
Berpikir kuantitatif dengan ketelitian	Pengawetan ketetapan	-	Subjek T1 mampu mengidentifikasi apa yang tetap sama dan apa yang berubah apabila bilangan pecahan dikembalikan seperti bilangan sesuai soal (tidak per 12 lagi)
	Pengukuran ruang dan hubungan spasial	Subjek T1 telah menggunakan referensi internal (yang berasal dari pengetahuan matematika sebelumnya) dan eksternal (yang tampak dari ke-4 bangun datar misalnya arsiran) sebagai panduan	-

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
		untuk menganalisis hubungan keseluruhan bagian pada bangun ke sebagiannya yang menyatakan pecahan.	
	Analisis	-	Subjek T1 mampu menguraikan keseluruhan penyelesaian dalam menyamakan penyebut agar menjadi pecahan yang berpenyebut 12 semua
	Integrasi	-	Subjek T1 mampu menunjukkan keseluruhan penyelesaian (dalam menyamakan penyebut) dengan menggabungkan bagian-bagian dari tiap proses penyelesaian
	Generalisasi	-	Subjek T1 mampu menyebut (angka) 12 sebagai KPK dari 3, 2, 4, dan 6 tanpa merinci secara khusus.
	Ketelitian	Subjek T1 mampu memutuskan dengan fokus dan tepat dalam menyelesaikan soal.	Subjek T1 mampu memutuskan dengan fokus dan tepat dalam menyelesaikan soal.
<p>Kesimpulan: Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek T1 telah memenuhi kriteria level 2 berpikir matematis rigor</p>			
Berpikir relasional abstrak	Pengaktifan pengetahuan matematika sebelumnya	Subjek T1 mampu mengingat kembali, menghimpun, dan menggunakan pengetahuan matematika sebelumnya untuk menyelesaikan soal.	Subjek T1 mampu mengingat kembali, menghimpun, dan menggunakan pengetahuan matematika

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
			sebelumnya untuk menyelesaikan soal.
	Penyediaan bukti matematika logis	-	Subjek T1 mampu memberikan rincian pendukung, alasan matematis, bukti yang masuk akal untuk membuktikan kebenaran pernyataannya
	Pengartikulasian (pelafalan) kejadian matematika logis	-	Subjek T1 mampu mengkomunikasikan penjelasan yang sesuai dengan aturan matematika
	Pendefinisian masalah	Subjek T1 mencermati soal dengan menganalisis dan membaca soal berulang-ulang untuk mengetahui strategi tepat apa yang harus digunakannya	Subjek T1 mencermati soal dengan menganalisis dan membaca soal berulang-ulang untuk mengetahui strategi tepat apa yang harus dilakukan
	Berpikir hipotesis	-	Subjek T1 mampu membentuk dugaan dan mencari bukti matematika untuk mendukung kebenaran dugaannya tersebut
	Berpikir inferensial	-	Subjek T1 mampu mengembangkan generalisasi berdasarkan sejumlah kejadian matematika yang ditemuinya.
	Pemroyeksian dan perstrukturisasian hubungan	-	Subjek T1 mampu membuat hubungan tanda kurang dari (<) antara penggunaannya pada pembilang saja maupun lengkap ketika berpenyebut 12,

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
			hal tersebut untuk membangun urutan pecahan sesuai yang diminta soal.
	Pembentukan hubungan kuantitatif proporsional	-	Subjek T1 mampu menetapkan hubungan kuantitatif yang menghubungkan garis bilangan I dan garis bilangan II
	Berpikir induktif matematis	-	Subjek T1 mampu mengambil aspek khusus (tanda kurang dari atau $<$) untuk membentuk konsep yang bersifat lebih umum
	Berpikir deduktif matematis	-	Subjek T1 mampu menerapkan aturan pemakaian tanda ($<$) untuk situasi khusus
	Berpikir relasional matematis	Subjek T1 mampu mempertimbangkan hubungan antara pecahan yang dinyatakan dengan angka maupun dengan bangun datar yang telah diarsir	-
	Penjabaran aktivitas matematika melalui kategori kognitif	-	Subjek T1 mampu menjabarkan atau menguraikan, merefleksikan dan menganalisis aktivitas matematika
Kesimpulan:			
<i>Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek T1 telah memenuhi kriteria level 3 berpikir matematis rigor</i>			

Subjek berkemampuan matematika tinggi (T1) berada pada level 3 (berpikir relasional abstrak) berpikir matematis rigor karena telah menggunakan semua fungsi kognitif pada ketiga level fungsi (berpikir kualitatif, berpikir kuantitatif, dan berpikir relasional abstrak) berpikir matematis rigor.

2. Hasil Identifikasi Kemampuan Berpikir Matematis Rigor Subjek T2

Hasil identifikasi kemampuan berpikir matematis rigor subjek T2 dalam memecahkan masalah yang terdapat tes matematika dan wawancara disajikan pada Tabel 5.2.

Tabel 5.2
Kemampuan berpikir matematis rigor subjek T2 dalam menyelesaikan TM

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
<i>Berpikir kualitatif</i>	Pelabelan	Subjek T2 mengarsir bangun datar sesuai dengan besarnya pecahan yang diminta pada soal	-
	Visualisasi	Subjek T2 mengkonstruk gambar bangun datar untuk digunakan dalam menyatakan pecahan	Subjek T2 mengkonstruk gambar garis bilangan
	Pembandingan	Subjek T2 mencari makna yang sama dan berbeda dari pecahan yang telah tervisualisasi oleh bangun datar	-
	Pencarian secara sistematis untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi	Subjek T2 mencermati gambar dan soal yang tersaji dengan seksama untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi yang diperlukan dalam menyelesaikan soal	-

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
	Penggunaan lebih dari satu sumber informasi	-	Subjek T2 mampu bekerja secara mental dengan lebih dari satu konsep selama mengerjakan soal 2 (dalam hal ini mencari KPK dari 4 angka sekaligus)
	Penyandian	Subjek T2 mencantumkan angka pecahan pada ke-4 bangun datar yang telah dikonstruksinya.	Subjek T2 mencantumkan simbol kurang dari ($<$) untuk menyandikan angka pembilang yang berkedudukan lebih kecil
	Pemecahan kode	Subjek T2 mampu mengartikan simbol arsiran suatu bangun datar.	Subjek T2 mampu mengartikan simbol kurang dari ($<$) pada hasil penyelesaiannya.
<p>Kesimpulan :</p> <p><i>Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek T2 telah memenuhi kriteria level 1 berpikir matematis rigor</i></p>			
Berpikir kuantitatif dengan ketelitian	Pengawetan ketetapan	-	Subjek T2 mampu mengidentifikasi apa yang tetap sama dan apa yang berubah apabila bilangan pecahan dikembalikan seperti bilangan sesuai soal (tidak per 12 lagi)
	Pengukuran ruang dan hubungan spasial	Subjek T2 telah menggunakan referensi internal (yang berasal dari pengetahuan matematika sebelumnya) dan eksternal (yang tampak dari ke-4 bangun datar misalnya	-

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
		arsiran) sebagai panduan untuk menganalisis hubungan keseluruhan bagian pada bangun ke sebagiannya yang menyatakan pecahan.	
	Analisis	-	Subjek T2 mampu menguraikan keseluruhan penyelesaian dalam menyamakan penyebut agar menjadi pecahan yang berpenyebut 12 semua
	Integrasi	-	Subjek berkemampuan matematika tinggi mampu menunjukkan keseluruhan penyelesaian (dalam menyamakan penyebut) dengan menggabungkan bagian-bagian dari tiap proses penyelesaian
	Generalisasi	-	Subjek T2 mampu menyebut (angka) 12 sebagai KPK dari 3, 2, 4, dan 6 tanpa merinci secara khusus.
	Ketelitian	Subjek T2 mampu memutuskan dengan fokus dan tepat dalam menyelesaikan soal.	Subjek T2 mampu memutuskan dengan fokus dan tepat dalam menyelesaikan soal.
<p>Kesimpulan:</p> <p><i>Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek T2 telah memenuhi kriteria level 2 berpikir matematis rigor</i></p>			

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
<i>Berpikir relasional abstrak</i>	Pengaktifan pengetahuan matematika sebelumnya	Subjek T2 mampu mengingat kembali, menghimpun, dan menggunakan pengetahuan matematika sebelumnya untuk menyelesaikan soal.	Subjek T2 mampu mengingat kembali, menghimpun, dan menggunakan pengetahuan matematika sebelumnya untuk menyelesaikan soal.
	Penyediaan bukti matematika logis	-	Subjek T2 mampu memberikan rincian pendukung, alasan matematis, bukti yang masuk akal untuk membuktikan kebenaran pernyataannya
	Pengartikulasian (pelafalan) kejadian matematika logis	-	Subjek T2 mampu mengkomunikasikan penjelasan yang sesuai dengan aturan matematika
	Pendefinisian masalah	Subjek T2 mencermati soal dengan menganalisis dan membaca soal berulang-ulang untuk mengetahui strategi tepat apa yang harus digunakannya	Subjek T2 mencermati soal dengan menganalisis dan membaca soal berulang-ulang untuk mengetahui strategi tepat apa yang harus dilakukan
	Berpikir hipotesis	-	Subjek T2 mampu membentuk dugaan dan mencari bukti matematika untuk mendukung kebenaran dugaannya tersebut
	Berpikir inferensial	-	Subjek T2 mampu mengembangkan generalisasi berdasarkan sejumlah kejadian matematika yang ditemuinya.

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
	Pemroyeksian dan perestrukturisasian hubungan	-	Subjek T2 mampu membuat hubungan tanda kurang dari ($<$) antara penggunaannya pada pembilang saja maupun lengkap ketika berpenyebut 12, hal tersebut untuk membangun urutan pecahan sesuai yang diminta soal.
	Pembentukan hubungan kuantitatif proporsional	-	Subjek T2 mampu menetapkan hubungan kuantitatif dalam membuat garis bilangan yang sebenarnya
	Berpikir induktif matematis	-	Subjek T2 mampu mengambil aspek khusus (tanda kurang dari atau $<$) untuk membentuk konsep yang bersifat lebih umum
	Berpikir deduktif matematis	-	Subjek T2 mampu menerapkan aturan pemakaian tanda ($<$) untuk situasi khusus
	Berpikir relasional matematis	Subjek T2 mampu mempertimbangkan hubungan antara pecahan yang dinyatakan dengan angka maupun dengan bangun datar yang telah diarsir	-
	Penjabaran aktivitas matematika melalui kategori kognitif	-	Subjek T2 mampu menjabarkan atau menguraikan, merefleksikan dan menganalisis aktivitas matematika

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
Kesimpulan:			
<i>Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek T2 telah memenuhi kriteria level 3 berpikir matematis rigor</i>			

Subjek berkemampuan matematika tinggi (T2) berada pada level 3 (berpikir relasional abstrak) berpikir matematis rigor karena telah menggunakan semua fungsi kognitif pada ketiga level fungsi (berpikir kualitatif, berpikir kuantitatif, dan berpikir relasional abstrak) berpikir matematis rigor.

3. Hasil Identifikasi Kemampuan Berpikir Matematis Rigor Subjek S1

Hasil identifikasi kemampuan berpikir matematis rigor subjek S1 dalam memecahkan masalah yang terdapat tes matematika dan wawancara disajikan pada Tabel 5.3.

Tabel 5.3
Kemampuan berpikir matematis rigor subjek S1 dalam menyelesaikan TM

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
<i>Berpikir kualitatif</i>	Pelabelan	Subjek S1 mengarsir bangun datar sesuai dengan besarnya pecahan yang diminta pada soal	-
	Visualisasi	Subjek S1 mengkonstruksi gambar bangun datar untuk digunakan dalam menyatakan pecahan	Subjek S1 mengkonstruksi gambar garis bilangan
	Pembandingan	Subjek S1 mencari makna yang sama dan berbeda dari	-

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
		pecahan yang telah tervisualisasi oleh bangun datar	
	Pencarian secara sistematis untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi	Subjek S1 mencermati gambar dan soal yang tersaji dengan seksama untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi yang diperlukan dalam menyelesaikan soal	-
	Penggunaan lebih dari satu sumber informasi	-	Subjek S1 mampu bekerja secara mental dengan lebih dari satu konsep selama mengerjakan soal 2 (dalam hal ini mencari KPK dari 4 angka sekaligus)
	Penyandian	Subjek S1 mencantumkan angka pecahan pada ke-4 bangun datar yang telah dikonstruksinya.	-
	Pemecahan kode	Subjek S1 mampu mengartikan simbol arsiran suatu bangun datar.	-
<p>Kesimpulan :</p> <p><i>Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek S1 telah memenuhi kriteria level 1 berpikir matematis rigor</i></p>			
Berpikir kuantitatif dengan ketelitian	Pengawetan ketetapan		Subjek S1 mampu mengidentifikasi apa yang tetap sama dalam penyelesaiannya
	Pengukuran ruang dan hubungan spasial	Subjek S1 telah menggunakan referensi internal (yang berasal dari pengetahuan matematika	-

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
		sebelumnya) dan eksternal (yang tampak dari ke-4 bangun datar misalnya arsiran) sebagai panduan untuk menganalisis hubungan keseluruhan bagian pada bangun ke sebagiannya yang menyatakan pecahan.	
	Analisis	-	Subjek S1 mampu menguraikan keseluruhan penyelesaian dalam menyamakan penyebut agar menjadi pecahan yang berpenyebut 12 semua
	Integrasi	-	Subjek S1 mampu menunjukkan keseluruhan penyelesaian (dalam menyamakan penyebut) dengan menggabungkan bagian-bagian dari tiap proses penyelesaian
	Generalisasi	-	Subjek S1 mampu menyebut (angka) 12 sebagai KPK dari 3, 2, 4, dan 6 tanpa merinci secara khusus.
	Ketelitian	Subjek S1 mampu memutuskan dengan fokus dan tepat dalam menyelesaikan soal.	-
<p>Kesimpulan:</p> <p><i>Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek S1 telah memenuhi kriteria level 2 berpikir matematis rigor</i></p>			

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
<i>Berpikir relasional abstrak</i>	Pengaktifan pengetahuan matematika sebelumnya	Subjek S1 mampu mengingat kembali, menghimpun, dan menggunakan pengetahuan matematika sebelumnya untuk menyelesaikan soal.	Subjek S1 mampu mengingat kembali, menghimpun, dan menggunakan pengetahuan matematika sebelumnya untuk menyelesaikan soal.
	Penyediaan bukti matematika logis	-	Subjek S1 mampu memberikan rincian pendukung, alasan matematis, bukti yang masuk akal untuk membuktikan kebenaran pernyataannya
	Pengartikulasian (pelafalan) kejadian matematika logis	-	Subjek S1 mampu mengkomunikasikan penjelasan yang sesuai dengan aturan matematika
	Pendefinisian masalah	Subjek S1 mencermati soal dengan menganalisis dan membaca soal berulang-ulang untuk mengetahui strategi tepat apa yang harus digunakannya	Subjek S1 mencermati soal dengan menganalisis dan membaca soal berulang-ulang untuk mengetahui strategi tepat apa yang harus dilakukan
	Berpikir hipotesis	-	-
	Berpikir inferensial	-	-

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
	Pemroyeksian dan perestrukturasian hubungan	-	-
	Pembentukan hubungan kuantitatif proporsional	-	-
	Berpikir induktif matematis	-	-
	Berpikir deduktif matematis	-	-
	Berpikir relasional matematis	Subjek S1 mampu mempertimbangkan hubungan antara pecahan yang dinyatakan dengan angka maupun dengan bangun datar yang telah diarsir	-
	Penjabaran aktivitas matematika melalui kategori kognitif	-	-
<p>Kesimpulan:</p> <p><i>Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek S1 belum memenuhi kriteria level 3 berpikir matematis rigor</i></p>			

Subjek berkemampuan matematika sedang (S1) berada pada level 2 (berpikir kuantitatif) berpikir matematis rigor karena telah menggunakan semua fungsi kognitif pada level 1 dan level 2 berpikir matematis rigor

sedangkan beberapa fungsi kognitif level 3 berpikir matematis rigor ada yang belum digunakannya.

4. Hasil Identifikasi Kemampuan Berpikir Matematis Rigor Subjek S2

Hasil identifikasi kemampuan berpikir matematis rigor subjek S2 dalam memecahkan masalah yang terdapat tes matematika dan wawancara disajikan pada Tabel 5.4.

Tabel 5.4
Kemampuan berpikir matematis rigor subjek S2 dalam menyelesaikan TM

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
<i>Berpikir kualitatif</i>	Pelabelan	Subjek S2 mengarsir bangun datar sesuai dengan besarnya pecahan yang diminta pada soal	-
	Visualisasi	Subjek S2 mengkonstruk gambar bangun datar untuk digunakan dalam menyatakan pecahan	Subjek S2 mengkonstruk gambar garis bilangan
	Pembandingan	Subjek S2 mencari makna yang sama dan berbeda dari pecahan yang telah tervisualisasi oleh bangun datar	-
	Pencarian secara sistematis untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi	Subjek S2 mencermati gambar dan soal yang tersaji dengan seksama untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi yang diperlukan dalam menyelesaikan soal	-
	Penggunaan lebih dari satu sumber informasi	-	Subjek S2 mampu bekerja secara mental dengan lebih dari satu konsep selama mengerjakan soal 2 (dalam hal ini mencari KPK dari 4 angka

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
			sekaligus)
	Penyandian	Subjek S2 mencantumkan angka pecahan pada ke-4 bangun datar yang telah dikonstruksinya.	-
	Pemecahan kode	Subjek S2 mampu mengartikan simbol arsiran suatu bangun datar.	-
<p>Kesimpulan :</p> <p><i>Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek S2 telah memenuhi kriteria level 1 berpikir matematis rigor</i></p>			
Berpikir kuantitatif dengan ketelitian	Pengawetan ketetapan	-	Subjek S2 mampu mengidentifikasi apa yang tetap sama dan apa yang berubah dalam penyelesaiannya
	Pengukuran ruang dan hubungan spasial	Subjek S2 telah menggunakan referensi internal (yang berasal dari pengetahuan matematika sebelumnya) dan eksternal (yang tampak dari ke-4 bangun datar misalnya arsiran) sebagai panduan untuk menganalisis hubungan keseluruhan bagian pada bangun ke sebagiannya yang menyatakan pecahan.	-
	Analisis	-	Subjek S2 mampu menguraikan keseluruhan penyelesaian dalam menyamakan penyebut agar menjadi pecahan yang

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
			berpenyebut 12 semua
	Integrasi	-	Subjek S2 mampu menunjukkan keseluruhan penyelesaian (dalam menyamakan penyebut) dengan menggabungkan bagian-bagian dari tiap proses penyelesaian
	Generalisasi	-	Subjek S2 mampu menyebut (angka) 12 sebagai KPK dari 3, 2, 4, dan 6 tanpa merinci secara khusus.
	Ketelitian	Subjek S2 mampu memutuskan dengan fokus dan tepat dalam menyelesaikan soal.	Subjek S2 mampu memutuskan dengan fokus dan tepat dalam menyelesaikan soal.
<p>Kesimpulan:</p> <p><i>Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek S2 telah memenuhi kriteria level 2 berpikir matematis rigor</i></p>			
Berpikir relasional abstrak	Pengaktifan pengetahuan matematika sebelumnya	Subjek S2 mampu mengingat kembali, menghimpun, dan menggunakan pengetahuan matematika sebelumnya untuk menyelesaikan soal.	Subjek S2 mampu mengingat kembali, menghimpun, dan menggunakan pengetahuan matematika sebelumnya untuk menyelesaikan soal.
	Penyediaan bukti matematika logis	-	Subjek S2 mampu memberikan rincian pendukung, alasan matematis, bukti yang masuk akal untuk membuktikan kebenaran pernyataannya

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
	Pengartikulasian (pelafalan) kejadian matematika logis	-	Subjek S2 mampu mengkomunikasikan penjelasan yang sesuai dengan aturan matematika
	Pendefinisian masalah	Subjek S2 mencermati soal dengan menganalisis dan membaca soal berulang-ulang untuk mengetahui strategi tepat apa yang harus digunakannya	Subjek S2 mencermati soal dengan menganalisis dan membaca soal berulang-ulang untuk mengetahui strategi tepat apa yang harus dilakukan
	Berpikir hipotesis	-	-
	Berpikir inferensial	-	-
	Pemroyeksian dan perstrukturisasian hubungan	-	-
	Pembentukan hubungan kuantitatif proporsional	-	Subjek S2 mampu menetapkan hubungan kuantitatif dalam membuat garis bilangan yang sebenarnya
	Berpikir induktif matematis	-	-
	Berpikir deduktif matematis	-	-
	Berpikir relasional matematis	Subjek S2 mampu mempertimbangkan hubungan antara pecahan yang dinyatakan dengan	-

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
		angka maupun dengan bangun datar yang telah diarsir	
	Penjabaran aktivitas matematika melalui kategori kognitif	-	-
<p>Kesimpulan:</p> <p><i>Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek S2 belum memenuhi kriteria level 3 berpikir matematis rigor</i></p>			

Subjek berkemampuan matematika sedang (S2) berada pada level 2 (berpikir kuantitatif) berpikir matematis rigor karena telah menggunakan semua fungsi kognitif pada level 1 dan level 2 berpikir matematis rigor sedangkan beberapa fungsi kognitif level 3 berpikir matematis rigor ada yang belum digunakannya.

5. Identifikasi Kemampuan Berpikir Matematis Rigor Subjek R1

Hasil identifikasi kemampuan berpikir matematis rigor subjek R1 dalam memecahkan masalah yang terdapat tes matematika dan wawancara disajikan pada Tabel 5.5.

Tabel 5.5
Kemampuan berpikir matematis rigor subjek R1 dalam menyelesaikan TM

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
<i>Berpikir kualitatif</i>	Pelabelan	Subjek R1 mengarsir bangun datar sesuai yang diminta pada soal	-
	Visualisasi	Subjek R1 mengkonstruksi gambar bangun datar untuk digunakan dalam menyatakan pecahan	-
	Pembandingan	Subjek R1 mencari makna yang sama dan berbeda dari pecahan yang telah divisualisasi oleh bangun datar	-
	Pencarian secara sistematis untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi	Subjek R1 mencermati gambar dan soal yang tersaji dengan seksama untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi yang diperlukan dalam menyelesaikan soal	-
	Penggunaan lebih dari satu sumber informasi	-	Subjek R1 mampu bekerja secara mental dengan lebih dari satu konsep selama mengerjakan soal 2 (dalam hal ini mencari KPK dari 4 angka sekaligus)
	Penyandian	Subjek R1 mencantumkan angka pecahan pada ke-4 bangun datar yang telah dikonstruksinya.	-
	Pemecahan kode	Subjek R1 mampu mengartikan simbol arsiran suatu bangun datar.	-

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
<p>Kesimpulan :</p> <p><i>Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek R1 telah memenuhi kriteria level 1 berpikir matematis rigor</i></p>			
Berpikir kuantitatif dengan ketelitian	Pengawetan ketetapan	-	-
	Pengukuran ruang dan hubungan spasial	Subjek R1 telah menggunakan referensi internal (yang berasal dari pengetahuan matematika sebelumnya) dan eksternal (yang tampak dari ke-4 bangun datar misalnya arsiran) sebagai panduan untuk menganalisis hubungan keseluruhan bagian pada bangun ke sebagiannya yang menyatakan pecahan.	-
	Analisis	-	-
	Integrasi	-	-
	Generalisasi	-	Subjek R1 mampu menyebut (angka) 12 sebagai KPK dari 3, 2, 4, dan 6 tanpa merinci secara khusus.
	Ketelitian	Subjek R1 mampu memutuskan dengan fokus dan tepat dalam menyelesaikan soal.	-

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
Kesimpulan:			
<i>Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek R1 belum memenuhi kriteria level 2 berpikir matematis rigor</i>			
Berpikir relasional abstrak	Pengaktifan pengetahuan matematika sebelumnya	Subjek R1 mampu mengingat kembali, menghimpun, dan menggunakan pengetahuan matematika sebelumnya untuk menyelesaikan soal.	Subjek R1 mampu mengingat kembali, menghimpun, dan menggunakan pengetahuan matematika sebelumnya untuk menyelesaikan soal.
	Penyediaan bukti matematika logis	-	-
	Pengartikulasian (pelafalan) kejadian matematika logis	-	-
	Pendefinisian masalah	Subjek R1 mencermati soal dengan menganalisis dan membaca soal berulang-ulang untuk mengetahui strategi tepat apa yang harus digunakannya	Subjek R1 mencermati soal dengan menganalisis dan membaca soal berulang-ulang untuk mengetahui strategi tepat apa yang harus dilakukan
	Berpikir hipotesis	-	-
	Berpikir inferensial	-	-

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
	Pemroyeksian dan perestrukturisasian hubungan	-	-
	Pembentukan hubungan kuantitatif proporsional	-	-
	Berpikir induktif matematis	-	-
	Berpikir deduktif matematis	-	-
	Berpikir relasional matematis	Subjek R1 mampu mempertimbangkan hubungan antara pecahan yang dinyatakan dengan angka maupun dengan bangun datar yang diarsir	-
	Penjabaran aktivitas matematika melalui kategori kognitif	-	-
<p>Kesimpulan:</p> <p><i>Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek R1 belum memenuhi kriteria level 3 berpikir matematis rigor</i></p>			

Subjek berkemampuan matematika rendah (R1) berada pada level 1 (berpikir kualitatif) berpikir matematis rigor karena telah menggunakan semua fungsi kognitif pada level 1 berpikir matematis rigor sedangkan beberapa

fungsi kognitif level 2 dan 3 berpikir matematis rigor ada yang belum digunakannya.

6. Identifikasi Kemampuan Berpikir Matematis Rigor Subjek R2

Hasil identifikasi kemampuan berpikir matematis rigor subjek R2 dalam memecahkan masalah yang terdapat tes matematika dan wawancara disajikan pada Tabel 5.6.

Tabel 5.6
Kemampuan berpikir matematis rigor subjek R2 dalam menyelesaikan TM

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
<i>Berpikir kualitatif</i>	Pelabelan	Subjek R2 mengarsir bangun datar sesuai dengan besarnya pecahan yang diminta pada soal	-
	Visualisasi	Subjek R2 mengkonstruk gambar bangun datar untuk digunakan dalam menyatakan pecahan	-
	Pembandingan	Subjek R2 mencari makna yang sama dan berbeda dari pecahan yang telah tervisualisasi oleh bangun datar	-
	Pencarian secara sistematis untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi	Subjek R2 mencermati gambar dan soal yang tersaji dengan seksama untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi yang diperlukan dalam menyelesaikan soal	-
	Penggunaan lebih dari satu sumber informasi	-	Subjek R2 mampu bekerja secara mental dengan lebih dari satu konsep selama mengerjakan soal 2 (dalam hal ini mencari KPK dari 4 angka

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
			sekaligus)
	Penyandian	Subjek R2 mencantumkan angka pecahan pada ke-4 bangun datar yang telah dikonstruksinya.	-
	Pemecahan kode	Subjek R2 mampu mengartikan simbol arsiran suatu bangun datar.	-
<p>Kesimpulan :</p> <p><i>Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek R2 telah memenuhi kriteria level 1 berpikir matematis rigor</i></p>			
Berpikir kuantitatif dengan ketelitian	Pengawetan ketetapan	-	-
	Pengukuran ruang dan hubungan spasial	Subjek R2 telah menggunakan referensi internal (yang berasal dari pengetahuan matematika sebelumnya) dan eksternal (yang tampak dari ke-4 bangun datar misalnya arsiran) sebagai panduan untuk menganalisis hubungan keseluruhan bagian pada bangun ke sebagiannya yang menyatakan pecahan.	-
	Analisis	-	-
	Integrasi	-	-

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
	Generalisasi	-	Subjek R2 mampu menyebut (angka) 12 sebagai KPK dari 3, 2, 4, dan 6 tanpa merinci secara khusus.
	Ketelitian	Subjek R2 mampu memutuskan dengan fokus dan tepat dalam menyelesaikan soal.	-
<p>Kesimpulan:</p> <p><i>Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek R2 belum memenuhi kriteria level 2 berpikir matematis rigor</i></p>			
Berpikir relasional abstrak	Pengaktifan pengetahuan matematika sebelumnya	Subjek R2 mampu mengingat kembali, menghimpun, dan menggunakan pengetahuan matematika sebelumnya untuk menyelesaikan soal.	Subjek R2 mampu mengingat kembali, menghimpun, dan menggunakan pengetahuan matematika sebelumnya untuk menyelesaikan soal.
	Penyediaan bukti matematika logis	-	-
	Pengartikulasian (pelafalan) kejadian matematika logis	-	-
	Pendefinisian masalah	Subjek R2 mencermati soal dengan menganalisis dan membaca soal berulang-ulang untuk mengetahui strategi tepat apa yang harus digunakannya	Subjek R2 mencermati soal dengan membaca soal berulang-ulang untuk mengetahui strategi tepat apa yang harus dilakukan

Level fungsi kognitif	Fungsi kognitif	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 1	Kemampuan yang teramati dari pertanyaan TM soal 2
	Berpikir hipotesis	-	-
	Berpikir inferensial	-	-
	Pemroyeksian dan perestrukturisasian hubungan	-	-
	Pembentukan hubungan kuantitatif proporsional	-	-
	Berpikir induktif matematis	-	-
	Berpikir deduktif matematis	-	-
	Berpikir relasional matematis	Subjek R2 mampu mempertimbangkan hubungan antara pecahan yang dinyatakan dengan angka maupun dengan bangun datar yang telah diarsir	-
	Penjabaran aktivitas matematika melalui kategori kognitif	-	-
<p>Kesimpulan:</p> <p><i>Merujuk uraian pada halaman 19 – 21 tentang tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor maka subjek R2 belum memenuhi kriteria level 3 berpikir matematis rigor</i></p>			

Subjek berkemampuan matematika rendah (R2) berada pada level 1 (berpikir kualitatif) berpikir matematis rigor karena telah menggunakan semua fungsi kognitif pada level 1 berpikir matematis rigor sedangkan beberapa fungsi kognitif level 2 dan 3 berpikir matematis rigor ada yang belum digunakannya.

B. Diskusi Hasil Penelitian

Berikut ini adalah kelemahan yang terdapat pada penelitian ini, antara lain: Banyaknya subjek penelitian yang diambil tidak berdasarkan pada perbandingan banyaknya siswa pada kelompok berkemampuan matematika tinggi, sedang, dan rendah. Pada penelitian ini, siswa yang berada pada kelompok berkemampuan matematika tinggi ada 5, banyaknya siswa yang berada pada kelompok berkemampuan matematika sedang ada 33, sedangkan siswa yang berada pada kelompok berkemampuan matematika rendah ada 6 siswa.

Pada penelitian ini, peneliti menyamakan banyaknya subjek yang diambil pada masing-masing kelompok siswa, yaitu sebanyak 2 siswa. Padahal siswa yang berada pada kelompok sedang lebih banyak daripada siswa yang berada pada kelompok tinggi dan rendah.