

**ANALISIS MODEL EPIDEMI SEIR DAN SIMULASI SERANGAN
PANDEMI COVID-19 GELOMBANG KEDUA DI KOTA SURABAYA**

SKRIPSI



**UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A**

Disusun Oleh
FADILAH AKBAR
H72218018

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL
SURABAYA**

2022

PERNYATAAN KEASLIAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini,

Nama : FADILAH AKBAR

NIM : H72218018

Program Studi : Matematika

Angkatan : 2018

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul "ANALISIS MODEL EPIDEMI SEIR DAN SIMULASI SERANGAN PANDEMI COVID-19 GELOMBANG KEDUA DI KOTA SURABAYA". Apabila suatu saat nanti terbukti saya melakukan tindakan plagiat, maka saya bersedia menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian pernyataan keaslian ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 2 Januari 2022

Yang menyatakan,



FADILAH AKBAR

NIM. H72218018

LEMBAR PERSETUJUAN PEMBIMBING

Skripsi oleh

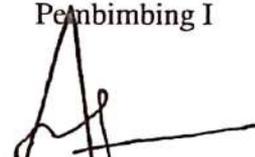
Nama : FADILAH AKBAR

NIM : H72218018

Judul Skripsi : ANALISIS MODEL EPIDEMI SEIR DAN SIMULASI
SERANGAN PANDEMI COVID-19 GELOMBANG
KEDUA DI KOTA SURABAYA

telah diperiksa dan disetujui untuk diujikan.

Pembimbing I


Annad Lubab, M.Si
NIP. 198111182009121003

Pembimbing II


Dr. Abdulloh Hamid, M.Pd
NIP. 198508282014031003

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika
UIN Sunan Ampel Surabaya


Aris Fanani, M.Kom
NIP. 198701272014031002

PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI

Skripsi oleh

Nama : FADILAH AKBAR
NIM : H72218018
Judul Skripsi : ANALISIS MODEL EPIDEMI SEIR DAN SIMULASI
SERANGAN PANDEMI COVID-19 GELOMBANG
KEDUA DI KOTA SURABAYA

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji
pada tanggal 11 Januari 2022

Mengesahkan,
Tim Penguji

Penguji I



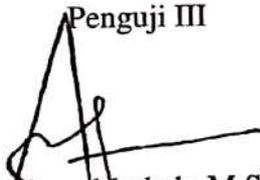
Dr. Moh. Hafiyusholeh, M.Si, M.PMat
NIP. 198002042014031001

Penguji II



Dian Candra Rini Novitasari, M.Kom
NIP. 198511242014032001

Penguji III



Ahmad Lubab, M.Si
NIP. 198111182009121003

Penguji IV



Dr. Abdulloh Hamid, M.Pd
NIP. 198508282014031003



Mengetahui,
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Ampel Surabaya

Prof. Dr. Hj. Evi Fatimatur Rusydiyah, M.Ag
NIP. 197312272005012003



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
PERPUSTAKAAN

Jl. Jend. A. Yani 117 Surabaya 60237 Telp. 031-8431972 Fax.031-8413300
E-Mail: perpus@uinsby.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika UIN Sunan Ampel Surabaya, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : FADILAH AKBAR
NIM : H72218018
Fakultas/Jurusan : SAINS DAN TEKNOLOGI / MATEMATIKA
E-mail address : fadilakbar123@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah :

Skripsi Tesis Desertasi Lain-lain (.....)
yang berjudul :

ANALISIS MODEL EPIDEMI SEIR DAN SIMULASI SERANGAN PANDEMI
COVID-19 GELOMBANG KEDUA DI KOTA SURABAYA

beserta perangkat yang diperlukan (bila ada). Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (database), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di Internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini yang saya buat dengan sebenarnya.

Surabaya,

Penulis

(FADILAH AKBAR)
nama terang dan tanda tangan

ABSTRAK

ANALISIS MODEL EPIDEMI SEIR DAN SIMULASI SERANGAN PANDEMI COVID-19 GELOMBANG KEDUA DI KOTA SURABAYA

Di Indonesia wabah virus menular SARS-CoV-2 atau Covid-19 dimulai ketika akhir bulan Februari 2019 sebagai serangan wabah pertama, dan akhir bulan Juni 2021 merupakan awal dari serangan pandemi Covid-19 gelombang kedua dengan korban sebanyak 3.33 juta jiwa. Kota Surabaya yang pernah menjadi zona hitam dengan kasus tertinggi di Indonesia harus melakukan mitigasi untuk menekan jumlah kasus dan mengontrol keadaan. Untuk melakukan mitigasi itu diperlukan visualisasi keadaan dari kasus ini, salah satu caranya adalah dengan memodelkan dan mensimulasikan wabah pandemi Covid-19 gelombang kedua di Surabaya. Model yang digunakan yaitu model epidemi SEIR, yang kemudian dapat dianalisis kestabilan dari model tersebut, kemudian di simulasikan dengan menggunakan metode numerik *runge-kutta* orde Empat untuk mendapatkan gambaran kondisi Covid-19 yang sedang mewabah di kota Surabaya, lalu dianalisis nilai galatnya untuk mendapatkan tingkat akurasi dengan metode MAPE. Dari penelitian ini diketahui bahwa model epidemi SEIR yang digunakan stabil asimtotik pada setiap titik kesetimbangannya, hasil simulasi menunjukkan durasi wabah Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya akan berlangsung selama 987 hari yang dimulai dari tanggal 14 Mei 2021 hingga 25 Januari 2024, bila seluruh masyarakat mendapatkan vaksin maka wabah akan selesai 523-582 hari lebih cepat, dimana galat yang didapatkan dari simulasi untuk MAPE sebesar $\varepsilon \in [17.15\%, 31.04\%]$.

Kata kunci: Covid-19, SARS-CoV-2, Model Epidemi SEIR, *Runge-Kutta* Orde Empat, Simulasi Numerik

ABSTRACT

ANALYSIS OF THE SEIR EPIDEMIC MODEL AND SIMULATION OF THE SECOND WAVE COVID-19 PANDEMIC ATTACK IN SURABAYA

In Indonesia, the outbreak of the infectious virus SARS-CoV-2 or Covid-19 began at the end of February 2019 as the first outbreak, and the end of June 2021 was the beginning of the second wave of the Covid-19 pandemic with 3.33 million victims. The city of Surabaya, which was once a black zone with the highest cases in Indonesia, must take mitigation measures to reduce the number of cases and control the situation. To carry out this mitigation, it is necessary to visualize the circumstances of this case, one way is by modeling and simulating the second wave of the Covid-19 pandemic outbreak in Surabaya. The model used is the SEIR epidemic model, which can then be analyzed for the stability of the model, then simulated using the fourth-order runge-kutta numerical method to get an overview of the Covid-19 condition that is endemic in the city of Surabaya, then analyzed the error value to get the level of accuracy with MAPE methods. From this research, it is known that the SEIR epidemic model used is asymptotically stable at each equilibrium point, the simulation results show the duration of the second wave of the Covid-19 outbreak in the city of Surabaya will last for 987 days starting from May 14, 2021 to January 25, 2024, if the entire community get the vaccine, the outbreak will end 523-582 days faster, where the errors obtained from the simulation for MAPE are $\varepsilon \in [17.15\%, 31.04\%]$.

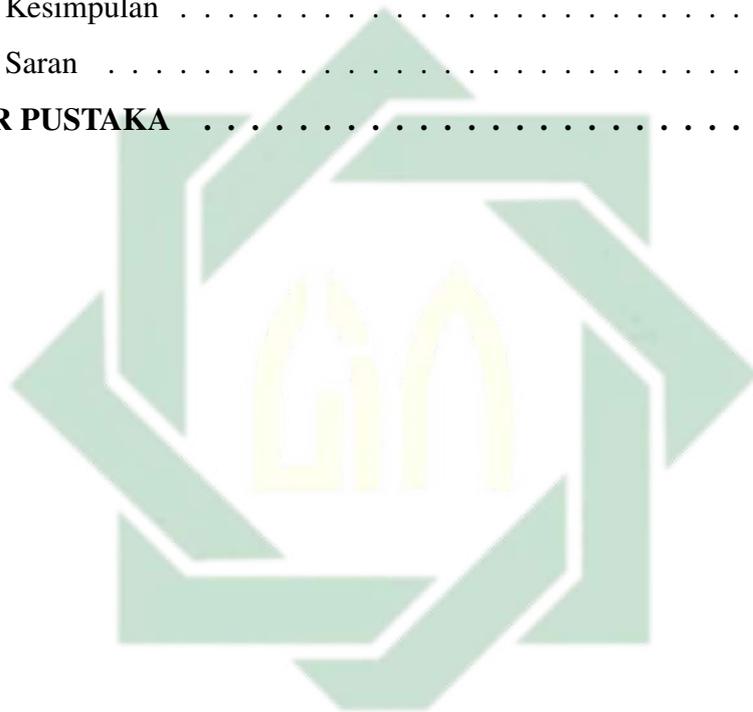
Keywords: Covid-19, SARS-CoV-2, SEIR Epidemic Model, Fourth Order Runge-Kutta, Numerical Simulation

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PERSETUJUAN PEMBIMBING	ii
PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI	iii
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN	iv
MOTTO	v
HALAMAN PERSEMBAHAN	vi
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
ABSTRAK	xiv
ABSTRACT	xv
I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Rumusan Masalah	13
1.3. Tujuan Penelitian	13
1.4. Manfaat Penelitian	14
1.5. Batasan Masalah	14
1.6. Sistematika Penulisan	15
II TINJAUAN PUSTAKA	17
2.1. Model Matematika Epidemi SEIR	17
2.2. Penentuan Parameter Model	20
2.3. Titik Keseimbangan Sistem	21
2.4. Linierisasi Persamaan Differensial	23
2.5. Nilai Eigen Suatu Matriks	26
2.6. Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)	27
2.7. Kriteria <i>Routh-Hurwitz</i>	29

2.8.	<i>Runge-Kutta</i> Orde Empat	30
2.9.	Analisis Galat	33
2.10.	Integrasi Keilmuan	35
2.10.1.	Kesetimbangan Dalam Prespektif Islam	35
2.10.2.	Galat Dalam Prespektif Islam	38
III METODE PENELITIAN		42
3.1.	Jenis Penelitian	42
3.2.	Tahap Persiapan	43
3.2.1.	Identifikasi Masalah	43
3.2.2.	Studi Literatur	44
3.3.	Metode Pengumpulan Data	44
3.4.	Teknik Pengolahan Data dan Analisis Hasil	45
3.4.1.	Pengolahan Data	45
3.4.2.	Analisis Hasil Penelitian	48
IV HASIL DAN PEMBAHASAN		50
4.1.	Deskripsi Data	50
4.2.	Parameter Model	53
4.3.	Titik Kestimbangan Sistem	54
4.3.1.	Titik Kestimbangan Sistem Kondisi Bebas Penyakit	56
4.3.2.	Titik Kestimbangan Sistem Kondisi Endemik	58
4.4.	Bilangan Reproduksi Dasar	61
4.5.	Analisis Kondisi Stabil Sistem	64
4.5.1.	Analisis Kondisi Stabil Lokal Bebas Penyakit	67
4.5.2.	Analisis Kondisi Stabil Lokal Endemik	70
4.6.	Simulasi Dengan <i>Runge-Kutta</i> Orde Empat	74
4.6.1.	Simulasi Kondisi 1	74
4.6.2.	Simulasi Kondisi 2	77
4.6.3.	Simulasi Kondisi 3	80
4.7.	Nilai Galat Dari Model	81
4.8.	Analisis Hasil Simulasi	82

4.9. Integrasi Keilmuan	86
4.9.1. Kajian Keislaman Terkait Hasil Analisis Simulasi	86
4.9.2. Kajian Keislaman Terkait Analisis Keseimbangan dan Kestabilan	89
4.9.3. Kajian Keislaman Terkait Toleransi Galat	94
V PENUTUP	97
5.1. Kesimpulan	97
5.2. Saran	98
DAFTAR PUSTAKA	99



UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A

DAFTAR TABEL

2.1	Penyusunan Polinomial Dalam Tabel	30
2.2	Tingkat Keakuratan Berdasarkan Persentase MAPE	34
4.1	Nilai Parameter	54
4.2	Nilai Awal Setiap Populasi	54
4.3	Tabel Umum <i>Routh-Hurwitz</i> Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit .	69
4.4	Tabel Khusus <i>Routh-Hurwitz</i> Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit .	70
4.5	Tabel Umum <i>Routh-Hurwitz</i> Titik Kesetimbangan Endemik	72
4.6	Tabel Khusus <i>Routh-Hurwitz</i> Titik Kesetimbangan Endemik	73
4.7	Tabel Nilai MAPE	81

UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A

DAFTAR GAMBAR

1.1	Grafik Perkembangan Kasus Perhari	2
1.2	Skema Umum Proses Mutasi Virus	3
1.3	Sebaran Kasus Covid-19 Per-Provinsi Di Indonesia	8
2.1	Diagram Kompartemen Model Epidem SEIR	18
2.2	Diagram Kompartemen Model Epidem SEIR Dengan Penambahan Parameter Vaksin	19
3.1	Skema Alur Penelitian	43
3.2	Sampel Data	45
3.3	Diagram Alur Pengolahan Data	46
4.1	Jumlah Populasi Rentan	50
4.2	Jumlah Populasi Terpapar	51
4.3	Jumlah Populasi Terinfeksi	52
4.4	Jumlah Populasi Sembuh	52
4.5	Hasil Simulasi 1	76
4.6	Hasil Simulasi 2	79
4.7	Hasil Simulasi 3	80
4.8	Perbandingan Populasi Rentan	83
4.9	Perbandingan Populasi Terpapar	84
4.10	Perbandingan Populasi Terinfeksi	85
4.11	Perbandingan Populasi Sembuh	86

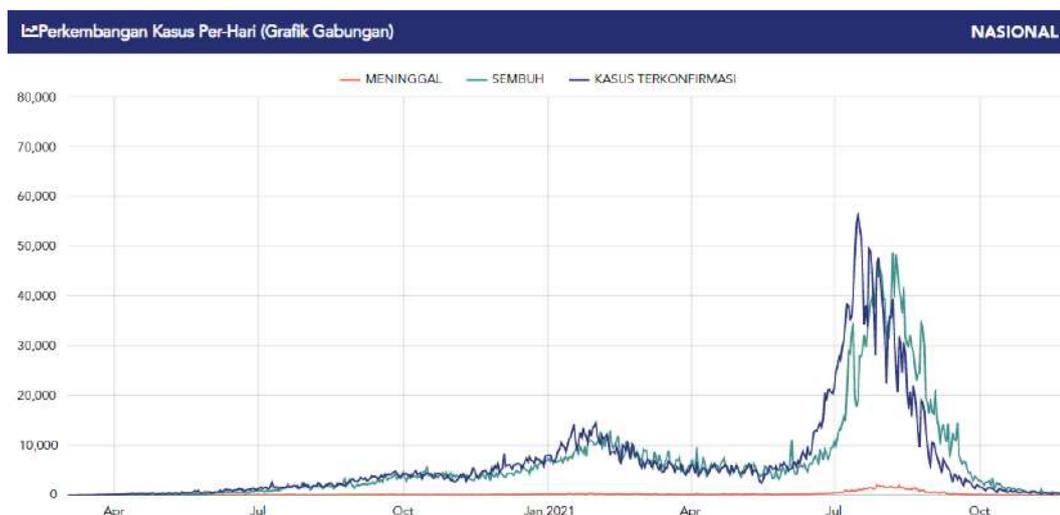
BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Dimulai dengan penyebaran wabah virus menular SARS-CoV-2 atau Covid-19 yang terjadi di Kota Wuhan China pada akhir bulan Desember 2019, kini Covid-19 telah menyebar keseluruh dunia dan menjadi salah satu penyakit paling berbahaya yang menyebabkan korban jiwa lebih dari 5,2 juta orang. Di Indonesia wabah virus Covid-19 dimulai ketika terdapat laporan kasus pertama pada awal bulan Maret 2020, terhitung hingga bulan Desember 2021, pandemi Covid-19 telah berlangsung selama kurang lebih dua tahun (Pratikto, 2020; Tang and Wang, 2020). Serangan pandemi Covid-19 gelombang pertama yang diawali pada bulan Maret 2020, terus naik hingga mencapai puncak kasusnya pada pertengahan Juni 2020, kemudian pada akhir bulan Agustus 2020 kasus mulai melandai turun hingga pada akhir bulan Juni 2021 kasus ini kembali meningkat (Covid-19, 2021; Marwanto, 2021). Peningkatan jumlah kasus pada akhir bulan Juni ini yang menjadi awal dari serangan pandemi Covid-19 gelombang kedua di Indonesia.

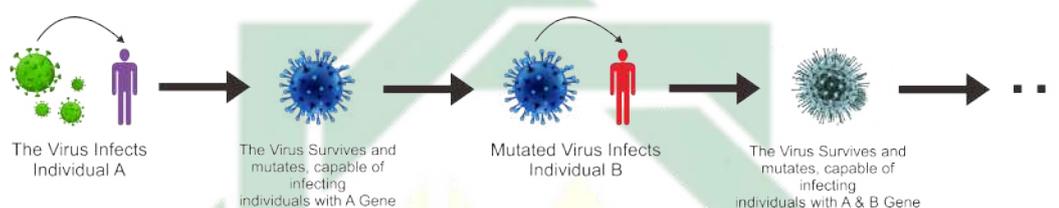
Sementara itu kasus yang dikonfirmasi terdapat sejumlah orang yang positif terpapar dan menderita Covid-19 di Indonesia mencapai 4,26 juta jiwa, di mana kasus penderita yang dinyatakan sembuh sejumlah 2,82 juta jiwa, dan banyaknya korban meninggal sebanyak 144 ribu jiwa.



Gambar 1.1 Grafik Perkembangan Kasus Perhari
(Sumber: <https://covid19.go.id/peta-sebaran>)

Salah satu penyebab utama terjadinya serangan pandemi Covid-19 gelombang kedua adalah kebijakan membuka akses yang telah ditutup selama terjadinya pandemi, sehingga menyebabkan masyarakat menjadi banyak yang keluar rumah dan melakukan banyak aktivitas (Yu et al., 2021). Individu yang satu saling kontak dengan individu yang lainnya tanpa adanya *social distancing* sehingga meningkatkan resiko penularan covid-19, pada dasarnya covid-19 dapat menular kepada individu lain melalui kontak dan jarak seperti penularan penyakit flu akibat virus influenza (Alguliyev et al., 2021; Bertozzi et al., 2020; Yu et al., 2021). Apabila tidak terlalu penting, masyarakat tidak dianjurkan untuk keluar rumah atau bepergian keluar kota untuk tetap menekan tingginya kasus (Hou et al., 2020; Kai et al., 2020). Selain itu, kasus yang sering ditemukan di jalanan umum adalah, masyarakat malas untuk menggunakan masker, bahkan ada yang sudah memakai masker tetapi ditaruh di dagu sehingga tidak ada perlindungan udara yang mereka hirup, walau cukup membuat sulit bernafas, tapi masker merupakan pelindung paling efektif untuk mencegah terjadinya penularan Covid-19.

Dari pemaparan sebelumnya, membuat virus Covid-19 ini menularkan dari beberapa individu ke individu yang lain dengan antibodi dan kekebalan yang berbeda-beda juga, sehingga menyebabkan virus bermutasi dan menjadi lebih kuat. Bila digambarkan secara umum dan garis besarnya, mutasi dari virus Covid-19 ini dijelaskan oleh gambar 1.2 di bawah ini (Benvenuto et al., 2020; Shao et al., 2017).



Gambar 1.2 Skema Umum Proses Mutasi Virus

Apabila dilihat dari skema di atas jika dijabarkan, maka proses bermutasinya virus secara umum adalah virus menginfeksi inang pertama dan memiliki kemampuan untuk melawan antibodi di inang pertama, kemudian virus tersebut menular dan menginfeksi inang kedua dan memiliki kemampuan untuk melawan antibodi dari inang pertama dan kedua, dan seperti itu seterusnya (Moussouni and Aliane, 2021; Parwanto, 2021). Dari proses tersebut lah virus dapat bermutasi dan menjadi lebih kuat menginfeksi seseorang, itulah mengapa salah satu alasan dari terjadinya serangan pandemi Covid-19 gelombang kedua, bahkan pada awalnya virus ini hanya menginfeksi binatang saja, tapi kini bermutasi menjadi lebih kuat hingga mampu menginfeksi ke manusia.

Pada serangan pandemi Covid-19 gelombang pertama, saat berada di kondisi puncaknya di Indonesia, terdapat sejumlah provinsi yang tergolong ke dalam wilayah dengan kondisi penyebaran dan infeksi virus Covid-19 tingkat tinggi. Wilayah yang tergolong dalam tingkat keparahan tinggi adalah DKI

Jakarta, Jawa Timur, Jawa Barat, Banten, dan Jawa Tengah (Abdullah et al., 2021). Salah satunya adalah Provinsi Jawa Timur dengan kasus tertinggi di Indonesia, pusat dari penyebaran virus Covid-19 ini adalah Kota Surabaya, dikarenakan tingginya jumlah kasus dalam tiga bulan, banyaknya korban jiwa, dan masyarakat kurang mematuhi protokol kesehatan, serta tidak menjalankan pembatasan sosial berskala besar (PSBB) sehingga mengakibatkan Kota Surabaya menjadi zona hitam (Sari and Yunita, 2019; Tambunan, 2020). Ketidak patuhan masyarakat terhadap peraturan untuk tidak bepergian kecuali ada kepentingan, serta menerapkan protokol kesehatan yang ditetapkan oleh pemerintah seperti yang telah dibahas sebelumnya, menjadi salah satu faktor utama yang memperparah kondisi wabah Covid-19 di Kota Surabaya ini, perilaku masyarakat ini tidak mencerminkan firman Allah Swt., yang berbunyi:

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا أَطِيعُوا اللَّهَ وَأَطِيعُوا الرَّسُولَ وَأُولِيَ الْأَمْرِ مِنْكُمْ فَإِنْ تَنَازَعْتُمْ فِي شَيْءٍ فَرُدُّوهُ إِلَى اللَّهِ وَالرَّسُولِ إِنْ كُنْتُمْ تُؤْمِنُونَ بِاللَّهِ وَالْيَوْمِ الْآخِرِ ذَلِكَ خَيْرٌ وَأَحْسَنُ تَأْوِيلًا ﴿٥٩﴾

Artinya: “Wahai orang-orang yang beriman, taatilah Allah dan taatilah Rasul (Nabi Muhammad) serta ululamri (pemegang kekuasaan) di antara kamu. Jika kamu berbeda pendapat tentang sesuatu, kembalikanlah kepada Allah (al-Qur’an) dan Rasul (sunahnya) jika kamu beriman kepada Allah dan hari Akhir. Yang demikian itu lebih baik (bagimu) dan lebih bagus akibatnya (di dunia dan di akhirat)” (Q.S. An-Nisa 4:59).

Berdasarkan ayat di atas, sudah wajib bagi kita sebagai umat Islam untuk mengikuti setiap keputusan dan peraturan yang telah ditetapkan oleh ululamri

(pemimpin), bagaimanapun pemerintah pasti menerapkan peraturan dan keputusan dengan tujuan untuk melindungi rakyatnya. Dalam pandangan Islam, PSBB dan segala bentuk dari protokol kesehatan bertujuan untuk menghindari memberikan bahaya bagi orang lain baik itu *dharar* (memberikan bahaya kepada orang lain secara mutlak) ataupun *dhirar* (memberikan bahaya kepada orang lain dengan cara bertentangan) (Silfiah, 2020). Dari kaidah tersebut, wabah Covid-19 lebih rentan menyebar di tempat orang-orang berkumpul dalam jumlah yang banyak tanpa adanya pemberlakuan protokol kesehatan yang memiliki potensi besar untuk menularkan virus. Ayat di atas dapat kita kaitkan dengan sabda Rasulullah Saw., yang berbunyi:

حَدَّثَنَا حَفْصُ بْنُ عُمَرَ حَدَّثَنَا شُعْبَةُ قَالَ أَخْبَرَنِي حَبِيبُ بْنُ أَبِي ثَابِتٍ قَالَ سَمِعْتُ
 إِبْرَاهِيمَ بْنَ سَعْدٍ قَالَ سَمِعْتُ أُسَامَةَ بْنَ زَيْدٍ يُحَدِّثُ سَعْدًا عَنِ النَّبِيِّ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ
 وَسَلَّمَ أَنَّهُ قَالَ إِذَا سَمِعْتُمْ بِالطَّاعُونَ بِأَرْضٍ فَلَا تَدْخُلُوهَا وَإِذَا وَقَعَ بِأَرْضٍ وَأَنْتُمْ بِهَا
 فَلَا تَخْرُجُوا مِنْهَا فَقُلْتُ أَنْتَ سَمِعْتَهُ يُحَدِّثُ سَعْدًا وَلَا يُنْكِرُهُ قَالَ نَعَمْ (رواه
 البخاري)

Artinya: "Telah menceritakan kepada kami Hafsh bin Umar telah menceritakan kepada kami Syu'bah dia berkata; telah mengabarkan kepadaku Habib bin Abu Tsabit dia berkata; saya mendengar Ibrahim bin Sa'd berkata; saya mendengar Usamah bin Zaid bercerita kepada Sa'd dari Nabi *shallallahu 'alaihi wasallam* bahwa beliau bersabda: "Apabila kalian mendengar wabah lepra di suatu negeri, maka janganlah kalian masuk ke dalamnya, namun jika ia menjangkiti suatu negeri, sementara kalian berada di dalamnya, maka janganlah kalian keluar dari

negeri tersebut.” Lalu aku berkata; ”Apakah kamu mendengar Usamah menceritakan hal itu kepada Sa’d, sementara Sa’d tidak mengingkari perkataannya Usamah?” Ibrahim bin Sa’d berkata; ”Benar.””(HR. Bukhari No. 5287).

Berdasarkan hadis tersebut apabila dikaitkan dengan proses penularan penyakit Covid-19, dapat disimpulkan bahwa pada dasarnya selama terjadinya wabah Covid-19 masyarakat dihimbau agar mengurangi atau tidak diperkenankan untuk melakukan aktivitas di luar rumah, terlebih aktivitas tersebut mengharuskan keluar dari wilayah tempat tinggal dan mendatangi wilayah di mana kasus penularan dari wabah Covid-19 pada wilayah tersebut sedang tinggi (Mukharom and Aravik, 2020). Keputusan pemerintah untuk mengurangi aktivitas masyarakat dengan memberlakukan Pembatasan Sosial Berskala Besar (PSBB) dan wajib menggunakan masker sudahlah tepat, mengingat bahwa penularan penyakit Covid-19 rawan terjadi akibat adanya kontak fisik maupun sosial, itu sebabnya sebagai umat Islam wajib hukumnya untuk mematuhi peraturan yang ditetapkan dari pemerintah atau pemimpin.

Dalam hal ini sesuai dengan salah satu *maqashid syariah* menjaga jiwa (*hifz al-nafs*), yang berbunyi (Shodiq, 2020):

تصرف الأئمة على الراعية منوط بالمصلحة
S U R A B A R A

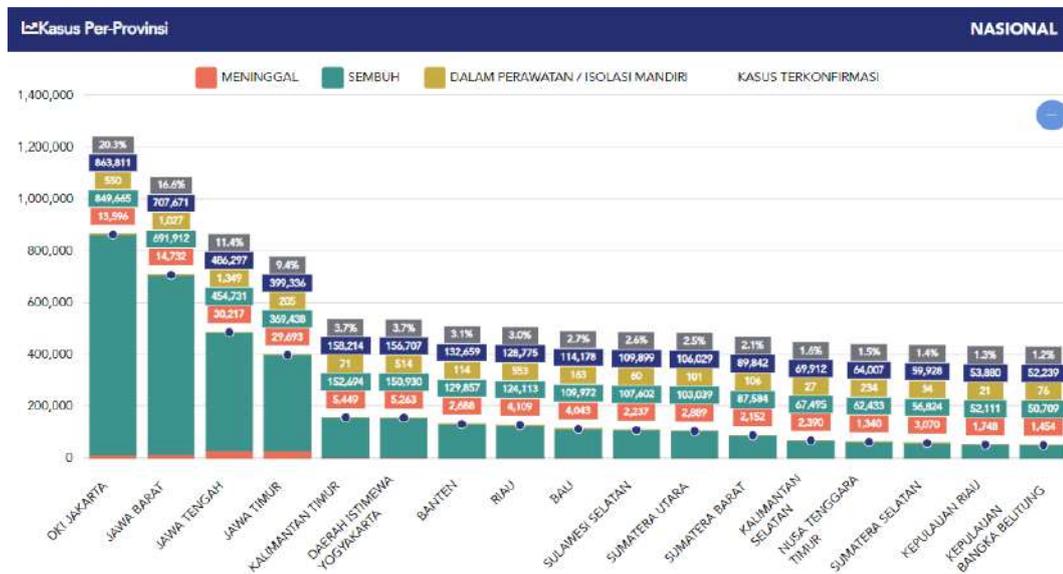
Artinya: “Pendayagunaan atau pengaturan imam (pemimpin) kepada warganya didasarkan atas maslahat”.

Makna yang dapat diambil adalah, segala bentuk pengaturan pemimpin atau orang yang mengurus perkara-peraka kaum Muslimin tidaklah sah secara syara’ jika tidak ditujukan kemaslahatan umum. Apabila pengaturan tersebut bertentangan dengan maslahat maka pengaturan tersebut batal secara hukum

syara'. Sesuatu yang tidak bermanfaat atau merugikan harus di jauhi dan dihilangkan, karena segala bentuk kemud aratan adalah kezaliman yang tidak seharusnya terjadi. Bila kita memberikan kemud aratan bagi orang lain, sama saja kita berbuat zalim kepada orang tersebut. Sama hal nya dengan kita tidak menuruti serta mematuhi peraturan dan kebijakan pemerintah untuk menjalankan protokol kesehatan, maka kita juga berbuat zalim dengan menularkan penyakit Covid-19 (kemud aratan) kepada orang lain (Shodiq, 2020).

Berdasarkan kajian keislam yang dibahas sebelumnya, apabila dikaitkan dengan proses penularan penyakit Covid-19, dapat disimpulkan bahwa pada dasarnya selama terjadinya wabah Covid-19 masyarakat di himbau agar mengurangi atau tidak diperkenankan untuk melakukan aktivitas di luar rumah, terlebih aktivitas tersebut mengharuskan keluar dari wilayah tempat tinggal dan mendatangi wilayah di mana kasus penularan dari wabah Covid-19 pada wilayah tersebut sedang tinggi (Mukharom and Aravik, 2020). Keputusan pemerintah untuk mengurangi aktivitas masyarakat dengan memberlakukan Pembatasan Sosial Berskala Besar (PSBB) dan wajib menggunakan masker sudahlah tepat, mengingat bahwa penularan penyakit Covid-19 rawan terjadi akibat adanya kontak fisik maupun sosial, itu sebabnya sebagai umat Islam wajib hukumnya untuk mematuhi peraturan yang ditetapkan dari pemerintah atau pemimpin.

Walaupun pada serangan pandemi Covid-19 gelombang kedua, Jawa Timur menempati Provinsi dengan kasus tertinggi keempat di Indonesia seperti yang disajikan pada gambar 1.3, tetapi Kota Surabaya tetap menempati urutan Kota dengan kasus tertinggi di Jawa Timur (Covid-19, 2021).



Gambar 1.3 Sebaran Kasus Covid-19 Per-Provinsi Di Indonesia
(Sumber: <https://covid19.go.id/peta-sebaran>)

Hal ini dapat menjadi salah satu alasan yang menarik untuk dikaji tentang model epidemi Pandemi Covid-19 di Surabaya. Adanya kajian ini dapat memberikan masukan dan saran mitigasi untuk menekan kasus Covid-19 sehingga dapat diatur dan direncanakan dengan tepat, agar Kota Surabaya tidak kembali menjadi zona hitam apabila terjadi pandemi Covid-19 gelombang berikutnya. Mendapatkan solusi untuk menanggulangi wabah penyakit Covid-19 ini dapat dimulai dengan mempelajari penelitian atau riset yang telah dilakukan oleh pendahulu, kemudian dapat dikembangkan dengan menambahkan parameter-parameter yang sesuai dengan kondisi dan kebutuhan saat ini (Mahargiani et al., 2021). Umumnya penelitian dibidang matematika yang tepat untuk membahas tentang Covid-19 adalah pemodelan epidemi, terdapat sejumlah penelitian terdahulu yang mengkaji tentang model epidemi covid-19.

Salah satu penelitian yang membahas tentang model epidemi Covid-19 dilakukan oleh Grebemeskel, dkk., penelitian ini juga mengkaji prediksi laju penyebaran wabah Covid-19 kedepannya, di negara Ethiopia dengan menggunakan model epidemi SIRD (Gebremeskel et al., 2021). Durasi (t) yang digunakan pada penelitian ini adalah 92 hari aktual (14 Maret 2020 s/d 12 Juni 2020) dan 58 hari prediksi (13 Juni 2020 s/d 11 Agustus 2020), serta indikator dan parameter utama yang digunakan pada model ini adalah jumlah individu yang rentan, terinfeksi, sembuh, dan meninggal. Penelitian ini menggunakan asumsi tidak terdapat angka kelahiran dan kematian alami, sehingga penelitian terfokus kepada populasi yang sudah ada, simulasi pada penelitian ini menggunakan metode numerik *runge-kutta* orde 4, hasil yang didapatkan menyatakan untuk estimasi jumlah reproduksi dasar (R_0) = 8.45 sehingga terjadi wabah Covid-19 di negara Ethiopia, dan ketika seiring berjalannya waktu hingga 11 Agustus 2020, jumlah dari individu yang rentan akan terus menurun, sedangkan untuk jumlah individu yang terinfeksi, sembuh, dan meninggal akan terus naik. Hasil prediksi didapatkan jumlah individu yang terinfeksi 113.877 orang, individu yang meninggal 1.310 orang, dan individu yang sembuh 13.951 orang, sedangkan untuk mencari *error* pada penelitian ini digunakan *Means Absolute Error* (MAE) dan *Root Means Square Error* (RMSE).

Penelitian terdahulu berikutnya yang membahas tentang model epidemi Covid-19 di negara Canada yang dilakukan oleh Arino dan Portet, penelitian ini mengkaji tentang analisis sensitifitas setiap parameter yang paling berpengaruh terhadap model (Arino and Portet, 2020). Model epidemi yang digunakan adalah SLIAR dengan durasi (t) yang digunakan adalah 250 hari prediksi, serta indikator dan parameter utama yang digunakan pada model ini adalah jumlah individu yang rentan, terinfeksi tanpa gejala, terinfeksi dengan gejala, infeksi simtomatik dan

asimtomatik, dan pengurangan individu (sembuh atau meninggal). Hasil yang diperoleh dari penelitian ini, parameter yang paling berpengaruh dalam model adalah beta (β) dan pi (π), di mana beta adalah laju penularan dan masa inkubasi, sedangkan pi adalah laju penularan tanpa gejala. Metode ANOVA digunakan untuk uji sensitivitas pada setiap parameter pada model SLIAR yang digunakan, hasil dari penelitian ini dapat dijadikan sebagai saran dan masukan untuk penelitian berikutnya agar dapat memasukkan parameter β dan π .

Penelitian terdahulu selanjutnya yang membahas tentang model epidemi Covid-19 di Provinsi Hubei, China dilakukan oleh He, dkk., penelitian ini mengkaji tentang dinamika dari model epidemi SEIR Covid-19, di mana indikator dan parameter utama yang digunakan pada model ini adalah jumlah individu yang rentan, terpapar, terinfeksi, dan sembuh (He et al., 2020). Penelitian ini tidak hanya mengkaji tentang dinamika dari model epidemi SEIR yang digunakan, tetapi juga mengoptimasi model dengan menggunakan *Particle Swarm Optimization* (PSO). Jumlah data yang digunakan sebanyak 36, di mana data yang digunakan pada tanggal 4 Januari 2020 hingga 8 Februari 2020. Nilai *error* pada model yang digunakan, dicari dengan menggunakan *Means Absolute Error* (MAE) dan *Means Square Error* (MSE), didapatkan nilai *error* pada model dan parameter yang digunakan adalah $\varepsilon \in [0.025, 0.0055]$.

Penelitian terdahulu berikutnya yang membahas tentang model epidemi Covid-19 dilakukan oleh Carcione, dkk., penelitian ini mengkaji tentang simulasi model epidemi SEIR deterministik Covid-19 di Provinsi Lambordy, Italia Carcione et al. (2020). Indikator dan parameter utama yang digunakan pada model ini adalah jumlah individu yang rentan, terpapar, terinfeksi, dan sembuh, penelitian ini memperoleh hasil bahwa untuk jumlah populasi individu yang rentan dan yang

sembuh berbanding terbalik, di mana ketika ketika jumlah kasus yang rentan menurun maka jumlah kasus yang sembuh meningkat, hal ini dikarenakan terdapat asumsi bahwa individu yang sudah sembuh tidak akan terinfeksi kembali oleh Covid-19, untuk jumlah kasus terpapar dan terinfeksi berjalan beriringan, selisihnya kecil dan tidak terlalu ekstrim. Simulasi model dilakukan dengan menggunakan metode beda hingga euler skema maju, diperoleh hasil bahwa wabah covid-19 di Provinsi Lambordy hanya terjadi selama 80 hari, dimulai dari tanggal 24 Februari 2020 hingga 13 Mei 2020. Tidak banyak asumsi yang digunakan dalam model penelitian ini, hanya saja pada variabel I terdapat penambahan parameter berupa alfa (α), di mana alfa merupakan tingkat kematian rata-rata yang diakibatkan oleh virus Covid-19.

Penelitian terdahulu selanjutnya yang membahas tentang model epidemi Covid-19 dilakukan oleh Yuan, dkk., penelitian ini mengkaji tentang model epidemi SEIR untuk merekonstruksi dinamika dari transmisi Covid-19 di Kota Nan'an, China (Yuan et al., 2020). Indikator dan parameter utama yang digunakan pada model ini adalah jumlah individu yang rentan, terpapar, terinfeksi, dan sembuh, selain itu juga ditambahkan indikator baru yaitu paparan virus (H) dan kontak terdekat (C), sehingga terbentuk model epidemi baru yaitu HC-SEIR. Hasil yang diperoleh dari model, wabah Covid-19 di Kota Nan'an, China hanya terjadi selama 70 hari, dimulai pada tanggal 14 Januari 2020 hingga 24 Maret 2020. Simulasi yang dihasilkan dari model memiliki *error* yang cukup tinggi, dengan penambahan variabel baru baru H dan C , terbukti simulasi mendekati nilai aktualnya dengan *error* yang lebih kecil, sehingga dengan menambahkan variabel dan parameter baru, cukup efektif dalam memprediksi untuk kedepannya.

Penelitian ini jika bereferensi dari penelitian yang telah dipaparkan sebelumnya, akan mengembangkan dan menambahkan sejumlah konsep ke dalamnya, model yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah model epidemi SEIR. Alasan penggunaan model epidemi SEIR ini, karena didasari oleh model epidemi yang dilakukan oleh (Carcione et al., 2020) yaitu SEIR, yang penulis kembangkan dengan menambahkan parameter efektifitas vaksin v , kemudian model epidemi SEIR ini visualisasinya mendekati pola penyebaran wabah Covid-19 di Kota Surabaya. Penambahan parameter efektifitas vaksin dikarenakan vaksin adalah salah satu metode untuk memberikan dampak kekebalan imun, sehingga mampu menyembuhkan diri tanpa terinfeksi. Selain itu pada awal bulan Juli, Kota Surabaya telah memulai program vaksinasi untuk umum, sehingga akan memberikan dampak berkurangnya proses penyebaran virus (Surabaya, 2021).

Dikarenakan model epidemi SEIR yang dimiliki masih berbentuk persamaan matematika, untuk mendapatkan visualisasi dari pola penyebaran wabah Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya, diperlukan suatu metode yang dapat mensimulasikan model yang dimiliki. Metode simulasi yang akan digunakan pada penelitian ini menggunakan metode numerik *runge-kutta* orde empat, berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Hurit yang membandingkan tiga metode numerik untuk simulasi model epidemi SEIR. Dari Metode yang digunakan yaitu metode Euler, metode Heun, dan metode *runge-kutta* Orde empat, didapatkan bahwa hasil simulasi dengan menggunakan metode *runge-kutta* orde empat lebih mendekati nilai aktualnya dan memiliki sedikit galat, sehingga hasil yang didapatkan lebih akurat daripada metode lainnya (uron Hurit, 2020). Untuk mencari nilai galat pada penelitian ini akan digunakan dua metode yaitu metode *Means Absolute Percentage Error* (MAPE), metode mencari nilai galat ini juga

digunakan dalam penelitian yang dilakukan oleh Gebremeskel, dkk., dan He, dkk., (Gebremeskel et al., 2021; He et al., 2020).

Diharapkan hasil yang didapatkan dari penelitian ini, dapat memberikan simulasi terhadap kondisi dari wabah pandemi Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya. Gagasan atau saran mitigasi seperti apa yang tepat untuk dilakukan guna menekan jumlah kasus dan mengendalikan wabah ini agar segera berakhir.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijabarkan sebelumnya, maka pada penelitian ini rumusan masalah yang akan dibahas adalah:

1. Bagaimana analisis kestabilan dari model SEIR dalam kasus wabah serangan pandemi Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya ?
2. Bagaimana interpretasi model SEIR dalam kasus wabah serangan pandemi Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya berdasarkan hasil simulasi ?
3. Bagaimana validasi pada model SEIR dalam kasus wabah serangan pandemi Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya ?

1.3. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini, maka tujuan dari dilakukannya penelitian adalah:

1. Untuk mengetahui analisis kestabilan dari model SEIR dalam kasus wabah serangan pandemi Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya.

2. Untuk menginterpretasi model SEIR dalam kasus wabah serangan pandemi Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya berdasarkan hasil simulasi.
3. Untuk mengetahui validasi pada model SEIR dalam kasus wabah serangan pandemi Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya.

1.4. Manfaat Penelitian

Pada penelitian yang dilakukan, diharapkan mampu memberikan manfaat bagi berbagai bidang, seperti:

1. Bagi penulis diharapkan mampu mengetahui, menelaah, memahami, dan menganalisis suatu model matematika terutama dalam kasus model SEIR dalam kasus wabah serangan pandemi Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya.
2. Bagi Pembaca dapat dijadikan sebagai sumber referensi, informasi, dan motivasi dalam pengembangan model yang digunakan serta penerapannya dalam bidang matematika maupun bidang lainnya yang berkaitan.

1.5. Batasan Masalah

Pada penelitian ini, penulis memberikan batasan-batasan permasalahan yang diterapkan dengan tujuan agar pembahasan yang dilakukan tidak terlalu meluas. Berikut di bawah ini merupakan batasan permasalahan yang digunakan yaitu:

1. Analisis model yang dikaji dalam penelitian terdiri dari titik kesetimbangan, nilai eigen, kestabilan pada setiap titik kesetimbangan, dan simulasi dari model SEIR yang digunakan.

2. Individu yang sudah pernah terinfeksi Covid-19 dan sembuh, masih dapat kembali rentan untuk terpapar dan terinfeksi virus penyebab Covid-19.
3. Efektifitas vaksin yang digunakan ada dua jenis untuk dimasukkan ke dalam parameter, yaitu efektifitas penggunaan vaksin Sinovac dan vaksin AstraZeneca. Kedua parameter ini akan dimasukkan ke dalam simulasi untuk dijadikan sebagai perbandingan.
4. Durasi waktu (t) yang digunakan tidak dapat ditentukan, iterasi akan berhenti ketika S konstan atau tidak terjadi kenaikan atau penurunan pada populasinya, dengan kelajuannya (Δt) adalah 1 hari.

1.6. Sistematika Penulisan

Penggunaan sistematika penulisan yang diadaptasi dalam penulisan skripsi ini terdiri atas lima bab, pada masing-masing bab kemudian dipastisi ke dalam sejumlah subbab sebagai berikut:

1. Bab 1

Pada bab ini akan dijelaskan sumber permasalahan yang kemudian diadaptasi menjadi latar belakang penelitian. Tidak hanya latar belakang saja, tetapi penulis juga mendeskripsikan tentang rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah yang digunakan dalam penelitian ini.

2. Bab 2

Pada bab ini akan dijelaskan tentang tinjauan pustaka terkait teori dan kajian literatur yang dapat digunakan untuk menjalankan penelitian ini dan mengolah data yang diperoleh. Dalam bab ini akan di dijelaskan kajian teori tentang model epidemi SEIR, penentuan parameter model, linearisasi

persamaan differensial, titik kesetimbangan sistem, kestabilan *Routh-hurwitz*, *runge-kutta* orde 4, validasi model, dan integrasi keilmuan.

3. Bab 3

Pada bab ini akan dijelaskan metode apa saja yang digunakan dalam menjalankan dan menyelesaikan penelitian ini, berisikan tahap-tahap yang digunakan untuk mengolah data dan penggunaan aplikasi yang digunakan untuk membantu dalam memecahkan masalah yang terkendala akibat lamanya durasi yang dibutuhkan apabila dikerjakan secara manual.

4. Bab 4

Pada bab ini akan berisikan hasil penelitian dan pembahasan, di mana terdapat analisis titik kesetimbangan, analisis kestabilan, implementasi metode numerik *runge-kutta* orde 4, menjalankan simulasi, dan menghitung nilai galat dari model untuk mendapatkan tingkat akurasi hasil yang diperoleh.

5. Bab 5

Pada bab ini berisikan tentang kesimpulan berdasarkan analisis hasil yang telah diperoleh pada bab sebelumnya, meringkas dan menjawab rumusan masalah yang ada. Kemudian memberikan saran terkait permasalahan model epidemi pada wabah penyakit Covid-19.

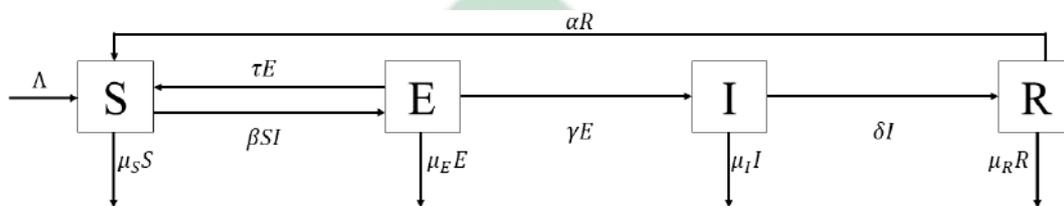
BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Model Matematika Epidemi SEIR

Pada umumnya, model epidemi memiliki banyak persamaan matematika yang dapat digunakan. Beberapa contoh dari model epidemi adalah SIR (*Susceptible, Infected, Recovery*), SEIR (*Susceptible, Exposed, Infected, Recovery*), SIRD (*Susceptible, Infected, Recovery, Death*), SEIRU (*Susceptible, Exposed, Infected, Recovery, Unreported*), SEIQR (*Susceptible, Exposed, Infected, Quarantine, Recovery*), SCIRA (*Susceptible, Carrier, Recovery, asymptomatic*), SEIHR (*Susceptible, Exposed, Infected, Hospitalized, Recovery*), dan masih banyak lagi (Xiang et al., 2021). Model-model tersebut untuk penggunaannya bersifat fleksibel atau bergantung kepada peneliti sendiri untuk menggunakan persamaan yang diinginkan. Penggunaannya pun biasanya disesuaikan dengan kebutuhan, atau juga disesuaikan dengan data yang didapat atau diperoleh, selain itu dari model-model yang sudah dipaparkan sebelumnya, dapat dikombinasikan atau dimodifikasi sesuai dengan kebutuhan dari peneliti sendiri. Hal ini bertujuan untuk memperbaiki parameter yang kurang sesuai, parameter yang belum terduga, atau kesalahan yang terjadi akibat model yang sederhana, sehingga memberikan hasil atau visualisasi yang kurang valid serta kurang akurat (De-Camino-Beck, 2020).

Model epidemi SEIR yang akan digunakan dalam penelitian ini disusun dan dirancang berdasarkan berbagai referensi seperti (Akindeinde et al., 2021; Ala'raj et al., 2021; Campillo-Funollet et al., 2021; Carcione et al., 2020; Arifin et al., 2021; He et al., 2020). Parameter yang dapat mempengaruhi laju epidemi wabah covid-19, kemudian dimasukkan ke dalam persamaan yang direpresentasikan dengan diagram kompartemen sebagai berikut:



Gambar 2.1 Diagram Kompartemen Model Epidemi SEIR

Berdasarkan diagram kompartemen 2.1, dapat diketahui untuk alur proses pandemi wabah covid-19 berdasarkan model epidemi SEIR, yang kemudian apabila disusun ke dalam persamaan akan berbentuk sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 \frac{dS(t)}{dt} &= \Lambda + \alpha R(t) + \tau E(t) - (\beta I(t) + \mu_S) S(t) \\
 \frac{dE(t)}{dt} &= \beta S(t) I(t) - (\gamma + \tau + \mu_E) E(t) \\
 \frac{dI(t)}{dt} &= \gamma E(t) - (\delta + \mu_I) I(t) \\
 \frac{dR(t)}{dt} &= \delta I(t) - (\alpha + \mu_R) R(t)
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Di mana:

$S(t)$: Jumlah populasi manusia yang rentan tertular terhadap waktu.

$E(t)$: Jumlah populasi manusia yang terpapar terhadap waktu.

$I(t)$: Jumlah populasi manusia yang terinfeksi terhadap waktu.

$R(t)$: Jumlah populasi manusia yang sembuh dari infeksi terhadap waktu.

α : Laju individu kembali rentan terpapar setelah sembuh.

β : Laju individu yang rentan terpapar Covid-19.

τ : Laju individu yang hanya terpapar tidak terinfeksi

γ : Laju individu yang terpapar menjadi infeksi.

δ : Laju individu sembuh dari infeksi Covid-19.

Λ : Laju Kelahiran alami.

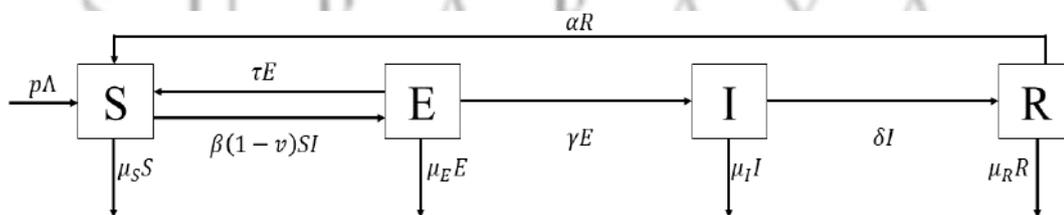
μ_S : Laju kematian alami dari individu rentan.

μ_E : Laju kematian alami dari individu terpapar.

μ_I : Laju kematian yang disebabkan oleh virus.

μ_R : Laju kematian alami dari individu sembuh.

Model dasar epidemi SEIR yang telah dibentuk sebelumnya pada diagram 2.1, kemudian dimodifikasi dengan menambahkan parameter baru yaitu $(1 - v)$ di mana v adalah efektifitas vaksin. Parameter $(1 - v)$ ini diletakkan pada kelajuan perpindahan S ke E sebagai pengurangan atas parameter β . Terdapat dua vaksin yang mayoritas digunakan oleh masyarakat Kota Surabaya, yaitu vaksin Sinovac dan AstraZeneca. Masing-masing vaksin memiliki efektifitas yang berbeda, yaitu 50,1% untuk vaksin Sinovac dan 62,1% untuk vaksin AstraZeneca (BPOM, 2021b,a). Berikut adalah model epidemi SEIR pada persamaan (2.1) yang telah dimodifikasi:



Gambar 2.2 Diagram Kompartemen Model Epidemi SEIR Dengan Penambahan Parameter Vaksin

Berdasarkan diagram kompartemen 2.2, diketahui terdapat perbedaan kelajuan perpindahan S ke E yang awalnya hanya β menjadi $\beta(1 - v)$ dengan $0 \leq v \leq 1$,

hal ini dikarenakan vaksin memberikan kekebalan imun kepada populasi yang rentan terpapar sehingga tidak mudah terinfeksi, sehingga laju perpindahan populasi dari S ke E akan berkurang. Diagram kompartemen 2.2 apabila disusun ke dalam persamaan akan berbentuk seperti persamaan (2.2) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS(t)}{dt} &= p\Lambda + \alpha R(t) + \tau E(t) - (\beta(1-v)I(t) + \mu_S)S(t) \\
 \frac{dE(t)}{dt} &= \beta(1-v)S(t)I(t) - (\gamma + \tau + \mu_E)E(t) \\
 \frac{dI(t)}{dt} &= \gamma E(t) - (\delta + \mu_I)I(t) \\
 \frac{dR(t)}{dt} &= \delta I(t) - (\alpha + \mu_R)R(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

Di mana:

v : Efektifitas dari vaksin.

p : Persentase jumlah individu yang divaksin.

Setelah persamaan dari model epidemi SEIR telah dibentuk, maka model telah siap digunakan untuk mencari titik kesetimbangan sistem, analisis kestabilan dari model, Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) dan simulasi penyebaran serangan wabah Covid-19 gelombang kedua di kota Surabaya.

2.2. Penentuan Parameter Model

Dalam penelitian ini, untuk mencari nilai parameter mengikuti metode penelitian yang dilakukan oleh Ekadry (2013), parameter yang digunakan untuk model epidemi SEIR dalam kasus serangan pandemi covid-19 gelombang kedua di kota surabaya, sejatinya mengadaptasi dari rumus-rumus pada kajian epidemiologi dalam menghitung laju dan rasio, berikut ini adalah rumus untuk mendapatkan parameter model:

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{\text{Rata - Rata Individu Sembuh}}{\text{Rata - Rata Individu Rentan}} \\
\beta &= \frac{\text{Rata - Rata Individu Terpapar}}{\text{Rata - Rata Individu Rentan}} \\
\tau &= \frac{\text{Rata - Rata Individu Terpapar Discarded}}{\text{Rata - Rata Individu Terpapar}} \\
\gamma &= \frac{\text{Rata - Rata Individu Terinfeksi}}{\text{Rata - Rata Individu Terpapar}} \\
\delta &= \frac{\text{Rata - Rata Individu Sembuh}}{\text{Rata - Rata Individu Terinfeksi}} \\
\Lambda &= \frac{(\sum \text{Kelahiran} - \sum \text{Kematian}) + (\sum \text{Imigran} - \sum \text{Emigran})}{\sum \text{Penduduk Wilayah}} \\
\mu_S &= \frac{\text{Rata - Rata Individu Rentan Meninggal}}{\text{Rata - Rata Individu Rentan}} \\
\mu_E &= \frac{\text{Rata - Rata Individu Terpapar Meninggal}}{\text{Rata - Rata Individu Terpapar}} \\
\mu_I &= \frac{\text{Rata - Rata Individu Terinfeksi Meninggal}}{\text{Rata - Rata Individu Terinfeksi}} \\
\mu_R &= \frac{\text{Rata - Rata Individu Sembuh Meninggal}}{\text{Rata - Rata Individu Sembuh}} \\
v &= \text{Efektifitas Vaksin}
\end{aligned}
\tag{2.3}$$

2.3. Titik Keseimbangan Sistem

Sistem pada model epidemi merupakan salah satu sistem dinamik yaitu suatu permasalahan nyata yang dimodelkan dalam bentuk matematis dengan persamaan diferensial yang memuat parameter-parameter yang saling berhubungan. Perubahan dari nilai parameter-parameter tersebut menyebabkan kestabilan dari titik keseimbangan juga berubah. Titik keseimbangan adalah titik ketika di mana sistem tidak mengalami perubahan terhadap waktu t (Siddik, 2017).

Perhatikan sistem persamaan diferensial berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n, t) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, t)\end{aligned}\tag{2.4}$$

Sistem persamaan tersebut merupakan fungsi umum dari x_n dan waktu t . Sistem tersebut dapat disederhanakan sebagai berikut (Siddik, 2017).

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n,) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n,) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n,)\end{aligned}\tag{2.5}$$

Karena titik dikatakan setimbang jika tidak terjadi perubahan dalam sistem atau $\frac{dx_n}{dt} = 0$ (Alydrus, 2015). Sehingga dapat dikatakan, sebuah titik (\bar{x}_0, \bar{y}_0) merupakan titik kesetimbangan dari persamaan (2.4) jika (Siddik, 2017):

$$\begin{aligned}f_1(x_1, x_2, \dots, x_n,) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n,) &= 0 \\ &\vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n,) &= 0\end{aligned}\tag{2.6}$$

Karena turunan dari konstanta adalah nol (0), maka diperoleh fungsi konstan penyelesaian kesetimbangan dari persamaan (2.4) untuk semua t sebagai berikut: (Alydrus, 2015).

$$x(t) \equiv \bar{x}_0 \text{ dan } y(t) \equiv \bar{y}_0 \quad (2.7)$$

2.4. Linierisasi Persamaan Differensial

Persamaan dari model epidemi SEIR ini merupakan persamaan differensial non-linier, sehingga untuk menggunakan persamaan ini perlu untuk dilakukan pelinieran terlebih dahulu. Linierisasi merupakan proses transformasi persamaan non-linier menjadi persamaan linier dengan pendekatan untuk membantu pemahaman persamaan diferensial non-linier. Berikut merupakan contoh persamaan non-linier $f(x, y)$ dan $g(x, y)$ (Halimah, 2018):

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \alpha_n x^n \beta_m y^m + \alpha_{n-1} x^{n-1} \beta_{m-1} y^{m-1} + \alpha_{n-2} x^{n-2} \beta_{m-2} y^{m-2} + \dots \\ &\quad + \alpha_2 x + \beta_2 y + \alpha_1 + \beta_1 \\ g(x, y) &= \gamma_n x^n \delta_m y^m + \gamma_{n-1} x^{n-1} \delta_{m-1} y^{m-1} + \gamma_{n-2} x^{n-2} \delta_{m-2} y^{m-2} + \dots \\ &\quad + \gamma_2 x + \delta_2 y + \gamma_1 + \delta_1 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Konsep dasar dari proses linierisasi persamaan differensial non-linier adalah deret Taylor, deret Taylor berperan dalam melinierkan persamaan differensial yang non-linier dengan orde tinggi agar menjadi persamaan differensial yang linier. Penggunaan deret Taylor ini memudahkan peneliti untuk memantau perilaku sistem suatu model di sekitar titik kesetimbangan, dalam kasus pemodelan matematika, persamaan merupakan pengatur dari sistem model. Persamaan pengatur sistem yang linier akan menghasilkan akurasi yang lebih tinggi dan stabil, jika dibandingkan dengan persamaan pengatur model yang non-linier.

Berikut dibawah ini adalah bentuk umum dari deret Taylor (Salmah, 2020):

$$f(x) = f(x_0) + \frac{h}{1!} f'(x_0) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0) + \dots + \frac{h}{m!} f^{(m)}(x_0) + \dots \quad (2.9)$$

Langkah berikutnya, proses linierisasi dengan mencari terhadap titik kesetimbangan (x^*, y^*) , maka pada sistem persamaan linier $f(x^*, y^*) = 0$ dan $g(x^*, y^*) = 0$ dengan aproksimasi deret Taylor, persamaan (2.8) dapat dilinierkan sedemikian hingga didapatkan hasil sebagai berikut (Halimah, 2018):

$$\begin{aligned} \frac{df(x, y)}{dt} &\approx f(x^*, y^*) + f_x(x^*, y^*)(x - x^*) + f_y(x^*, y^*)(y - y^*) + \\ &\quad f_{xx}(x^*, y^*)(x - x^*) + f_{yy}(x^*, y^*)(y - y^*) + \dots \\ &\quad f_{x^n}(x^*, y^*)(x - x^*) + f_{y^m}(x^*, y^*)(y - y^*) \\ \frac{dg(x, y)}{dt} &\approx g(x^*, y^*) + g_x(x^*, y^*)(x - x^*) + g_y(x^*, y^*)(y - y^*) + \\ &\quad g_{xx}(x^*, y^*)(x - x^*) + g_{yy}(x^*, y^*)(y - y^*) + \dots \\ &\quad g_{x^n}(x^*, y^*)(x - x^*) + g_{y^m}(x^*, y^*)(y - y^*) \end{aligned} \quad (2.10)$$

kemudian dari persamaan (2.10) dapat dituliskan kembali dalam bentuk sebagai berikut (Halimah, 2018):

$$\begin{aligned} \frac{df(x, y)}{dt} &= f_x(x^*, y^*)(x - x^*) + f_y(x^*, y^*)(y - y^*) + \\ &\quad f_{xx}(x^*, y^*)(x - x^*) + f_{yy}(x^*, y^*)(y - y^*) + \dots \\ &\quad f_{x^n}(x^*, y^*)(x - x^*) + f_{y^m}(x^*, y^*)(y - y^*) \\ \frac{dg(x, y)}{dt} &= g_x(x^*, y^*)(x - x^*) + g_y(x^*, y^*)(y - y^*) + \\ &\quad g_{xx}(x^*, y^*)(x - x^*) + g_{yy}(x^*, y^*)(y - y^*) + \dots \\ &\quad g_{x^n}(x^*, y^*)(x - x^*) + g_{y^m}(x^*, y^*)(y - y^*) \end{aligned} \quad (2.11)$$

berdasarkan dari pergantian dari titik kesetimbangan yang dilakukan untuk persamaan orde pertama, yaitu $(x - x^*) = u$ dan $(y - y^*) = v$. Karena x_0 dan y_0 konstan, maka Persamaan (2.11) dapat dituliskan menjadi:

$$\begin{aligned}\frac{df(u, v)}{dt} &= au + bv \\ \frac{dg(u, v)}{dt} &= cu + dv\end{aligned}$$

persamaan di atas adalah sistem persamaan linier homogen, di mana a, b, c, d konstan, sedemikian hingga $a = f_x(\text{linier})(x^*, y^*)$, $b = f_y(\text{linier})(x^*, y^*)$, $c = g_x(\text{linier})(x^*, y^*)$, dan $d = g_y(\text{linier})(x^*, y^*)$, maka persamaan dapat dituliskan ke dalam bentuk sebagai berikut (Afifah, 2015):

$$\begin{bmatrix} \frac{df(u, v)}{dt} \\ \frac{dg(u, v)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x(\text{linier})(x^*, y^*) & f_y(\text{linier})(x^*, y^*) \\ g_x(\text{linier})(x^*, y^*) & g_y(\text{linier})(x^*, y^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

di mana matriks yang setiap elemennya beranggotakan turunan pertama dinamakan sebagai matriks jacobii yang dituliskan sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{df}{dx} & \frac{df}{dy} \\ \frac{dg}{dx} & \frac{dg}{dy} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

pada titik kesetimbangan $x = x_0$ dan $y = y_0$, sebuah matriks perlu untuk dievaluasi dengan matriks jacobii. Matriks pergantian dari titik kesetimbangan adalah sebagai berikut:

$$m = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix}$$

sedemikian hingga matriks m dapat dibentuk menjadi $\frac{dm}{dt} = Bm$ di mana B adalah matriks konstan yang didapatkan dari hasil evaluasi matriks jacobii pada titik

kesetimbangan, yaitu:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{df}{dx} & \frac{df}{dy} \\ \frac{dg}{dx} & \frac{dg}{dy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Setelah didapatkan matriks B, di mana matriks B adalah persamaan $f(x, y)$ dan $g(x, y)$ yang sudah berbentuk linier, langkah selanjutnya yaitu mencari nilai eigen dari matriks B tersebut sebagai dasar dari kajian bilangan reproduksi dasar dan kondisi kestabilan.

2.5. Nilai Eigen Suatu Matriks

Jika B merupakan matriks berukuran $n \times n$, terdapat bukan vektor nol u dalam R^n yang dinamakan vektor eigen dari B , berlaku ketika (Anton and Rorres, 2014):

$$Bu = \lambda u \quad (2.15)$$

Di mana λ dikatakan sebagai nilai eigen serta u merupakan vektor eigen yang bertepatan dengan λ . Matriks B kemudian akan dicari nilai eigennya dengan menggunakan persamaan berikut:

$$Bu - \lambda u = 0 \quad (2.16)$$

$$(B - \lambda I) u = 0$$

Matriks identitas dinotasikan dengan I , maka persamaan (2.16) akan mempunyai penyelesaian non-trivial, jika dan hanya jika determinan dari persamaan (2.16) adalah nol, persamaan dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\det (B - \lambda I) u = 0 \quad (2.17)$$

Persamaan karakteristik dari Persamaan (2.17) bisa ditulis sebagai berikut:

$$\det(B - \lambda I) u = a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + a_2 \lambda^{n-2} + \dots + a_n = 0 \quad (2.18)$$

Dari persamaan (2.18), akan diperoleh nilai eigen $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3,$ dan λ_4 . kemudian seluruh nilai lambda tersebut akan digunakan untuk mencari nilai reproduksi dasar, serta kondisi kestabilan disetiap titik kesetimbangan.

2.6. Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

R_0 atau yang umumnya dikenal sebagai notasi dari Bilangan reproduksi dasar, merupakan banyaknya rata-rata populasi individu rentan yang bisa secara langsung terinfeksi oleh individu lain yang terinfeksi, hal ini diakibatkan oleh adanya individu terinfeksi yang masuk ke dalam populasi individu rentan (Berhe et al., 2019). Untuk mendapatkan bilangan reproduksi dasar, dapat menggunakan metode matriks *next generation* yang didapatkan dari sampel populasi yang didalamnya terdapat individu terinfeksi. Pertama kali yang perlu dilakukan adalah melinierkan persamaan sampel populasi dari individu terinfeksi yang dapat dituliskan dalam persamaan berikut (Ndairou et al., 2020).

$$\frac{dx}{dt} = (F - V) x \quad (2.19)$$

Di mana $F = \frac{\partial \varphi_i}{\partial u_j}(x_0, y_0)$ dan $V = \frac{\partial \psi_i}{\partial u_j}(x_0, y_0)$, dengan x dinyatakan sebagai sampel populasi individu terinfeksi, serta y dinyatakan sebagai sampel populasi individu tidak terinfeksi, sedangkan F adalah laju individu terinfeksi pada kelas j yang mengakibatkan infeksi baru pada kelas i dan V , yang merupakan laju perpindahan individu pada kelas i (Fatmawati et al., 2020). Matriks *next*

generation dapat dibentuk ke dalam persamaan sebagai berikut:

$$K = FV^{-1} \quad (2.20)$$

V^{-1} adalah rata-rata waktu hidup individu pada kelas j , maka K adalah nilai harapan individu terinfeksi baru pada kelas i yang diakibatkan oleh masuknya individu terinfeksi ke dalam kelas k . Bilangan reproduksi dasar R_0 adalah nilai eigen dominan atau positif terbesar ($\rho(k)$) dari matriks K , sedemikian sehingga R_0 dapat dituliskan sebagai berikut (Dwomoh et al., 2021):

$$R_0 = \rho(K) \quad (2.21)$$

Matriks K membentuk persamaan karakteristik yang digunakan untuk menentukan nilai eigen dari matriks K sebagai berikut (Resmawan and Yahya, 2020):

$$\det (K - \lambda I) u = 0 \quad (2.22)$$

Persamaan di atas akan didapatkan nilai eigen dengan nilai positif terbesar dari matriks K sebagai berikut:

$$R_0 = \max (\lambda_i), \quad i = 1, 2, \dots \quad (2.23)$$

Perkiraan kondisi berdasarkan bilangan reproduksi yang didapatkan ada dua kemungkinan, kedua kemungkinan yang ada dapat dijabarkan sebagai berikut (Resmawan and Yahya, 2020):

1. Ketika $R_0 < 1$, maka jumlah individu terinfeksi akan menurun sehingga penyakit akan menghilang. Pada kondisi ini sistem membentuk

kesetimbangan bebas penyakit yang stabil.

2. Ketika $R_0 > 1$, maka jumlah individu terinfeksi akan meningkat sehingga penyakit mewabah atau menjadi endemik. Pada kondisi ini sistem membentuk kesetimbangan bebas penyakit yang stabil. Kemungkinan lainnya adalah pada kondisi ini, sistem membentuk kesetimbangan endemik yang stabil ataupun tidak stabil.

2.7. Kriteria *Routh-Hurwitz*

Nilai khusus dari sebuah matriks A merupakan akar khusus dari polinomial:

$$p(s) = \det(B - \lambda I) u = a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0 \quad (2.24)$$

Dengan $a_n = 1$, tanpa memperhitungkan akar-akar dari polinomial, dengan koefisien a_i kriteria kestabilan *Routh-Hurwitz* dapat digunakan guna memeriksa secara real kestabilan dari suatu sistem (Ma and Guo, 2016). Cara yang dapat digunakan adalah dengan menyusun ke dalam tabel kemudian menggunakan sebuah aturan hitung dari koefisien a_i . Dari hasil perhitungan tersebut, dapat diketahui bahwa dari polinomial yang diberikan oleh persamaan (2.24) apakah semua akar bagian realnya akan bernilai negatif (Erawaty et al., 2019).

Selanjutnya, untuk memeriksa apakah seluruh akar-akar bagian real dari polinomial pada persamaan (2.24) bernilai negatif, akan dipaparkan sebuah algoritma dengan beberapa kasus agar dapat lebih mudah difahami. Berdasarkan analisis matematis cukup rumit untuk mengoperasikan kriteria kestabilan *Routh-Hurwitz* (Hasnawati et al., 2017). Diberikan polinomial sebagai berikut:

$$q(s) = a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_{n-1} \lambda + a_n, \quad a_n \neq 0 \quad (2.25)$$

Selanjutnya disusun ke dalam bentuk tabel sebagai berikut: Dengan cara rekursif,

Tabel 2.1 Penyusunan Polinomial Dalam Tabel

λ^n	a_0	a_2	a_4	\cdots	a_{2n}
λ^{n-1}	a_1	a_3	a_5	\cdots	a_{2n+1}
λ^{n-2}	b_1	b_2	b_3	\cdots	b_n
λ^{n-3}	c_1	c_2	c_3	\cdots	c_n
\vdots	\vdots	\ddots			\vdots
λ^0	q	\cdots			q_n

akan diperoleh b_1, b_2, c_1, c_2 , dan q dari:

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}, \quad b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1} \quad \cdots \quad b_n = \frac{a_1 a_{2n} - a_0 a_{2n+1}}{a_1}$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_3 - b_2 a_1}{b_1}, \quad c_2 = \frac{b_1 a_5 - b_3 a_1}{b_1} \quad \cdots \quad c_n = \frac{b_1 a_{2n+1} - b_n a_1}{b_1}$$

Dari pemaparan yang telah dijelaskan sebelumnya, maka dalam kestabilan dengan menggunakan *Routh-hurwitz* dapat disimpulkan bahwa banyaknya akar-akar bagian *real* dari polinomial $q(s)$ yang bernilai positif, sama dengan banyaknya tanda yang berubah pada tabel di atas kolom pertama. Sedemikian sehingga apabila tidak ada tanda yang berubah pada tabel kolom pertama, maka seluruh akar bagian real polinomial $q(s)$ bernilai negatif, apabila pada polionomial ini merupakan polinomial dengan akar khusus dari matriks A di mana berbentuk $\dot{x}(t) = Ax(t)$, maka dapat disimpulkan bahwa sistem tersebut telah stabil (Subiono, 2013).

2.8. Runge-Kutta Orde Empat

Salah satu metode numerik yang sering digunakan untuk menjalankan suatu simulasi dari model persamaan matematika adalah dengan menggunakan *runge-kutta* orde empat. Metode numerik *runge-kutta* sejatinya adalah pengembangan, perbaikan, dan penyempurnaan dari metode heun, jika

dibandingkan dengan metode euler dan metode heun, tentu saja metode *runge-kutta* orde empat ini memiliki tingkat akurasi yang lebih tinggi dan galat yang lebih rendah. Untuk penurunan persamaan numeriknya, digunakan bentuk umum persamaan diferensial orde satu sebagai berikut (Wahyudin, 1987): Diberikan $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ dengan $y(0) = y_0$, Jika ditransformasikan ke dalam deret taylor, maka akan membentuk persamaan sebagai berikut (Munir, 2021):

$$y_{i+1} = y_i + \frac{dy}{dx}(x_{i+1} - x_i) + \frac{1}{2!} \frac{d^2y}{dx^2}(x_{i+1} - x_i)^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3y}{dx^3}(x_{i+1} - x_i)^3 + \frac{1}{4!} \frac{d^4y}{dx^4}(x_{i+1} - x_i)^4 + 0(x_{i+1} - x_i)^5 \quad (2.26)$$

Dengan permisalan $x_{i+1} - x_i = h$, persamaan (2.26) dapat dituliskan kembali sebagai berikut:

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h + \frac{1}{2!} f'(x_i, y_i)h^2 + \frac{1}{3!} f''(x_i, y_i)h^3 + \frac{1}{4!} f'''(x_i, y_i)h^4 \quad (2.27)$$

Kemudian dari persamaan (2.27) didapatkan persamaan *runge-kutta* orde empat dengan bentuk sebagai berikut:

$$y_{i+1} = y_i + (w_1k_1 + w_2k_2 + w_3k_3 + w_4k_4)h \quad (2.28)$$

Di mana:

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_i, y_i) \\ k_2 &= f(t_i + a_1h, y_i + b_1k_1) \\ k_3 &= f(t_i + a_2h, y_i + b_2k_1 + b_3k_2) \\ k_4 &= f(t_i + a_3h, y_i + b_4k_1 + b_5k_2 + b_6k_3) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Setelah didapatkan k_1, k_2, k_3 , dan k_4 dari persamaan (2.29), langkah berikutnya adalah dengan menggunakan deret Taylor untuk mendapatkan nilai-nilai dari a_i dan w_i .

$$\begin{aligned}
 b_1 &= a_1 \\
 b_2 + b_3 &= a_2 \\
 b_4 + b_5 + b_6 &= a_3 \\
 w_1 + w_2 + w_3 + w_4 &= 1 \\
 w_2 a_1 + w_3 a_2 + w_4 a_3 &= \frac{1}{2} \\
 w_2 a_1^2 + w_3 a_2^2 + w_4 a_3^2 &= \frac{1}{3} \\
 w_2 a_1^3 + w_3 a_2^3 + w_4 a_3^3 &= \frac{1}{4} \\
 w_2 a_1 b_3 + w_4 (a_1 b_5 + a_2 b_6) &= \frac{1}{6} \\
 w_2 a_1 a_2 b_3 + w_4 a_3 (a_1 b_5 + a_2 b_6) &= \frac{1}{8} \\
 w_3 a_1^2 b_3 + w_4 (a_1^2 b_5 + a_2^2 b_6) &= \frac{1}{12} \\
 w_4 a_1 b_3 b_6 &= \frac{1}{24}
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

Setelah itu, digunakan kondisi baru untuk persamaan di atas agar dapat diperoleh solusinya.

$$a_1 = \frac{1}{2}, b_2 = 0 \tag{2.31}$$

Dari kondisi baru pada persamaan (2.31), maka didapatkan solusi untuk masalah sebelumnya pada persamaan (2.30) yaitu:

$$\begin{aligned}
 a_1 = \frac{1}{2}, a_3 = 1, b_1 = \frac{1}{2}, b_4 = 0, b_5 = 0, b_6 = 1, w_1 = \frac{1}{6}, w_2 = \frac{1}{3} \\
 w_3 = \frac{1}{3}, w_4 = \frac{1}{6}
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

Setelah diperoleh nilai-nilai dari persamaan (2.31) dan (2.32), kemudian nilai tersebut disubstitusikan ke dalam persamaan (2.28) sedemikian hingga diperoleh persamaan numerik *runge-kutta* orde 4 yang siap digunakan sebagai berikut:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (2.33)$$

Di mana:

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(t_i, y_i) \\ k_2 &= hf\left(t_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1\right) \\ k_3 &= hf\left(t_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2\right) \\ k_4 &= hf(t_i + h, y_i + k_3) \end{aligned} \quad (2.34)$$

2.9. Analisis Galat

Dalam mencari solusi dari suatu persamaan atau fungsi matematika, ada dua metode yang dapat digunakan yaitu metode analitik dan metode numerik. Penggunaan metode numerik memiliki kelemahan karena dalam perhitungannya, metode numerik menggunakan pendekatan angka. Hasil yang diperoleh dari penggunaan metode numerik tidak identik dengan nilai aktualnya (Munir, 2021). Perhitungan dalam metode numerik terdapat selisih yang diperoleh antara nilai sebenarnya dengan nilai yang dihasilkan.

Selisih tersebut merupakan kesalahan hasil perhitungan yang dalam metode numerik disebut sebagai galat, pada umumnya galat dikenal oleh mayoritas orang dalam bahasa Inggris yaitu *error*. Hasil yang diperoleh dengan menggunakan metode numerik merupakan hasil yang didapatkan dari proses looping (perulangan) untuk mendekati nilai aktualnya (Burden and Faires, 2011). Hasil

yang diperoleh dari metode numerik tidak sepenuhnya salah, karena *error* tersebut dapat dirapatkan hingga hasil yang diperoleh mendekati nilai aktualnya atau nilai *error* sangat kecil hingga mendekati nol.

Umumnya metode yang sering digunakan untuk mencari nilai galat dari solusi model yang diperoleh dengan menggunakan metode numerik ada dua, yaitu *Means Absolute Percentage Error* (MAPE). Perhitungan matematis dari MAPE dapat menggunakan persamaan (2.35) sebagai berikut:

$$MAPE = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \bar{y}_i}{y_i} \right| \right) \times 100\% \quad (2.35)$$

Di mana:

n : Jumlah Data

y_i : Data Aktual Pada Saat ke i , $i = 1, 2, 3, \dots, n$

\bar{y}_i : Nilai Prediksi Pada Saat ke i , $i = 1, 2, 3, \dots, n$

Dalam penentuan akurasi dari hasil yang diperoleh berdasarkan galatnya, apabila dibagi menjadi lima kategori, kurang lebihnya dapat dijabarkan seperti pada tabel 2.2 sebagai berikut:

Tabel 2.2 Tingkat Keakuratan Berdasarkan Persentase MAPE

No.	Persentase (%)	Tingkat Akurasi
1	0 - 10	Sangat Akurat
2	10 - 20	Akurat
3	20 - 30	Cukup Akurat
4	40 - 50	Kurang Akurat
5	50 - 100	Tidak Akurat

Metode perhitungan untuk mencari nilai galat yang telah dipaparkan sebelumnya, pada persamaan (2.35) tentunya memiliki makna tersendiri pada konsep dasarnya. Penggunaan metode MAPE didasari dengan mencari persentase nilai galat berdasarkan dengan nilai absolut dari rata-rata selisih antara nilai prediksi dengan data aktualnya, sebagai analogi, MAPE menghitung galat berdasarkan rata-ratanya (Anastassopoulou et al., 2020; Sarkar et al., 2020).

2.10. Integrasi Keilmuan

2.10.1. Keketimbangan Dalam Prespektif Islam

Keketimbangan atau keseimbangan merupakan hal yang umum dibahas dalam suatu model matematika. Dalam suatu model matematika yang dibentuk, harus memiliki titik keketimbangan untuk mendapatkan hasil yang baik dan stabil. Sebelumnya ditemukan teori tentang keketimbangan dan kestabilan, Islam telah membahasnya terlebih dahulu. Salah satu contoh ayat al-Qur'an yang membahas tentang keketimbangan dalam islam terdapat dalam firman Allah, Swt. yang berbunyi sebagai berikut (Handrianto, 2010):

فَمَنْ يَعْمَلْ مِثْقَالَ ذَرَّةٍ خَيْرًا يَرَهُ ﴿٧﴾ وَمَنْ يَعْمَلْ مِثْقَالَ ذَرَّةٍ شَرًّا يَرَهُ ﴿٨﴾

Artinya: “7) Siapa yang mengerjakan kebaikan seberat zarah, dia akan melihat (balasan)-nya. 8) Siapa yang mengerjakan kejahatan seberat zarah, dia akan melihat (balasan)-nya”. (Q.S. Al-Zalzalah 99:7-8).

Ayat di atas dengan jelas menerangkan bahwa setiap perbuatan amal baik sekecil apapun, maka Allah Swt., akan memberikan balasan yang sepadan kepada hamabnya. Ayat di atas juga menerangkan bahwa setiap berbuat kejahatan atau amal buruk sekecil apapun, maka Allah Swt., juga akan memberikan balasan yang

sepadan dengan perbuatan tersebut. Allah Swt., memperlakukan semuanya secara adil, semua yang baik akan diberi balasan yang baik, semua hal yang buruk akan diberi balasan yang buruk (Shihab, 2007). Rasulullah Saw., juga sering bersabda tentang balasan amal baik dan amal buruk.

Dalam sabdahnya bahkan dijelaskan bahwa pahala bagi orang yang belum mengerjakan suatu perbuatan baik tapi hanya sekadar niat atau ketetapan hati untuk meluluhkannya. Pernyataan ini terdapat dalam sebuah hadis yang diriwayatkan oleh Imam Muslim dalam kitab *Shahih*-nya, hadits ini dari sahabat Uqbah bin 'Amr bin Tsa'labah *radhiallahu'anhu*, bahwa Rasulullah *shallallahu 'alaihi wa sallam* bersabda:

وَحَدَّثَنَا أَبُو بَكْرِ بْنُ أَبِي شَيْبَةَ وَأَبُو كُرَيْبٍ وَابْنُ أَبِي عُمَرَ وَاللَّفْظُ لِأَبِي كُرَيْبٍ قَالُوا
 حَدَّثَنَا أَبُو مُعَاوِيَةَ عَنِ الْأَعْمَشِ عَنْ أَبِي عَمْرٍو الشَّيْبَانِيِّ عَنْ أَبِي مَسْعُودِ الْأَنْصَارِيِّ قَالَ
 جَاءَ رَجُلٌ إِلَى النَّبِيِّ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ فَقَالَ إِنِّي أَبْدَعُ بِي فَاحْمِلْنِي فَقَالَ مَا عِنْدِي
 فَقَالَ رَجُلٌ يَا رَسُولَ اللَّهِ أَنَا أَدُلُّهُ عَلَى مَنْ يَحْمِلُهُ فَقَالَ رَسُولُ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ
 مَنْ دَلَّ عَلَى خَيْرٍ فَلَهُ مِثْلُ أَجْرِ فَاعِلِهِ وَحَدَّثَنَا إِسْحَاقُ بْنُ إِبْرَاهِيمَ أَخْبَرَنَا عَيْسَى بْنُ
 يُونُسَ ح وَحَدَّثَنِي بِشْرُ بْنُ خَالِدٍ أَخْبَرَنَا مُحَمَّدُ بْنُ جَعْفَرٍ عَنْ شُعْبَةَ ح وَحَدَّثَنِي مُحَمَّدُ
 بْنُ رَافِعٍ حَدَّثَنَا عَبْدُ الرَّزَّاقِ أَخْبَرَنَا سُفْيَانُ كُلُّهُمْ عَنِ الْأَعْمَشِ بِهَذَا الْإِسْنَادِ (رواه
 مسلم)

Artinya: “Telah menceritakan kepada kami Abu Bakar bin Abu Syaibah dan Abu Kuraib dan Ibnu Abu Umar dan ini adalah lafadz Abu Kuraib, mereka berkata; telah menceritakan kepada kami Abu Mu’awiyah dari Al A’masy dari Abu ’Amru As Syaibani dari Abu Mas’ud Al Anshari dia berkata, ”Seorang laki-laki datang kepada Nabi shallallahu ’alaihi wasallam seraya berkata, ”Wahai Rasulullah, jalan kami telah terputus karena hewan tungganganmu telah mati, oleh karena itu bawalah saya dengan hewan tunggangan yang lain.” Maka beliau bersabda: ”Saya tidak memiliki (hewan tunggangan yang lain).” Tiba-tiba ada seorang laki-laki yang berkata, ”Wahai Rasulullah, saya dapat menunjukkan seseorang yang dapat membawanya (memperoleh penggantinya).” Maka beliau bersabda: ”Barangsiapa dapat menunjukkan suatu kebaikan, maka dia akan mendapatkan pahala seperti orang yang melakukannya.” Dan telah menceritakan kepada kami Ishaq bin Ibrahim telah mengabarkan kepada kami Isa bin Yunus. (dalam jalur lain disebutkan) Telah menceritakan kepadaku Bisyr bin Khalid telah mengabarkan kepada kami Muhammad bin Ja’far dari Syu’bah. (dalam jalur lain disebutkan) Telah menceritakan kepadaku Muhammad bin Rafi’ telah menceritakan kepada kami Abdurrazaq telah mengabarkan kepada kami Sufyan semuanya dari Al A’masy dengan sanad ini.” (HR. Muslim no. 3509).

Hadis tersebut apabila dikaitkan dengan Q.S. Al-Zalzalah ayat 7-8, maka apa yang kita perbuat, kita juga akan mendapatkan balasan yang seimbang sesuai dengan apa yang kita perbuat.

الْخِرَاجُ بِالضَّمَانِ

Artinya: “Hasil (manfaat) yang diterima sebanding dengan tanggung jawab (resiko)”.

Kutipan kaidah ini sesuai dengan hadis yang diriwayatkan oleh Siti 'Aisyah yang terdapat dalam empat kitab hadis (Abu Daud, At-Tirmudzi, An-Nasai, Ibnu Majah) (Al-Zuhaili, 2009). Renungan dari kaidah tersebut adalah manfaat yang dihasilkan dari sesuatu yang layak diterima oleh seseorang sebagai pengimbang resiko yang ditanggungnya. Sehingga apapun yang dilakukan dan sekecil apapun itu, akan mendapatkan balasan yang sesuai dengan perbuatan yang dilakukan, sungguh Allah Swt., yang maha adil sudah mengatur keseimbangan dalam seluruh hal.

Prespektif Islam terkait kesetimbangan yang telah dipaparkan sebelumnya, maka model yang dibentuk dan dibuat juga harus memiliki kesetimbangan didalamnya. Model matematika yang tidak memiliki kesetimbangan, perlu direvisi atau diperbaiki hingga memiliki titik kesetimbangan agar hasil yang didapatkan bisa stabil dan akurat. Hal ini dikarenakan Allah sudah menciptakan seluruh hal yang ada di dunia ini seimbang dan stabil, maka sebagai manusia sepatutnya juga berusaha untuk memberikan hasil yang seimbang dan stabil walaupun tidak sepenuhnya sempurna.

2.10.2. Galat Dalam Prespektif Islam

Kajian mengenai galat yang telah dibahas sebelumnya, diketahui bahwa suatu metode pendekatan numerik dalam menyelesaikan permasalahan matematika akan selalu menghasilkan suatu kesalahan sekecil apaun ukurannya (Munir, 2021). Islam juga mengajarkan bahwa setiap manusia pasti akan melakukan suatu kesalahan baik itu kecil ataupun besar. Analog dengan kajian kesetimbangan dalam prespektif islam yang sebelumnya, setiap perbuatan manusia yang baik pasti juga ada yang buruk, bahkan sesempurnya iman seseorang pasti juga akan melakukan kesalahan. Salah satu contoh yang dapat diambil adalah ketika

Rasulullah Saw., didatangi oleh seorang tunanetra (Abdullah bin Ummi Maktum), Abdullah bin Ummi Maktum ingin dibacakan dan diajari terkait wahyu yang diturunkan Allah Swt., kepada Nabi Muhammad Swt.

Nabi Muhammad pada saat itu sedang berbincang dengan para tokoh *Quraisy* terkait ajaran Islam, sehingga perbincangan tersebut menjadi terganggu dan membuat Abdullah bin Ummi Maktum di acuhkan dan tidak dihiraukan permintaannya oleh Rasulullah Saw., (Shaleh et al., 2000). Tugas Rasulullah *shallallahu ‘alaihi wa sallam* diutus di bumi adalah untuk menyebarkan ajaran dan agama Islam, hal ini merupakan pelanggaran yang dilakukan oleh seorang rasul sehingga Allah Swt., memberikan teguran kepada Nabi Muhammad, Saw., dalam surah Abasa yang berbunyi sebagai berikut:

أَمَّا مَنِ اسْتَعْنَىٰ ۖ ﴿٥﴾ فَآنتَ لَهُ تَصَدَىٰ ۖ ﴿٦﴾ وَمَا عَلَيْكَ أَلَّا يَرْكَبُ ۖ ﴿٧﴾ وَأَمَّا مَنِ جَاءَكَ يَتَسَعَىٰ ۖ ﴿٨﴾ وَهُوَ يَخْشَىٰ ۖ ﴿٩﴾ فَآنتَ عَنْهُ تَلْفَىٰ ۖ ﴿١٠﴾ كَلَّا إِنَّهَا تَذْكِرَةٌ ۖ ﴿١١﴾

Artinya: “5) Adapun orang yang merasa dirinya serba cukup (para pembesar Quraisy). 6) Engkau (Nabi Muhammad) memberi perhatian kepadanya. 7) Padahal, tidak ada (cela) atasmu kalau dia tidak menyucikan diri (beriman). 8) Adapun orang yang datang kepadamu dengan bersegera (untuk mendapatkan pengajaran). 9) Sedangkan dia takut (kepada Allah). 10) Malah engkau (Nabi Muhammad) abaikan. 11) Sekali-kali jangan (begitu)! Sesungguhnya (ajaran Allah) itu merupakan peringatan”. (Q.S. Abasa 80:5-11).

Nabi Muhammad Saw., dengan julukan sebagai manusia terbaik dan contoh teladan utama bagi setiap orang mukmin (*Uswah Yasanah*), maka Nabi tidak boleh mendiskriminasi derajat setiap manusia. Penentuan skala prioritas juga harus lebih

memperhatikan kepada orang kecil apalagi orang yang mempunyai kelemahan layaknya Abdullah bin Ummi Maktum yang tunanetra. Nabi sejatinya harus memprioritaskan permintaan Abdullah bin Ummi Maktum daripada dengan para tokoh *Quraisy*, manusiawi apabila Nabi Muhammad, Saw., berbuat salah, bagaimanapun ia juga seorang manusia, sejatinya setiap manusia di bumi akan melakukan kesalahan. Anas bin Malik *radhiyallahu 'anhu*, ia berkata bahwa Rasulullah *shallallahu 'alaihi wa sallam* bersabda:

حَدَّثَنَا زَيْدُ بْنُ الْحُبَابِ قَالَ أَخْبَرَنِي عَلِيُّ بْنُ مَسْعَدَةَ الْبَاهِلِيُّ عَنْ قَتَادَةَ عَنْ أَنَسٍ قَالَ قَالَ رَسُولُ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ كُلُّ ابْنِ آدَمَ خَطَّاءٌ فَخَيْرُ الْخَطَّائِينَ التَّوَابُونَ وَلَوْ أَنَّ لِابْنِ آدَمَ وَادِيَيْنِ مِنْ مَالٍ لَابْتَغَى لَهُمَا ثَالِثًا وَلَا يَمْلَأُ جَوْفَ ابْنِ آدَمَ إِلَّا التُّرَابُ
(رواه أحمد)

Artinya: “Telah bercerita kepada kami Zaid Bin Al-Hubab berkata, telah mengabarkan kepada ku 'Ali Bin Mus'adah Al-Bahili dari Qatadah dari Anas berkata, Rasulullah Shallallahu'alaihi wasallam bersabda: ”Setiap anak Adam pasti bersalah dan sebaik-baik orang yang bersalah adalah yang bertaubat, jikalau manusia memiliki dua lembah harta niscaya dia rakus mencari yang ketiga dan tidak ada yang bisa memenuhi perut manusia kecuali tanah”. (HR. Ahmad no. 12576).

Apabila hadis tersebut di analog kan dengan ayat sebelumnya, maka tidak ada didunia ini yang memiliki kesempurnaan. Sebaik-baiknya manusia pasti akan berbuat salah, maka yang perlu dilakukan adalah dengan melakukan kebaikan yang bisa dilakukan. Kesalahan pasti akan terjadi, maka yang perlu dilakukan oleh

seorang manusia biasa adalah bertaubat dan memohon ampun kepada Allah, serta berjanji pada diri sendiri dan Allah untuk tidak mengulangi kesalahan tersebut.

يُغْتَفَرُ فِي التَّوَابِ مَالِيغْتَفَرُ فِي غَيْرِهَا

Artinya: “Suatu yang ketika tidak sebagai pengikut (artinya berdiri sendiri) tidak diampuni, ketika menjadi pengikut, dimaafkan”.

Maksudnya adalah selagi manusia tersebut masih berada di jalan Allah Swt., (seorang muslim yang beriman), maka kesalahan yang dilakukan orang itu akan diampuni oleh Allah Swt., (Bisri, 1977). Kesalahan yang dilakukan adalah bentuk dari kelemahan seseorang, sebagai manusia biasa sudah menjadi kewajiban untuk menghargai dan saling toleransi terhadap kelemahan. Dalam metode numerik selain memiliki kesalahan didalamnya, metode tersebut juga memperbolehkan toleransi tingkat kesalahan untuk setiap solusi yang dihasilkan.

Prespektif Islam terkait galat yang telah dipaparkan sebelumnya, maka model yang dibentuk dan dibuat sebisa mungkin memiliki tingkat kesalahan yang sangat kecil. Galat yang semakin kecil, maka kesalahan tersebut dapat lebih mudah untuk ditoleransi dan diterima, karena hasil yang diperoleh memiliki tingkat akurasi yang besar. Sedemikian sehingga hasil tersebut dapat dipercaya dan dijadikan sebagai bahan kajian untuk mitigasi yang dapat dilakukan, untuk menekan angka infeksi wabah Covid-19 gelombang kedua yang sedang terjadi di Kota Surabaya.

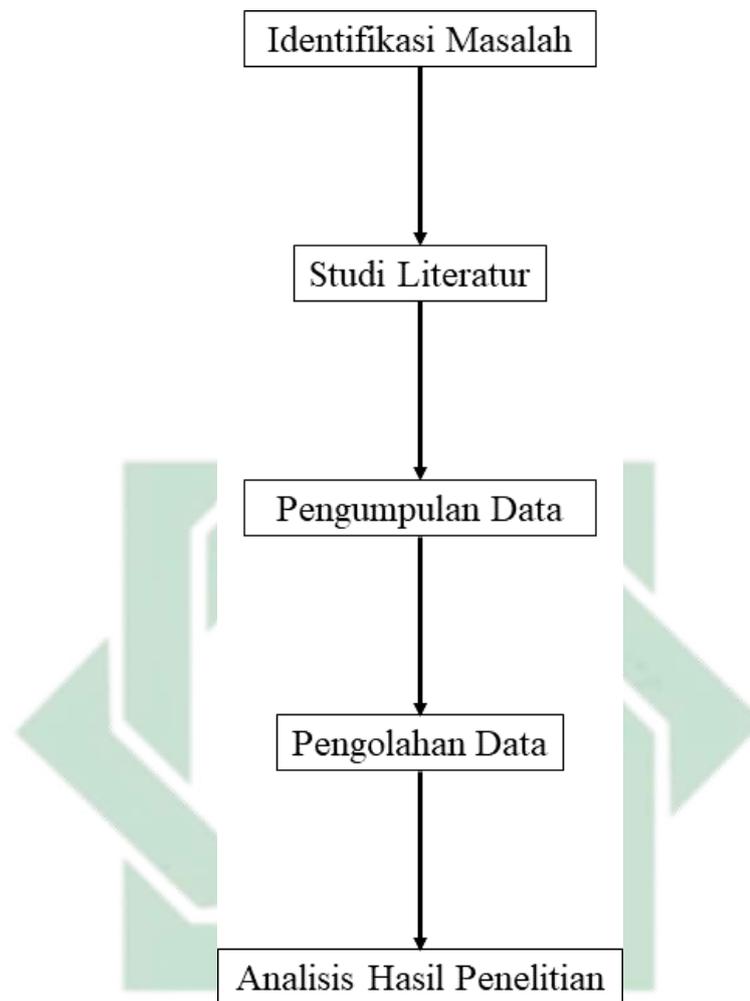
BAB III

METODE PENELITIAN

Tujuan dari dilakukannya penelitian ini untuk memperoleh titik kesetimbangan, kondisi stabil, penyelesaian numeris, dan hasil simulasi model epidemi SEIR pada studi kasus wabah penyakit Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya. Untuk memperoleh hasil penelitian yang baik dan akurat, dibutuhkan susunan langkah atau alur proses penelitian yang terstruktur dan benar. Tujuan dari penyusunan alur penelitian ini adalah agar peneliti dapat lebih mudah dalam menemukan solusi, membuktikan kebenaran, analisis hasil, serta pendekatan numerik terhadap model epidemi SEIR dengan menggunakan metode *runge-kutta* orde empat. Skema alur penelitian pada skripsi ini dapat dilihat pada gambar 3.1 sebagai berikut:

3.1. Jenis Penelitian

Penelitian yang sedang dilakukan ini merupakan jenis penelitian yang digolongkan sebagai penelitian kuantitatif. Hasil yang diharapkan dari penelitian ini, untuk memperolehnya diperlukan adanya unsur perhitungan secara matematis, dan pada penelitian ini juga menggunakan data yang berbentuk angka (numerik). Hasil yang diperoleh dari penelitian ini, merupakan pendekatan dengan menggunakan metode *runge-kutta* orde empat yang diharapkan dapat dijadikan sebagai alternatif dalam solusi numerik, serta simulasi laju penyebaran wabah penyakit Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya. Tidak hanya itu, harapan yang ingin dicapai dari penelitian ini adalah, dapat dimanfaatkan sebagai bahan



Gambar 3.1 Skema Alur Penelitian

kajian untuk pengambilan keputusan dalam bidang mitigasi bencana, dengan memberikan penanganan yang tepat kepada masyarakat Kota Surabaya untuk mengurangi laju penyebaran wabah Covid-19, sehingga wabah dapat lebih cepat selesai.

3.2. Tahap Persiapan

3.2.1. Identifikasi Masalah

Permasalahan yang dibahas dalam penelitian ini yaitu, laju pertumbuhan penyebaran wabah penyakit Covid-19 yang tinggi mengakibatkan banyak

masyarakat menjadi terinfeksi mengakibatkan banyak korban jiwa yang berjatuhan, selain itu tidak dapat diketahui dengan pasti sampai kapan pandemi wabah Covid-19 gelombang kedua ini berlangsung hingga selesai. Sebab dari itu, penelitian ini dilakukan dengan menggunakan metode numerik *runge-kutta* orde empat untuk mensimulasikan model epidemi SEIR dengan studi kasus wabah penyakit Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya. Untuk mengidentifikasi masalah, dilakukan studi serta mengumpulkan data yang berhubungan dengan laju penyebaran wabah Covid-19.

3.2.2. Studi Literatur

Untuk mendapatkan teori, kajian, atau penelitian terdahulu, dilakukan studi literatur dengan membaca beberapa referensi yang berhubungan dengan permasalahan yang akan dibahas.

3.3. Metode Pengumpulan Data

Data yang dibutuhkan untuk menjalankan penelitian ini, diperoleh dari website Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur oleh Satuan Tugas Penangan Covid-19 dengan alamat website <https://infocovid19.jatimprov.go.id/index.php/data> dengan studi kasus Kota Surabaya. Data yang digunakan untuk penelitian ini, dipilih dari waktu perkiraan dimulainya serangan pandemi wabah Covid-19 yaitu pada tanggal 14 Mei 2021. Data yang diambil sebanyak 200 data, sehingga jika dibuat menjadi rentangan, maka data yang diambil dari rentangan 14 Mei 2021 hingga 29 November 2021. Berikut dibawah ini adalah sampel data yang diperoleh untuk kemudian diolah dengan menggunakan model matematika epidemi SEIR.

Second Wave of City of Surabaya Covid-19 Data														
No	Date	Susceptible		Exposed					Infected				Recovery	
		Normally	Death	Suspect	Probable	Contact	Total	Discarded	Death	Symptoms	No Symptoms	Total		Death
1	14-Mei-21	2917503	71	40	23	6047	6110	0	242	13333	10406	23739	1366	22269
2	15-Mei-21	2917460	71	38	22	6056	6116	7	242	13342	10415	23757	1367	22287
3	16-Mei-21	2917421	71	36	22	6060	6118	15	242	13355	10419	23774	1367	22307
4	17-Mei-21	2917393	71	35	20	6061	6116	22	242	13367	10422	23789	1367	22322
5	18-Mei-21	2917354	71	36	20	6061	6117	32	243	13380	10427	23807	1367	22341
6	19-Mei-21	2917317	71	37	19	6063	6119	43	243	13395	10430	23825	1368	22357
7	20-Mei-21	2917279	71	34	20	6067	6121	52	243	13410	10434	23844	1369	22373
8	21-Mei-21	2917242	71	35	21	6070	6126	62	243	13423	10438	23861	1369	22388
9	22-Mei-21	2917202	71	37	22	6072	6131	68	243	13439	10441	23880	1369	22404
10	23-Mei-21	2917164	71	36	21	6074	6131	76	243	13456	10444	23900	1370	22421
11	24-Mei-21	2917117	71	34	20	6082	6136	79	243	13469	10453	23922	1370	22441
12	25-Mei-21	2917081	71	38	21	6085	6144	92	243	13481	10456	23937	1370	22454

Gambar 3.2 Sampel Data

3.4. Teknik Pengolahan Data dan Analisis Hasil

Setelah data yang dibutuhkan untuk penelitian ini telah didapatkan seluruhnya, maka langkah berikutnya yaitu mengolah data tersebut untuk mendapatkan hasil yang diinginkan. Langkah-langkah pengolahan data pada penelitian ini disajikan pada gambar 3.3 untuk mempermudah memahami metode yang digunakan.

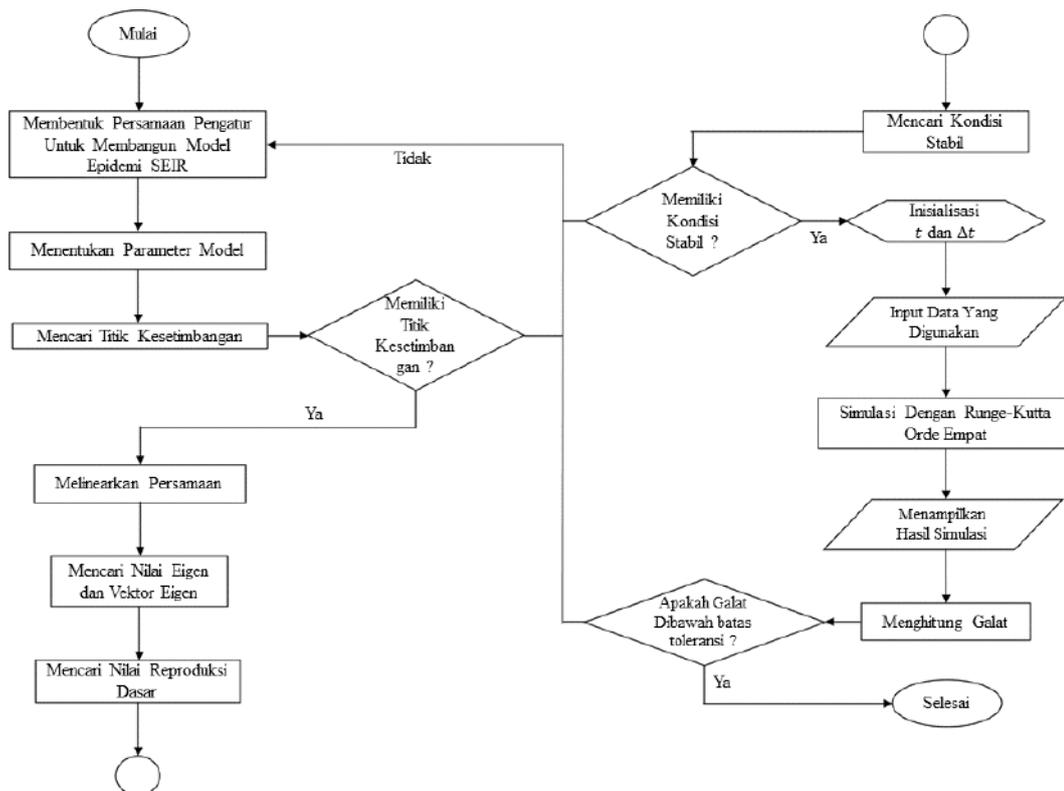
3.4.1. Pengolahan Data

a. Membentuk Persamaan Pengatur Untuk Mmbangun Model

Model epidemi SEIR yang digunakan dalam penelitian ini dibangun dengan menggunakan persamaan differensial, dimana persamaan ini sebagai pengatur sistem pada jumlah populasi yang berubah per-satuan waktu dalam model. Persamaan differensial yang digunakan untuk membangun dapat dilihat pada persamaan (2.1) yang kemudian dimodifikasi menjadi persamaan (2.2).

b. Menentukan Parameter Model

Dalam persamaan differensial yang digunakan untuk membangun dan mengatur model epidemi SEIR pada penelitian ini, terdapat berbagai



Gambar 3.3 Diagram Alur Pengolahan Data

parameter yang digunakan yang mempengaruhi pengatur dari sistem model. Untuk menentukan besar parameter yang digunakan, dapat dilihat pada persamaan (2.3).

c. Linearisasi Persamaan Differensial

Persamaan differensial pembangun dan pengatur model yang parameternya telah didapatkan, kemudian bentuk non-linear dari persamaan tersebut akan diubah menjadi suatu persamaan linear dengan menggunakan deret Taylor. Proses melinearkan dapat dilakukan dengan menggunakan langkah-langkah dari persamaan (2.8) hingga persamaan (2.14) untuk kemudian dicari nilai eigen dan vektor eigennya.

d. Mencari Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Untuk memperoleh nilai eigen dan vektor eigen dari persamaan differensial pemabangun dan pengatur model yang telah linear, dapat digunakan langkah-langkah pada persamaan (2.15) hingga persamaan (2.16). Nilai eigen dan vektor eigen yang telah didapatkan, kemudian akan digunakan untuk mencari titik kesetimbangan pada sistem model yang digunakan pada penelitian ini.

e. Mencari Titik Kesetimbangan Sistem Pada Model

Titik kesetimbangan pada sistem model dapat diperoleh dengan menggunakan langkah-langkah pada persamaan (2.4) hingga persamaan (2.7), pada titik ini sistem akan berada pada kondisi seimbangnya.

f. Mencari Kondisi Stabil Pada Sistem Model

Setelah titik kesetimbangan dari sistem model didapatkan, langkah berikutnya adalah mencari pada titik setimbang manakah sistem dari model epidemi SEIR yang digunakan pada peneliti ini memiliki kondisi yang stabil. Untuk menemukan kondisi stabil dari suatu sistem, digunakan kriteria *routh-hurwitz* dengan mengikuti langkah-langkah pada persamaan (2.24) dan persamaan (2.25).

g. Mencari Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Nilai reproduksi dasar diperlukan untuk mengetahui dari data yang dimiliki, apakah penyakit Covid-19 yang pada studi kasus Kota Surabaya ini hanya akan terjadi penurunan jumlah populasi yang terinfeksi saja, atau jumlah populasi yang terinfeksi akan meningkat (endemik) sehingga menjadi penyakit yang mewabah. Untuk mendapatkan nilai reproduksi tersebut dapat menggunakan langkah-langkah pada persamaan (2.19) hingga persamaan (2.23).

h. Menjalankan Simulasi Dengan *runge-kutta* Orde Empat

Untuk menjalankan simulasi dari model epidemi SEIR yang telah dibentuk, diperlukan metode dengan pendekatan numerik untuk membantu peneliti agar mudah dalam pengerjaan penelitian ini. Persamaan (2.1) dan persamaan (2.2), disimulasikan dengan *runge-kutta* orde empat menggunakan persamaan ke (2.33) hingga persamaan (2.34) dengan bantuan menggunakan *software MATLAB*.

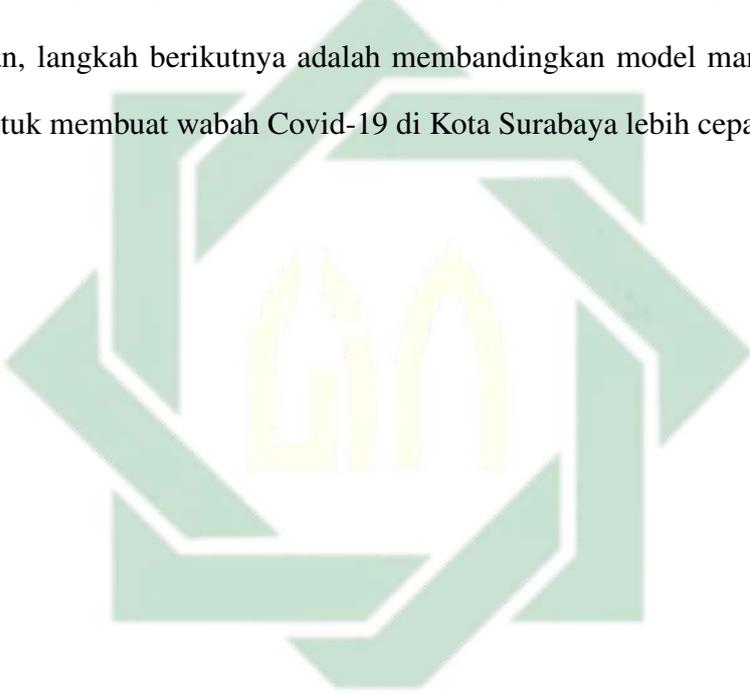
i. Menghitung Galat Dari Model

Setelah hasil simulasi diperoleh, langkah berikutnya adalah menghitung *error* atau galat dari simulasi dengan pendekatan metode numerik. Fungsi dari nilai galat ini merupakan tolak ukur dari tingkat keakuratan hasil yang didapatkan, sehingga semakin kecil galat nya maka akan semakin akurat hasil yang diperoleh dengan menggunakan persamaan (2.35).

3.4.2. Analisis Hasil Penelitian

Hasil yang telah diperoleh dari proses pengolahan data, kemudian divalidasi apakah model yang digunakan sudah baik atau belum. Kriteria model dapat digolongkan menjadi baik adalah saat model tersebut memiliki titik kesetimbangan, kemudian memiliki kestabilan, dan *error* atau galat dari model bernilai kecil. Umumnya hasil dapat dikatakan bagus atau akurat jika galat yang diperoleh kecil, semakin kecil galat maka hasil yang diperoleh semakin dekat dengan data aktualnya, sehingga semakin kecil galat akan membuat hasil yang diperoleh lebih akurat (Walpole and Mayers, 2012).

Sesuai dengan batasan masalah yang digunakan, maka simulasi akan dilakukan sebanyak tiga kali. Simulasi yang pertama adalah simulasi dari model tanpa menggunakan parameter efektifitas vaksin, kemudian yang kedua adalah simulasi dari model dengan menggunakan parameter efektifitas vaksin Sinovac, dan yang ketiga adalah simulasi dari model dengan menggunakan parameter efektifitas vaksin AstraZeneca. Setelah hasil dari ketiga simulasi tersebut didapatkan, langkah berikutnya adalah membandingkan model mana yang paling efektif untuk membuat wabah Covid-19 di Kota Surabaya lebih cepat berakhir.



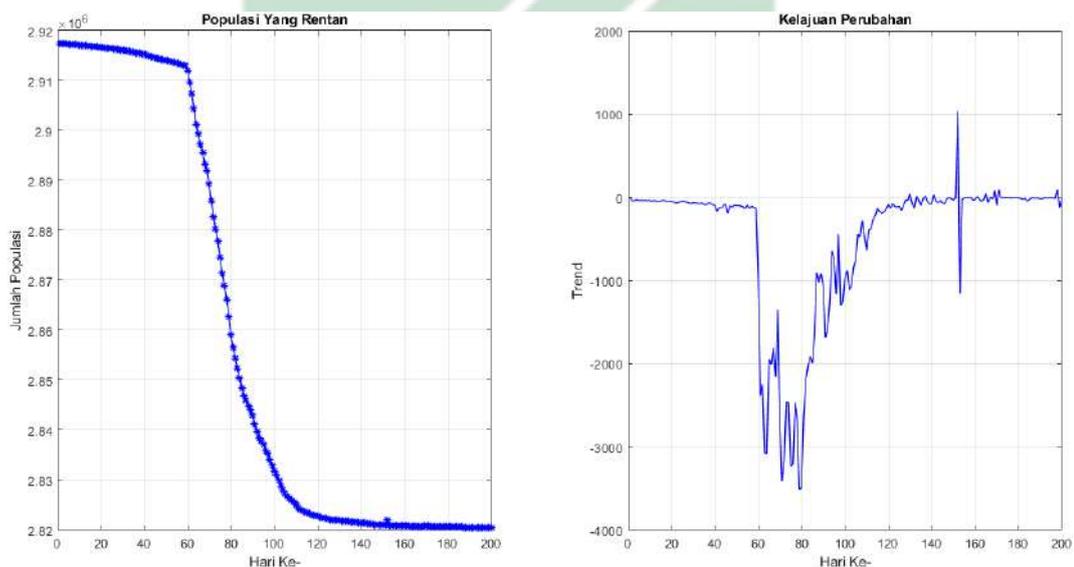
UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Deskripsi Data

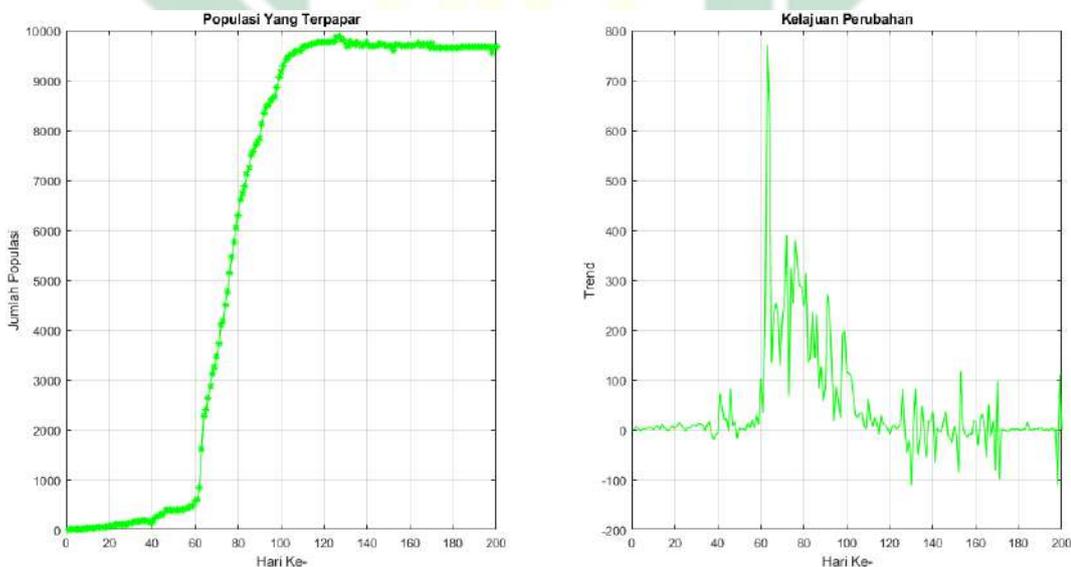
Data yang telah dikumpulkan dari tanggal 14 Mei 2021, hingga tanggal 29 November 2021 seperti yang disajikan pada gambar 3.2, memiliki beberapa variabel utama. Variabel utama dalam data tersebut adalah jumlah populasi rentan (*Susceptible*), jumlah populasi terpapar (*Exposed*), jumlah populasi terinfeksi (*Infected*), dan jumlah populasi yang sembuh (*Recovery*). Terhitung hingga tanggal 29 November 2021, jumlah akhir populasi yang rentan sebanyak 2.820.416 jiwa, dengan rata-rata 2.858.540 jiwa, serta standar deviasinya sebesar 42.314,27. Data jumlah populasi di visualisasikan pada gambar 4.1 sebagai berikut:



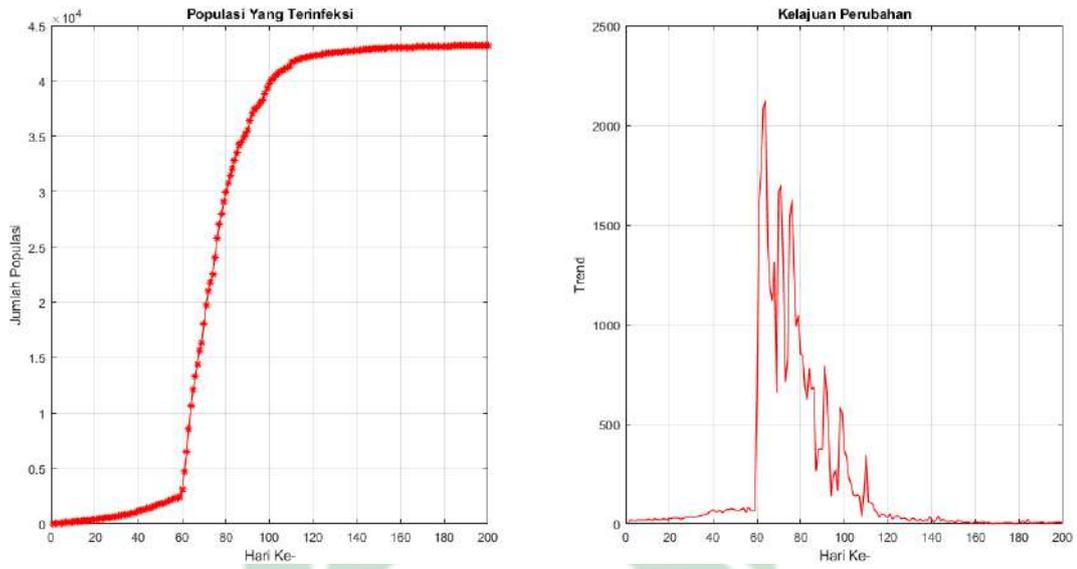
Gambar 4.1 Jumlah Populasi Rentan

Jumlah akhir populasi yang terpapar sebanyak 15.779 jiwa, dengan rata-rata 6.059,425 jiwa, serta standar deviasinya sebesar 4.277,96. Data jumlah populasi di visualisasikan pada gambar 4.2. Jumlah akhir populasi yang terinfeksi sebanyak 66.954 jiwa, dengan rata-rata 27.010,11 jiwa, serta standar deviasinya sebesar 18.698,23. Data jumlah populasi di visualisasikan pada gambar 4.3.

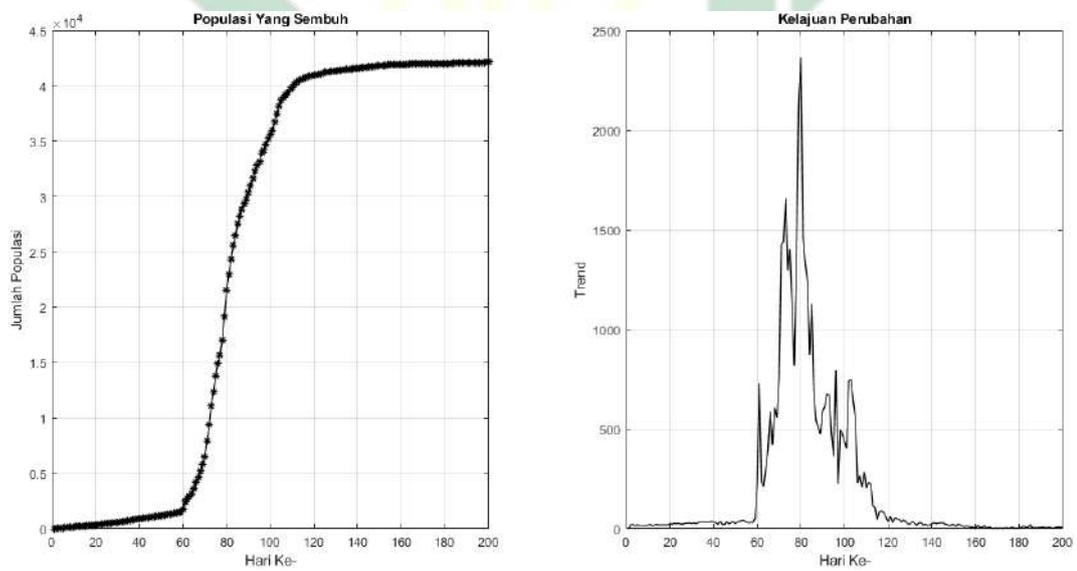
Terakhir, jumlah akhir populasi yang Sembuh sebanyak 64.390 jiwa, dengan rata-rata 24.826,485 jiwa, serta standar deviasinya sebesar 18.604,75. Data jumlah populasi di visualisasikan pada gambar 4.4. Data yang telah dipaparkan sebelumnya, kemudian akan digunakan untuk mencari nilai parameter dari model epidemi, serta untuk menjadi acuan dalam menganalisis hasil penelitian ini.



Gambar 4.2 Jumlah Populasi Terpapar



Gambar 4.3 Jumlah Populasi Terinfeksi



Gambar 4.4 Jumlah Populasi Sembuh

4.2. Parameter Model

Data berjumlah 200 yang telah dikumpulkan dari tanggal 14 Mei 2021 hingga tanggal 29 November 2021, disubstitusikan ke dalam persamaan (2.3), untuk memperoleh nilai dari parameter yang dibutuhkan untuk menjalankan model dan simulasi. Dengan substitusi data ke dalam persamaan, berikut ini adalah perhitungan untuk mendapatkan nilai parameter yang dibutuhkan:

$$\alpha = \frac{24.826,5}{2.858.540} = 0,008685$$

$$\beta = \frac{6.059,425}{2.858.540} = 0,0021198$$

$$\tau = \frac{1.623,79}{6.059,425} = 0,2679776$$

$$\gamma = \frac{27.010,1}{6.059,425} = 0,2243391$$

$$\delta = \frac{24.826,5}{27.010,1} = 0,9191553$$

$$\Lambda = \frac{794.631}{2.971.300} = 0,2674354$$

$$\mu_S = \frac{71}{2.858.540} = 0,0000248$$

$$\mu_E = \frac{386,665}{6.059,525} = 0,064$$

$$\mu_I = \frac{680,365}{27.010,1} = 0,03$$

$$\mu_R = \frac{24.826,5}{71} = 0,0029$$

didapatkan nilai setiap parameter yang disajikan dalam tabel 4.1 sebagai berikut.

Tabel 4.1 Nilai Parameter

No.	Parameter	Nilai Parameter
1	α	0,008685
2	β	0,0021198
3	τ	0,2679776
4	γ	0,2243391
5	δ	0,9191553
6	Λ	0,2674354
7	p	$0 \leq p \leq 1$
8	v_S	0,501
9	v_A	0,621
10	μ_S	0,0000248
11	μ_E	0,064
12	μ_I	0,03
13	μ_R	0,0029

Jumlah populasi awal yang akan digunakan pada setiap variabel S , E , I , dan R untuk dijadikan sebagai acuan dalam penelitian ini, diperoleh dari data pada gambar 3.2 yang disajikan dalam tabel 4.2 sebagai berikut:

Tabel 4.2 Nilai Awal Setiap Populasi

No.	Populasi	Jumlah Populasi
1	$S(0)$	2.917.503
2	$E(0)$	6.110
3	$I(0)$	23.739
4	$R(0)$	22.269

Setelah diperoleh setiap nilai parameter yang dibutuhkan, langkah berikutnya adalah mencari titik kesetimbangan sistem dari model yang dimiliki.

4.3. Titik Kesetimbangan Sistem

Dalam model epidemi atau model penyebaran penyakit, sejatinya memiliki dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik

kesetimbangan endemik. Dua titik kesetimbangan dapat dengan mencari titik kesetimbangan global terlebih dahulu, dengan kondisi $\frac{dS(t)}{dt} = 0$, $\frac{dE(t)}{dt} = 0$, $\frac{dI(t)}{dt} = 0$, dan $\frac{dR(t)}{dt} = 0$ terpenuhi. Berikut di bawah ini adalah langkah-langkah dalam menemukan titik kesetimbangan global yang dicari:

- a. Diasumsikan bahwa $\frac{dS(t)}{dt} = 0$, maka akan diperoleh titik $S(t)$

$$\begin{aligned}\frac{dS(t)}{dt} &= \Lambda + \alpha R(t) + \tau E(t) - (\beta I(t) + \mu_S) S(t) \\ 0 &= \Lambda + \alpha R(t) + \tau E(t) - (\beta I(t) + \mu_S) S(t) \\ (\beta I(t) + \mu_S) S(t) &= \Lambda + \alpha R(t) + \tau E(t) \\ S(t) &= \frac{\Lambda + \alpha R(t) + \tau E(t)}{\beta I(t) + \mu_S}\end{aligned}\tag{4.1}$$

- b. Diasumsikan bahwa $\frac{dE(t)}{dt} = 0$, maka akan diperoleh titik $E(t)$

$$\begin{aligned}\frac{dE(t)}{dt} &= \beta S(t) I(t) - (\gamma + \tau + \mu_E) E(t) \\ 0 &= \beta S(t) I(t) - (\gamma + \tau + \mu_E) E(t) \\ (\gamma + \tau + \mu_E) E(t) &= \beta S(t) I(t) \\ E(t) &= \frac{\beta S(t) I(t)}{\gamma + \tau + \mu_E}\end{aligned}\tag{4.2}$$

- c. Diasumsikan bahwa $\frac{dI(t)}{dt} = 0$, maka akan diperoleh titik $I(t)$

$$\begin{aligned}\frac{dI(t)}{dt} &= \gamma E(t) - (\delta + \mu_I) I(t) \\ 0 &= \gamma E(t) - (\delta + \mu_I) I(t) \\ (\delta + \mu_I) I(t) &= \gamma E(t) \\ I(t) &= \frac{\gamma E(t)}{\delta + \mu_I}\end{aligned}\tag{4.3}$$

d. Diasumsikan bahwa $\frac{dR(t)}{dt} = 0$, maka akan diperoleh titik $R(t)$

$$\begin{aligned}\frac{dR(t)}{dt} &= \delta I(t) - (\alpha + \mu_R) R(t) \\ 0 &= \delta I(t) - (\alpha + \mu_R) R(t) \\ (\alpha + \mu_R) R(t) &= \delta I(t) \\ R(t) &= \frac{\delta I(t)}{\alpha + \mu_R}\end{aligned}\tag{4.4}$$

Setelah setiap titik kesetimbangan global dari variabel $S(t)$, $E(t)$, $I(t)$, dan $R(t)$ diperoleh, langkah berikutnya adalah mencari titik kesetimbangan saat kondisi bebas penyakit dan kondisi endemik.

4.3.1. Titik Kesetimbangan Sistem Kondisi Bebas Penyakit

Kondisi bebas penyakit yang dimaksud adalah, kondisi ketika tidak terdapat penyebaran penyakit dalam suatu populasi, dalam kasus ini dianggap bahwa tidak terdapat populasi yang terinfeksi oleh Covid-19. Diasumsikan bahwa pada kondisi ini, populasi pada variabel $E_0 = 0$ dan $I_0 = 0$, selanjutnya disubstitusikan ke dalam persamaan (4.1), (4.2), (4.3), dan (4.4). Notasi dari titik kesetimbangan dapat dituliskan sebagai $\xi_0 = (S_0, E_0, I_0, R_0) = (S_0, 0, 0, R_0)$, untuk langkah-langkah mencari nilai kesetimbangan kondisi bebas penyakit, dijabarkan sebagai berikut:

a. Substitusikan I_0 ke dalam persamaan (4.2) untuk mendapatkan titik kesetimbangan E_0 sebagai berikut:

$$\begin{aligned}E_0 &= \frac{\beta S_0 I_0}{\gamma + \tau + \mu_E} \\ E_0 &= \frac{\beta S_0 \cdot 0}{\gamma + \tau + \mu_E} \\ E_0 &= 0\end{aligned}\tag{4.5}$$

Dari perhitungan di atas, diperoleh nilai dari titik $E_0 = 0$

- b. Substitusikan E_0 ke dalam persamaan (4.3) untuk mendapatkan titik kesetimbangan I_0 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} I_0 &= \frac{\gamma E_0}{\delta + \mu_I} \\ I_0 &= \frac{\gamma \cdot 0}{\delta + \mu_I} \\ I_0 &= 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Dari perhitungan di atas, diperoleh nilai dari titik $I_0 = 0$

- c. Substitusikan I_0 ke dalam persamaan (4.4) untuk mendapatkan titik kesetimbangan R_0 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} R_0 &= \frac{\delta I_0}{\alpha + \mu_R} \\ R_0 &= \frac{\delta \cdot 0}{\alpha + \mu_R} \\ R_0 &= 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

Dari perhitungan di atas, diperoleh nilai dari titik $R_0 = 0$

- d. Substitusikan I_0 dan R_0 ke dalam persamaan (4.1) untuk mendapatkan titik kesetimbangan S_0 sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S_0 &= \frac{\Lambda + \alpha R_0 + \tau E_0}{\beta I_0 + \mu_S} \\ S_0 &= \frac{\Lambda + \alpha \cdot 0 + \tau \cdot 0}{\cdot 0 + \mu_S} \\ S_0 &= \frac{\Lambda}{\mu_S} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Dari perhitungan di atas, diperoleh nilai dari titik $S_0 = \frac{\Lambda}{\mu}$

Setelah diperoleh nilai dari seluruh titik kesetimbangan pada kondisi bebas penyakit, langkah berikutnya mensubstitusikan nilai dari seluruh titik kesetimbangan ke dalam notasi sebagai berikut:

$$\xi_0 = (S_0, E_0, I_0, R_0)$$

$$\xi_0 = (10767.2511, 0, 0, 0)$$

Sedemikian sehingga didapatkan titik kesetimbangan pada kondisi bebas penyakit adalah $\xi_0 = (10767.2511, 0, 0, 0)$.

4.3.2. Titik Kesetimbangan Sistem Kondisi Endemik

Kondisi endemik yang dimaksud adalah, kondisi ketika terdapat penyebaran penyakit yang akan menetap dalam suatu populasi, dalam kasus ini titik kesetimbangan akan didapatkan ketika $E_0 \neq 0$ dan $I_0 \neq 0$. Langkah selanjutnya disubstitusikan ke dalam persamaan (2.1), notasi dari titik kesetimbangan dapat dituliskan sebagai berikut: $\xi_1 = (S_1, E_1, I_1, R_1)$. Untuk langkah-langkah mencari nilai kesetimbangan kondisi bebas penyakit, dijabarkan sebagai berikut:

UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A

- a. Substitusi persamaan (4.2) ke dalam variabel $\frac{dI(t)}{dt}$ pada persamaan (2.1) untuk mendapatkan titik kesetimbangan S_t sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dI(t)}{dt} &= \gamma E(t) - (\delta + \mu_I) I(t) \\ 0 &= \gamma E_1 - (\delta + \mu_I) I_1 \\ \gamma E_1 &= (\delta + \mu_I) I_1 \\ \gamma \left(\frac{\beta S(t) I(t)}{\gamma + \tau + \mu_E} \right) &= (\delta + \mu_I) I_1 \\ \left(\frac{\gamma \beta S_1}{\gamma + \tau + \mu_E} \right) I_1 &= (\delta + \mu_I) I_1 \\ \gamma \beta S_1 &= (\delta + \mu_I) (\gamma + \tau + \mu_E) \\ S_1 &= \frac{(\delta + \mu_I) (\gamma + \tau + \mu_E)}{\gamma \beta}\end{aligned}\tag{4.9}$$

- b. Langkah berikutnya yaitu mensubstitusikan S_1 dan persamaan (4.4) ke dalam variabel $\frac{dS(t)}{dt}$ pada persamaan (2.1) untuk mendapatkan titik kesetimbangan I_1 sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS(t)}{dt} &= \Lambda + \alpha R(t) + \tau E(t) - (\beta I(t) + \mu_S) S(t) \\ 0 &= \Lambda + \alpha R_1 + \tau E_1 - (\beta I_1 + \mu_S) S_1 \\ 0 &= \Lambda + \alpha \left(\frac{\delta I_1}{\alpha + \mu_R} \right) + \tau \left(\frac{\beta S_1 I_1}{\gamma + \tau + \mu_E} \right) - (\beta I_1 + \mu_S) S_1 \\ 0 &= \Lambda + \alpha \left(\frac{\delta I_1}{\alpha + \mu_R} \right) + \tau \left(\frac{\beta S_1 I_1}{\gamma + \tau + \mu_E} \right) - \beta S_1 I_1 - \mu_S S_1 \\ \left(\frac{\alpha \delta}{\alpha + \mu_R} + \frac{\tau \beta S_1}{\gamma + \tau + \mu_E} - \beta S_1 \right) I_1 &= \mu_S S_1 - \Lambda \\ I_1 &= \frac{\mu_S S_1 - \Lambda}{\left(\frac{\alpha \delta}{\alpha + \mu_R} + \frac{\tau \beta S_1}{\gamma + \tau + \mu_E} - \beta S_1 \right)} \\ I_1 &= (\mu_S S_1 - \Lambda) \left(\frac{(\alpha + \mu_R) (\gamma + \tau + \mu_E)}{\alpha \delta (\gamma + \tau + \mu_E) + \tau \beta S_1 (\alpha + \mu_R) - \beta S_1 (\alpha + \mu_R) (\gamma + \tau + \mu_E)} \right)\end{aligned}\tag{4.10}$$

- c. Langkah berikutnya yaitu mensubstitusikan persamaan (4.9) dan persamaan (4.10) ke dalam persamaan (4.4) untuk mendapatkan titik kesetimbangan E_1 sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= \frac{\beta S_1 I_1}{\gamma + \tau + \mu_E} \\
 E_1 &= \frac{\beta \left(\frac{(\delta + \mu_I)(\gamma + \tau + \mu_E)}{\gamma \beta} \right) \left((\mu_S S_1 - \Lambda) \left(\frac{(\alpha + \mu_R)(\gamma + \tau + \mu_E)}{\alpha \delta (\gamma + \tau + \mu_E) + \tau \beta S_1 (\alpha + \mu_R) - \beta S_1 (\alpha + \mu_R)(\gamma + \tau + \mu_E)} \right) \right)}{\gamma + \tau + \mu_E} \\
 E_1 &= \frac{(\delta + \mu_I) (\mu_S S_1 - \Lambda) (\alpha + \mu_R) (\gamma + \tau + \mu_E)}{\gamma (\alpha \delta (\gamma + \tau + \mu_E) + \tau \beta S_1 (\alpha + \mu_R) - \beta S_1 (\alpha + \mu_R) (\gamma + \tau + \mu_E))}
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

- d. Langkah berikutnya yaitu mensubstitusikan persamaan (4.10) ke dalam persamaan (4.4) untuk mendapatkan titik kesetimbangan R_1 sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \frac{\delta I_1}{\alpha + \mu_R} \\
 R_1 &= \frac{\delta (\mu_S S_1 - \Lambda) \left(\frac{(\alpha + \mu_R)(\gamma + \tau + \mu_E)}{\alpha \delta (\gamma + \tau + \mu_E) + \tau \beta S_1 (\alpha + \mu_R) - \beta S_1 (\alpha + \mu_R)(\gamma + \tau + \mu_E)} \right)}{\alpha + \mu_R} \\
 R_1 &= \frac{\delta (\mu_S S_1 - \Lambda) (\gamma + \tau + \mu_E)}{\alpha \delta (\gamma + \tau + \mu_E) + \tau \beta S_1 (\alpha + \mu_R) - \beta S_1 (\alpha + \mu_R) (\gamma + \tau + \mu_E)}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Setelah diperoleh nilai dari seluruh titik kesetimbangan pada kondisi endemik, langkah berikutnya mensubstitusikan nilai dari seluruh titik kesetimbangan ke dalam notasi sebagai berikut:

$$\xi_1 = (1104.3677, 1.9373, 0.4602, 36.6414)$$

Sedemikian sehingga didapatkan titik kesetimbangan pada kondisi endemik adalah $\xi_1 = (1104.3677, 1.9373, 0.4602, 36.6414)$.

4.4. Bilangan Reproduksi Dasar

Sejatinya bilangan reproduksi dasar adalah kemampuan satu individu dapat menginfeksi beberapa individu lainnya. Metode yang digunakan dalam mencari R_0 ini dinamakan sebagai metode *Driessche* serta *Watmough*, di mana pada metode ini titik kesetimbangan bebas penyakit, variabel terpapar $E(t)$, dan variabel terinfeksi $I(t)$ pada persamaan (2.1, akan digunakan dengan cara sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dE(t)}{dt} &= \beta S(t)I(t) - (\gamma + \tau + \mu_E) E(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} &= \gamma E(t) - (\delta + \mu_I) I(t)\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan di atas, akan disusun ke dalam matriks φ dan ψ , untuk proses perhitungannya sebagai berikut:

$$\varphi = \begin{bmatrix} \beta SI \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \psi = \begin{bmatrix} (\gamma + \tau + \mu_E) E(t) \\ -\gamma E(t) + (\delta + \mu_I) I(t) \end{bmatrix}$$

Kemudian akan dilinearkan sehingga didapatkan matriks F dan matriks V . Matriks F adalah laju peningkatan jumlah individu terinfeksi baru pada populasi $I(t)$, sedangkan matriks V adalah laju dari transmisi individu yang keluar dari populasi $I(t)$ dikurangi laju dari transmisi individu masuk ke dalam populasi $I(t)$, sebagai berikut:

$$J(\varphi) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial E} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial I} \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial E} & \frac{\partial \varphi_2}{\partial I} \end{bmatrix}, \quad J(\psi) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_1}{\partial E} & \frac{\partial \psi_1}{\partial I} \\ \frac{\partial \psi_2}{\partial E} & \frac{\partial \psi_2}{\partial I} \end{bmatrix}$$

Dengan memisalkan $J(\varphi) = F$ dan $J(\psi) = V$, maka persamaan sebelumnya dapat ditulis kembali menjadi sebagai berikut:

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial E} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial I} \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial E} & \frac{\partial \varphi_2}{\partial I} \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_1}{\partial E} & \frac{\partial \psi_1}{\partial I} \\ \frac{\partial \psi_2}{\partial E} & \frac{\partial \psi_2}{\partial I} \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\beta SI)}{\partial E} & \frac{\partial(\beta SI)}{\partial I} \\ \frac{\partial(0)}{\partial E} & \frac{\partial(0)}{\partial I} \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} \frac{\partial((\gamma+\tau+\mu_E)E)}{\partial E} & \frac{\partial((\gamma+\tau+\mu_E)E)}{\partial I} \\ \frac{\partial(-\gamma E+(\delta+\mu_I)I)}{\partial E} & \frac{\partial(-\gamma E+(\delta+\mu_I)I)}{\partial I} \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & \beta S_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} \gamma + \tau + \mu_E & 0 \\ -\gamma & \delta + \mu_I \end{bmatrix}$$

Setelah matriks F dan V didapatkan, langkah berikutnya adalah mencari invers dari matriks V sebagai berikut:

$$V^{-1} = \frac{1}{\det(V)} \times Adj(V)$$

$$V^{-1} = \frac{1}{(\gamma + \tau + \mu_E)(\delta + \mu_I)} \begin{bmatrix} \delta + \mu_I & 0 \\ \gamma & \gamma + \tau + \mu_E \end{bmatrix}$$

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\gamma + \tau + \mu_E} & 0 \\ \frac{\gamma}{(\gamma + \tau + \mu_E)(\delta + \mu_I)} & \frac{1}{\delta + \mu_I} \end{bmatrix}$$

Setelah invers dari matriks V didapatkan, langkah berikutnya adalah mengalikan matriks F dengan matriks V^{-1} untuk mendapatkan matriks *next generation* K seperti pada persamaan (2.20) sebagai berikut:

$$K = FV^{-1}$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & \beta S_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\gamma + \tau + \mu_E} & 0 \\ \frac{\gamma}{(\gamma + \tau + \mu_E)(\delta + \mu_I)} & \frac{1}{\delta + \mu_I} \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{\beta \Lambda \gamma}{\mu_S(\gamma + \tau + \mu_E)(\delta + \mu_I)} & \frac{\beta \Lambda}{\mu_S(\delta + \mu_I)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Setelah matriks *next generation* K didapatkan, langkah berikutnya adalah mencari nilai eigen dari matriks K . Nilai eigen adalah nilai dari bilangan reproduksi dasar, bilangan ini yang akan menjadi penentuan apakah dengan model dan juga paramater yang dimiliki pada studi kasus Covid-19 di kota surabaya ini adalah penyakit mewabah atau tidak. Langkah-langkah untuk mencari nilai dari bilangan reproduksi dasar dapat menggunakan persamaan (2.21) hingga persamaan (2.23) sebagai berikut:

$$|K - \lambda I| = 0$$

$$0 = \left| \begin{bmatrix} \frac{\beta A \gamma}{\mu_S (\gamma + \tau + \mu_E) (\delta + \mu_I)} & \frac{\beta A}{\mu_S (\delta + \mu_I)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \right|$$

$$0 = \begin{vmatrix} \frac{\beta A \gamma}{\mu_S (\gamma + \tau + \mu_E) (\delta + \mu_I)} - \lambda & \frac{\beta A}{\mu_S (\delta + \mu_I)} \\ 0 & -\lambda \end{vmatrix}$$

Dari operasi dengan vektor eigen sebelumnya, dengan melakukan determinan pada matriks $|K - \lambda I|$, didapatkan persamaan karakteristiknya sebagai berikut:

$$-\lambda \left(\frac{\beta A \gamma}{\mu_S (\gamma + \tau + \mu_E) (\delta + \mu_I)} - \lambda \right) = 0$$

Nilai dari bilangan reproduksi dasar sejatinya adalah nilai eigen dari matriks *next generation*, dengan mensubtitusikan nilai setiap parameter sedemikian hingga didapatkan nilai R_0 sebagai berikut:

$$R_0 = \frac{\beta A \gamma}{\mu_S (\gamma + \tau + \mu_E) (\delta + \mu_I)} \quad (4.13)$$

$$R_0 = 9,75$$

Bilangan reproduksi dasar (R_0) yang dihasilkan dari model dan parameter yang digunakan dalam penelitian ini, sebesar 9,75. Hal ini menunjukkan $R_0 > 1$ bahwa Covid-19 di Kota Surabaya merupakan penyakit yang mewabah dan akan menetap di dalam populasi, dapat diketahui bahwa dari bilangan reproduksi dasar (R_0) satu orang dapat menginfeksi 9-10 orang. Dengan terbuktinya bahwa Covid-19 di Kota Surabaya merupakan penyakit yang mewabah, diperlukan adanya ikut andil dari pihak yang berwenang untuk memitigasi wabah penyakit ini agar segera mereda tidak terlalu lama terjadi wabah, serta menjaga dinamika pola penyebaran agar tidak menyebar kewilayah lainnya, karena dapat membahayakan dan terjadinya lonjakan kasus terinfeksi kembali.

4.5. Analisis Kondisi Stabil Sistem

Dinamika pola laju penyebaran dari model epidemi SEIR pada kasus serangan pandemi Covid-19 gelombang kedua, dapat diketahui dengan melakukan analisis terhadap kondisi kestabilan pada setiap titik kesetimbang. Persamaan yang akan digunakan adalah persamaan (2.1), persamaan ini merupakan persamaan *non-linear*, sehingga perlu dilakukan linearisasi terlebih dahulu dengan menggunakan prinsip matriks jacobian. Berikut ini adalah persamaan *non-linear* yang akan dilinearkan:

$$f_1 = \frac{dS}{dt} = \Lambda + \alpha R + \tau E - (\beta I + \mu_S) S \quad (4.14)$$

$$f_2 = \frac{dE}{dt} = \beta SI - (\gamma + \tau + \mu_E) E \quad (4.15)$$

$$f_3 = \frac{dI}{dt} = \gamma E - (\delta + \mu_I) I \quad (4.16)$$

$$f_4 = \frac{dR}{dt} = \delta I - (\alpha + \mu_R) R \quad (4.17)$$

Setelah didapatkan persamaan (4.14), (4.15), (4.16), dan persamaan (4.17).

Langkah berikutnya adalah membentuk matriks jacobian sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial S} & \frac{\partial f_1}{\partial E} & \frac{\partial f_1}{\partial I} & \frac{\partial f_1}{\partial R} \\ \frac{\partial f_2}{\partial S} & \frac{\partial f_2}{\partial E} & \frac{\partial f_2}{\partial I} & \frac{\partial f_2}{\partial R} \\ \frac{\partial f_3}{\partial S} & \frac{\partial f_3}{\partial E} & \frac{\partial f_3}{\partial I} & \frac{\partial f_3}{\partial R} \\ \frac{\partial f_4}{\partial S} & \frac{\partial f_4}{\partial E} & \frac{\partial f_4}{\partial I} & \frac{\partial f_4}{\partial R} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Secara mendetail, perhitungan dalam matriks jacobian akan dipaparkan sebagai berikut:

1. Perhitungan pada baris pertama

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial S} &= \frac{\partial (\Lambda + \alpha R + \tau E - (\beta I + \mu_S) S)}{\partial S} = -(\beta I + \mu_S) \\ \frac{\partial f_1}{\partial E} &= \frac{\partial (\Lambda + \alpha R + \tau E - (\beta I + \mu_S) S)}{\partial E} = \tau \\ \frac{\partial f_1}{\partial I} &= \frac{\partial (\Lambda + \alpha R + \tau E - (\beta I + \mu_S) S)}{\partial I} = -\beta S \\ \frac{\partial f_1}{\partial R} &= \frac{\partial (\Lambda + \alpha R + \tau E - (\beta I + \mu_S) S)}{\partial R} = \alpha \end{aligned} \quad (4.19)$$

2. Perhitungan pada baris kedua

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_2}{\partial S} &= \frac{\partial (\beta SI - (\gamma + \tau + \mu_E) E)}{\partial S} = \beta I \\ \frac{\partial f_2}{\partial E} &= \frac{\partial (\beta SI - (\gamma + \tau + \mu_E) E)}{\partial E} = -(\gamma + \tau + \mu_E) \\ \frac{\partial f_2}{\partial I} &= \frac{\partial (\beta SI - (\gamma + \tau + \mu_E) E)}{\partial I} = \beta S \\ \frac{\partial f_2}{\partial R} &= \frac{\partial (\beta SI - (\gamma + \tau + \mu_E) E)}{\partial R} = 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

3. Perhitungan pada baris ketiga

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_3}{\partial S} &= \frac{\partial (\gamma E - (\delta + \mu_I) I)}{\partial S} = 0 \\
 \frac{\partial f_3}{\partial E} &= \frac{\partial (\gamma E - (\delta + \mu_I) I)}{\partial E} = \gamma \\
 \frac{\partial f_3}{\partial I} &= \frac{\partial (\gamma E - (\delta + \mu_I) I)}{\partial I} = -(\delta + \mu_I) \\
 \frac{\partial f_3}{\partial R} &= \frac{\partial (\gamma E - (\delta + \mu_I) I)}{\partial R} = 0
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

4. Perhitungan pada baris keempat

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_4}{\partial S} &= \frac{\partial (\delta I - (\alpha + \mu_R) R)}{\partial S} = 0 \\
 \frac{\partial f_4}{\partial E} &= \frac{\partial (\delta I - (\alpha + \mu_R) R)}{\partial E} = 0 \\
 \frac{\partial f_4}{\partial I} &= \frac{\partial (\delta I - (\alpha + \mu_R) R)}{\partial I} = \delta \\
 \frac{\partial f_4}{\partial R} &= \frac{\partial (\delta I - (\alpha + \mu_R) R)}{\partial R} = -(\alpha + \mu_R)
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

Setelah seluruh perhitungan pada baris selesai, langkah berikutnya adalah mensubstitusikan persamaan (4.19), (4.20), (4.21), dan (4.22) ke dalam persamaan (4.18). Didapatkan matriks jacobian untuk kesetimbangan secara global adalah sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix}
 -(\beta I_t + \mu_S) & \tau & -\beta S_t & \alpha \\
 \beta I_t & -(\gamma + \tau + \mu_E) & \beta S_t & 0 \\
 0 & \gamma & -(\delta + \mu_I) & 0 \\
 0 & 0 & \delta & -(\alpha + \mu_R)
 \end{bmatrix} \tag{4.23}$$

Matriks jacobian yang telah didapatkan ini, kemudian akan dianalisis kondisi kestabilannya dengan mencari nilai eigen dari matriks tersebut. Model epidemi memiliki dua titik kesetimbangan lokal, yaitu titik kesetimbangan bebas

penyakit dan titik kesetimbangan endemik, kedua titik kesetimbangan tersebut perlu dianalisis kondisi kestabilannya.

4.5.1. Analisis Kondisi Stabil Lokal Bebas Penyakit

Untuk melakukan analisis kondisi kestabilan disekitar titik kesetimbangan bebas penyakit, dari titik kesetimbangan bebas penyakit $\xi_0 = (S_0, E_0, I_0, R_0)$ akan disubstitusikan ke dalam matriks jacobian pada persamaan (4.23), sedemikian sehingga diperoleh matriks jacobian pada kondisi bebas penyakit sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 J(\xi_0) &= \begin{bmatrix} -(\beta I_0 + \mu_S) & \tau & -\beta S_0 & \alpha \\ \beta I_0 & -(\gamma + \tau + \mu_E) & \beta S_0 & 0 \\ 0 & \gamma & -(\delta + \mu_I) & 0 \\ 0 & 0 & \delta & -(\alpha + \mu_R) \end{bmatrix} \\
 J(\xi_0) &= \begin{bmatrix} -(\beta \cdot 0 + \mu_S) & \tau & -\beta \left(\frac{\Lambda}{\mu_S}\right) & \alpha \\ \beta \cdot 0 & -(\gamma + \tau + \mu_E) & \beta \left(\frac{\Lambda}{\mu_S}\right) & 0 \\ 0 & \gamma & -(\delta + \mu_I) & 0 \\ 0 & 0 & \delta & -(\alpha + \mu_R) \end{bmatrix} \\
 J(\xi_0) &= \begin{bmatrix} -\mu_S & \tau & -\frac{\beta \Lambda}{\mu_S} & \alpha \\ 0 & -(\gamma + \tau + \mu_E) & \frac{\beta \Lambda}{\mu_S} & 0 \\ 0 & \gamma & -(\delta + \mu_I) & 0 \\ 0 & 0 & \delta & -(\alpha + \mu_R) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Matriks $J(\xi_0)$ yang telah terbentuk, untuk melakukan analisis kestabilan perlu mencari nilai eigen dari matriks $J(\xi_0)$. Untuk mencari nilai eigen dapat menggunakan cara $|J(\xi_0) - \lambda I| = 0$ yang akan dijabarkan sebagai berikut:

$$|J(\xi_0) - \lambda I| = 0$$

$$0 = \begin{vmatrix} -\mu_S & \tau & -\frac{\beta\Lambda}{\mu_S} & \alpha \\ 0 & -(\gamma + \tau + \mu_E) & \frac{\beta\Lambda}{\mu_S} & 0 \\ 0 & \gamma & -(\delta + \mu_I) & 0 \\ 0 & 0 & \delta & -(\alpha + \mu_R) \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{vmatrix}$$

$$0 = \begin{vmatrix} -(\mu_S + \lambda) & \tau & -\frac{\beta\Lambda}{\mu_S} & \alpha \\ 0 & -(\gamma + \tau + \mu_E + \lambda) & \frac{\beta\Lambda}{\mu_S} & 0 \\ 0 & \gamma & -(\delta + \mu_I + \lambda) & 0 \\ 0 & 0 & \delta & -(\alpha + \mu_R + \lambda) \end{vmatrix} \quad (4.24)$$

Dengan memisalkan matriks (4.24) kedalam beberapa variabel untuk mempermudah perhitungan, maka matriks (4.25) dapat dituliskan kembali kedalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{vmatrix} -(a + \lambda) & b & -c & d \\ 0 & -(e + \lambda) & c & 0 \\ 0 & f & -(g + \lambda) & 0 \\ 0 & 0 & h & -(i + \lambda) \end{vmatrix} = 0 \quad (4.25)$$

Hasil determinan dari matriks (4.25), didapatkan persamaan karakteristik untuk mendapatkan nilai eigen dari matriks $J(\xi_0)$ sebagai berikut:

$$0 = \lambda^4 + \lambda^3(i + a + e + g) + \lambda^2(fc + ia + ie + ig + ae + ag + eg) + \lambda(-fic - fac + iae + iag + peg + aeg) + \lambda^0(-fiae + iaeg) \quad (4.26)$$

Titik kesetimbangan dapat dikategorikan stabil, apabila memenuhi kondisi di mana seluruh nilai yang didapatkan pada kolom pertama dalam tabel *Routh-Hurwitz* harus bernilai positif. Berikut dibawah ini adalah tabel kesetimbangan *Routh-Hurwitz* dari titik kesetimbangan bebas penyakit:

Tabel 4.3 Tabel Umum *Routh-Hurwitz* Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

λ^4	a_0	a_2	a_4
λ^3	a_1	a_3	0
λ^2	b_1	b_2	0
λ	c_1	0	0
λ^0	d_1	0	0

Dari tabel 4.3, kemudian dihitung setiap nilai variabel sebagai berikut:

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = i + a + e + g$$

$$a_2 = fc + ia + ie + ig + ae + ag + eg$$

$$a_3 = -fic - fac + iae + iag + peg + aeg$$

$$a_4 = -fiae + iaeg$$

(4.27)

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$$

$$b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0(0)}{a_1} = a_4$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}$$

$$d_1 = \frac{c_1 b_2 - b_1(0)}{c_1} = b_2$$

Dengan memasukkan setiap nilai parameter ke dalam tabel (4.5), maka akan diperoleh kondisi sebagai berikut: Setiap nilai pada kolom menunjukkan bahwa

Tabel 4.4 Tabel Khusus Routh-Hurwitz Titik Keseimbangan Bebas Penyakit

λ^4	1	5,6628	0,0000
λ^3	1,5120	-0,0531	0
λ^2	5,6980	0,0000	0
λ	0,0531	0	0
λ^0	0,0000	0	0

semuanya bernilai positif, serta diperoleh setiap nilai eigen sebesar $\lambda_1 = -0.0000248$, $\lambda_2 = -0.5561288$, $\lambda_3 = -0.944344$, dan $\lambda_4 = -0.011545$ yang seluruhnya bernilai negatif. Berdasarkan hasil yang didapatkan ini, pada titik keseimbangan endemik dapat dikategorikan bahwa titik ini stabil asimtotik.

4.5.2. Analisis Kondisi Stabil Lokal Endemik

Untuk melakukan analisis kondisi kestabilan disekitar titik endemik, dari titik keseimbangan endemik $\xi_1 = (S_1, E_1, I_1, R_1)$ akan disubstitusikan ke dalam matriks jacobian pada persamaan (4.23), sedemikian sehingga diperoleh matriks jacobian pada kondisi bebas penyakit sebagai berikut:

$$J(\xi_1) = \begin{bmatrix} -(\beta I_1 + \mu_S) & \tau & -\beta S_1 & \alpha \\ \beta I_1 & -(\gamma + \tau + \mu_E) & \beta S_1 & 0 \\ 0 & \gamma & -(\delta + \mu_I) & 0 \\ 0 & 0 & \delta & -(\alpha + \mu_R) \end{bmatrix}$$

Matriks $J(\xi_1)$ yang telah terbentuk, untuk melakukan analisis kestabilan perlu mencari nilai eigen dari matriks $J(\xi_1)$. Untuk mencari nilai eigen dapat menggunakan cara $|J(\xi_1) - \lambda I| = 0$ yang akan dijabarkan sebagai berikut:

$$|J(\xi_1) - \lambda I| = 0$$

$$0 = \begin{vmatrix} -(\beta I_1 + \mu_S) & \tau & -\beta S_1 & \alpha \\ \beta I_1 & -(\gamma + \tau + \mu_E) & \beta S_1 & 0 \\ 0 & \gamma & -(\delta + \mu_I) & 0 \\ 0 & 0 & \delta & -(\alpha + \mu_R) \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{vmatrix}$$

$$0 = \begin{vmatrix} -(\beta I_1 + \mu_S + \lambda) & \tau & -\beta S_1 & \alpha \\ \beta I_1 & -(\gamma + \tau + \mu_E + \lambda) & \beta S_1 & 0 \\ 0 & \gamma & -(\delta + \mu_I + \lambda) & 0 \\ 0 & 0 & \delta & -(\alpha + \mu_R + \lambda) \end{vmatrix} \quad (4.28)$$

Dengan memisalkan matriks (4.28) kedalam beberapa variabel untuk mempermudah perhitungan, maka matriks (4.28) dapat dituliskan kembali kedalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{vmatrix} -(a + \lambda) & b & -c & d \\ e & -(f + \lambda) & c & 0 \\ 0 & g & -(h + \lambda) & 0 \\ 0 & 0 & i & -(j + \lambda) \end{vmatrix} = 0 \quad (4.29)$$

Hasil determinan dari matriks (4.29), didapatkan persamaan karakteristik untuk mendapatkan nilai eigen dari matriks $J(\xi_1)$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
0 = & \lambda^4 + \lambda^3 (a + h + j + f) + \lambda^2 (ah + aj + af - be + hj + hf + jf + gc) \\
& + \lambda (ahj + ahf + ajf + agc - bhe - bje + hjf + jgc - gce) \\
& + \lambda^0 (ahjf + ajgc - bhje - dige - jgce)
\end{aligned}
\tag{4.30}$$

Titik kesetimbangan dapat dikategorikan stabil, apabila memenuhi kondisi di mana seluruh nilai didapatkan pada kolom pertama dalam tabel *Routh-Hurwitz* harus bernilai positif. Berikut dibawah ini adalah tabel kesetimbangan *Routh-Hurwitz* dari titik kesetimbangan endemik:

Tabel 4.5 Tabel Umum *Routh-Hurwitz* Titik Kesetimbangan Endemik

λ^4	a_0	a_2	a_4
λ^3	a_1	a_3	0
λ^2	b_1	b_2	0
λ	c_1	0	0
λ^0	d_1	0	0

Dari tabel 4.5, kemudian dihitung setiap nilai variabel untuk mendapatkan kondisi kestabilan dari kondisi endemik, cara perhitungan dari setiap variabel adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
a_0 &= 1 \\
a_1 &= a + h + j + f \\
a_2 &= ah + aj + af - be + hj + hf + jf + gc \\
a_3 &= ahj + ahf + ajf + agc - bhe - bje + hjf + jgc - gce \\
a_4 &= ahjf + ajgc - bhje - dige - jgce \\
b_1 &= \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} \\
b_2 &= \frac{a_1 a_4 - a_0(0)}{a_1} = a_4 \\
c_1 &= \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1} \\
d_1 &= \frac{c_1 b_2 - b_1(0)}{c_1} = b_2
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Dengan memasukkan setiap nilai parameter ke dalam tabel (4.5), maka akan diperoleh kondisi sebagai berikut:

Tabel 4.6 Tabel Khusus Routh-Hurwitz Titik Kesetimbangan Endemik

λ^4	1	1,0689	0,0000
λ^3	1,5130	0,0124	0
λ^2	1,0607	0,0000	0
λ	0,0124	0	0
λ^0	0,0000	0	0

Setiap nilai pada kolom menunjukkan bahwa semuanya bernilai positif, serta diperoleh setiap nilai eigen sebesar $\lambda_1 = -1.5007 + 0.0000i$, $\lambda_2 = -0.0025 + 0.0117i$, $\lambda_3 = -0.0025 - 0.0117i$, dan $\lambda_4 = -0.0061 + 0.0000i$ yang seluruhnya bernilai negatif. Berdasarkan hasil yang didapatkan ini, pada titik kesetimbangan endemik dapat dikategorikan bahwa titik ini stabil asimtotik.

4.6. Simulasi Dengan *Runge-Kutta* Orde Empat

4.6.1. Simulasi Kondisi 1

Pada kondisi pertama, persamaan yang akan disimulasikan adalah persamaan (2.1), pada simulasi ini akan menunjukkan dinamika pola penyebaran wabah Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya jika seluruh masyarakat tidak diberikan vaksin. Langkah pertama yaitu menyesuaikan bentuk persamaan (2.1) ke dalam bentuk k_1 , untuk mendapatkan nilai titik kemiringan pertama seperti pada persamaan (2.34) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 k_1 S &= \Lambda + \alpha R_n + \tau E_n - (\beta I_n + \mu_S) S_n \\
 k_1 E &= \beta S_n I_n - (\gamma + \tau + \mu_E) E_n \\
 k_1 I &= \gamma E_n - (\delta + \mu_I) I_n \\
 k_1 R &= \delta I_n - (\alpha + \mu_R) R_n
 \end{aligned}
 \tag{4.32}$$

Setelah nilai titik kemiringan k_1 setiap variabel diperoleh pada persamaan , kemudian untuk mendapatkan nilai k_2 , bentuk persamaan pada k_1 dimodifikasi ke dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 k_2 S &= \Lambda + \alpha \left(R_n + \frac{h}{2} k_1 R \right) + \tau \left(E_n + \frac{h}{2} k_1 E \right) - \left(\beta \left(I_n + \frac{h}{2} k_1 I \right) + \mu_S \right) \left(S_n + \frac{h}{2} k_1 S \right) \\
 k_2 E &= \beta \left(S_n + \frac{h}{2} k_1 S \right) \left(I_n + \frac{h}{2} k_1 I \right) - (\gamma + \tau + \mu_E) \left(E_n + \frac{h}{2} k_1 E \right) \\
 k_2 I &= \gamma \left(E_n + \frac{h}{2} k_1 E \right) - (\delta + \mu_I) \left(I_n + \frac{h}{2} k_1 I \right) \\
 k_2 R &= \delta \left(I_n + \frac{h}{2} k_1 I \right) - (\alpha + \mu_R) \left(R_n + \frac{h}{2} k_1 R \right)
 \end{aligned}
 \tag{4.33}$$

Setelah nilai titik kemiringan k_2 setiap variabel diperoleh pada persamaan , kemudian untuk mendapatkan nilai k_3 , bentuk persamaan pada k_2 dimodifikasi ke dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 k_3S &= \Lambda + \alpha \left(R_n + \frac{h}{2}k_2R \right) + \tau \left(E_n + \frac{h}{2}k_2E \right) - \left(\beta \left(I_n + \frac{h}{2}k_2I \right) + \mu_S \right) \left(S_n + \frac{h}{2}k_2S \right) \\
 k_3E &= \beta \left(S_n + \frac{h}{2}k_2S \right) \left(I_n + \frac{h}{2}k_2I \right) - (\gamma + \tau + \mu_E) \left(E_n + \frac{h}{2}k_2E \right) \\
 k_3I &= \gamma \left(E_n + \frac{h}{2}k_2E \right) - (\delta + \mu_I) \left(I_n + \frac{h}{2}k_2I \right) \\
 k_3R &= \delta \left(I_n + \frac{h}{2}k_2I \right) - (\alpha + \mu_R) \left(R_n + \frac{h}{2}k_2R \right)
 \end{aligned}
 \tag{4.34}$$

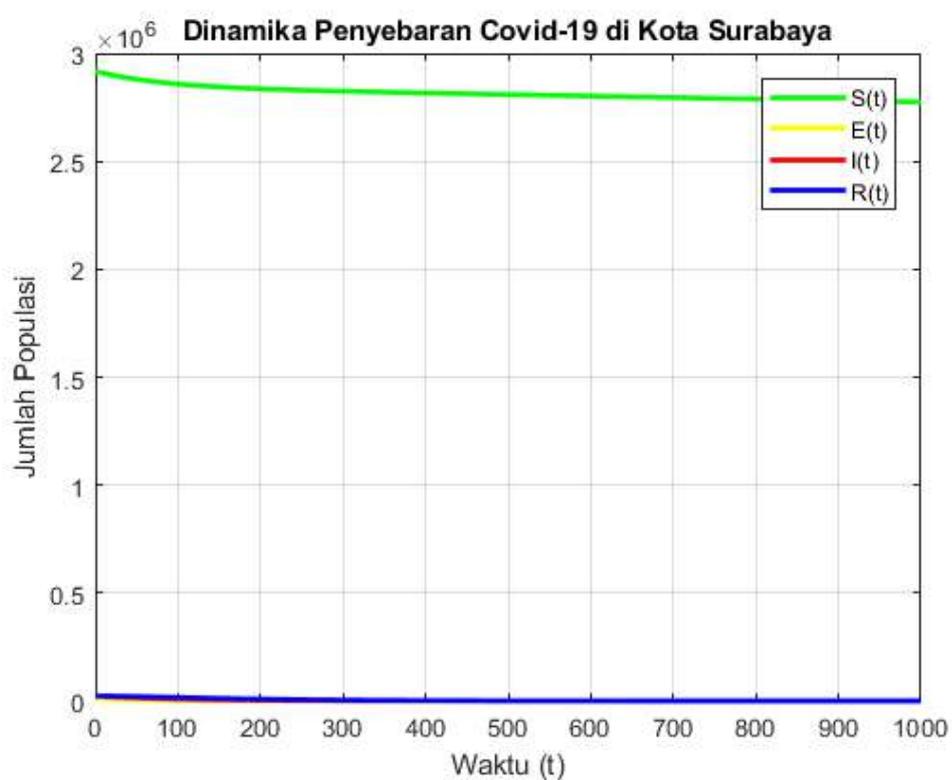
Setelah nilai titik kemiringan k_3 setiap variabel diperoleh pada persamaan , kemudian untuk mendapatkan nilai k_4 , bentuk persamaan pada k_3 dimodifikasi ke dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 k_4S &= \Lambda + \alpha (R_n + hk_3R) + \tau (E_n + hk_3E) - (\beta (I_n + hk_3I) + \mu_S) (S_n + k_3S) \\
 k_4E &= \beta (S_n + k_3S) (I_n + hk_3I) - (\gamma + \tau + \mu_E) (E_n + hk_3E) \\
 k_4I &= \gamma (E_n + hk_3E) - (\delta + \mu_I) (I_n + hk_3I) \\
 k_4R &= \delta (I_n + hk_3I) - (\alpha + \mu_R) (R_n + hk_3R)
 \end{aligned}
 \tag{4.35}$$

Setelah seluruh titik kemiringan pada persamaan (4.32), (4.33), (4.34), dan (4.35) telah didapatkan, langkah berikutnya yaitu mensubstitusikan seluruh nilai parameter pada tabel 4.1 dan jumlah populasi awal pada tabel 4.2 ke dalam persamaan (2.33) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 S_{n+1} &= S_n + \frac{1}{6} (k_1 S + 2k_2 S + 2k_3 S + k_4 S) \\
 E_{n+1} &= E_n + \frac{1}{6} (k_1 E + 2k_2 E + 2k_3 E + k_4 E) \\
 I_{n+1} &= I_n + \frac{1}{6} (k_1 I + 2k_2 I + 2k_3 I + k_4 I) \\
 R_{n+1} &= R_n + \frac{1}{6} (k_1 R + 2k_2 R + 2k_3 R + k_4 R)
 \end{aligned}
 \tag{4.36}$$

sedemikian sehingga diperoleh hasil simulasi seperti pada gambar 4.5



Gambar 4.5 Hasil Simulasi 1

4.6.2. Simulasi Kondisi 2

Pada kondisi kedua, persamaan yang akan disimulasikan adalah persamaan (2.2), di mana parameter efektifitas vaksin yang digunakan adalah vaksin Sinovac. Langkah pertama yaitu menyesuaikan bentuk persamaan (2.2) ke dalam bentuk k_1 , untuk mendapatkan nilai titik kemiringan pertama seperti pada persamaan (2.34) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 k_1 S &= p\Lambda + \alpha R_n + \tau E_n - (\beta(1-v)I_n + \mu_S)S_n \\
 k_1 E &= \beta(1-v)S_n I_n - (\gamma + \tau + \mu_E)E_n \\
 k_1 I &= \gamma E_n - (\delta + \mu_I)I_n \\
 k_1 R &= \delta I_n - (\alpha + \mu_R)R_n
 \end{aligned}
 \tag{4.37}$$

Setelah nilai titik kemiringan k_1 setiap variabel diperoleh pada persamaan , kemudian untuk mendapatkan nilai k_2 , bentuk persamaan pada k_1 dimodifikasi ke dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 k_2 S &= p\Lambda + \alpha \left(R_n + \frac{h}{2} k_1 R \right) + \tau \left(E_n + \frac{h}{2} k_1 E \right) - \left(\beta(1-v) \left(I_n + \frac{h}{2} k_1 I \right) + \mu_S \right) \\
 &\quad \left(S_n + \frac{h}{2} k_1 S \right) \\
 k_2 E &= \beta(1-v) \left(S_n + \frac{h}{2} k_1 S \right) \left(I_n + \frac{h}{2} k_1 I \right) - (\gamma + \tau + \mu_E) \left(E_n + \frac{h}{2} k_1 E \right) \\
 k_2 I &= \gamma \left(E_n + \frac{h}{2} k_1 E \right) - (\delta + \mu_I) \left(I_n + \frac{h}{2} k_1 I \right) \\
 k_2 R &= \delta \left(I_n + \frac{h}{2} k_1 I \right) - (\alpha + \mu_R) \left(R_n + \frac{h}{2} k_1 R \right)
 \end{aligned}
 \tag{4.38}$$

Setelah nilai titik kemiringan k_2 setiap variabel diperoleh pada persamaan 4.38, kemudian bentuk persamaan pada k_2 dimodifikasi ke dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 k_3 S &= p\Lambda + \alpha \left(R_n + \frac{h}{2} k_2 R \right) + \tau \left(E_n + \frac{h}{2} k_2 E \right) - \left(\beta (1 - v) \left(I_n + \frac{h}{2} k_2 I \right) + \mu_S \right) \\
 &\quad \left(S_n + \frac{h}{2} k_2 S \right) \\
 k_3 E &= \beta (1 - v) \left(S_n + \frac{h}{2} k_2 S \right) \left(I_n + \frac{h}{2} k_2 I \right) - (\gamma + \tau + \mu_E) \left(E_n + \frac{h}{2} k_2 E \right) \\
 k_3 I &= \gamma \left(E_n + \frac{h}{2} k_2 E \right) - (\delta + \mu_I) \left(I_n + \frac{h}{2} k_2 I \right) \\
 k_3 R &= \delta \left(I_n + \frac{h}{2} k_2 I \right) - (\alpha + \mu_R) \left(R_n + \frac{h}{2} k_2 R \right)
 \end{aligned} \tag{4.39}$$

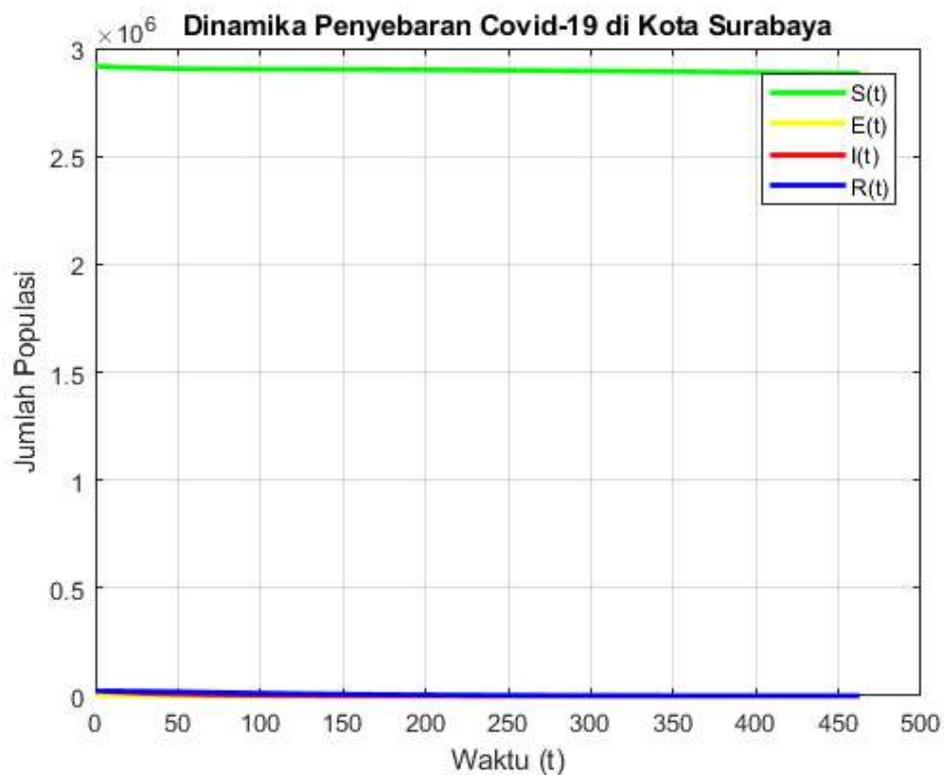
Setelah nilai titik kemiringan k_3 setiap variabel diperoleh pada persamaan 4.39, kemudian untuk mendapatkan nilai k_4 , bentuk persamaan pada k_3 dimodifikasi ke dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 k_4 S &= p\Lambda + \alpha (R_n + hk_3 R) + \tau (E_n + hk_3 E) - (\beta (1 - v) (I_n + hk_3 I) + \mu_S) (S_n + k_3 S) \\
 k_4 E &= \beta (1 - v) (S_n + k_3 S) (I_n + hk_3 I) - (\gamma + \tau + \mu_E) (E_n + hk_3 E) \\
 k_4 I &= \gamma (E_n + hk_3 E) - (\delta + \mu_I) (I_n + hk_3 I) \\
 k_4 R &= \delta (I_n + hk_3 I) - (\alpha + \mu_R) (R_n + hk_3 R)
 \end{aligned} \tag{4.40}$$

Setelah seluruh titik kemiringan pada persamaan (4.37), (4.38), (4.39), dan (4.40) telah didapatkan, langkah berikutnya yaitu mensubstitusikan seluruh nilai parameter pada tabel 4.1 dan jumlah populasi awal pada tabel 4.2 ke dalam persamaan (2.33) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 S_{n+1} &= S_n + \frac{1}{6} (k_1 S + 2k_2 S + 2k_3 S + k_4 S) \\
 E_{n+1} &= E_n + \frac{1}{6} (k_1 E + 2k_2 E + 2k_3 E + k_4 E) \\
 I_{n+1} &= I_n + \frac{1}{6} (k_1 I + 2k_2 I + 2k_3 I + k_4 I) \\
 R_{n+1} &= R_n + \frac{1}{6} (k_1 R + 2k_2 R + 2k_3 R + k_4 R)
 \end{aligned}
 \tag{4.41}$$

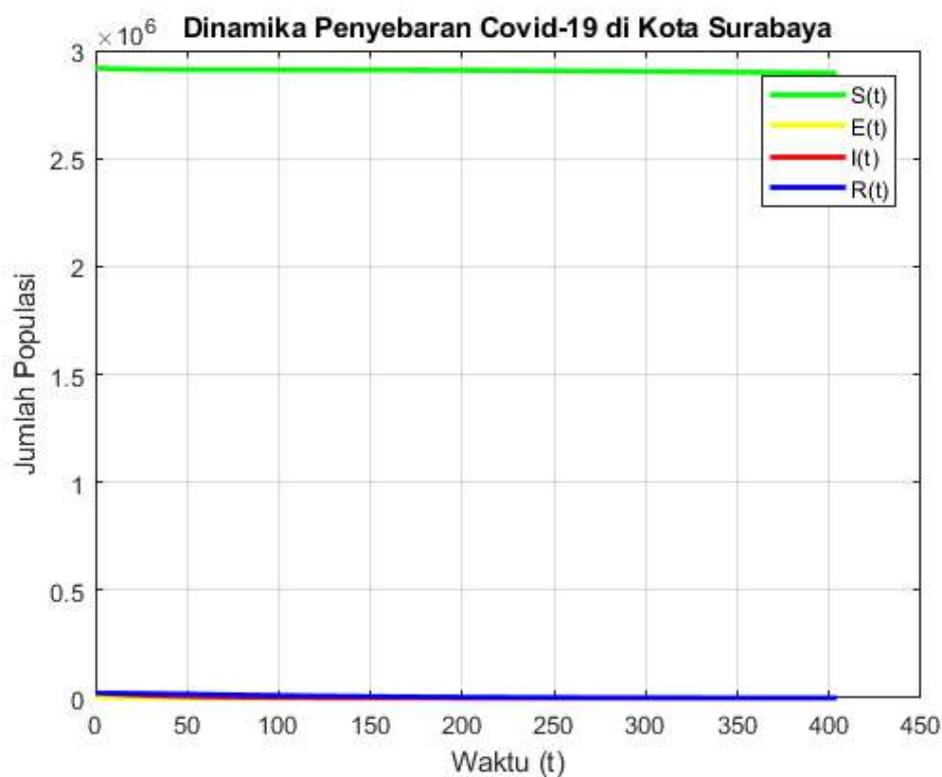
sedemikian sehingga diperoleh hasil simulasi seperti pada gambar 4.6



Gambar 4.6 Hasil Simulasi 2

4.6.3. Simulasi Kondisi 3

Pada kondisi ketiga, persamaan yang akan disimulasikan adalah persamaan (2.2), di mana parameter efektifitas vaksin yang digunakan adalah vaksin AstraZeneca. Langkah-langkah yang digunakan semuanya sama seperti pada kondisi kedua, yang berbeda hanya pada parameter v nya sebesar 62,1% atau 0,621 sedemikian sehingga didapatkan hasil simulasi seperti pada gambar 4.7



Gambar 4.7 Hasil Simulasi 3

4.7. Nilai Galat Dari Model

Hasil yang telah didapatkan dari model epidemik pada persamaan (2.1), kemudian akan dicari nilai galatnya untuk mengetahui seberapa akurat hasil simulasi pada penelitian ini. Data aktual yang dimiliki sebanyak 200 data, sehingga untuk menghitung nilai galatnya, hasil simulasi yang akan digunakan yaitu hasil simulasi dari hari pertama hingga hari ke-200. Nilai galat yang pertama dicari yaitu dengan menggunakan metode MAPE pada persamaan (2.35) untuk melihat galat dari sisi rata-ratanya. Nilai galat yang diperoleh dari penggunaan metode MAPE yaitu sebesar:

Tabel 4.7 Tabel Nilai MAPE

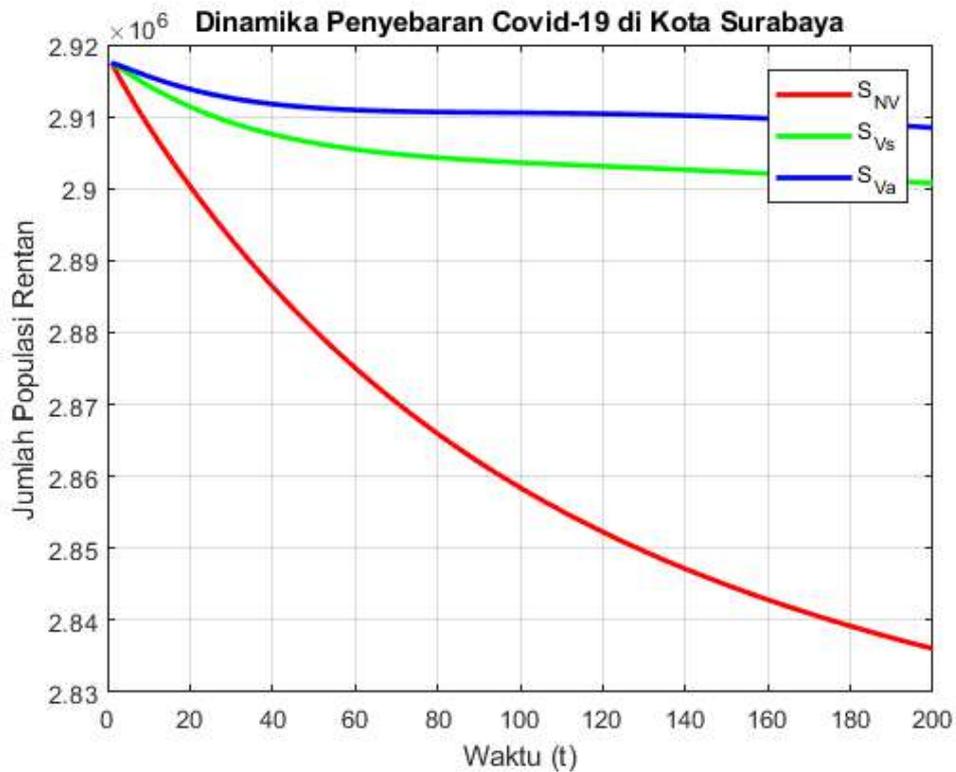
Nilai	S	E	I	R
$Rataan_A$	2.858.540	6.059,425	27.010,1	24.826
$Rataan_S$	2.864.131,365	3.700,040	10.136,441	15.789,848
$MAPE$	17,15	28,41	31,04	20,59

Dari nilai MAPE di atas, maka untuk hasil simulasi dari model epidemik pada penelitian ini dapat dikategorikan cukup akurat. Sehingga hasil simulasi masih dapat dijadikan sebagai patokan untuk bahan kajian mitigasi untuk mengendalikan wabah Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya. Penulisan galat dalam penelitian ini, dapat disingkat dengan memisalkan $\varepsilon = MAPE$, sedemikian sehingga galat yang dihasilkan dari simulasi pada model yang dibentuk dalam penelitian ini adalah $\varepsilon \in [17.15\%, 31.04\%]$.

4.8. Analisis Hasil Simulasi

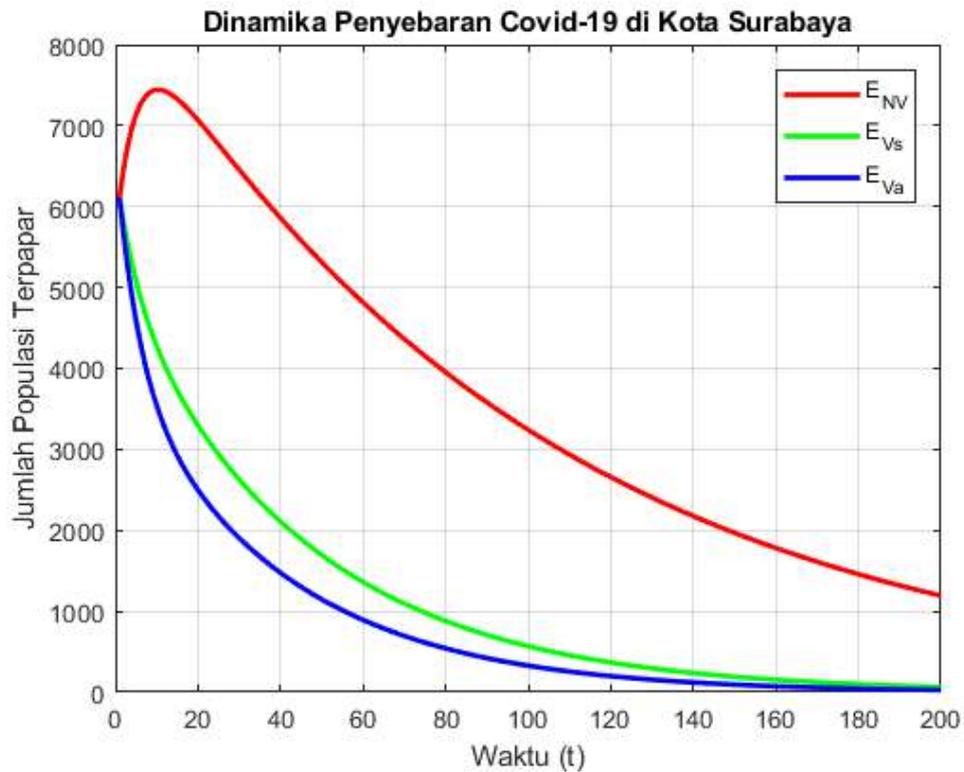
Berdasarkan hasil simulasi yang telah didapatkan, wabah Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya akan berlangsung selama 987 hari, apabila dimulai pada tanggal 14 Mei 2021, Covid-19 akan berhenti mewabah jatuh pada tanggal 25 Januari 2024. Kondisi ini apabila dibandingkan ketika seluruh masyarakat Kota Surabaya diberikan vaksin Sinovac, wabah akan berlangsung 464 hari, dan akan selesai pada tanggal 20 Agustus 2022, jauh lebih cepat 523 hari jika dibandingkan apabila seluruh masyarakat Kota Surabaya tidak diberikan vaksin sama sekali. Kondisi berikutnya yaitu apabila dibandingkan ketika seluruh masyarakat Kota Surabaya diberikan vaksin AstraZeneca, wabah akan berlangsung 405 hari, dan selesai pada tanggal 22 Juni 2022, jauh lebih cepat 582 hari jika dibandingkan apabila seluruh masyarakat Kota Surabaya tidak diberikan vaksin sama sekali. Saran yang tepat bagi pemerintah Kota Surabaya adalah memberikan vaksin AstraZeneca untuk masyarakatnya, apabila pemerintah belum mampu untuk memberikan seluruh masyarakat, cukup dengan memberikan vaksin Sinovac sudah dapat membantu untuk mempercepat selesainya wabah Covid-19.

Sebagai perbandingan terhadap jumlah populasi dari ketiga kondisi yang telah disimulasikan, diperoleh data sebagai berikut:



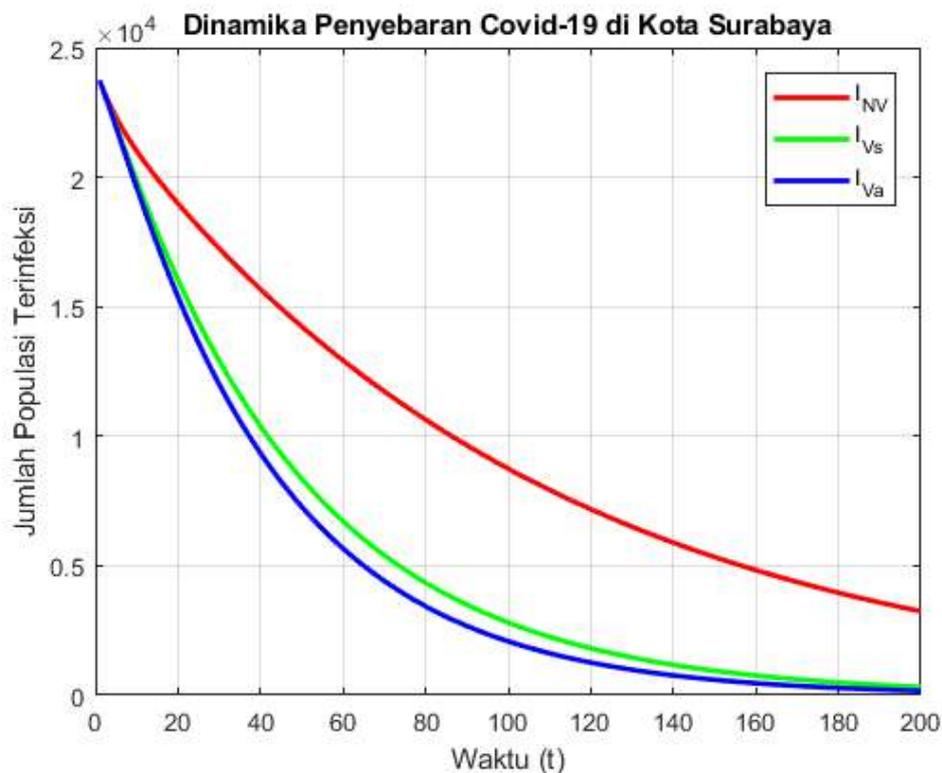
Gambar 4.8 Perbandingan Populasi Rentan

Berdasarkan grafik 4.8 di atas, pada hari ke-200 jumlah populasi individu yang rentan terinfeksi adalah sebanyak 2.836.042 jiwa untuk kondisi 1, untuk kondisi 2 sebanyak 2.900.709 jiwa, dan untuk kondisi 3 sebanyak 2.908.461 jiwa. Data berikutnya yang didapatkan dari hasil simulasi yaitu jumlah populasi individu yang terpapar sebagai berikut:



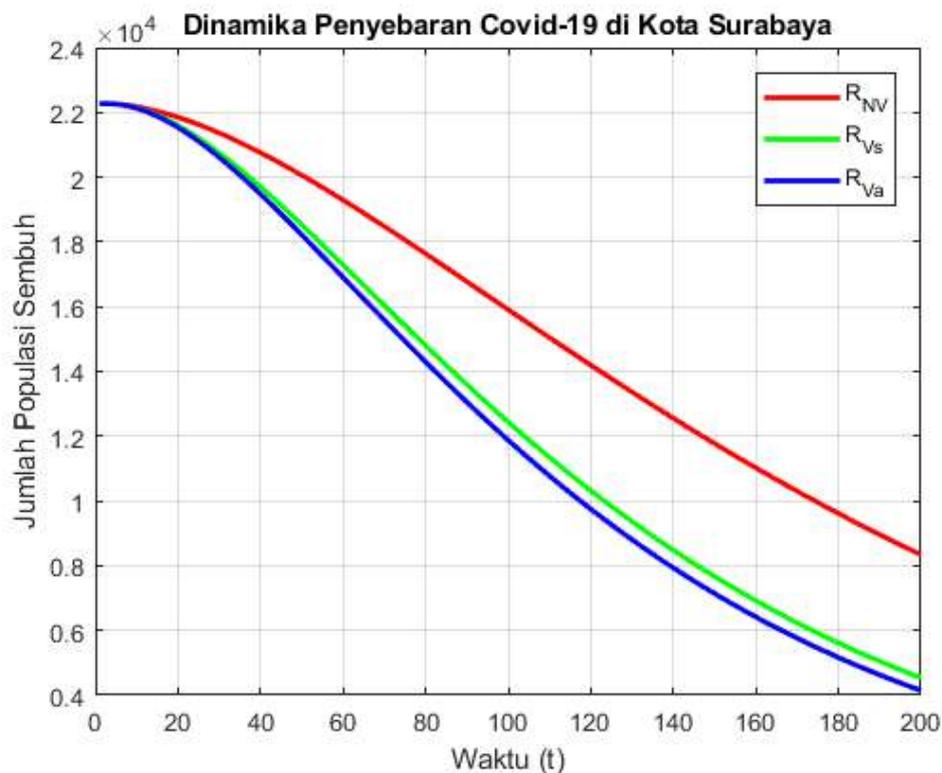
Gambar 4.9 Perbandingan Populasi Terpapar

Berdasarkan grafik 4.9 di atas, pada hari ke-200 jumlah populasi individu yang terpapar adalah sebanyak 1192 jiwa untuk kondisi 1, untuk kondisi 2 sebanyak 64 jiwa, dan untuk kondisi 27 sebanyak 11 jiwa. Data berikutnya yang didapatkan dari hasil simulasi yaitu jumlah populasi invididu yang terinfeksi sebagai berikut:



Gambar 4.10 Perbandingan Populasi Terinfeksi

Berdasarkan grafik 4.10 di atas, pada hari ke-200 jumlah populasi individu yang terinfeksi adalah sebanyak 3.239 jiwa untuk kondisi 1, untuk kondisi 2 sebanyak 316 jiwa, dan untuk kondisi 3 sebanyak 170 jiwa. Data berikutnya yang didapatkan dari hasil simulasi yaitu jumlah populasi invididu yang sembuh sebagai berikut:



Gambar 4.11 Perbandingan Populasi Sembuh

Berdasarkan grafik 4.11 di atas, pada hari ke-200 jumlah populasi individu yang sembuh adalah sebanyak 8.340 jiwa untuk kondisi 1, untuk kondisi 2 sebanyak 4.534 jiwa, dan untuk kondisi 3 sebanyak 4.143 jiwa.

4.9. Integrasi Keilmuan

4.9.1. Kajian Keislaman Terkait Hasil Analisis Simulasi

Berdasarkan hasil yang diperoleh dari simulasi, penggunaan vaksin berpengaruh besar dalam mempercepat selesainya wabah ini Covid-19 gelombang kedua di kota Surabaya. Dinamika pola penyebaran penyakit antara model dasar dan model dengan penambahan efektivitas vaksin menunjukkan bahwa, vaksin dapat meningkatkan imunitas dari individu yang rentan terpapar Covid-19,

sehingga wabah akan selesai lebih cepat 523 hari dan 582 hari jika dibandingkan dengan model tanpa efektivitas vaksin. Hal ini dapat dijadikan sebagai bahan pembelajaran bagi pemerintah untuk menetapkan metode mitigasi agar wabah dapat cepat terselesaikan, jika dianalogi kan dengan firman Allah Swt., dalam al-Quran yang berbunyi:

يَا أَيُّهَا النَّاسُ قَدْ جَاءَتْكُمْ مَوْعِظَةٌ مِّن رَّبِّكُمْ وَشِفَاءٌ لِّمَا فِي الصُّدُورِ^{لَا} وَهُدًى وَرَحْمَةٌ
لِّلْمُؤْمِنِينَ ﴿٥٧﴾

Artinya: “Wahai manusia, sungguh telah datang kepadamu pelajaran (Al-Qur’an) dari Tuhanmu, penyembuh bagi sesuatu (penyakit) yang terdapat dalam dada, dan petunjuk serta rahmat bagi orang-orang mukmin.” (Q.S. Yunus 10:57).

Covid-19 sebenarnya bukanlah penyakit tanpa obat yang tidak memiliki solusi dan akan selalu berada di tubuh manusia. Penyakit Covid-19 ini menyerang sistem pernafasan atau paru-paru (di dalam dada), pasti memiliki solusi penyembuhan dan pencegahan apabila kita mau untuk mempelajari bagaimana caranya, salah satunya adalah dengan penggunaan vaksin. Perlu diketahui bahwa, walaupun vaksin merupakan salah satu obat yang cukup efektif untuk menyelesaikan wabah Covid-19 ini, tetap atas izin Allah Swt., suatu penyakit dapat sembuh dan berhenti mewabah. Pernyataan ini sesuai dengan sabda Rasulullah Saw., dalam hadis riwayat muslim yang berbunyi:

حَدَّثَنَا هَارُونُ بْنُ مَعْرُوفٍ وَأَبُو الظَّاهِرِ وَأَحْمَدُ بْنُ عِيسَى قَالُوا حَدَّثَنَا ابْنُ وَهْبٍ
أَخْبَرَنِي عَمْرُو وَهُوَ ابْنُ الْحَارِثِ عَنْ عَبْدِ رَبِّهِ بْنِ سَعِيدٍ عَنْ أَبِي الزُّبَيْرِ عَنْ جَابِرٍ عَنْ
رَسُولِ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ أَنَّهُ قَالَ لِكُلِّ دَاءٍ دَوَاءٌ فَإِذَا أُصِيبَ دَوَاءُ الدَّاءِ بَرَأَ بِإِذْنِ
اللَّهِ عَزَّ وَجَلَّ (رواه مسلم)

Artinya: “Telah menceritakan kepada kami Harun bin Ma’ruf dan Abu Ath Thahir serta Ahmad bin ’Isa mereka berkata; Telah menceritakan kepada kami Ibnu Wahb; Telah mengabarkan kepadaku ’Amru yaitu Ibnu Al Harits dari ’Abdu Rabbih bin Sa’id dari Abu Az Zubair dari Jabir dari Rasulullah *shallallahu ’alaihi wasallam*, beliau bersabda: ”Setiap penyakit ada obatnya. Apabila ditemukan obat yang tepat untuk suatu penyakit, maka akan sembuhlah penyakit itu dengan izin Allah ’azza wajalla.” (HR. Muslim no. 4084).

Jadi sebagai umat Islam, tidak hanya menggunakan obat untuk menyembuhkan penyakit dan menyelesaikan wabah, perlu adanya doa kepada Allah Swt., untuk meminta kesembuhan dan pertolongannya, sebab tanpa izin kesembuhan darinya, berbagai macam jenis obat paling ampuh didunia ini tidak akan bisa untuk menyembuhkan. Oleh karena itu, ketika suatu penyakit atau wabah menyerang individu, sebagai manusia wajib hukumnya untuk mengobati dan menyembuhkannya, agar penyakit tersebut tidak menyebar ke individu yang lainnya. Hal ini disebabkan karena, penyakit mewabah dapat dikategorikan sebagai sesuatu yang berbahaya sehingga harus segera dihilangkan, hal ini sesuai dengan sebuah kaidah fikih yang berbunyi (Shodiq, 2020):

الضَّرْرُ يُزَالُ

Artinya: “Kemudaratan (kerugian, kesulitan, atau bahaya) harus dihilangkan”.

Penyakit yang mewabah yang tidak segera untuk disembuhkan atau dihentikan penyebarannya, akan menjadi suatu kemudaratan bagi para penduduk wilayah yang terkena wabah, karena wilayah tersebut akan terisolasi dan berbagai jenis kegiatan akan dikurangi atau bahkan lebih parahnya akan dilarang serta ditiadakan. Analogi dengan kondisi yang terjadi dalam kasus wabah Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya, jika terjadi serangan gelombang ketiga, maka akan menjadi suatu kemudaratan bagi warganya, karena akan terjadi pemberlakuan pengurangan aktifitas produktif dan isolasi wilayah, sehingga banyak terjadi kerugian dari segi materi maupun waktu. Oleh karena itu penggunaan vaksin sebagai pengobatan adalah salah satu keputusan yang tepat, serta paling efektif untuk memitigasi wabah penyakit yang terjadi pada suatu wilayah, terutama wabah penyakit Covid-19.

4.9.2. Kajian Keislaman Terkait Analisis Keseimbangan dan Kestabilan

Berdasarkan dari hasil penelitian yang telah diperoleh, didapatkan bahwa pada sistem model penyebaran penyakit SEIR pada penelitian ini memiliki titik keseimbangan, baik itu titik keseimbangan secara global (menyeluruh) maupun keseimbangan secara lokal (sebagian), setiap titik keseimbangan dari sistem model yang digunakan, diuji kondisi kestabilannya dan benar bahwa setiap titik keseimbangan itu stabil. Kondisi ini apabila dianalogikan dengan firman Allah Swt., yang berbunyi:

الَّذِي خَلَقَ سَبْعَ سَمَوَاتٍ طِبَاقًا مَا تَرَى فِي خَلْقِ الرَّحْمَنِ مِنْ تَفْوُتٍ فَارْجِعِ الْبَصَرَ هَلْ تَرَى مِنْ فُطُورٍ ﴿٣﴾

Artinya: “(Dia juga) yang menciptakan tujuh langit berlapis-lapis. Kamu tidak akan melihat pada ciptaan Tuhan Yang Maha Pengasih ketidakseimbangan sedikit pun. Maka, lihatlah sekali lagi! Adakah kamu melihat suatu cela?” (Q.S. Al-Mulk 67:3).

Allah Swt., telah menciptakan seluruh alam semesta ini dalam kondisi yang sangat seimbang dan juga sangat stabil, apabila terdapat ketidakseimbangan dan kestabilan sekecil apapun itu, pasti dapat merusak tatanan yang lainnya. Allah Swt., bahkan juga menyusun keseimbangan dan kestabilan dari alam semesta ini hingga ke bagian kecilnya, salah satu bagian kecil dari seluruh alam semesta ini adalah manusia. Allah Swt. menciptakan manusia dalam keadaannya yang seimbang dan juga dalam kondisi yang stabil, pernyataan ini sesuai dengan firman Allah Swt., yang berbunyi:

الَّذِي خَلَقَكَ فَسَوَّبَكَ فَعَدَلَكَ ﴿٧﴾ فِي أَيِّ صُورَةٍ مَا شَاءَ رَكَّبَكَ ﴿٨﴾

Artinya: “7) Yang telah menciptakanmu lalu menyempurnakan kejadianmu dan menjadikan (susunan tubuh)-mu seimbang ?. 8) Dalam bentuk apa saja yang dikehendaki, Dia menyusun (tubuh)-mu”. (Q.S. Al-Infitar 82:7-8).

لَقَدْ خَلَقْنَا الْإِنْسَانَ فِي أَحْسَنِ تَقْوِيمٍ ﴿٤﴾

Artinya: “Sungguh, Kami benar-benar telah menciptakan manusia dalam bentuk yang sebaik-baiknya”. (Q.S. At-Tin 95:4).

Maha sempurna dan maha adil Allah Swt., yang telah menciptakan seluruhnya dalam kondisi adil, seimbang, dan juga stabil. Berdasarkan sabda Rasulullah dalam hadis riwayat muslim dijelaskan bahwa Allah Swt., tidak hanya menciptakan seluruh alam semesta ini dalam keadaan yang seimbang, tetapi ketika hari kiamat datang dan Allah Swt., ingin menghancurkan seluruh ciptaan yang telah ia buat, maka Allah Swt., juga akan menghancurkannya dalam keadaan seimbang. Sesuai dengan sabda Rasulullah Saw., yang berbunyi:

حَدَّثَنَا عَبْدُ الْمَلِكِ بْنُ شُعَيْبٍ بْنُ اللَّيْثِ حَدَّثَنِي أَبِي عَنْ جَدِّي حَدَّثَنِي خَالِدُ بْنُ يَزِيدَ عَنْ سَعِيدِ بْنِ أَبِي هِلَالٍ عَنْ زَيْدِ بْنِ أَسْلَمَ عَنْ عَطَاءِ بْنِ يَسَارٍ عَنْ أَبِي سَعِيدِ الْخُدْرِيِّ عَنْ رَسُولِ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ قَالَ تَكُونُ الْأَرْضُ يَوْمَ الْقِيَامَةِ خُبْرَةً وَاحِدَةً يَكْفُوهَا الْجَبَّارُ بِيَدِهِ كَمَا يَكْفُو أَحَدَكُمْ خُبْرَتُهُ فِي السَّفَرِ نَزْلًا لِأَهْلِ الْجَنَّةِ قَالَ فَآتَى رَجُلٌ مِنَ الْيَهُودِ فَقَالَ بَارَكَ الرَّحْمَنُ عَلَيْكَ أبا الْقَاسِمِ أَلَا أَخْبِرُكَ بِنَزْلِ أَهْلِ الْجَنَّةِ يَوْمَ الْقِيَامَةِ قَالَ بَلَى قَالَ تَكُونُ الْأَرْضُ خُبْرَةً وَاحِدَةً كَمَا قَالَ رَسُولُ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ قَالَ فَتَنْظُرُ إِلَيْنَا رَسُولُ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ ثُمَّ صَحِكَ حَتَّى بَدَتْ نَوَاجِذُهُ قَالَ أَلَا أَخْبِرُكَ بِإِدَامِهِمْ قَالَ بَلَى قَالَ إِدَامُهُمْ بِالْأَمْ وَنُونٌ قَالُوا وَمَا هَذَا قَالَ ثَوْرٌ وَنُونٌ يَأْكُلُ مِنْ زَائِدَةٍ كَبِدِهِمَا سَبْعُونَ أَلْفًا (رواه مسلم)

Artinya: “Telah menceritakan kepada kami 'Abdul Malik bin Syu'aib bin Al Laits telah menceritakan kepadaku bapakku dari kakekku telah menceritakan kepada kami Khalid bin Yazid dari Sa'id bin Abu Hilal dari Zaid bin Aslam dari 'Atha bin Yasar dari Abu Sa'id Al Khudri dari Rasulullah *shallallahu 'alaihi wasallam* beliau bersabda: ”Pada hari kiamat bumi itu akan seperti satu potong roti yang akan di ratakan oleh Allah dengan tangan-Nya hingga menjadi seimbang. Sebagaimana roti yang diratakan oleh salah seorang dari kalian diperjalanannya. sebagai hidangan bagi penghuni surga. Kemudian seorang laki-laki dari yahudi datang, ia berkata kepada beliau; ”semoga Allah memberkahi kepadamu wahai Abu Qasim, beliau berkata kepadanya; maukah kamu kuberitahu tentang hidangan penghuni surga pada hari kiamat? Dia menjawab; 'Ya.' Beliau bersabda: bumi akan menjadi satu potong roti sebagaimana sabda Rasulullah *shallallahu 'alaihi wasallam* tadi. Maka Rasulullah *shallallahu 'alaihi wasallam* melihat kepada kami dan tertawa hingga terlihat gigi serinya. Beliau *shallallahu 'alaihi wasallam* bertanya; maukah kuberitahukan kepadamu tentang lauk pauk mereka. Dia menjawab; lauknya adalah balaam (bahasa Ibarahin) dan nun. Para sahabat bertanya; apakah itu? Beliau menjawab; yaitu seekor sapi, sedangkan nun adalah daging yang paling baik dari hatinya yang akan dimakan oleh tujuh puluh ribu penghuni surga yang masuk tanpa hisab.” (HR. Muslim no. 5000).

Pada umumnya, dalam model matematika biasanya terdapat kendala di mana tidak terdapat kesetimbangan, tapi hal itu dapat disiasati dengan memperbaiki model atau merubah parameter yang digunakan. Melakukannya harus urut dimulai dari mencari titik kesetimbangan terlebih dahulu, kemudian baru mencari kondisi kestabilannya. Langkah-langkah yang urut untuk mendapatkan titik kesetimbangan dan kondisi kestabilan ini sesuai dengan kajian

fikih yang berbunyi sebagai berikut (Bisri, 1977):

مَا يَجِبُ أَنْ يَأْتِيَ أَوْلًا يَجِبُ أَنْ يَأْتِيَ أَوْلًا ، وَمَا يَجِبُ أَنْ يَنْتَهِيَ يَجِبُ أَنْ يَنْتَهِيَ . لَا
يَنْبَغِي إِحْضَارُ شَيْءٍ صَغِيرٍ ، وَلَا يَنْبَغِي إِغْفَالُ شَيْءٍ مُهِمٍّ . كُلُّ شَيْءٍ يَجِبُ أَنْ يُوَضَعَ فِي
مَكَانِهِ بِشَكْلِ مُتَوَازِنٍ وَمُسْتَقِيمٍ لَا أَكْثَرَ وَلَا أَقْلَ . (فقه الأولياء)

Artinya: “Sesuatu yang semestinya didahulukan harus didahulukan, dan yang semestinya diakhirkan harus diakhirkan. Sesuatu yang kecil tidak perlu dibesarkan, dan sesuatu yang penting tidak boleh diabaikan. Setiap perkara harus diletakkan di tempatnya dengan seimbang dan lurus, tidak lebih dan kurang.” (Fiqh al-Awlawiyah).

Seluruh proses berjalannya pada penelitian ini, telah mengikuti kaidah-kaidah keislaman yang telah dibahas sebelumnya, baik itu proses yang tertata secara berurutan dari yang perlu dikerjakan terlebih dahulu seperti mencari titik kesetimbangan, hingga yang dikerjakan akhir yaitu simulasi. Penelitian ini tentunya juga mengikuti kaidah keislaman bahwa semua yang ada harus seimbang dan stabil sesuai dengan kadarnya, didapatkan bahwa model epidemi SEIR yang digunakan pada penelitian ini, memiliki titik kesetimbangan baik itu global maupun lokal, titik kesetimbangan yang diperoleh pun diketahui setelah dianalisis semuanya dalam kondisi stabil. Tujuan dari mencari titik seimbang dan kondisi stabil, agar diperoleh hasil yang bagus dan juga akurat. Hal ini dikarenakan sebagai umat Islam, wajib hukumnya untuk selalu mendekatkan diri kepada Allah Swt., yang maha sempurna, sehingga sebisa mungkin juga sebagai umat islam harus mengikuti sifat-sifat yang dimiliki Allah Swt., salah satunya yaitu melakukan sesuatu harus selalu seimbang, adil, dan juga stabil.

4.9.3. Kajian Keislaman Terkait Toleransi Galat

Pada penelitian ini didapatkan bahwa galat dari model dan hasil simulasi sebesar 17,15% dan 30,72%. Hal ini sesuai dengan standar toleransi dari galat untuk hasil dapat dikategorikan akurat, sehingga hasil dari simulasi model yang dijalankan dapat diterima. Toleransi nilai galat ini analogi dengan firman Allah Swt., yang berbunyi:

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا تَوْبُوا إِلَى اللَّهِ تَوْبَةً تَصَوحًا عَسَىٰ رَبُّكُمْ أَن يُكَفِّرَ عَنْكُمْ سَيِّئَاتِكُمْ
وَيُدْخِلَكُم جَنَّاتٍ تَجْرِي مِن تَحْتِهَا الْأَنْهَارُ يَوْمَ لَا يُخْزِي اللَّهُ النَّبِيَّ وَالَّذِينَ آمَنُوا مَعَهُ
نُورُهُمْ يَسْعَىٰ بَيْنَ أَيْدِيهِمْ وَبِأَيْمَانِهِمْ يَقُولُونَ رَبَّنَا آتِنَا لَنَا نُورًا وَاعْفِرْ لَنَا إِنَّكَ عَلَىٰ كُلِّ
شَيْءٍ قَدِيرٌ ﴿٨﴾

Artinya: “Wahai orang-orang yang beriman, bertobatlah kepada Allah dengan tobat yang semurni-murninya. Mudah-mudahan Tuhanmu akan menghapus kesalahan-kesalahanmu dan memasukkanmu ke dalam surga yang mengalir di bawahnya sungai-sungai pada hari ketika Allah tidak menghinakan Nabi dan orang-orang yang beriman bersamanya. Cahaya mereka memancar di hadapan dan di sebelah kanannya. Mereka berkata, “Ya Tuhan kami, sempurnakanlah untuk kami cahaya kami dan ampunilah kami. Sesungguhnya Engkau Mahakuasa atas segala sesuatu””. (Q.S. At-Tahrim 66:8).

وَهُوَ الَّذِي يَقْبَلُ التَّوْبَةَ عَن عِبَادِهِ وَيَعْفُو عَنِ السَّيِّئَاتِ وَيَعْلَمُ مَا تَفْعَلُونَ ﴿١٥﴾

Artinya: “Dialah yang menerima tobat dari hamba-hamba-Nya, memaafkan kesalahan-kesalahan, mengetahui apa yang kamu kerjakan”. (Q.S. Asy-Syura 42:25).

Dari ayat al-Quran di atas, dapat disimpulkan bahwa selagi kesalahan tersebut masih dapat ditoleransi dan dimaafkan, maka kesalahan tersebut masih dapat ditoleransi. Karena Allah Swt., sendiri masih memaafkan dosa selain dosa syirik, durhaka kepada kedua orang tua, dan bersaksi palsu, maka untuk nilai galat yang masih di bawah dari 50%, dapat ditoleransi dan diterima. Agama Islam sendiri merupakan agama yang toleran terhadap kekurangan dan kelemahan antar sesama, maka seharusnya kita sebagai umat islam yang tidak sempurna dan pasti berbuat dosa, selayaknya dapat menoleran sebuah kesalahan seperti pada sabda rasullullah Saw., yang berbunyi: Artinya: “Telah menceritakan kepada kami Yazid

حَدَّثَنِي يَزِيدُ قَالَ أَخْبَرَنَا مُحَمَّدُ بْنُ إِسْحَاقَ عَنْ دَاوُدَ بْنِ الْحُصَيْنِ عَنْ عِكْرِمَةَ عَنِ ابْنِ عَبَّاسٍ قَالَ قِيلَ لِرَسُولِ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ أَيُّ الْأَدْيَانِ أَحَبُّ إِلَى اللَّهِ قَالَ الْحَنِيفِيَّةُ السَّمْحَةُ (رواه أحمد)

berkata; telah mengabarkan kepada kami Muhammad bin Ishaq dari Dawud bin Al Hushain dari Ikrimah dari Ibnu 'Abbas, ia berkata; Ditanyakan kepada Rasulullah shallallahu 'alaihi wasallam; ”Agama manakah yang paling dicintai oleh Allah ?” maka beliau bersabda: “*Al Hanifiyyah As Samhah* (yang lurus lagi toleran)” (HR. Ahmad no. 2003).

Dalam model penyebaran penyakit, tidak hanya bertujuan untuk melihat dinamika pola penyebaran penyakit nya saja, tetapi juga digunakan untuk memprediksi bagaimana kedepannya. Untuk itu diperlukan seberapa besar galat

yang dihasilkan dari model dan simulasi yang dijalankan dalam penelitian ini, hal ini dikarenakan nilai galat yang semakin kecil, maka nilai hasil simulasinya mendekati data aktualnya. Hasil prediksi merupakan sesuatu yang baru, sehingga untuk memperkirakan sesuatu yang baru untuk kedepannya, perlu didekatkan dengan kondisi saat ini, ketika hasil prediksi memiliki galat yang kecil maka akan semakin valid juga prediksi yang dihasilkan. Sesuai dengan kajian fikih yang berbunyi (Bisri, 1977):

الأَصْلُ فِي كُلِّ حَدِيثٍ تَقْدِيرُهُ بِأَقْرَبِ زَمَانٍ

Artinya: “Tiap-tiap yang baru itu harus dikira-kirakan kepada masa yang lebih dekat.”

Dikarenakan pada penelitian ini menggunakan metode numerik, di mana hasil yang didapatkan adalah pendekatan terhadap kondisi aktualnya serta diharapkan mampu untuk memprediksi kondisi kedepannya, jadi terdapat kesalahan atau galat dalam hasilnya. Untuk mengukur tingkat kesalahan dari hasil tersebut, harus diukur dengan data aktual yang dimiliki pada masa sekarang seperti bunyi kajian fikih yang dibahas sebelumnya, jika galat yang diperoleh dari hasil masih di bawah standar toleransi galat, maka hasil tersebut masih dapat diterima. Galat pada penelitian ini diukur dari persentase selisih hasil simulasi dengan data aktualnya, didapatkan bahwa selisih jarak dari hasil simulasi dengan data aktualnya dekat, dengan demikian kesalahan berupa selisih jarak antara hasil simulasi dengan data aktual yang masih dekat tersebut masih dapat ditoleran.

BAB V

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil yang telah didapatkan dari penelitian ini dan pembahasan yang telah dipaparkan sebelumnya, maka dapat disimpulkan bahwa :

1. Analisis kestabilan yang telah dilakukan, didapatkan titik kesetimbangan kondisi bebas penyakit yaitu $\xi_0 = (10767.2511, 0, 0, 0)$, dan titik kesetimbangan kondisi endemik yaitu $\xi_1 = (1104.3677, 1.9373, 0.4602, 36.6414)$, dimana setiap titik kesetimbangan stabil asimtotik. Bilangan reproduksi dasar $R_0 = 9,75$ yang menunjukkan bahwa $R_0 > 1$, sehingga penyakit Covid-19 yang menyebar di Kota Surabaya dapat dikategorikan sebagai penyakit yang mewabah.
2. Simulasi dari model epidemi SEIR, didapatkan bahwa wabah Covid-19 gelombang kedua akan berlangsung selama 987 hari yang dimulai pada tanggal 14 Mei 2021 dan akan berhenti pada tanggal 25 Januari 2024. Kondisi wabah dapat selesai 523 hari lebih cepat bila seluruh masyarakat Kota Surabaya diberikan vaksin Sinovac, wabah Covid-19 akan berlangsung selama 464 hari yang dimulai pada tanggal 14 Mei 2021 dan akan berhenti pada tanggal 20 Agustus 2022. Kondisi wabah dapat selesai 582 hari lebih cepat bila seluruh masyarakat Kota Surabaya diberikan vaksin AstraZeneca, wabah gelombang kedua akan berlangsung selama 405 hari yang dimulai pada tanggal 22 Juni 2022 dan akan berhenti pada tanggal 23 April 2022.

3. Validasi model epidemi SEIR yang digunakan dilihat dari kondisi stabil yang dimiliki dan juga galat yang didapatkan dari hasil simulasi. Penelitian ini menunjukkan bahwa model epidemi SEIR untuk studi kasus wabah Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya stabil sepenuhnya, dan juga galat yang didapatkan dari hasil simulasi sebesar $\varepsilon \in [17.15\%, 31.04\%]$, sehingga hasil simulasi dari model epidemi SEIR pada studi kasus wabah Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya dapat dikategorikan cukup akurat.

5.2. Saran

Saran yang dapat diberikan oleh penulis berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dipaparkan sebelumnya untuk penelitian berikutnya yaitu :

1. Model epidemi SEIR pada penelitian ini, dapat dikembangkan dengan menambahkan kontrol optimal untuk mempercepat laju penyembuhan individu yang terinfeksi dengan menambahkan parameter penggunaan antibiotik, sehingga dapat diperkirakan wabah Covid-19 gelombang kedua di Kota Surabaya ini akan selesai dengan durasi yang lebih cepat. Metode yang dapat digunakan yaitu salah satunya adalah Minimum Pontryagin Principle (MPP), Linear Quadratic Regulator (LQR), Propotional Integral Derivative (PID), atau Model Predictive Control (MPC).
2. Model epidemi SEIR pada penelitian ini, dapat digunakan untuk studi kasus wilayah lainnya untuk studi kasus Covid-19, sehingga setiap wilayah dapat mengatur strategi yang tepat untuk memitigasi wabah yang sedang terjadi pada setiap wilayahnya, dengan catatan parameter yang digunakan harus diubah dan disesuaikan dengan datanya.

3. Model epidemi SEIR pada penelitian ini, dapat dikembangkan dengan menambahkan variabel karantina (Q), dirawat (H), dan juga pembawa (C) untuk mendapatkan hasil simulasi yang lebih memvisualisasikan kondisi yang terjadi pada realitanya.
4. Model epidemi SEIR pada penelitian ini, dapat ditambahkan parameter-parameter lainnya yang sesuai dengan penyakit Covid-19, tujuannya untuk membuat model epidemi SEIR ini menjadi lebih sempurna.
5. Kedepannya untuk model epidemi SEIR pada penelitian ini, uji kestabilan dapat dilakukan dengan metode Lyapunov, sehingga dapat dijadikan sebagai bahan perbandingan metode manakan yang lebih tepat untuk menganalisis kestabilan pada model epidemi.
6. Untuk mengurangi nilai galat yang cukup besar, dapat dilakukan optimasi dengan menggunakan beberapa metode seperti *Particle Swarm Optimization* (PSO), *Red Fox Optimization* (RFO), atau *Firefly Optimization*.

UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A

DAFTAR PUSTAKA

Abdullah, D., Susilo, S., Ahmar, A. S., Rusli, R., and Hidayat, R. (2021). The application of K-means clustering for province clustering in Indonesia of the risk of the COVID-19 pandemic based on COVID-19 data. Journal Quality and Quantity, (0123456789).

Afifah, L. I. (2015). Analisis kestabilan model brey-predator dengan pemanenan konstan pada ikan pr
Skripsi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.

Akindeinde, S. O., Okyere, E., Adewumi, A. O., Lebelo, R. S., Fabelurin, O. O., and Moore, S. E. (2021). Caputo fractional-order SEIRP model for COVID-19 Pandemic. Alexandria Engineering Journal, pages 1–17.

Al-Zuhaili, M. M. (2009). Al-Qawaid Al-Fiqhiyyah wa Tathbiqatuha fi al-Mazahib al-Arba'.
Dar Al-Fikr, Beirut.

Ala'raj, M., Majdalawieh, M., and Nizamuddin, N. (2021). Modeling and forecasting of COVID-19 using a hybrid dynamic model based on SEIRD with ARIMA corrections. Infectious Disease Modelling, 6:98–111.

Alguliyev, R., Aliguliyev, R., and Yusifov, F. (2021). Graph modelling for tracking the COVID-19 pandemic spread. Infectious Disease Modelling, 6:112–122.

Alydrus, M. R. (2015). Analisis Dinamik Model Predator Prey Leslie-Gower dengan Fungsi Respon
Tugas akhir, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Anastassopoulou, C., Russo, L., Tsakris, A., and Siettos, C. (2020). Data-based

- analysis, modelling and forecasting of the COVID-19 outbreak. PLoS ONE, 15(3):1–21.
- Anton, H. and Rorres, C. (2014). Elementary Linear Algebra. Wiley, New Jersey, 11 edition.
- Arifin, A. Z., Rozi, M. F., Hasanah, R. A., and Novitasari, D. C. R. (2021). Estimasi Parameter Pada Model Matematika Penyebaran Covid-19 Di Tuban, Jawa Timur. 05(02):132–143.
- Arino, J. and Portet, S. (2020). A simple model for COVID-19. Infectious Disease Modelling, 5:309–315.
- Benvenuto, D., Angeletti, S., Giovanetti, M., Ciccozzi, A., Spoto, S., and Ciccozzi, M. (2020). The 2019 - new coronavirus epidemic : Evidence for virus evolution. (January):455–459.
- Berhe, H. W., Makinde, O. D., and Theuri, D. M. (2019). Parameter Estimation and Sensitivity Analysis of Malaria Model. Journal of Applied mathematics, 2019(1-13).
- Bertozzi, A. L., Franco, E., Mohler, G., Short, M. B., and Sledge, D. (2020). The challenges of modeling and forecasting the spread of COVID-19. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 117(29):16732–16738.
- Bisri, M. A. (1977). Tarjamah Al Fara Idul Bahiyyah. Menara Kudus, Rembang.
- BPOM (2021a). Badan POM Terbitkan Emergency Use Authorization Vaksin AstraZeneca.

- BPOM (2021b). Badan POM Terbitkan EUA, Vaksin CoronaVac Sinovac Siap Disuntikkan.
- Burden, R. L. and Faires, J. D. (2011). Numerical Analysis. Brooks/Cole, Boston, 9 edition.
- Campillo-Funollet, E., Van Yperen, J., Allman, P., Bell, M., Beresford, W., Clay, J., Dorey, M., Evans, G., Gilchrist, K., Memon, A., Pannu, G., Walkley, R., Watson, M., and Madzvamuse, A. (2021). Predicting and forecasting the impact of local outbreaks of COVID-19: use of SEIR-D quantitative epidemiological modelling for healthcare demand and capacity. International Journal of Epidemiology, 0(0):1–11.
- Carcione, J. M., Santos, J. E., Bagaini, C., and Ba, J. (2020). A Simulation of a COVID-19 Epidemic Based on a Deterministic SEIR Model. Frontiers in Public Health, 8(May):1–13.
- Covid-19, S. T. P. (2021). Kasus Per-Provinsi.
- De-Camino-Beck, T. (2020). A modified SEIR Model with Confinement and Lockdown of COVID-19 for Costa Rica. medRxiv, pages 1–10.
- Dwomoh, D., Iddi, S., Adu, B., Aheto, J. M., Sedzro, K. M., Fobil, J., and Bosomprah, S. (2021). Mathematical modeling of COVID-19 infection dynamics in Ghana: Impact evaluation of integrated government and individual level interventions. Infectious Disease Modelling, 6:381–397.
- Ekadry, A. (2013). Transmission Rate in Partial Differential Equation in Epidemic Models. Thesis, Marshall University.

Erawaty, N., Kasbawati, and Amir, A. K. (2019). Stability analysis for routh-hurwitz conditions using partial pivot. Journal of Physics: Conference Series, 1341(062017):1–9.

Fatmawati, Purwati, U. D., and Nainggolan, J. (2020). Parameter Estimation and Sensitivity Analysis of Malaria Model. Journal of Physics: Conference Series, 1490(1).

Gebremeskel, A. A., Berhe, H. W., and Atsbaha, H. A. (2021). Mathematical modelling and analysis of COVID-19 epidemic and predicting its future situation in Ethiopia. Results in Physics, 22:103853.

Halimah, S. (2018). Analisis kestabilan model matematika pada pembentukan sel darah putih dengan
Skripsi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Handrianto, B. (2010). Islamisasi Sains. Pustaka Al-Kautsar, Jakarta.

Hasnawati, H., Ratianingsih, R., and Puspita, J. W. (2017). Analisis Kestabilan Model Matematika Pada Penyebaran Kanker Serviks Menggunakan Kriteria Routh-Hurwitz. Jurnal Ilmiah Matematika Dan Terapan, 14(1):120–127.

He, S., Peng, Y., and Sun, K. (2020). SEIR modeling of the COVID-19 and its dynamics. Nonlinear Dynamics, 101(3):1667–1680.

Hou, C., Chen, J., Zhou, Y., Hua, L., Yuan, J., He, S., Guo, Y., Zhang, S., Jia, Q., Zhao, C., Zhang, J., Xu, G., and Jia, E. (2020). The effectiveness of quarantine of Wuhan city against the Corona Virus Disease 2019 (COVID-19): A well-mixed SEIR model analysis. Journal of Medical Virology, 92(7):841–848.

Kai, D., Goldstein, G.-P., Morgunov, A., Nangalia, V., and Rotkirch, A. (2020).

Universal Masking is Urgent in the COVID-19 Pandemic: SEIR and Agent Based Models, Empirical Validation, Policy Recommendations.

Ma, L. and Guo, S. (2016). Stability and bifurcation in a diffusive Lotka-Volterra system with delay. Computers and Mathematics with Applications, 72(1):147–177.

Mahargiani, E., Afnan, A. N., and Sumarjoko (2021). Covid-19 Dalam Prespektif Teologis, Fiqh, Dan Sains. Syariati, VII(1):43–56.

Marwanto, A. (2021). Pembelajaran pada Anak Sekolah Dasar di Masa Pandemi Covid 19. Jurnal basicedu, 5(2):2098–2105.

Moussouni, N. and Aliane, M. (2021). Optimal control of COVID-19. International Journal of Optimization and Control: Theories and Applications, 11(1):114–122.

Mukharom and Aravik, H. (2020). Kebijakan Nabi Muhammad Saw Menangani Wabah Penyakit Menular dan Implementasinya Dalam Konteks. Salam; Jurnal Sosial dan Budaya Syar-i, 7(3):239–246.

Munir, R. (2021). Metode Numerik. Informatika, Bandung, 5 edition.

Ndaïrou, F., Area, I., Nieto, J. J., and Torres, D. F. (2020). Mathematical modeling of COVID-19 transmission dynamics with a case study of Wuhan. Chaos, Solitons and Fractals, 135.

Parwanto, E. (2021). Virus Corona (SARS-CoV-2) penyebab COVID-19 kini telah bermutasi. Jurnal Biomedika dan Kesehatan, 4(2):47–49.

Pratikto, F. R. (2020). Prediksi Akhir Pandemi COVID-19 di Indonesia dengan Simulasi Berbasis Model Pertumbuhan Parametrik. Jurnal Rekayasa Sistem Industri, 9(2):63–68.

Resmawan, R. and Yahya, L. (2020). Sensitivity Analysis of Mathematical Model of Coronavirus Disease (COVID-19) Transmission. Cauchy, 6(2):91–99.

Salmah (2020). Teori Sistem Kendali Linear dan Aplikasinya. UGM Press, Yogyakarta.

Sari, D. N. and Yunita, I. (2019). Tingkat Keparahan Dan Risiko Penyebaran Covid-19 Di Indonesia Dengan Menggunakan K-Means Clustering. In Seminar Nasional Official Statistics, pages 210–216, Bangka Barat.

Sarkar, K., Khajanchi, S., and Nieto, J. J. (2020). Modeling and forecasting the COVID-19 pandemic in India. Chaos, Solitons and Fractals, 139:110049.

Shaleh, Q., Dahlan, H. A. A., and Dahlan, M. D. (2000). Asbabun Nuzul Latar Belakang Historis Turunnya Ayat Al-Qur'an. Diponegoro, Bandung, ii edition.

Shao, W., Li, X., Goraya, M. U., Wang, S., and Chen, J.-l. (2017). Evolution of Influenza A Virus by Mutation and Re-Assortment. International Journal of Molecular Sciences, 18(8):1–13.

Shihab, M. Q. (2007). Mukjizat Al-Quran. Mizan, Bandung.

Shodiq, S. (2020). Penanganan Covid-19 Dalam Pendekatan Kaidah Fikih dan Ushul Fikih (Analisis Kebijakan Pembatasan Sosial Berskala Besar Dibiidang Keagamaan). Al-Adalah: Jurnal Hukum dan Politik Islam, 5(2):100–122.

Siddik, A. M. A. (2017). Analisis Kestabilan Model Mangsa-Pemangsa dengan Fungsi Respon Holling. Tesis, Universitas Hasanuddin Makassar.

Silfiah, R. I. (2020). Fleksibilitas Hukum Islam di Masa Pandemi Covid-19. Suloh Jurnal Program Studi Magister Hukum, Edisi Khus(Oktober 2020):74–90.

Surabaya, P. (2021). Vaksinasi Covid-19 Bagi Masyarakat Umum Tanpa Syarat Domisili Gelombang I Di Polkesbaya.

Tambunan, L. (2020). Covid-19 di Surabaya masuk kategori 'zona hitam', perilaku warga 'seperti tidak ada PSBB'.

Tang, Y. and Wang, S. (2020). Mathematic modeling of COVID-19 in the United States. Emerging Microbes and Infections, 9(1):827–829.

uron Hurit, R. (2020). Penyelesaian Model SEIR Untuk Penyebaran Penyakit Meningitis Menggunakan Tesis, Universitas Sanata Dharma.

Wahyudin (1987). Metode Analisis Numerik. Tarsito, Bandung, 2 edition.

Walpole, R. E. and Mayers, R. H. (2012). Probability and Statistics for Engineers and Scientist. Pearson, New Jersey, ninth edition.

Xiang, Y., Jia, Y., Chen, L., Guo, L., Shu, B., and Long, E. (2021). COVID-19 epidemic prediction and the impact of public health interventions: A review of COVID-19 epidemic models. Infectious Disease Modelling, 6(24):324–342.

Yu, D., Zhu, G., Wang, X., Zhang, C., Soltanalizadeh, B., Wang, X., Tang, S., and Wu, H. (2021). Assessing effects of reopening policies on COVID-19 pandemic in Texas with a data-driven transmission model. Infectious Disease Modelling, 6(2021):461–473.

Yuan, X., Chen, S., Yuwen, L., An, S., Mei, S., and Chen, T. (2020). An Improved SEIR Model for Reconstructing the Dynamic Transmission of COVID-19. In IEEE International Conference on Bioinformatics and Biomedicine, BIBM 2020, pages 2320–2327.