

STRUKTUR RADIKAL DAN RADIKAL PRIMA PADA HEMIRING

SKRIPSI



**UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A**

Disusun Oleh

YAYAN LUTHFI KHOIRINA

09040221064

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL
SURABAYA**

2025

PERNYATAAN KEASLIAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini,

Nama : YAYAN LUTHFI KHOIRINA

NIM : 09040221064

Program Studi : Matematika

Angkatan : 2021

Menyatakan bahwa saya tidak melakukan plagiat dalam penulisan skripsi saya yang berjudul "STRUKTUR RADIKAL DAN RADIKAL PRIMA PADA HEMIRING". Apabila suatu saat nanti terbukti saya melakukan tindakan plagiat, maka saya bersedia menerima sanksi yang telah ditetapkan.

Demikian pernyataan keaslian ini saya buat dengan sebenar-benarnya.

Surabaya, 06 Maret 2025

Yang menyatakan,



YAYAN LUTHFI KHOIRINA

NIM. 09040221064


LEMBAR PERSETUJUAN PEMBIMBING

Skripsi oleh

Nama : YAYAN LUTHFI KHOIRINA
NIM : 09040221064
Judul skripsi : STRUKTUR RADIKAL DAN RADIKAL PRIMA PADA
HEMIRING

telah diperiksa dan disetujui untuk diujikan.

Pembimbing I




Dr. Lutfi Hakim, M.Ag
NIP. 197312252006041001

Pembimbing II



Wika Dianita Utami, M.Sc
NIP. 199206102018012003

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika
UIN Sunan Ampel Surabaya



Yuniar Farida, M.T
NIP. 197905272014032002

PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI

Skripsi oleh

Nama : YAYAN LUTHFI KHOIRINA
NIM : 09040221064
Judul Skripsi : STRUKTUR RADIKAL DAN RADIKAL PRIMA PADA
HEMIRING

Telah dipertahankan di depan Tim Penguji
pada tanggal 06 Maret 2025

Mengesahkan,
Tim Penguji

Penguji I



Ahmad Hanif Asyhar, M.Si
NIP. 198601232014031001

Penguji II



Dian Yuliati, M.Si
NIP. 198707142020122015

Penguji III



Dr. Lutfi Hakim, M.Ag
NIP. 197312252006041001

Penguji IV



Wika Dianita Utami, M.Sc
NIP. 199206102018012003

Mengetahui,

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Ampel Surabaya



Hamdani, M.Pd
NIP. 196507312000031002



UIN SUNAN AMPEL
SURABAYA

KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SUNAN AMPEL SURABAYA
PERPUSTAKAAN

Jl. Jend. A. Yani 117 Surabaya 60237 Telp. 031-8431972 Fax.031-8413300
E-Mail: perpus@uinsby.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika UIN Sunan Ampel Surabaya, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : YAYAN LUTHFI KHOIRINA
NIM : 09040221064
Fakultas/Jurusan : SAINS DAN TEKNOLOGI / MATEMATIKA
E-mail address : yayanluthfi03@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah :

Sekripsi Tesis Desertasi Lain-lain (.....)

yang berjudul :

STRUKTUR RADIKAL DAN RADIKAL PRIMA PADA HEMIRING

beserta perangkat yang diperlukan (bila ada). Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya berhak menyimpan, mengalih-media/format-kan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (database), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di Internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan UIN Sunan Ampel Surabaya, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini yang saya buat dengan sebenarnya.

Surabaya, 06 Maret 2015

Penulis

(YAYAN LUTHFI KHOIRINA)
nama terang dan tanda tangan

ABSTRAK

STRUKTUR RADIKAL DAN RADIKAL PRIMA PADA HEMIRING

Himpunan tak kosong dengan dua operasi biner disebut ring apabila memenuhi grup komutatif dalam penjumlahan, semigrup dalam perkalian, serta memenuhi sifat distributif. Apabila syarat pada penjumlahan yaitu eksistensi elemen invers dikurangi sementara syarat pada perkalian yaitu eksistensi elemen identitas diperkuat, maka konsep ring dapat digeneralisasi menjadi semiring. Selanjutnya, semiring dapat digeneralisasikan menjadi hemiring. Hemiring adalah himpunan tak kosong H yang dilengkapi dengan dua operasi biner (penjumlahan dan perkalian) yang membentuk monoid komutatif dalam penjumlahan, semigrup dalam perkalian, memenuhi sifat distributif, serta memiliki properti $h \cdot 0 = 0 = 0 \cdot h$. Himpunan bagian tak kosong I dari hemiring H disebut ideal jika memenuhi aksioma $a, b \in I$, berlaku $a + b \in I$ serta $a \in I$ dan $h \in H$, berlaku $ha \in I$ dan $ah \in I$. Terdapat beberapa jenis ideal seperti ideal prima, semiprima, dan maksimal. Ideal sejati A dari hemiring H yang termuat dalam kumpulan dari ideal prima disebut radikal prima A yang dinotasikan dengan \sqrt{A} . Dengan menambahkan radikal pangkat dari suatu ideal semiprima pada hemiring H , penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bagaimana sifat dari ideal radikal hemiring, dan sifat radikal prima pada suatu hemiring. Metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu studi literatur yang berkaitan dengan radikal pada hemiring. Sehingga penelitian ini menghasilkan sifat radikal dari suatu ideal pada hemiring H , yaitu (1) Jika P adalah ideal prima dari hemiring H , maka $P = \sqrt{P}$; (2) Jika P adalah ideal prima dari hemiring H , maka $\sqrt{P^n} = P$, untuk semua bilangan bulat positif n ; (3) Ideal A dari hemiring H adalah semiprima jika dan hanya jika $\sqrt{A} = A$; (4) Jika A adalah ideal semiprima dari hemiring H , maka $\sqrt{A^n} = A$ untuk semua bilangan bulat positif n . Selanjutnya, sifat radikal prima pada hemiring yaitu Jika $rad(H)$ adalah radikal prima dari hemiring H , maka (1) $rad(H)$ adalah irisan dari semua ideal prima di H ; (2) $rad(H)$ adalah ideal semiprima yang terkandung dalam setiap ideal semiprima di H .

Kata kunci: Hemiring, Ideal, Radikal, Radikal Prima, Ring, Semiring

ABSTRACT

RADICAL STRUCTURE AND PRIME RADICALS IN HEMIRING

A ring R is a nonempty set together with two binary operations, respectively, such that the following conditions hold: the commutative group in addition, a semigroup in multiplication, and multiplication is distributive over addition from the left and the right. When the condition on addition is relaxed while the condition on multiplication is strengthened, the ring concept can be extended to a semiring. Furthermore, semiring can be generalized to hemiring. A hemiring is a nonempty set H on which operations of addition and multiplication have been defined such that the following conditions are satisfied: commutative monoid in addition, a semigroup in multiplication, satisfies the distributive property, and has the property $h \cdot 0 = 0 = 0 \cdot h$. A non-empty I subset of hemiring H is called ideal satisfying the following conditions: $a, b \in I$, holds $a + b \in I$ and $a \in I$ and $h \in H$, holds $ha \in I$ and $ah \in I$. There are several types of ideals such as prime, semiprime, and maximal ideals. The proper ideal A of hemiring H contained in the set of prime ideals is called the prime radical of A denoted by \sqrt{A} . By adding the rank radical of a semiprime ideal to the hemiring H , this study aims to determine the properties of the radical ideal of hemiring, and the properties of the prime radical on a hemiring. The method used in this research is a literature study related to radicals on hemiring. So the result of radical properties of an ideal in hemiring H are, (1) If P is a prime ideal of hemiring H , then $P = \sqrt{P}$; (2) If P is a prime ideal of hemiring H , then $\sqrt{P^n} = P$, for all positive integers n ; (3) Ideal A of hemiring H is semiprime if and only if $\sqrt{A} = A$; (4) If A is a semiprime ideal of hemiring H , then $\sqrt{A^n} = A$ for all positive integers n . Furthermore, the properties of prime radicals in hemiring are, if $rad(H)$ is a prime radical of hemiring H , then (1) $rad(H)$ is the intersection of all prime ideals in H ; (2) $rad(H)$ is a semiprime ideal contained in every semiprime ideal in H .

Keywords: Hemiring, Ideal, Radical, Prime Radical, Ring, Semiring,

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
PENGESAHAN TIM PENGUJI SKRIPSI	ii
HALAMAN PERNYATAAN	iii
MOTTO	iv
HALAMAN PERSEMBAHAN	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR LAMBANG	xi
ABSTRAK	xii
ABSTRACT	xiii
I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang Masalah	1
1.2. Rumusan Masalah	10
1.3. Tujuan Penelitian	10
1.4. Batasan Masalah	10
1.5. Manfaat Penelitian	10
1.6. Sistematika Penulisan	11
II TINJAUAN PUSTAKA	12
2.1. Semiring	12
2.2. Hemiring	15
2.3. Ideal Prima pada Hemiring	34
2.4. Ideal Semiprima pada Hemiring	41
2.5. Integrasi Keilmuan	45
III METODE PENELITIAN	49
3.1. Jenis Penelitian	49
3.2. Metode Pengumpulan Data	49
3.3. Tahapan Penelitian	50

3.3.1. Radikal dari Ideal pada Hemiring	50
3.3.2. Radikal Prima pada Hemiring	51
IV HASIL DAN PEMBAHASAN	53
4.1. Sifat Radikal dari Ideal pada Hemiring	53
4.2. Sifat Radikal Prima pada Hemiring	62
4.3. Aplikasi Konsep Semiring	65
4.4. Implementasi Integrasi Keilmuan	66
V PENUTUP	70
5.1. Kesimpulan	70
5.2. Saran	71
DAFTAR PUSTAKA	71



UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A

DAFTAR LAMBANG

\in	: elemen atau anggota
\notin	: bukan elemen atau anggota
\subseteq	: himpunan bagian (<i>subset</i>) atau sama dengan
$\not\subseteq$: bukan himpunan bagian (<i>subset</i>) atau tidak sama dengan
\subset	: himpunan bagian (<i>subset</i>)
\mathbb{N}	: himpunan semua asli
\mathbb{Z}	: himpunan semua bilangan bulat
\mathbb{Z}^+	: himpunan semua bilangan bulat positif
$(*)$: operasi biner star
■	: akhir suatu bukti
\forall	: untuk setiap
\setminus	: setminus
\emptyset	: himpunan kosong
\neq	: tidak sama dengan
\sqrt{A}	: radikal dari ideal A
\cap	: irisan
\cup	: gabungan
Ω	: himpunan indeks, $\Omega = 1, 2, 3, \dots$
$[a_{ij}]_{2 \times 2}$: matriks ukuran 2×2 dengan entri-entri a_{ij} untuk $i, j = 1, 2$

DAFTAR PUSTAKA

- Acharyya, S. K., Chattopadhyay, K. C., and Ray, G. G. (1995). Hemirings, congruences and the Hewitt real compactification. *Bulletin of the Belgian Mathematical Society - Simon Stevin*, 2(1):47–58.
- Anshel, I., Anshel, M., and Goldfeld, D. (1999). An algebraic method for public-key cryptography. *Mathematical Research Letters*, 6(3-4):287–291.
- Atani, S. E. (2008). On Primal and Weakly Primal Ideals Over Commutative Semirings. *Glasnik Matematički*, 43(1):13–23.
- Bland, P. E. (2011). *Rings and Their Modules*. Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, Berlin/New York.
- Durcheva, M. (2020). *Semirings as Building Blocks in Cryptography*. Cambridge Scholars Publishing, Newcastle upon Tyne, UK, 1 edition.
- Fajar, D. M. (2020). *Bunga Rampai Pembelajaran IPA Berbasis Integrasi Sains dan Islam*. CV. Pustaka Learning Center, Malang, first edition.
- Feng, J. and Liu, T. (2011). Nil and nilpotent ideals over hemirings. *Proceedings - 2011 International Conference on Computational and Information Sciences, ICCIS 2011*, (1):1072–1075.
- Gallian, J. A. (2021). *Contemporary Abstract Algebra*. CRC Press Taylor and Francis Group, London, New York, 9th edition.
- Giri, R. and Chide, B. (2014). Prime Radical in Ternary Hemirings. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 94(5):631–647.

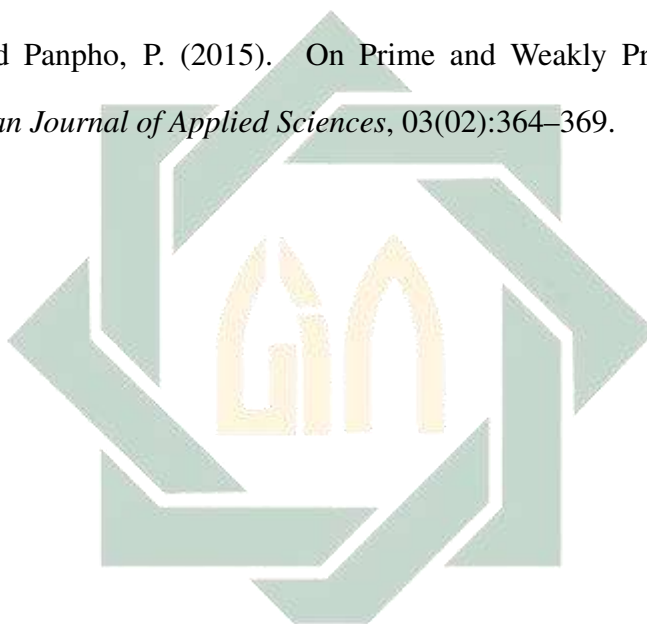
- Giri, R. and Chide, B. (2014). Prime Radical Theory of Hemirings. *International Journal of Algebra*, 8(6):293–310.
- Golan, J. S. (1999). *Semirings and their Application*. Springer Netherlands, 1st edition.
- Golan, J. S. (2003). *Semirings and Affine Equations over Them: Theory and Applications*. Springer Netherlands, Dordrecht.
- Goodearl, K. R. and Warfield, R. (2004). *An Introduction to Noncommutative Noetherian Rings*, volume 11. Cambridge University Press, second edi edition.
- Huang, H., Jiang, X., Peng, C., and Pan, G. (2024). A new semiring and its cryptographic applications. *AIMS Mathematics*, 9(8):20677–20691.
- Huang, H., Li, C., and Deng, L. (2022). Public-Key Cryptography Based on Tropical Circular Matrices. *Applied Sciences (Switzerland)*, 12(15):1–12.
- Iseki, K. (1958). On Ideal in Semiring. 34(8):507–509.
- Lolang, E. (2013). *Enos Lolang Aljabar Abstrak*. UKI Toraja Press, Makale.
- Manurung, S. L., Aulia, B., Mulita, S., and Mawaddah, F. (2024). Analisis Kesalahan Mahasiswa Unimed dalam Menyelesaikan Materi Operasi Biner dan Grup. *Jurnal Pendidikan Tambusai*, 8:24363–24368.
- Maze, G., Monico, C., and Rosenthal, J. (2002). A public key cryptosystem based on actions by semigroups. *IEEE International Symposium on Information Theory - Proceedings*, page 266.
- Maze, G., Monico, C., and Rosenthal, J. (2007). Public Key Cryptography based

- on Semigroup Actions. *Advances in Mathematics of Communications*, 1(4):489–507.
- Nandakumar, P. (2010). 1-(2-) Prime Ideals in Semirings. *Kyungpook Mathematical Journal*, 50(1):117–122.
- Nasehpour, P. (2018). Some Remarks on Ideals of Commutative Semirings. *Quasigroups and Related Systems*, 26:281–298.
- Noviliani, Abdurrahman, S., and Hijriati, N. (2021). Struktur Hemring. *Jurnal Matematika Murni dan Terapan “epsilon”*, 15(1):1–12.
- Ramusat, Y., Maniu, S., and Senellart, P. (2021). Provenance-based algorithms for rich queries over graph databases. *Advances in Database Technology - EDBT*, 2021-March:73–84.
- Sawalmeh, L. and Saleh, M. (2023). On 2-absorbing ideals of commutative semirings. *Journal of Algebra and its Applications*, 22(3):1–10.
- Shabir, M. and Anjum, R. (2013). Characterizations of Hemirings by the Properties of Their k -Ideals. *Applied Mathematics*, 04:753–768.
- Simangunsong, A. R. and Panggabean, E. M. (2023). Konektivitas Belajar Himpunan Matematika dengan Aljabar Abstrak. *Jurnal Penelitian, Pendidikan dan Pengajaran: JPPP*, 4(2):85–90.
- Solikin, N. W. (2024). Bilangan dan Operasi Hitung dalam Al-Qur’an. *Fragmatik: Jurnal Ilmiah Ilmu Pendidikan*, 1(1):50–57.
- Vandier, H. S. (1934). Note on a Simple Type of Algebra in which the Cancellation Law of Addition does not Hold. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 40(12):914–920.

Waruwu, M. (2023). Pendekatan Penelitian Pendidikan: Metode Penelitian Kualitatif, Metode Penelitian Kuantitatif dan Metode Penelitian Kombinasi (Mixed Method). *Jurnal Pendidikan Tambusai*, 7(1):2896–2910.

Wijayanti, I., Yuwaningsih, D., Hartanto, A., and Press, U. (2021). *Teori Ring dan Modul*. UGM PRESS.

Yiarayong, P. and Panpho, P. (2015). On Prime and Weakly Prime Ideals in Semirings. *Asian Journal of Applied Sciences*, 03(02):364–369.



UIN SUNAN AMPEL
S U R A B A Y A